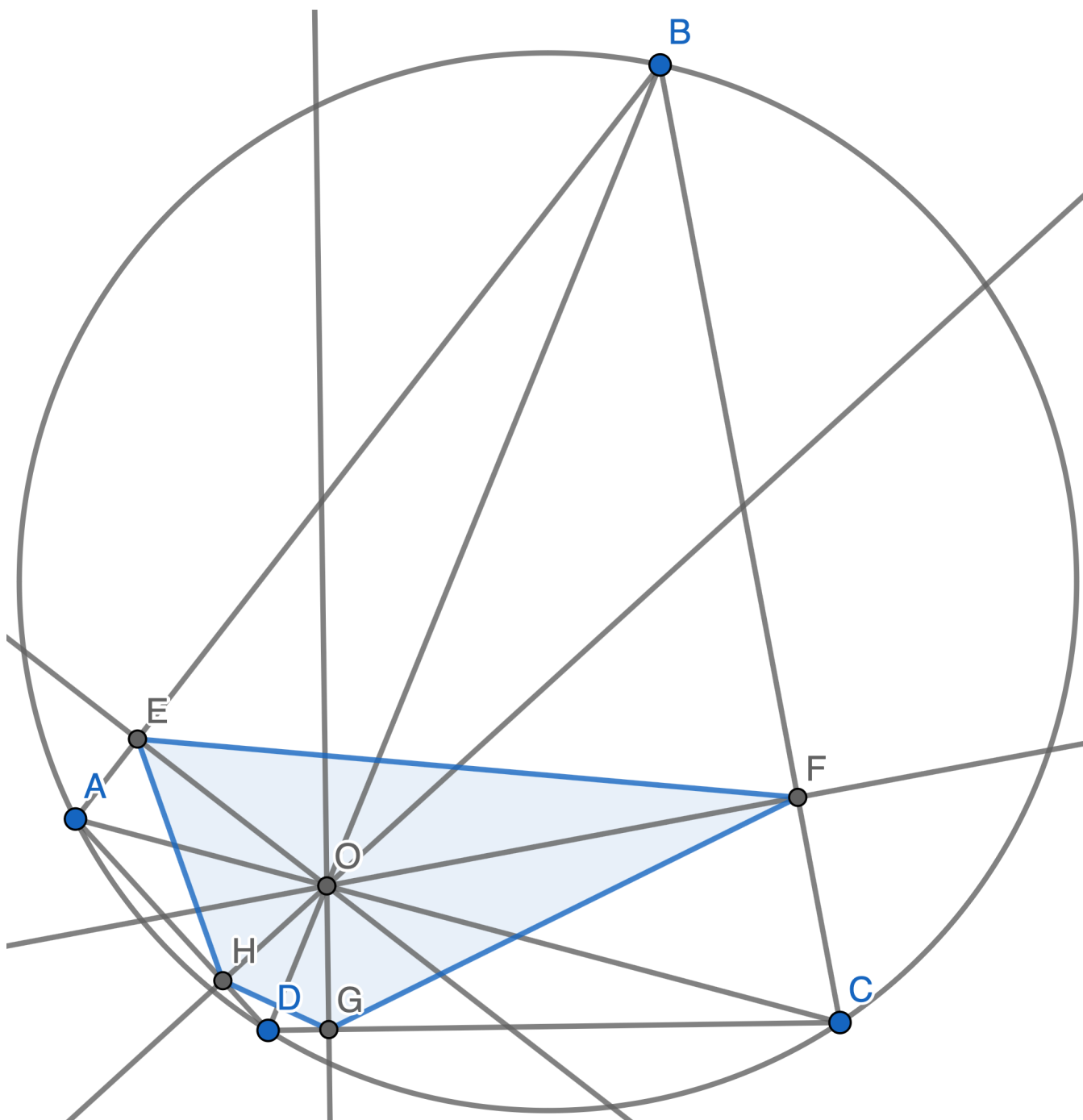


10

а) Впишите в данный четырёхугольник четырёхугольник наименьшего возможного периметра. Выведите условие, при котором четырёхугольник не является вырожденным

Решение



Построение

1. Пусть $O \in (AC) \cap (BD)$

2. $E, F, G, H : OE \perp AB, E \in (AB); OF \perp BC, F \in (BC); OG \perp CD, G \in (CD);$
 $OH \perp DA, H \in (DA);$

Утверждается, что $EFGH$ - искомый

Условие при котором четырёхугольник невырожденный

$$\begin{cases} \exists \omega : A, B, C, D \in \omega \\ \max(\widehat{A\check{B}}, \widehat{B\check{C}}, \widehat{C\check{D}}, \widehat{D\check{A}}) < 180^\circ \end{cases}$$

б) Докажите, что задача из пункта а) имеет невырожденное решение тогда и только тогда, когда четырёхугольник можно вписать в окружность

в) Докажите, что в пункте б) бесконечно много решений