

همگامی نوسانگرهای نوع یک بر روی شبکه‌های جهت دار غیرمدور

ابوالفضل ضیایی مهر^۱، مینا زارعی^۱

^۱ دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان

*Email : a.ziaacemehr@iasbs.ac.ir

چکیده

نورون‌ها با توجه به نحوه ی پاسخشان به اختلالات به دو نوع یک و دو تقسیم می‌شوند. تحقیقات نشان داده‌اند که در شبکه‌های بدون جهت، نورون‌های نوع دو بهتر از نورون‌های نوع یک همگام می‌شوند. همان‌طور که می‌دانیم ساختار شبکه در همگامی نوسانگرهای جفت شده اثر گذار است. از آنجایی که شبکه‌های عصبی در واقع جهت دار هستند، در این مقاله به بررسی اثر ساختار شبکه‌های جهت دار در همگامی نوسانگرهای نوع یک می‌پردازیم. نتایج حاصل از شبیه سازی نوسانگرهای جفت شده ی فازی نشان می‌دهد که حلقه‌های بازخورد مانعی برای همگامی این نوع از نوسانگرها هستند. بنابراین در شبکه‌ها جهت دار غیرمدور نوسانگرهای نوع یک بهتر همگام می‌شوند. همچنین این افزایش همگامی در شبکه‌هایی با ساختار غیر همگن بیشتر دیده می‌شود. نتایج این مطالعه می‌تواند در بررسی همگامی نورون‌های دستگاه عصبی مورد استفاده قرار گیرد.

واژه‌های کلیدی: همگامی، شبکه جهت دار، شبکه عصبی، نوسانگر نوع یک و دو

مقدمه

هدف اصلی در نظریه ی پیچیدگی درک رفتار جمعی حاصل در شبکه‌هایی بزرگ از سیستم‌های دینامیکی برهمکنش کننده است. همگامی شبکه نوسانگرهای جفت شده، نمونه‌ای برای فهم این رفتار جمعی شناخته می‌شود. مثال‌های مختلفی از همگامی در طبیعت وجود دارد، مانند نورافشانی کرم‌های شب تاب، سلول‌های ضربان قلب و فعالیت نورون‌های مغز [۱]. در همگامی شبکه‌های پیچیده هر دو عامل دینامیک و ساختار تأثیر گذارند. نوسانگرهای فازی که نمونه ساده شده‌ای از دینامیک پیچیده سلول‌های عصبی اند بر حسب رفتارشان در برابر اختلال وارده به دو دسته تقسیم می‌شوند. نوع اول که همیشه با جلو انداختن فاز به اختلال پاسخ می‌دهد و نوع دوم که بسته به زمان اعمال اختلال می‌تواند فاز خود را جلو یا عقب بیاورد. در واقع مغز شبکه‌ای پیچیده از نورون‌های نوع یک و دو است. به عنوان مثال، اکثر نورون‌های گنگلیون ماریچی در بخش شنوایی دینامیک نوع یک دارند [۲]. همچنین گزارش شده است که در سیستم عصبی مرکزی استیل کولین با تأثیر بر دینامیک نورون‌ها می‌تواند باعث تغییر آن‌ها از نوع دو به یک شود. با توجه به این موارد مبنی بر وجود نورون‌های نوع یک و گزارشات قبلی که نورون‌های نوع یک به سختی همگام شوند [۳]، در این مقاله به دنبال یافتن ساختاری هستیم که نوسانگرهای نوع یک بتوانند بر روی آن به خوبی همگام شوند. نشان می‌دهیم که شبکه‌ای که در آن حلقه‌های بازخورد از بین رفته باشند می‌تواند کاندید بسیار خوبی برای این منظور باشد.

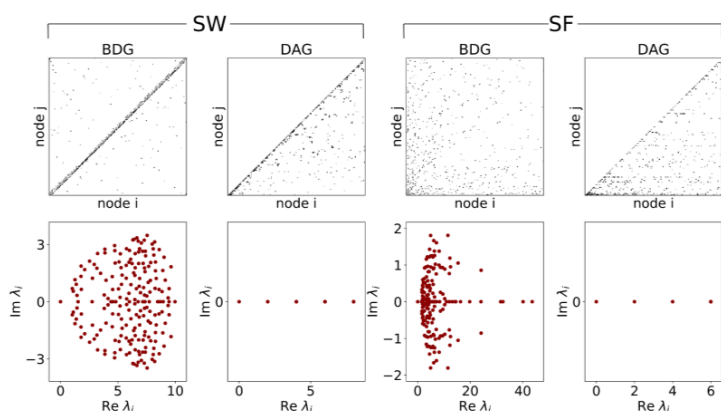
روش‌های محاسباتی

مدل دینامیکی

برای بررسی دینامیک همگامی در شبکه‌ای از نوسانگرهای فازی، تعمیمی از مدل کوراموتو را در نظر می‌گیریم که در آن تحول فاز نوسانگرهای نوع یک و دو به صورت زیر داده می‌شود:

$$\dot{\theta} = \omega_i + \frac{K}{N} \sum_{j=1}^N a_{ij} \left[u \sin(\theta_j - \theta_i) + \frac{(1-u)}{2} (1 - \cos(\theta_j - \theta_i)) \right]$$

در اینجا θ_i فاز نوسانگر i ام است. همچنین وقتی گره‌های i و j به هم متصل باشند، $a_{ij} = 1$ است و در غیر این صورت $a_{ij} = 0$. K نیز ثابت جفت شدگی است. در این معادله $u = 0$ متناظر با نوسانگر نوع یک و $u = 1$ نوسانگر نوع دو است. برای تعیین میزان همگامی از پارامتر نظم مدل کروماتو $r(t) = \left| \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N e^{-i\theta_j(t)} \right|$ استفاده می‌کنیم. پارامتر نظم در حالت پایا را هم با R نشان می‌دهیم. پارامتر نظم عددی بین صفر (ناهمگامی) و یک (همگامی کامل) دارد. فاز اولیه نوسانگرها به صورت یکنواخت تصادفی بین $[-\pi, \pi]$ و فرکانس اولیه یکسان در نظر گرفته می‌شود.



شکل ۱. ویژگی‌های شبکه‌های جهت دار و بدون جهت. (ردیف بالا) ماتریس‌های مجاورت (ردیف پایین) ویژه مقادیر ماتریس لاپلاسی ($L = D_{in} - A$).

شبکه اتصالی

برای شبکه اتصالی ماتریس‌های بی‌مقیاس^۱ (SF) و جهان کوچک^۲ (SW) با ۲۰۰ گره در نظر می‌گیریم و آن‌ها را با حفظ اسکلت بندی شبکه به صورت شبکه جهت دار غیرمدور (DAG) و شبکه جهت دار بالانس (BDG) جهت دار می‌کنیم [۴]. شبکه DAG دارای حلقه‌های پیش‌خورد^۳ (FF) و شبکه BDG دارای حلقه‌های بازخورد^۴ (FB) زیادی است. شبکه‌ای که با نماد U نشان داده می‌شود در واقع اسکلت جهت دار نشده شبکه‌های مورد استفاده است. شکل (۱) ویژگی‌های شبکه‌های اتصالی مورد استفاده را نشان می‌دهد. در واقع شکل ماتریس مجاورت و توزیع ویژه مقادیر ماتریس لاپلاسی، صحت نوع جهت دار بودن شبکه‌ها را نشان می‌دهد. شبکه DAG دارای ماتریس مجاورت پایین (یا بالا) مثالی است و ویژه مقادیر ماتریس لاپلاسی آن حقیقی است. در مقابل ماتریس لاپلاسی شبکه BDG دارای ویژه مقادیر مختلط است.

¹ Scale free

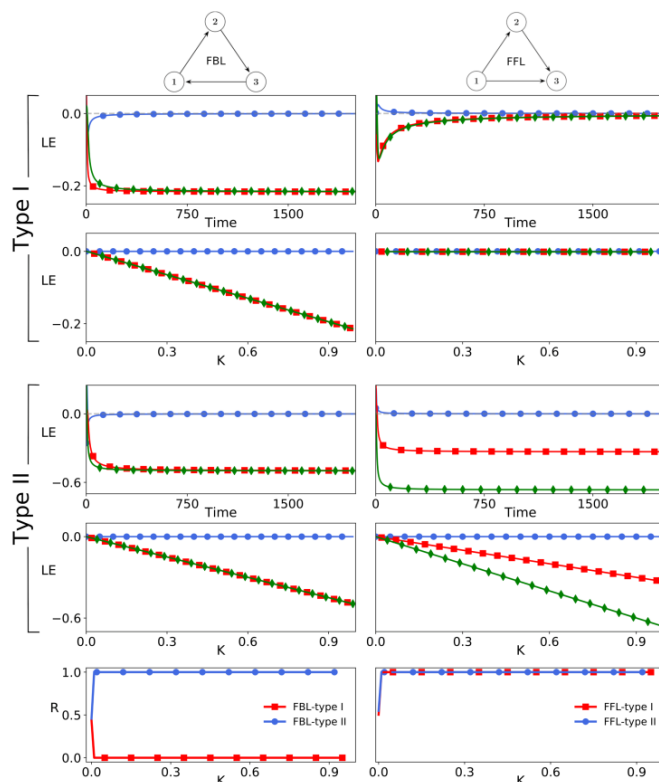
² Small world

³ Feed forward

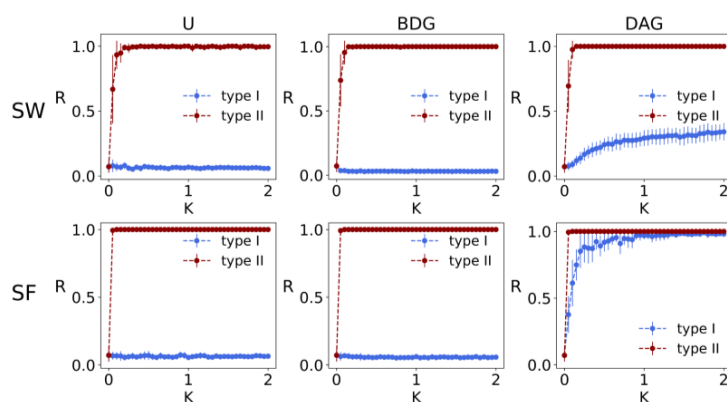
⁴ Feed back

نتایج

موتیف‌ها^۵ به عنوان واحدهای سازنده‌ی شبکه‌های پیچیده شناخته می‌شوند. حلقه‌های بازخورد و پیش‌خورد از موتیف‌های مهم در شبکه‌های جهت‌داراند. در **شکل ۲** همگامی نوسانگرهای فازی نوع یک و دو با استفاده از پارامتر نظم و نمای لیاپانوف [5]، بر روی حلقه‌های پیش‌خورد و بازخورد که از سه نوسانگر تشکیل شده‌اند بررسی



شکل ۲. طیف نماهای لیپاتوف (LE) بر حسب زمان و قدرت جفت شدگی و همچنین پارامتر نظم نوسانگرهای کروماتو نوع یک و دو بر بروی حلقه‌های پیش خورد و باز خورد.



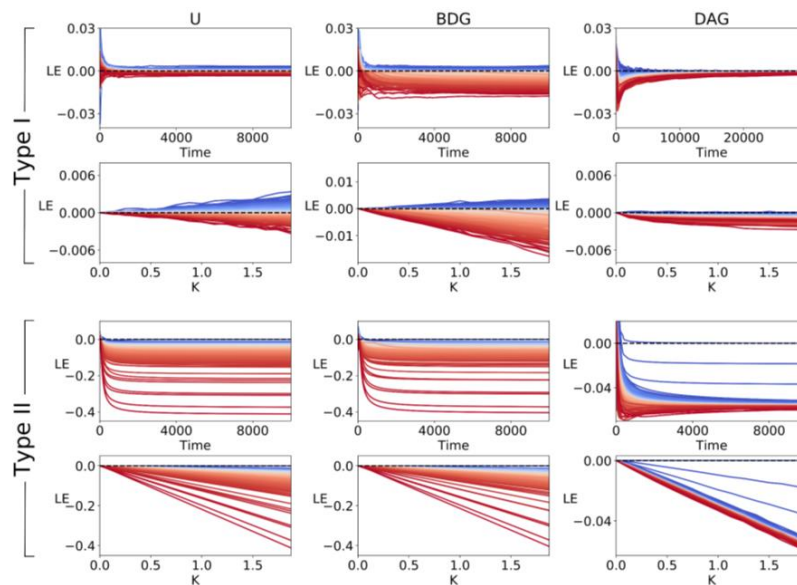
شکل ۳. متوسط زمانی پارامتر نظم
نوسانگرهای نوع یک و دو بر روی
شبکه‌های جهان کوچک و بی مقیاس با
تعداد ۲۰۰ گره و فرکانس اولیه یکسان.

می‌شود. همان‌طور که مشخص است نوسانگرهای نوع دو بر روی هر دو نوع حلقه همگام می‌شوند در حالی که نوسانگرهای نوع یک بر روی حلقه بازخورد ناهمگام اند ولی بر روی حلقه پیش‌خورد همگام می‌شوند. نکته جالب

از طیف نماهای لیپانوف این است که تمام نماها برای نوسانگر نوع یک بر روی حلقه پیش‌خورد صفر می‌شود. در **شکل (۳)** این نتیجه را بر روی شبکه‌های جهت دار حاوی ۲۰۰ گره بررسی می‌کنیم. با توجه به نتایج، نوسانگرهای نوع یک می‌توانند به خوبی بر روی شبکه‌های بی‌مقیاس بدون حلقه بازخورد (DAG) و تا حدودی بر روی شبکه جهان کوچک معادل همگام شوند. **شکل (۴)** طیف نماهای لیپانوف برای شبکه‌های جهت دار و بدون جهت را بر حسب زمان و قدرت جفت شدگی نشان می‌دهد. همان طور که مشخص است، طیف نماها برای نوسانگرهای نوع ۱ روی شبکه BDG و بدون جهت دارای مقادیر مثبت است که به ناپایداری در همگامی منجر می‌شود. در حالی که بر روی شبکه DAG تمام نماها صفر می‌شود. همچنین برای نوسانگرهای نوع ۲ طیف نماها هیچ گاه مثبت نیست که بیانگر پایداری همگامی در شبکه‌ای از نوسانگرهای نوع دو است.

نتیجه‌گیری

هدف این گزارش بررسی اثر ساختار بر روی همگامی نوسانگرهای نوع یک و دو و یافتن ساختاری که نوسانگرهای نوع یک بتوانند به خوبی بر روی آن همگام شوند بود. مشاهده کردیم حذف حلقه‌های بازخور به بهبود همگامی در شبکه‌هایی همگن از نوسانگرهای نوع یک کمک می‌کند. این افزایش همگامی در شبکه‌هایی که گره‌های فراگیر دارند (SF) بیشتر خواهد بود. در واقع در این شبکه‌ها شارش اطلاعات از گره‌های پریال یا فراگیر شروع می‌شود.



شکل ۴. طیف نماهای لیپانوف نوسانگرهای فازی نوع یک و دو بر حسب زمان و قدرت جفت شدگی بر روی شبکه بی‌مقیاس با ۲۰۰ گره.

مرجع‌ها

- [1] Glass, L. and Mackey, M.C., 1988. From clocks to chaos: The rhythms of life. *Princeton University Press*.
- [2] Reid, M.A., Flores-Otero, J. and Davis, R.L., 2004. Firing patterns of type II spiral ganglion neurons in vitro. *Journal of Neuroscience*, **24**(3), pp.733-742.
- [3] Ermentrout, B., 1996. Type I membranes, phase resetting curves, and synchrony. *Neural computation*, **8**(5), pp.979-1001.
- [4] Sheshbolouki, A., Zarei, M. and Sarbazi-Azad, H., 2015. Are feedback loops destructive to synchronization. *EPL (Europhysics Letters)*, **111**(4), p.40010.
- [5] Wolf, A., Swift, J.B., Swinney, H.L. and Vastano, J.A., 1985. Determining Lyapunov exponents from a time series. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, **16**(3), pp.285-317.