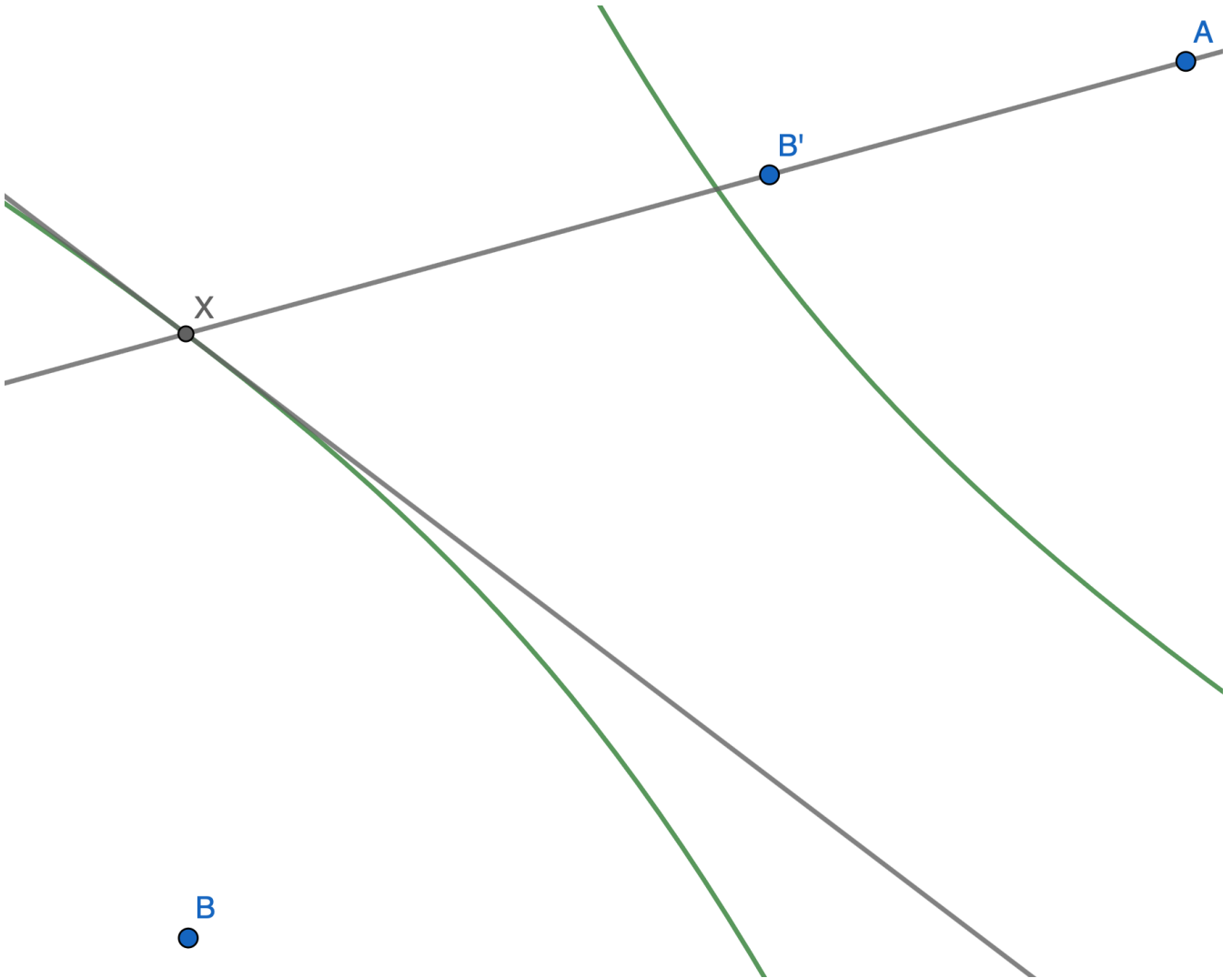


6

а) Дана прямая l и две точки A и B по разные стороны от этой прямой. Найдите на прямой точку X , такую, что абсолютная (по модулю) разница $XA - XB$ максимальна

Решение



Построение

1. Пусть B' - отражение B относительно l
2. $X = (AB') \cap l$

Утверждается, что X - искомая точка

Особый случай: если $\rho(A, l) = \rho(B, l)$, то $B' = A \Rightarrow AB'$ неопределена. В этом случае $X = (AB) \cap l$

б) Докажите аналог задачи 5а) и выведите оптическое свойство гиперболы: если поместить в один из фокусов гиперболы точечный источник света, то каждый луч после отражения от зеркальной поверхности гиперболы видится исходящим из другого фокуса

Решение

Перефразируем задачу 5а) и запишем её в символьном виде

$$\begin{aligned}
 & F_1, F_2 \\
 & l \\
 & D : \begin{cases} |F_1 D - F_2 D| = \min \\ D \in l \end{cases} \\
 & m - \text{гипербола с фокусами } F_1 \text{ и } F_2, D \in m \\
 & m \cap l = \{D\}?
 \end{aligned}$$

Доказательство

1. По определению гиперболы, гипербола - ГМТ таких, что разница расстояний от них до фокусов равна константе
2. Т.к. точка D подобрана так, что разность расстояний от нее до фокусов гиперболы минимальна для всех точек на прямой и она единственна, то не найдется не одной точки M такой, что $M \in l; |F_1 M - F_2 M| = |F_1 D - F_2 D|$ Ч.Т.Д.
Второй вопрос доказывается аналогично пункту а)