Allan 方差 Allan Variance

1) 你到底在算什么（一句话）

给定一条等采样序列 $x[i]$（比如陀螺角速度 ω），你选一个“平均时间” τ，把数据按长度为 τ 的窗口分块做平均，然后看**相邻两块平均值差多少**。

差得越大，说明在这个时间尺度上越不稳定。

2) 精确定义（离散版）

采样周期 T_s，选整数 m，令：

$$\tau = mT_s$$

把序列按每 m 个点分一块，第 k 块的均值：

$$\bar{x}_k(\tau) = \frac{1}{m} \sum_{i=km}^{(k+1)m-1} x[i]$$

Allan 方差：

$$\sigma_A^2(\tau) = \frac{1}{2} \frac{1}{K-1} \sum_{k=0}^{K-2} (\bar{x}_{k+1} - \bar{x}_k)^2$$

其中 K 是能分出的块数（大约 $K = \lfloor N/m \rfloor$）。

Allan deviation（最常画的）：

$$\sigma_A(\tau) = \sqrt{\sigma_A^2(\tau)}$$

3) 为什么要这样算（直觉）

普通方差是“围绕整体均值抖多大”，但 **bias 漂移/随机游走** 会让整体均值本身慢慢变，普通方差会被“趋势”污染。

Allan 的做法是看**相邻段的均值变化**，天然更敏感于：

- 短期：白噪声（平均会抑制它）
- 中期：bias instability（出现谷底/平台）
- 长期：随机游走（平均时间越长，漂得越离谱）

4) 曲线怎么看（最关键）

你画的是 log-log 图：横轴 τ，纵轴 $\sigma_A(\tau)$。

4.1 三个典型形状

1. **左边往下（斜率约 -1/2）**
   说明主要是 **白噪声**：平均时间越长，噪声越被平均掉。
2. **中间谷底/近水平（斜率约 0）**
   这是 **bias instability** 主导的区域。最低点附近往往就是"最稳的平均时间"。
3. **右边往上（斜率约 +1/2 或更陡）**
   说明 **随机游走/低频漂移** 主导：时间越长，漂移越明显。

> 你先不用背各种系数换算，先把"斜率对应噪声类型"这个图像直觉建立起来。

---

5) 用一个最小例子帮你脑内成像

假设 $x[i]$ 是陀螺输出，包含两部分：

- 白噪声：每个点都随机抖
- 慢漂：bias 缓慢变化

当 τ 很小（窗口很短）：

- 两段均值差主要来自白噪声 → σ_A 大

当 τ 变大：

- 白噪声被平均掉 → σ_A 下降

再继续变大：

- 慢漂在更长时间尺度上"走开了" → 相邻段均值差变大 → σ_A 又上升

所以曲线常见就是一个"先降后升"的 U 型（带一个谷底）。