Formulario

domenica 17 settembre 2017 14:05

PRODOTTI NOTEVOLI

- $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$
- $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2 b + 3ab^2 \pm b^3$
- $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$
- $a^3 \pm b^3 = (a \pm b) \cdot (a^2 \mp ab + b^2)$
- $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$
- $(a+b+c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3a^2(b+c) + 3b^2(a+c) + 3c^2(a+b) + 6abc$

SVILUPPI DI TAYLOR

- $e^x = \frac{x^n}{n!} + o(x^n)$
- $\log(1+x) = (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} + o(x^n)$
- $\sin x = (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + o(x^{2n+2})$
- $\cos x = (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + o(x^{2n+1})$
- $\tan x = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2}{15} x^5 + o(x^6)$
- $\arctan x = (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1} + o(x^{2n+2})$
- $(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + \frac{\alpha(\alpha-1)x^2}{2} + \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)x^3}{3!} +$

Taylor in x_0

$$P_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!} \cdot (x-x_0)^k$$

$$f(x) = P_n(x) + o((x-x_0)^n)$$

Resto di Peano

Taylor in $x_0 = 0$ (MacLaurin)

$$f(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + o(x^n)$$

LIMITI NOTEVOLI

- $\lim_{x \to 0} \frac{\log_a(1+x)}{x} = \frac{1}{\ln a}$
- $\lim_{x \to 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a$
- $\lim_{x \to 0} \frac{1-\cos x}{x} = \frac{1}{2}$
- $\lim_{x \to 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$
- $\lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$
- $\lim_{x \to 0} \frac{\arcsin x}{x} = 1$
- $\lim_{x \to \infty} \left(1 + \frac{k}{x}\right)^x = e^k$
- $\lim_{x \to 0} (1+kx)^x = e^k$
- $\lim \quad \tan x \quad 1$

- $\lim_{x \to 0} \frac{(1+x)^c - 1}{x} = c$ • $\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ $\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

GONIOMETRIA

- $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
- $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

Relazioni fondamentali

- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cos\beta \pm \sin\beta \cos\alpha$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cos\beta \mp \sin\alpha \cos\beta$
- $\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha \tan\beta}$

$+, -$

- $\sin(2\alpha) = 2 \sin\alpha \cos\alpha$
- $\cos(2\alpha) = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$
- $\tan(2\alpha) = \frac{2\tan\alpha}{1 - \tan^2\alpha}$

Duplicazione

Differenziali

Eq. LIN. PRIM. ORDINE

- $y' = ay + b \Rightarrow y(x) = e^{A(x)} \cdot \left(\int b(x) e^{-A(x)} dx + c\right)$

OMOGENEA

- $y'' + ay' + by = 0 \rightarrow$
  $\lambda^2 + a\lambda + b = 0$

$$\begin{cases} 1) \; \lambda_1 \neq \lambda_2 \Rightarrow y(x) = C_1 e^{\lambda_1 x} + C_2 e^{\lambda_2 x} \\ 2) \; \lambda_1 = \lambda_2 \Rightarrow y(x) = C_1 e^{\lambda x} + x C_2 e^{\lambda x} \\ 3) \; \lambda_{1,2} = \alpha \pm i\beta \Rightarrow y(x) = C_1 e^{\alpha x} \cos(\beta x) + C_2 e^{\alpha x} \sin(\beta x) \end{cases}$$

- $y'' + ay' + by = f(x) \Rightarrow y(x) = y_0 + \bar{y}$

METODO DI SOMIGLIANZA

$$\boxed{f(x) = e^{\alpha x}\left[p(x)\cos(\beta x) + q(x)\sin(\beta x)\right]}$$

↳ Metodo di somiglianza, per trovare una soluzione particolare si identificano i valori di α, β, $p(x)$, $q(x)$ in $f(x)$

$$\boxed{\bar{y}(x) = x^m e^{\alpha x}\left[r(x)\cos(\beta x) + s(x)\sin(\beta x)\right]}$$ soluzione

- r, s sono polinomi e $\text{grado}(r) = \text{grado}(s) = \max\{\text{grado}(p), \text{grado}(q)\}$
- m è la molteplicità di $\alpha + i\beta$ come radice del polinomio caratteristico. Se $\alpha + i\beta$ non è radice allora $m = 0$

PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE

Se eq. è nella forma $ay'' + by' + c = f_1(x) + f_2(x)$ la sua soluzione è data da: $y = \bar{y}_1 + \bar{y}_2 + y_0$

INTEGRALI FRATTI

$$\boxed{\int \frac{N(x)}{D(x)}\,dx}$$

$g(A(x))$: "grado di $A(x)$"

- $\boxed{g(N(x)) > g(D(x))}$ $\Longrightarrow$ <u>Divisione fra polinomi</u> $\left(\frac{A}{B} \,\middle|\, A = Q\cdot B + R\right)$

$$\boxed{\int \frac{N(x)}{D(x)}\,dx} = \int \frac{\cancel{D(x)}\cdot Q(x)}{\cancel{D(x)}}\,dx + \int \frac{R(x)}{D(x)}\,dx$$

- $\boxed{g(N) < g(D)}$
  - $\boxed{g(D) = 1}$ $\quad \boxed{\int \frac{k}{ax+b}\,dx} \xrightarrow{\text{immediato}} \int \frac{f'(x)}{f(x)}\,dx = \ln|f(x)| + c$
  - $\boxed{g(D) = 2}$ $\quad \boxed{\int \frac{mx+n}{ax^2+bx+c}\,dx}$
    - $\Delta > 0 \Longrightarrow \frac{mx+n}{ax^2+bx+c} = \frac{mx+n}{(x-x_1)(x-x_2)} = \frac{A}{(x-x_1)} + \frac{B}{(x-x_2)}$

      m.c.m $\rightsquigarrow \frac{Ax - Ax_2 + Bx - Bx_1}{(x-x_1)}$ $\begin{cases} A? \\ B? \end{cases}$ ...
    - $\Delta = 0 \Longrightarrow$ ⓐ $\int \frac{n}{(px+q)^2}\,dx \overset{\text{immediato}}{\rightsquigarrow} \int n\,(px+q)^{-2}\,dx$

      ⓑ $\int \frac{mx+n}{ax^2+bx+c}\,dx = \frac{A}{px+q} + \frac{B}{(px+q)^2} = \frac{\sim}{(px+q)^2}$

      $\begin{cases} A? \\ B? \end{cases}$ ..
    - $\Delta < 0$ $\quad ax^2+bx+c$ <u>irriducibile</u>
      - ⓐ <u>Completamento del quadrato</u>

        $\int \frac{1}{(x+m)^2+k^2}\,dx = \frac{1}{k}\arctan\frac{x+m}{k}$
      - ⓑ Separa $\int$ in due $\int$
      - ⓒ $t_i = D$[denominatore]. Funzione sempre ma può

essere lunga

$\boxed{g(D) > 2}$ scomposizione in fattori del denominatore

Integrali

- $\frac{d}{dx}\int_{a(x)}^{b(x)} f(t)\,dt = f(b(x))\cdot b'(x) - f(a(x))\cdot a'(x)$

x Parti : $Fg - \int F g' dx$