

矩陣相乘的前世今生

要了解矩陣相乘的前世今生，就一定要先了解什麼是矩陣。矩陣是高等代數學中的常見工具，也常見於統計分析等應用數學學科中。中文中矩陣的概念最早源於 1922 年，當時北京師範大學附屬中學數學老師程廷熙在一篇介紹文章中將矩陣譯為「縱橫陣」。1925 年，在科學名詞審查會算學名詞審查組刊登於《科學》第十卷第四期的審定名詞表中，矩陣被翻譯為「矩陣式」，方塊矩陣翻譯為「方陣式」，而各類矩陣如「正交矩陣」、「伴隨矩陣」中的「矩陣」則被翻譯為「方陣」。到了 1993 年，中國自然科學名詞審定委員會公布的《數學名詞》中，「矩陣」被定為正式譯名。

在數學上，一個 $m \times n$ 的矩陣是一個由 m 列 (row) n 行 (column) 元素置換成的矩形陣列。矩陣裡的元素可以是數字、符號或數學式。而矩陣的乘法是一種根據兩個矩陣得到第三個矩陣的二元運算，設 A 是 $n \times m$ 的矩陣， B 是 $m \times p$ 的矩陣，則它們的矩陣積 AB 是 $n \times p$ 的矩陣。 A 中每一行的 m 個元素都與 B 中對應列的 m 個元素對應相乘，這些乘積的和就是 AB 中的一個元素。矩陣可以用到很多地方，例如自然科學和經濟現象的作用和反應。像是 1997 年諾貝爾經濟學獎得主就是將矩陣應用在期權的定價，發表 Black-Scholes 期權定價模型，為包括股票、債券、貨幣、商品在內的新興衍生金融市場的各種以市價價格變動定價的衍生金融工具的合理定價奠定了基礎。而圖像除噪與圖像修復皆是矩陣的實際應用。矩陣在遊戲開發中也是不可獲缺的，

例如在遊戲中我們常常使用歐拉角來進行旋轉變換。那什麼是歐拉角？瑞士數學家 and 物理學家萊昂哈德·歐拉用歐拉角來描述剛體在三維歐幾里得空間的取向。對於任何參考系，一個剛體的取向，是依照順序從這參考系，做三個歐拉角的旋轉而設定的。所以剛體的取向可以用三個基本旋轉矩陣來決定。也就是說任何關於剛體旋轉的旋轉矩陣是由三個基本旋轉矩陣複合而成的。而歐拉角也廣泛地被應用在古典力學中的剛體研究和量子力學中的角動量研究。在剛體的問題上， $x y z$ 坐標系是全域坐標系， $X Y Z$ 坐標系是局域坐標系。全域坐標系是不動的，而局域坐標系牢嵌於剛體內。在量子力學裡，詳盡的描述 $SO(3)$ 的形式，幾乎所有研究都採用歐拉角為工具。

所以不管是在日常生活中或是在學科及專業領域，矩陣相乘的應用都是不可或缺的，能夠在現代生活中使用前人所建立的矩陣運算智慧開發更多應用的我們真的很幸運，我們就如同英國數學家牛頓所說的：「站在巨人的肩上，所以能夠看得更遠。」，希望未來我們也能夠讓後代站在我們的肩上。