МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»
Национальный исследовательский университет

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

«Численное решение задачи Коши для ОДУ 2 порядка »

Выполнил: студент группы 381706-2
Зинков Артём Сергеевич
____________ Подпись

Руководитель:
Эгамов Альберт Исмаилович

____________ Подпись

Нижний Новгород

2020

Оглавление

Введение

Обыкновенные дифференциальные уравнения широко используются для математического моделирования процессов и явлений в различных областях науки и техники. Множество переходных процессов в радиотехнике, кинетика химических реакций, динамика биологических популяций, движение космических объектов, модели экономического развития исследуются с помощью обыкновенных дифференциальных уравнений.

Актуальность темы лабораторной работы состоит в том, что ОДУ имеют аналитически сложное решение и составление программы, реализируещей численное решение облегчило бы эту задачу.

В лабораторной работе решается задача разработки программы поиска решения системы дифференциальных уравнений методам Рунге-Кутта.

Выбор метода решения системы дифференциальных уравнений объясняется тем, что метод Рунге-Кутта сочетает хорошую точность и высокую скорость.

Рассмотрим систему двух автономных обыкновенных дифференциальных уравнений общего вида $dx/dt = P(x, y)$; $dy/dt = Q(x, y)$ (1)

$P(x, y)$, $Q(x, y)$ – непрерывные функции, определенные в некоторой области G евклидовой плоскости и имеющие в этой области непрерывные производные порядка не ниже первого. Переменные x, y во времени изменяются в соответствие с системой уравнений, так что каждому состоянию системы соответствует пара значений переменных (x, y) Обратно, каждой паре переменных (x, y) соответствует определенное состояние системы.

Рассмотрим плоскость с осями координат, на которых отложены значения переменных x,y. Каждая точка M этой плоскости соответствует определенному состоянию системы. Такая плоскость носит название **фазовой плоскости** и изображает совокупность всех состояний системы.

Точка M(x,y) называется изображающей или представляющей точкой. Пусть в начальный момент времени t=t0 координаты изображающей точки M0(x(t0), y(t0)). В каждый следующий момент времени t изображающая точка будет смещаться в соответствии с изменениями значений переменных x(t), y(t). Совокупность точек M(x(t), y(t)) на фазовой плоскости, положение которых соответствует состояниям системы в процессе изменения во времени переменных x(t), y(t) согласно уравнениям системы, называется **фазовой траекторией.**

Совокупность фазовых траекторий при различных начальных значениях переменных дает легко обозримый "портрет" системы. Построение фазового портрета позволяет сделать выводы о характере изменений переменных x, y без знания аналитических решений исходной системы уравнений. Для изображения фазового портрета необходимо построить векторное поле направлений траекторий системы в каждой точке фазовой плоскости.

Постановка задачи

Необходимо реализовать программу, которая позволит построить фазовый портрет для уравнения $\ddot{x}+ \delta\dot{x} + \sin x$ второго порядка, задать начальные условия, шаг вычислений, решит это уравнение методом Рунге-Кутта 4 порядка и построит это решение графически.

Метод Рунге-Кутты 4 порядка

Ме́тодыРу́нге — Ку́тты — большой класс численных методов решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем. Первые методы данного класса были предложены около 1900 года немецкими математиками К. Рунге и М. В. Куттой.

Итак, в работе был рассмотрен метод Рунге — Кутты 4го порядка, который является самым распространенным среди семейства методов, что его часто называют просто методом Рунге — Кутты.

$$\begin{cases} K_1 = f(x_k,\ y_k) \\ K_2 = f(x_k + \frac{h}{2},\ y_k + \frac{h}{2} K_1) \\ K_3 = f(x_k + \frac{h}{2},\ y_k + \frac{h}{2} K_2) \\ K_4 = f(x_k + h,\ y_k + h K_3) \\ y_{k+1} = y_k + \frac{h}{6} \cdot (K_1 + 2 K_2 + 2 K_3 + K_4) \end{cases}$$

Руководство пользователя

Программа строит фазовую траекторию и фазовый портрет функции уравнения маятника с диссипацией $\ddot{x} + \delta\dot{x} + \sin x$=0. При запуске программы, вам нужно будет ввести параметры функции, шаг интегрирования и интервал. Базовые значения уже введены (Рис.1).

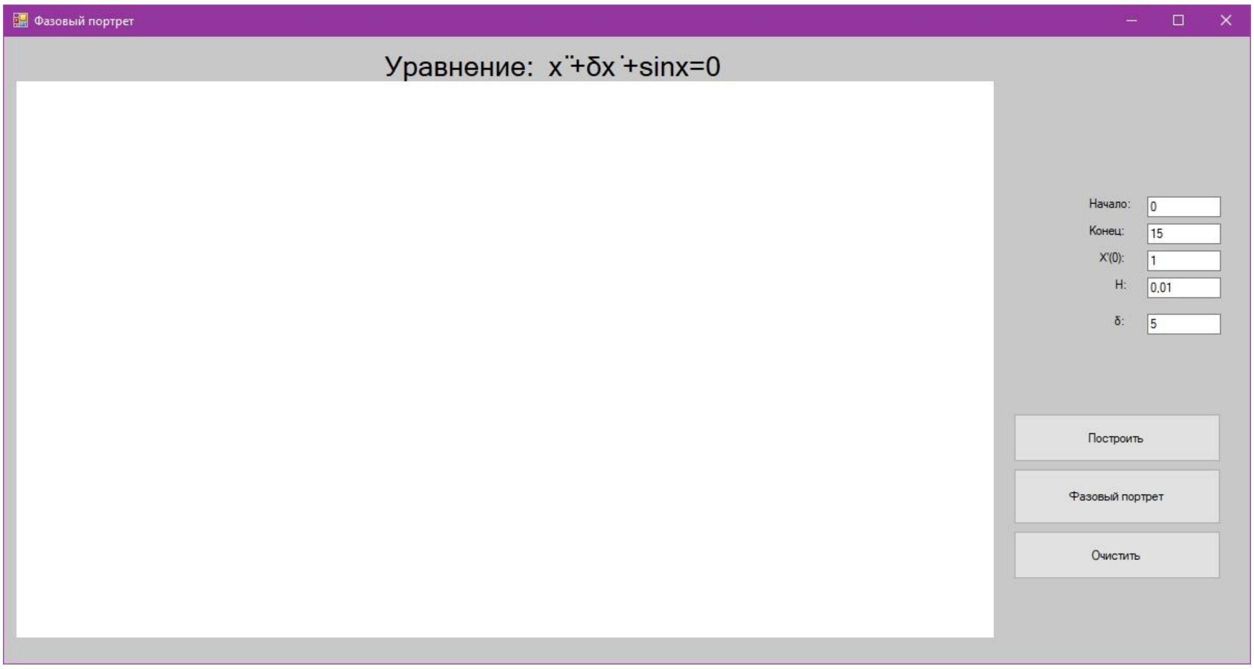

Рис.1.

При нажатии на кнопку “построить”, программа построит фазовую траекторию данной функции (Рис.2).

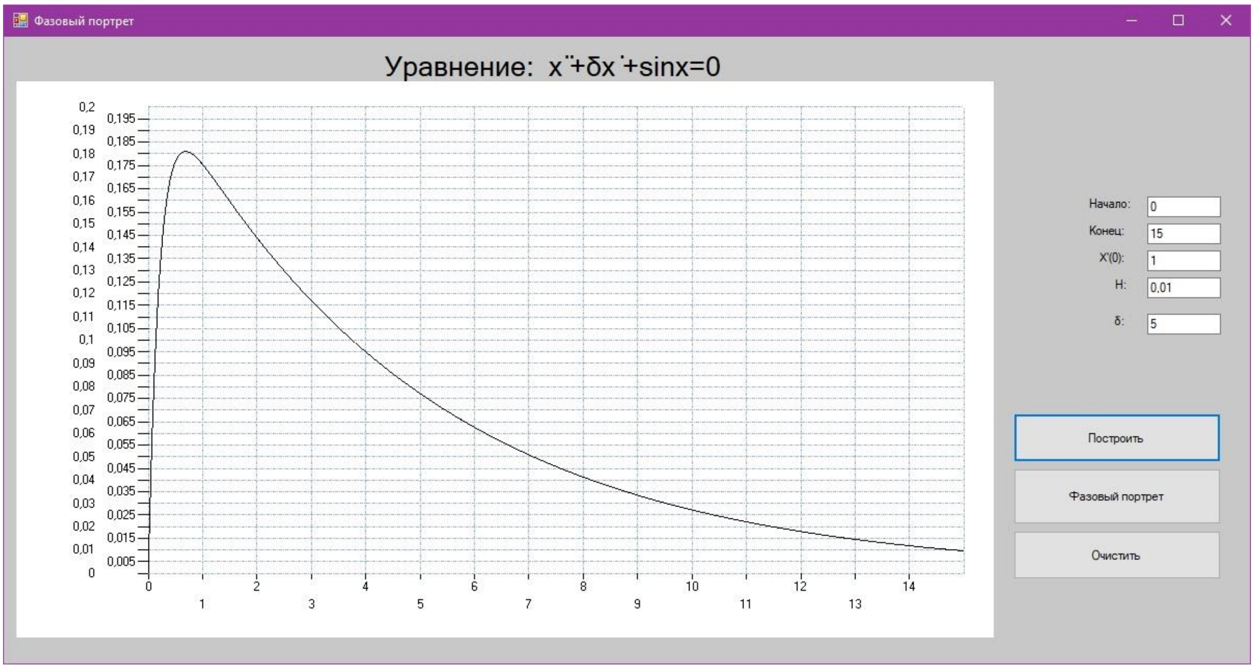

Рис.2.

При нажатии на кнопку “фазовый портрет”, на графике будет отображен фазовый портрет данной функции (Рис.3).

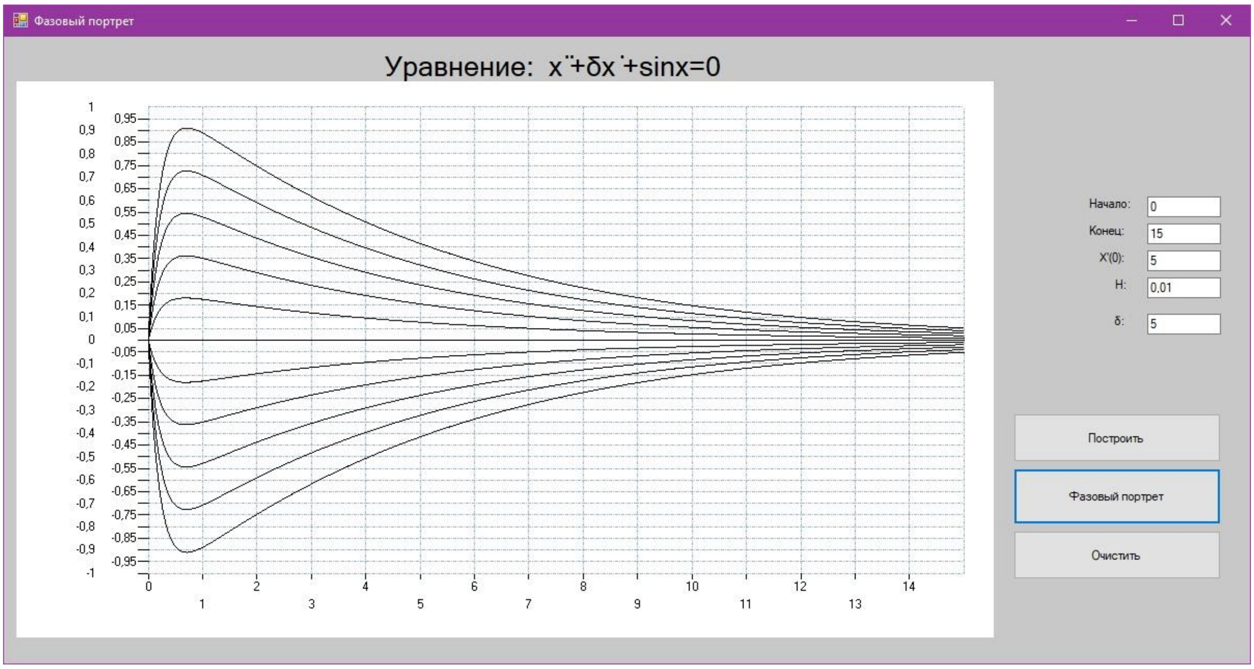

Рис.3.

Для того чтобы очистить график нажмите кнопку “очистить”.

Заключение

В результате работы была написана программа на языке C# с графическим интерфейсом, которая позволила построить фазовый портрет для уравнения

$\ddot{x} + \delta\dot{x} + \sin x$ второго порядка.

Программа строит график решения введенного дифференциального уравнения. Так же программа была проверена на нескольких входных данных. Это говорит о том, что программа работает корректно.

Литература

- Самарский А. А., Гулин А. В. Численные методы: Учеб.пособие для вузов. – М.: Наука. Главная редакция физикоматематической литературы.
- ЯцекГаловиц C++. Стандартная библиотека шаблонов – Питер.2018. – 432 с.
- http://mathprofi.ru/metody_eilera_i_runge_kutty.html