
TP2 – INTÉGRATION NUMÉRIQUE

On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{1+x}$ sur l'intervalle $[0, 1]$.

Le but de ce TP est de calculer la valeur de $I = \int_0^1 f(x)dx$ en utilisant différentes méthodes d'intégration numérique et de comparer les résultats obtenus.

Toutes les fonctions sont à programmer dans un fichier `integrale.py`.

Fonctions auxiliaires

- 1) Ecrire une fonction `f` correspondant à la fonction définie ci-dessus.
- 2) Ecrire une fonction `rectg` qui prend en entrée deux réels a, b , une fonction g ainsi qu'un entier naturel $n \geq 2$ et qui retourne la valeur approchée de $\int_a^b g(x)dx$ en utilisant la formule des rectangles à gauche avec un pas valant $h = (b - a)/n$.
- 3) Même question : création d'une fonction `rectd` avec la formule des rectangles à droite.
- 4) Même question : création d'une fonction `milieu` avec la formule du point milieu.
- 5) Même question : création d'une fonction `trapeze` avec la formule des trapèzes.
- 6) Même question : création d'une fonction `simpson` avec la formule de Simpson.

Calcul approché d'intégrale

- 7) Quelle est la valeur exacte de I ?
- 8) On note I_n une valeur approchée de I avec un pas valant $h = 1/n$. Compléter le programme `integrale.py` pour qu'il détermine le plus petit entier naturel n tel que l'erreur entre I et I_n calculée par la formule des rectangles à gauche soit inférieure à 10^{-5} .
- 9) Même question avec la formule des rectangles à droite.
- 10) Même question avec la formule du point milieu.
- 11) Même question avec la formule des trapèzes.
- 12) Même question avec la formule de Simpson. Comparer ces résultats.

Etude graphique de l'erreur

- 13) Compléter le fichier `integrale.py` pour tracer sur la figure 1, l'erreur commise par le calcul approché avec la formule des rectangles gauche en fonction de n pour n allant de 1000 à 25000 par pas de 100.
- 14) Même question sur la figure 2 avec la formule des trapèzes et sur la figure 3 avec la formule de Simpson.
- 15) Compléter le programme `integrale.py` pour tracer sur la figure 4, le logarithme de l'erreur commise par le calcul approché avec la formule des rectangles gauche en fonction de $-\ln(n)$ pour n allant de 1000 à 25000 par pas de 100.
- 16) Même question sur la figure 5 avec la formule des trapèzes.
- 17) Même question sur la figure 6 avec la formule de Simpson.
- 18) Conclure.