IPOPT

$$\min f(x)$$
 $s.t. \quad g(x) \leq 0$

引入对数障碍物函数: $h(x) = -\log(-g(x))$

特点:光滑函数,具有连续的一阶和二阶导数。

原问题变为无约束形式,目标函数为

$$F(x, \mu) = f(x) + \mu h(x) = f(x) - \mu \log(-g(x))$$

通过减小 $\mu \to 0$ 逼近原问题的最优解。

牛顿法:

一阶导数:

$$abla F(x_k,\mu_k) =
abla f(x_k) + \mu_k rac{
abla g(x_k)}{-g(x_k)}$$

二阶导数:

$$abla^2 F(x_k,\mu_k) =
abla^2 f(x_k) + \mu_k
abla (rac{
abla g(x_k)}{-g(x_k)})$$

计算更新方向:

$$d_k = -rac{
abla F(x_k,\mu_k)}{
abla^2 F(x_k,\mu_k)}$$

更新方式(α_k 为更新步长):

$$x_{k+1} = x_k + lpha_k d_k \ \mu_{k+1} =
ho \mu_k \ 0 <
ho < 1$$

直到收敛 $\mu_k * h(x_k) < \epsilon$ 。

牛顿法更新方向:

当最小化目标函数f(x)时,对f(x)在 x_k 处进行二阶Taylor展开。

$$f(x) = f(x_k) +
abla f(x_k)^T (x-x_k) + rac{1}{2}(x-x_k)^T
abla^2 f(x_k)(x-x_k)$$

令f(x)导数为0,

$$egin{aligned}
abla_x f(x) &=
abla f(x_k) +
abla^2 f(x_k)(x-x_k) = 0 \ x-x_k &= -rac{
abla f(x_k)}{
abla^2 f(x_k)} \ x_{k+1} &= x_k - rac{
abla f(x_k)}{
abla^2 f(x_k)} \end{aligned}$$