

5

а) Рассмотрим две точки F_1, F_2 , прямую l , а так же точку D такую, что величина $F_1D + F_2D$ минимально возможная для всех точек прямой l . Докажите, что эллипс с фокусами F_1 и F_2 , проходящий через точку D , касается прямой l (тог есть имеет только одну точку пересечения)

Решение

1. По определению эллипса, эллипс - ГМТ таких, что сумма расстояний от них до фокусов равна константе
 2. Т.к. точка D подобрана так, что сумма расстояний от нее до фокусов эллипса минимальна для всех точек на прямой и она единственна, то не найдется не одной точки M такой, что $M \in l; F_1M + F_2M = F_1D + F_2D$ Ч.Т.Д.
-

б) Докажите оптическое свойство эллипса: луч, пущенный из одного фокуса эллипса, после отражения вернётся в другой фокус

Решение

1. Проведем касательную к эллипсу, проходящую через точку отражения (назовём точку отражения D , а касательную - l)
2. "Луч отразился от эллипса" равнозначно "Луч отразился от прямой l ",
Следовательно этот луч имеет свойства отраженного от прямой l
3. Одно из таких свойств, что луч, отраженный от прямой прозодит наименьший маршрут
4. Следовательно пройдя расстояние равное сумме расстояний от точки на эллипсе до его фокусов, луч попадет в другой фокус