а) Среди треугольников с заданной площадью и заданной стороной найдите тот, для которого сумма двух других сторон наименьшая.

Решение

Дано

$$igtriangleup ABC \ |AB| \ S_{igtriangleup ABC} \ |AC| + |BC| = \min(|AC| + |BC|)$$

Решение

Формула площади треугольника:

$$S_{ riangle ABC} = rac{|AB|*h_{AB}}{2}$$

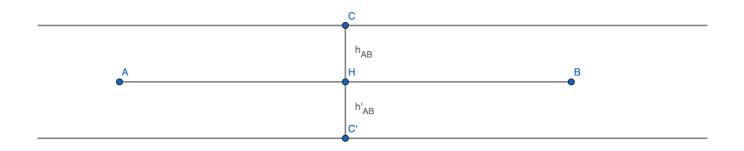
Где h_{AB} - высота треугольника, опущенная на сторону AB Тогда можем выразить h_{ab} :

$$h_{AB}=2rac{S_{ riangle ABC}}{|AB|}$$

Заметим, что все переменные, стоящие по правую сторону равенства заданы по условию. Тогда из условия мы всегда можем получить $h_{AB}. \ *)$ Будем считать, что она дана.

|AC| + |BC| является суммой расстояния от одной точки (C) до двух других (A;B).

Поскольку точка C уже задана высотой, то она может располагаться только на одной из двух прямых, параллельных прямой (AB) и находящихся на расстоянии h_{AB} от них



Тогда точка C с минимальной суммой расстояний будет точка, являющаяся пересечением сер.пера к [AB] и обозначенного ранее ГМТ

 $\triangle ABC$ - искомый

б) Среди треугольников с заданной стороной и заданной суммой двух дрегих сторон найдите треугольники с наибольшей и наименьшей площадью

Решение

Дано

- 1. $S_{ riangle ABC} = \min(S_{ riangle ABC})$
- 2. $S_{ riangle ABC} = \max(S_{ riangle ABC})$

Решение

Заметим, что условия ${|AB| \choose |AC| + |BC|}$ Задают ГМТ C, которое соответствует эллипсу, а максимальная "толщина" элипса достигается в его пересечении с сер.пером к отрезку, который соединяет фокусы.

Итого максимальная возможная высота $\triangle ABC$ (а значит и максимальная площадь т.к. они прямо пропорциональны) достигается в точке пересечения сер.пера к отрезку [AB] с эллипсом $e=\{M \mid |AM|+|BM|=|AC|+|BC|\}$