✓ الفقرات الرئيسية المطلوبة بهذه المحاضرة

- **الحل البياني لمسألة البرمجة الخطية** ← **(المحاضرة 1)**
  - النموذج الرياضي لمسألة LP.
  - الصياغة النظامية لمسألة LP.
  - الحل البياني ومناقشة الحالات الخاصة.

- **بعض الأسئلة المهمة:**
  - اذكر مراحل دراسة بحوث العمليات. (Page 17)
  - تكلم عن تعريف المسألة من وجهة نظر بحوث العمليات. (Page 18)
  - اكتب الصياغة النظامية لقيود مسألة برمجة خطية من نوع Max (Page 24)
  - اكتب الصياغة النظامية لقيود مسألة برمجة خطية من نوع Min (Page 24)
  - هل شروط عدم السلبية محققة في الصياغة النظامية لمسألة برمجة خطية.
  - اذكر أهم العيوب في بناء النموذج والتي تؤدي لحل غير محدود. (Page 41)
  - هل الحل الأمثل (إن وجد) لمسألة البرمجة الخطية هو حتماً حل وحيد.
  -

○ تمارين تتعلق بالمحاضرة 1

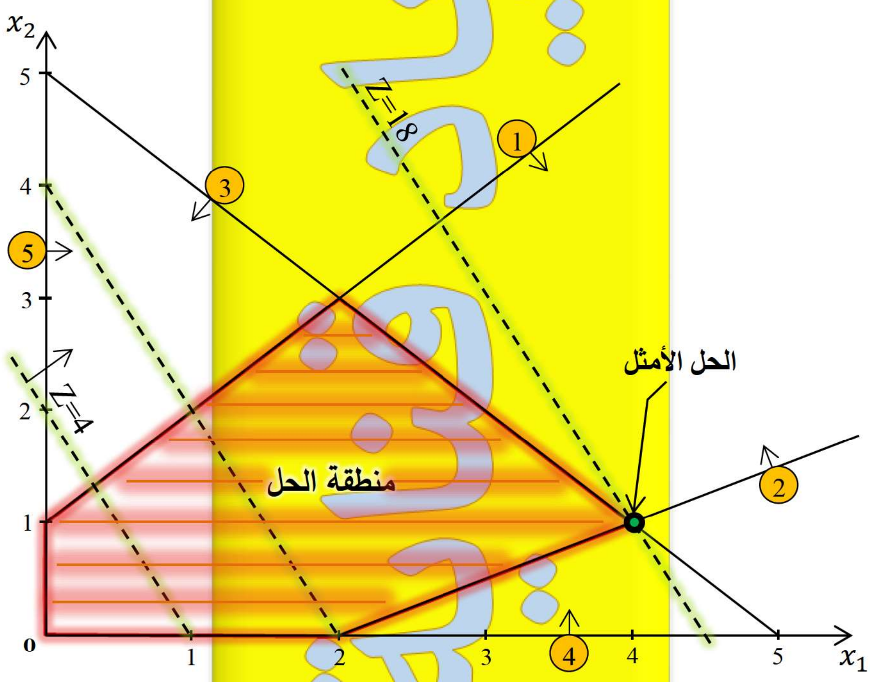
تمرين 1: حل بيانياً المسألة الآتية

$$\max \; Z = 4x_1 + 2x_2$$

$$\textit{subject to}$$

$$\begin{aligned} -x_1 + x_2 &\le 1 \\ x_1 - 2x_2 &\le 2 \\ x_1 + x_2 &\le 5 \\ x_1, x_2 &\ge 0 \end{aligned}$$

الحل:



وبالتالي فان النقطة $x^* = (4,1)$ هي الحل الأمثل وتكون القيمة المثلى $z^* = 18$.

تمرين 2: حل بيانياً المسألة الآتية

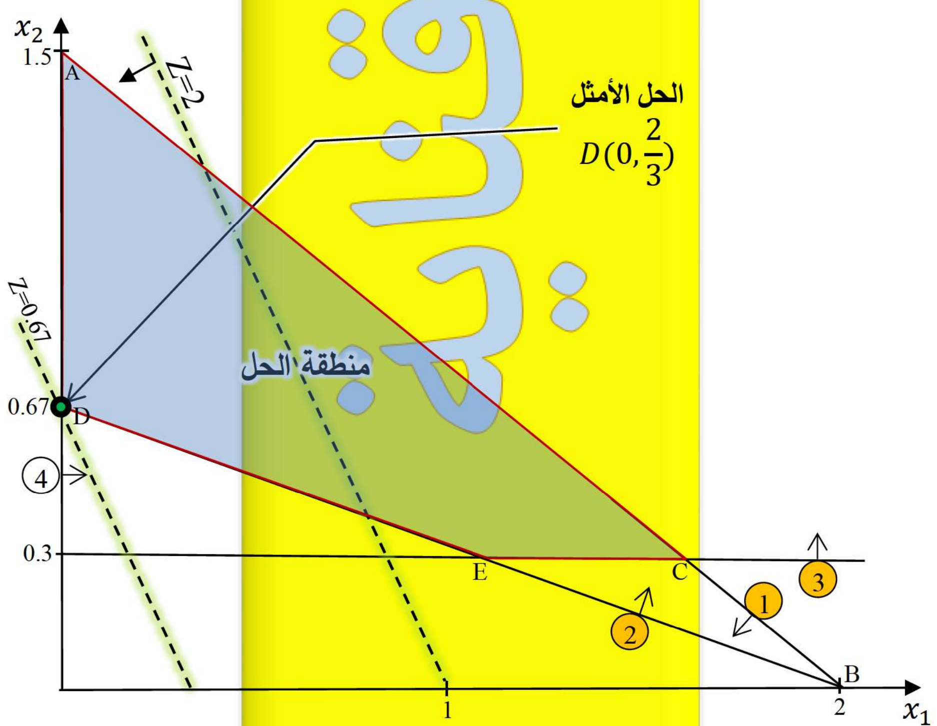
$$\begin{aligned}
&\min \quad Z = 2x_1 + x_2 \\
&\textit{subject to} \\
&\qquad 3x_1 + 4x_2 \le 6 \\
&\qquad x_1 + 3x_2 \ge 2 \\
&\qquad 10x_2 \ge 3 \\
&\qquad x_1 \ge 0
\end{aligned}$$

الحل:

ثم نرسم معادلة القيد الأول، $3x_1 + 4x_2 = 6$، مستقيم يمر بالنقطتين $A\,(0,1.5)\,,B\,(2,0)$، ونحدد على هذا المستقيم رقم القيد واتجاه المنطقة التي تحقق المتباينة $3x_1 + 4x_2 < 6$.

ثم نرســم المســتقيم الذي يحقق معادلة القيد الثاني، $x_1 + 3x_2 = 2$، وهو يمر بالنقطتين $D\,(0,\frac{2}{3})\,,B\,(2,0)$، ونحدد عليه رقم القيد واتجاه المنطقة التي تحقق المتباينة $x_1 + 3x_2 > 2$، ونتابع حتى يتم تحديد منطقة الحل.

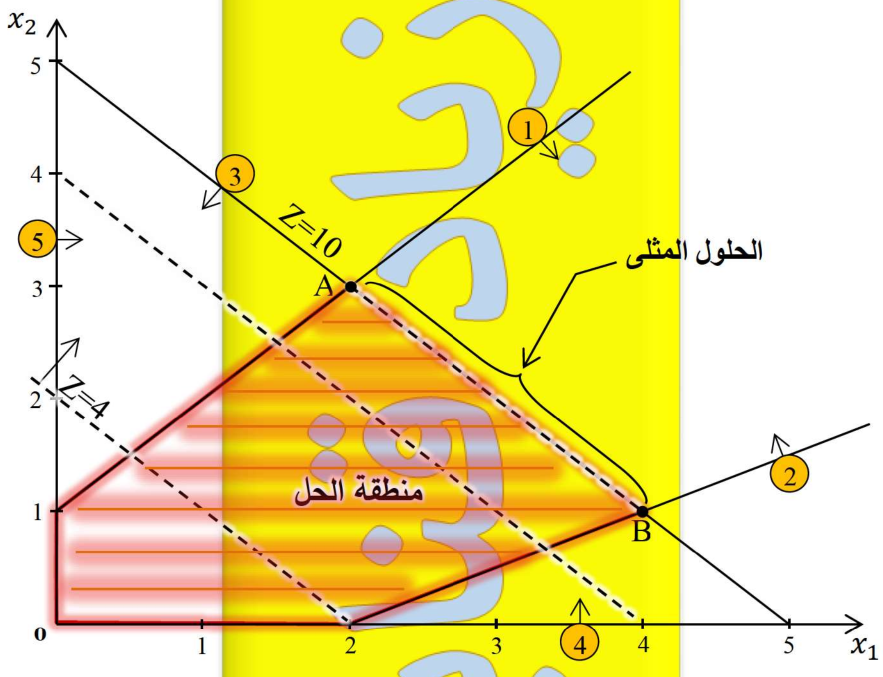
بعد تحديد منطقة الحل، نأخذ قيمة افتراضـية لدالة الهدف ولتكن $Z = 2$، ونرسـم مسـتقيم يمثل المعادلة $2x_1 + x_2 = 2$، وهي معادلة دالة الهدف عند القيمة الافتراضية، ثم نحدد على هذا المستقيم اتجاه تناقص قيمة Z وننقل تدريجياً هذا المستقيم بحيث يبقى موازياً لوضـعه عند القيمة الافتراضـية، ونلاحظ أن هذا المسـتقيم سـيصـل إلى حالة التماس مع منطقة الحل عند النقطة $D\,(0,\frac{2}{3})$ وبالتالي فان هذه النقطة هي الحل الأمثل وتكون القيمة المثلى $z^* = \frac{2}{3}$



تمرين 3: حل بيانياً المسألة الآتية

$$\begin{aligned} &\max \ Z = 2x_1 + 2x_2 \\ &\textit{subject to} \\ &\qquad -x_1 + x_2 \le 1 \\ &\qquad x_1 - 2x_2 \le 2 \\ &\qquad x_1 + x_2 \le 5 \\ &\qquad x_1, x_2 \ge 0 \end{aligned}$$

الحل:



نلاحظ أن دالة الهدف تمتلك نفس القيمة المثلى عند أكثر من نقطة حل، وتكون نقاط القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ هي الحلول المثلى البديلة وأما القيمة المثلى فهي $Z = 10$.

تمرين 4: حل بيانياً المسألة الآتية

$$
\begin{aligned}
&\max\ Z = 3x_1 + 4x_2 \\
&\textit{subject to} \\
&\qquad 5x_1 + x_2 \geq 5 \\
&\qquad 3x_1 + 2x_2 \geq 6 \\
&\qquad 2x_1 \leq 7 \\
&\qquad x_1, x_2 \geq 0
\end{aligned}
$$

الحل: (يتم الحل من قبل الطالب)

بعد الرسم نلاحظ أن منطقة الحل غير محدودة وذلك باتجاه تزايد دالة الهدف لذلك لدينا حل غير محدود.

ملاحظة:

تشير حالة حل غير محدود لعيوب في بناء النموذج، اذكر أهم تلك العيوب؟

تمرين 5: حل بيانياً المسألة الآتية

$$
\begin{aligned}
&\max\ Z = 2x_1 + 4x_2 \\
&\textit{subject to} \\
&\qquad 2x_1 + 3x_2 \leq 6 \\
&\qquad 5x_1 + 4x_2 \geq 20 \\
&\qquad x_1, x_2 \geq 0
\end{aligned}
$$

الحل: (يتم الحل من قبل الطالب)

بعد الرسم نلاحظ أن منطقة الحلول الممكنة خالية وبالتالي الحل غير ممكن.