

✓ **الفقرات الرئيسية المطلوبة بهذه المحاضرة**• **خوارزمية السمبلكس المعدلة**

- جدول خوارزمية السمبلكس المعدلة.
- خطوات الانتقال من جدول السمبلكس المعدلة إلى الجدول التالي.
- حل بعض التمارين.

• **مراجعة للمحاضرات السابقة**

- الإجابة على أسئلة الطلاب.
- طرح بعض الأسئلة على الطلاب، والتي تتعلق بالآتي (على سبيل المثال):

✓ مناقشة وحدانية الحل الأمثل أثناء استخدام خوارزمية السمبلكس.
(تترك الإجابة للطالب، ويُعطى فكرة مساعدة).

✓ اذكر القواعد التي يجب أن تتحقق في جداول السمبلكس.
(تمت الإجابة أثناء شرح المحاضرة السابقة).

✓ حل التمرين 3 (الموجود بنهاية المحاضرة السابقة) باستخدام خوارزمية السمبلكس ذات التقنية M. (تترك الإجابة للطالب ويجب على الطالب مناقشة النتيجة حتى لو لم يطلب ذلك صراحة).

• **تمهيد للمحاضرة اللاحقة**

- مقدمه عن المسألة المرافقة.

المرجع: بحوث العمليات - د. زياد قناية، منشورات جامعة تشرين - سوريا - 2015.

• خوارزمية السمبلكس المعدلة

نبدأ بالتذكير بجدول خوارزمية السمبلكس وهو كالآتي:

الحل	متحولات القاعدة ومتحولات غير القاعدة			القاعدة
...	Z
:	:	μ	λ	متحولات القاعدة
:	:	α	β	
:	:	:	:	

نفترض أن الجدول الحالي للسمبلكس غير أمثل، ولكتابة الجدول التالي نحدد العنصر المحوري وليكن α ثم يتم تحديد متحولات القاعدة الجديدة حيث يأخذ المتحول الداخل مكان المتحول الخارج، ونستخدم التحويلات الأولية المناسبة والتي تتوافق مع التعليمات الآتية:

- 1- تقسم عناصر السطر المحوري على العنصر المحوري α .
- 2- بقية عناصر العمود المحوري تكون أصفار.
- 3- بالنسبة للعناصر التي ليست في السطر المحوري أو العمود المحوري نطبق القاعدة التالية:

$$\bar{\lambda} = \frac{\alpha\lambda - \mu\beta}{\alpha} \Leftrightarrow \bar{\lambda} = \lambda - \frac{\mu\beta}{\alpha}$$

أما بالنسبة لجدول خوارزمية السمبلكس المعدلة فهو كالآتي:

الحل	متحولات غير القاعدة			القاعدة
...	Z
:	:	:	:	متحولات القاعدة
:	:	:	:	
:	:	:	:	

نفترض أن الجدول الحالي للسمبلكس المعدلة هو الجدول رقم (t) :

الحل	القاعدة
...	z
...	\vdots
...	\vdots
...	\vdots
...	x_k
...	\vdots

الجدول رقم (t) لخوارزمية السمبلكس المعدلة

ونفترض أن المتحول الداخل في الجدول رقم (t) هو x_p ، والمتحول الخارج هو x_k الذي يحقق قاعدة النسبة الأصغر، ويكون الجدول رقم $(t + 1)$ لخوارزمية السمبلكس المعدلة هو:

الحل	القاعدة
...	z
...	\vdots
...	\vdots
...	\vdots
...	x_p
...	\vdots

الجدول رقم $(t + 1)$ لخوارزمية السمبلكس المعدلة

ولكتابة الجدول رقم $(t + 1)$ لخوارزمية السمبلكس المعدلة نتبع التعليمات الآتية:

- 1- يتم التبادل بين المتحولين الداخل والخارج.
- 2- تستبدل قيمة العنصر المحوري α بالقيمة $\frac{1}{\alpha}$.
- 3- تقسم بقية عناصر السطر المحوري على العنصر المحوري α .
- 4- تقسم بقية عناصر العمود المحوري على $-\alpha$.
- 5- بالنسبة لبقيّة العناصر (وهي ليست في السطر المحوري أو العمود المحوري) نطبق القاعدة التالية:

$$\bar{\lambda} = \lambda - \frac{\mu\beta}{\alpha}$$

○ تمارين تتعلق بالمحاضرة 5

تمرين 1: استخدم خوارزمية السمبلكس المعدلة لحل مسألة البرمجة الخطية الآتية:

$$\max z = 4x_1 + 3x_2$$

subject to

$$2x_1 + x_2 \leq 10$$

$$5x_1 + 3x_2 \leq 26$$

$$x_1 + x_2 \leq 8$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

الحل: تكتب الصياغة القياسية كالآتي:

$$\max z = 4x_1 + 3x_2$$

subject to

$$2x_1 + x_2 + x_3 = 10$$

$$5x_1 + 3x_2 + x_4 = 26$$

$$x_1 + x_2 + x_5 = 8$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

حل القاعدة الممكن هو: $x_3 = 10, x_4 = 26, x_5 = 8$

والجدول الأول لخوارزمية السمبلكس المعدلة هو:

القاعدة	x_1	x_2	الحل
z	-4	-3	0
x_3	2	1	10
x_4	5	3	26
x_5	1	1	8

الجدول الأول لخوارزمية السمبلكس المعدلة

القاعدة	x_3	x_2	الحل
z	2	-1	20
x_1	0.5	0.5	5
x_4	-2.5	0.5	1
x_5	-0.5	0.5	3

الجدول الثاني لخوارزمية السمبلكس المعدلة

الحل	x_4	x_3	القاعدة
22	2	-3	z
4	-1	3	x_1
2	2	-5	x_2
2	-1	2	x_5

الجدول الثالث لخوارزمية السمبلكس المعدلة

الحل	x_4	x_5	القاعدة
25	0.5	1.5	z
1	0.5	-1.5	x_1
7	-0.5	2.5	x_2
1	-0.5	0.5	x_3

الجدول الرابع (الأمثل) لخوارزمية السمبلكس المعدلة

الحل الأمثل هو: $x_1 = 1, x_2 = 7, x_3 = 1$ ، والقيمة المثلى هي: $z = 25$.**تمرين 2:** استخدم خوارزمية السمبلكس المعدلة لحل مسألة البرمجة الخطية الآتية:

$$\max z = -x_1 + 3x_2$$

subject to

$$3x_1 + x_2 \leq 3$$

$$x_1 + 2x_2 \geq 2$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

الحل:

نكتب الصياغة القياسية الموسعة، وهي كالآتي:

$$\max z = -x_1 + 3x_2 - MR$$

subject to

$$3x_1 + x_2 + x_3 = 3$$

$$x_1 + 2x_2 - x_4 + R = 2$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, R \geq 0$$

حل القاعدة الممكن هو: $x_3 = 3, R = 2$

من القيد الثاني نجد $R = 2 - x_1 - 2x_2 + x_4$ ، وبالتالي فإن:

$$z = (-1 + M)x_1 + (3 + 2M)x_2 - Mx_4 - 2M$$

والجدول الأول لخوارزمية السمبلكس المعدلة هو:

الحل	x_4	x_2	x_1	القاعدة
$-2M$	M	$-3-2M$	$1-M$	z
3	0	1	3	x_3
2	-1	2	1	R

الجدول الأول لخوارزمية السمبلكس المعدلة

الحل	x_4	R	x_1	القاعدة
3	$-\frac{3}{2}$	$M + \frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$	z
2	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}$	x_3
1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	x_2

الجدول الثاني لخوارزمية السمبلكس المعدلة

الحل	x_3	R	x_1	القاعدة
9	3	M	10	z
4	2	-1	5	x_4
3	1	0	3	x_2

الجدول الثالث (الأمثل) لخوارزمية السمبلكس المعدلة

الحل الأمثل هو: $x_1 = 0, x_2 = 3$ ، والقيمة المثلى هي: $z = 9$.

تمرين 3: استخدم خوارزمية السمبلكس المعدلة لحل مسألة البرمجة الخطية الآتية:

$$\max z = 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 4$$

subject to

$$x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 5$$

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 6$$

$$x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 7$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

الحل: (يتم الحل ضمن المحاضرة من قبل الطلاب)

نكتب الصياغة القياسية الموسعة، وهي كالآتي:

$$\max z = 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 4 - MR$$

subject to

$$x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 5$$

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_5 = 6$$

$$x_1 + x_2 + 2x_3 - x_6 + R = 7$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, R \geq 0$$

حل القاعدة الممكن هو: $x_4 = 4, x_5 = 6, R = 7$

من القيد الثالث نجد $R = 7 - x_1 - x_2 - 2x_3 + x_6$ ، وبالتالي فإن:

$$z =$$

والجدول الأول لخوارزمية السمبلكس المعدلة هو:

الحل	x_6	x_3	x_2	x_1	القاعدة
					z
5	0	1	2	1	x_4
6	0	1	2	3	x_5
7	-1	2	1	1	R

الجدول الأول لخوارزمية السمبلكس المعدلة

القاعدة	x_1	x_2	R	x_6	الحل
z	■	■	■	■	■
x_4	■	■	■	■	■
x_5	■	■	■	■	■
x_3	■	■	■	■	■

الجدول الثاني لخوارزمية السمبلكس المعدلة

القاعدة	x_5	x_2	R	x_6	الحل
z	■	■	■	■	■
x_4	■	■	■	■	■
x_1	■	■	■	■	■
x_3	■	■	■	■	■

الجدول الثالث لخوارزمية السمبلكس المعدلة

القاعدة	x_5	x_2	R	x_4	الحل
z	■	■	■	■	$\frac{29}{2}$
x_6	■	■	■	■	$\frac{5}{2}$
x_1	■	■	■	■	$\frac{1}{2}$
x_3	■	■	■	■	$\frac{9}{2}$

الجدول الرابع (الأمثل) لخوارزمية السمبلكس المعدلة