

## ✓ الفقرات الرئيسية المطلوبة بهذه المحاضرة

(المحاضرة 5)

## • خوارزمية السمبلكس المعدلة

- جدول خوارزمية السمبلكس المعدلة.
- خطوات الانتقال من جدول السمبلكس المعدلة إلى الجدول التالي.
- حل بعض التمارين.

## • مراجعة للمحاضرات السابقة

- الإجابة على أسئلة الطلاب.
- طرح بعض الأسئلة على الطلاب، والتي تتعلق بالآتي (على سبيل المثال):
- ✓ مناقشة وحدانية الحل الأمثل أثناء استخدام خوارزمية السمبلكس. (تترك الإجابة للطلاب).
- ✓ اذكر القواعد التي يجب أن تتحقق في جداول السمبلكس. (تمت الإجابة أثناء شرح المحاضرة السابقة).
- ✓ حل التمرين 3 (الموجود بنهاية المحاضرة السابقة) باستخدام خوارزمية السمبلكس ذات التقنية M. (تترك الإجابة للطلاب ويجب على الطالب مناقشة النتيجة حتى لو لم يطلب ذلك صراحة).

## • تمهيد للمحاضرة اللاحقة

- مقدمه عن المسألة المرافقة.

## • خوارزمية السمبلكس المعدلة

نبدأ بالتذكير بجدول خوارزمية السمبلكس وهو كالآتي:

الحل	متحولات القاعدة ومتحولات غير القاعدة	القاعدة
...	...	z
⋮	⋮	متحولات القاعدة
⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮

نفترض أن الجدول الحالي للسمبلكس غير أمثل، ولكتابة الجدول التالي نحدد العنصر المحوري وليكن  $\alpha$  ثم يتم تحديد متحولات القاعدة الجديدة حيث يأخذ المتحول الداخل مكان المتحول الخارج، ونستخدم التحويلات الأولية المناسبة والتي تتوافق مع التعليمات الآتية:

- 1- تقسم عناصر السطر المحوري على العنصر المحوري  $\alpha$ .
- 2- بقية عناصر العمود المحوري تكون أصفار.
- 3- بالنسبة للعناصر التي ليست في السطر المحوري أو العمود المحوري نطبق القاعدة التالية:

$$\bar{\lambda} = \frac{\alpha\lambda - \mu\beta}{\alpha} \Leftrightarrow \bar{\lambda} = \lambda - \frac{\mu\beta}{\alpha}$$

أما بالنسبة لجدول خوارزمية السمبلكس المعدلة فهو كالآتي:

الحل	متحولات غير القاعدة	القاعدة
...	...	z
⋮	⋮	متحولات القاعدة
⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮

نفترض أن الجدول الحالي للسيمبلكس المعدلة هو الجدول رقم  $(t)$ :

الحل	...	...	...	...	...	القاعدة
...	...	...	...	...	...	$z$
...	...	...	...	...	...	$\vdots$
...	...	...	...	...	...	$\vdots$
...	...	...	...	...	...	$\vdots$
...	...	...	...	...	...	$x_k$
...	...	...	...	...	...	$\vdots$

الجدول رقم  $(t)$  لخوارزمية السيمبلكس المعدلة

ونفترض أن المتحول الداخل في الجدول رقم  $(t)$  هو  $x_p$ ، والمتحول الخارج هو  $x_k$  الذي يحقق قاعدة النسبة الأصغر، ويكون الجدول رقم  $(t + 1)$  لخوارزمية السيمبلكس المعدلة هو:

الحل	...	...	...	...	...	القاعدة
...	...	...	...	...	...	$z$
...	...	...	...	...	...	$\vdots$
...	...	...	...	...	...	$\vdots$
...	...	...	...	...	...	$\vdots$
...	...	...	...	...	...	$x_p$
...	...	...	...	...	...	$\vdots$

الجدول رقم  $(t + 1)$  لخوارزمية السيمبلكس المعدلة

ولكتابة الجدول رقم  $(t + 1)$  لخوارزمية السيمبلكس المعدلة نتبع التعليمات الآتية:

- 1- يتم التبادل بين المتحولين الداخل والخارج.
- 2- تستبدل قيمة العنصر المحوري  $\alpha$  بالقيمة  $\frac{1}{\alpha}$ .
- 3- تقسم بقية عناصر السطر المحوري على العنصر المحوري  $\alpha$ .
- 4- تقسم بقية عناصر العمود المحوري على  $-\alpha$ .
- 5- بالنسبة لبقيّة العناصر (وهي ليست في السطر المحوري أو العمود المحوري) نطبق القاعدة التالية:

$$\bar{\lambda} = \lambda - \frac{\mu\beta}{\alpha}$$

## ○ تمارين تتعلق بالمحاضرة 5

**تمرين 1:** استخدم خوارزمية السمبلكس المعدلة لحل مسألة البرمجة الخطية الآتية:

$$\max z = 4x_1 + 3x_2$$

subject to

$$2x_1 + x_2 \leq 10$$

$$5x_1 + 3x_2 \leq 26$$

$$x_1 + x_2 \leq 8$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

**الحل:** تكتب الصياغة القياسية كالآتي:

$$\max z = 4x_1 + 3x_2$$

subject to

$$2x_1 + x_2 + x_3 = 10$$

$$5x_1 + 3x_2 + x_4 = 26$$

$$x_1 + x_2 + x_5 = 8$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

حل القاعدة الممكن هو:  $x_3 = 10, x_4 = 26, x_5 = 8$

والجدول الأول لخوارزمية السمبلكس المعدلة هو:

الحل	$x_2$	$x_1$	القاعدة
0	-3	-4	z
10	1	2	$x_3$
26	3	5	$x_4$
8	1	1	$x_5$

الجدول الأول لخوارزمية السمبلكس المعدلة

الحل	$x_2$	$x_3$	القاعدة
20	-1	2	z
5	0.5	0.5	$x_1$
1	0.5	-2.5	$x_4$
3	0.5	-0.5	$x_5$

الجدول الثاني لخوارزمية السمبلكس المعدلة



القاعدة	$x_3$	$x_4$	الحل
$z$	-3	2	22
$x_1$	3	-1	4
$x_2$	-5	2	2
$x_5$	2	-1	2

الجدول الثالث لخوارزمية السمبلكس المعدلة

القاعدة	$x_5$	$x_4$	الحل
$z$	1.5	0.5	25
$x_1$	-1.5	0.5	1
$x_2$	2.5	-0.5	7
$x_3$	0.5	-0.5	1

الجدول الرابع (الأمثل) لخوارزمية السمبلكس المعدلة

الحل الأمثل هو:  $x_1 = 1, x_2 = 7, x_3 = 1$ ، والقيمة المثلى هي:  $z = 25$ .

تمرين 2: استخدم خوارزمية السمبلكس المعدلة لحل مسألة البرمجة الخطية الآتية:

$$\max z = -x_1 + 3x_2$$

subject to

$$3x_1 + x_2 \leq 3$$

$$x_1 + 2x_2 \geq 2$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

الحل:

نكتب الصياغة القياسية الموسعة، وهي كالآتي:

$$\max z = -x_1 + 3x_2 - MR$$

subject to

$$3x_1 + x_2 + x_3 = 3$$

$$x_1 + 2x_2 - x_4 + R = 2$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, R \geq 0$$

حل القاعدة الممكن هو:  $x_3 = 3, R = 2$

من القيد الثاني نجد  $R = 2 - x_1 - 2x_2 + x_4$  ، وبالتالي فان:

$$z = (-1 + M)x_1 + (3 + 2M)x_2 - Mx_4 - 2M$$

والجدول الأول لخوارزمية السمبلكس المعدلة هو:

الحل	$x_4$	$x_2$	$x_1$	القاعدة
$-2M$	$M$	$-3-2M$	$1-M$	$z$
3	0	1	3	$x_3$
2	-1	2	1	$R$

الجدول الأول لخوارزمية السمبلكس المعدلة

الحل	$x_4$	$R$	$x_1$	القاعدة
3	$-\frac{3}{2}$	$M + \frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$	$z$
2	2	$-\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}$	$x_3$
1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$x_2$

الجدول الثاني لخوارزمية السمبلكس المعدلة

الحل	$x_3$	$R$	$x_1$	القاعدة
9	3	$M$	10	$z$
4	2	-1	5	$x_4$
3	1	0	3	$x_2$

الجدول الثالث (الأمثل) لخوارزمية السمبلكس المعدلة

الحل الأمثل هو:  $x_1 = 0, x_2 = 3$  ، والقيمة المثلى هي:  $z = 9$  .

**تمرين 3:** استخدم خوارزمية السمبلكس المعدلة لحل مسألة البرمجة الخطية الآتية:

$$\max z = 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 4$$

subject to

$$x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 5$$

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 6$$

$$x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 7$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

**الحل:** (يتم الحل ضمن المحاضرة من قبل الطلاب)

نكتب الصياغة القياسية الموسعة، وهي كالآتي:

$$\max z = 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 4 - MR$$

subject to

$$x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 5$$

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_5 = 6$$

$$x_1 + x_2 + 2x_3 - x_6 + R = 7$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, R \geq 0$$

حل القاعدة الممكن هو:  $x_4 = 4, x_5 = 6, R = 7$

من القيد الثالث نجد  $R = 7 - x_1 - x_2 - 2x_3 + x_6$  ، وبالتالي فإن:

$z =$

والجدول الأول لخوارزمية السمبلكس المعدلة هو:

القاعدة	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_6$	الحل
$z$					
$x_4$	1	1	1	0	5
$x_5$	3	2	1	0	6
$R$	1	1	2	-1	7

الجدول الأول لخوارزمية السمبلكس المعدلة

القاعدة	$x_1$	$x_2$	$R$	$x_6$	الحل
$z$	■	■	■	■	■
$x_4$	■	■	■	■	■
$x_5$	■	■	■	■	■
$x_3$	■	■	■	■	■

الجدول الثاني لخوارزمية السمبلكس المعدلة

القاعدة	$x_5$	$x_2$	$R$	$x_6$	الحل
$z$	■	■	■	■	■
$x_4$	■	■	■	■	■
$x_1$	■	■	■	■	■
$x_3$	■	■	■	■	■

الجدول الثالث لخوارزمية السمبلكس المعدلة

القاعدة	$x_5$	$x_2$	$R$	$x_4$	الحل
$z$	■	■	■	■	$\frac{29}{2}$
$x_6$	■	■	■	■	$\frac{5}{2}$
$x_1$	■	■	■	■	$\frac{1}{2}$
$x_3$	■	■	■	■	$\frac{9}{2}$

الجدول الرابع (الأمثل) لخوارزمية السمبلكس المعدلة