Ringkasan

Bab 1 : Pengenalan Vektor

Kita tambahkan vektor v + w, kalikan dengan angka c dan d untuk dapat cv dan dw. Mengkombinasikan 2 operasi tersebut memberikan kombinasi linier cv + dw

Kombinasi linier

$$cv + dw = c\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix} + d\begin{bmatrix}2\\3\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}c + 2d\\c + 3d\end{bmatrix}$$

Contoh : $v + w = \begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}2\\3\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}3\\4\end{bmatrix}$ adalah kombinasional dengan $c = d = 1$

Vektor dan Kombinasi Linier

1. $3v + 5w$ adalah sebuah kombinasi linier $cv + dw$
2. untuk $v = \begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}$ dan $w \begin{bmatrix}2\\3\end{bmatrix}$ kombinasinya $3\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix} + 5\begin{bmatrix}2\\3\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}13\\18\end{bmatrix}$
3. Vektor $\begin{bmatrix}2\\3\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}2\\0\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\3\end{bmatrix}$ $x = 2$, $y = 3$
4. kombinasi $c\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix} + d\begin{bmatrix}2\\3\end{bmatrix}$ mengisi seluruh xy
5. Kombinasi $c\begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix} + d\begin{bmatrix}2\\3\\4\end{bmatrix}$ mengisi ruang dalam zona xyz

No.

Date

1.2 Panjang dan Dot Produk

1. Dot Produk dari $v = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ dan $w = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}$ adalah
   $v \cdot w = (1)(4) + (2)(5) = 4 + 10 = 14$
2. $V = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ dan $w = \begin{bmatrix} 4 \\ -4 \\ 4 \end{bmatrix}$ adalah tegak lurus karena

   $v \cdot w$ adalah 0
   $(1)(4) + (3)(-4) + (2)(4) = 0$

3. Panjang vektor $v = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ adalah $v.v = 1^2 + 3^2 + 2^2 = 14$

   Maka panjang $\|v\| = \sqrt{14}$

4. $v = \dfrac{v}{\|v\|} = \dfrac{v}{\sqrt{14}} = \dfrac{1}{\sqrt{14}} \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ punya panjang $\|v\| = 1$

   $\dfrac{1}{14} + \dfrac{9}{14} + \dfrac{4}{14} = 1$

5. Sudut θ antara v dan w punya $\cos\theta = \dfrac{v \cdot w}{\|v\|\|w\|}$
6. Sudut antara $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ dan $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ adalah $\cos\theta = \dfrac{1}{(1)(\sqrt{2})}$

   maka $\theta = 45°$

7. Semua sudut $|\cos\theta| < 1$. Semua vektor $|v.w| < \|v\|\|w\|$

No.

Date

Dot Produk dari $v = (v_1, v_2)$ dan $w = (w_1, w_2)$
adalah $v \cdot w$

$$\boxed{v \cdot w = v_1 w_1 + v_2 w_2}$$

Contoh $v = (4, 2)$ dan $w = (-1, 2)$ punya 0 dot produk

$$\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} = -4 + 4 = 0$$

maka kedua vektor ini adalah tegak lurus

$$\boxed{v \cdot w = w \cdot v}$$

Panjang $\|v\|$ dari sebuah vektor v adalah akar kuadrat $v \cdot v$

$$\text{Panjang} = \|v\| = \sqrt{v \cdot v} = (v_1^2 + \dots + v_n^2)^{1/2}$$

Unit vektor $i = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ dan $j = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ dan $u = \begin{bmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{bmatrix}$

Dot Produk $v \cdot w$ adalah 0, ketika v dan w tegak lurus

Rumus Cosinus $\dfrac{v \cdot w}{\|v\|\|w\|} = \cos\theta$
(Jika v dan w bukan 0)

No.

Date

1.3 Matriks

1\. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$ adalah 3 2 matrix : $m = 3$ baris dan $n = 2$ kolom

2\. $A_x = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ adalah kombinasi dari kolom $A x = x_1$

$\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix} + x_2 \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}$

3\. 3 komponen A_x adalah dot produks dari 3 baris dengan A vektor x : baris sekaligus

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.7 + 2.8 \\ 3.7 + 4.8 \\ 5.7 + 6.8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 23 \\ 53 \\ 83 \end{bmatrix}$$

4\. Persamaan matriks $A_x = b$

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$$

menggantikan $2x_1 + 5x_2 = b_1$

$3x_1 + 7x_2 = b_2$

5\. Solusi $A_x = b$ dapat ditulis $x = A^{-1}b$, tapi beberapa matriks tidak memperbolehkan A^{-1}

Scanned with CamScanner