



南開大學  
Nankai University

# Foreign Competition and Innovation

---

Elhanan Helpman (Nov. 2023 published on NBER)



汇报人：王梓淳（南开大学经济学院，2023年12月）



- 伦敦学派领军人物Lionel Robbins曾在其代表作《经济科学的性质和意义》中如此评价实证研究与规范分析的关系：

“… …这绝非偶然。只有那些牢牢把握分析原理，知道从实际研究工作中能正当期望得到什么东西和不能正当期望得到什么东西的人，才能卓有成效地进行这种工作（实证研究工作）。”

- 计量经济学大牛Charles F. Manski在其1994年发表的著作《社会科学中的识别问题》中更是陈述了一个生动的比喻，以表明卓越的实证研究来源于高质量的理论研究：

“假如你正在观察一个人和镜子里他影像的同步运动。镜中的影像究竟是引起了抑或只是反映了人的运动呢？除非你对光学或是人类行为的知识有所了解，否则你是无法作出判断的。”

- 故而可以认为，欣赏经济学大牛Elhanan Helpman在2023年11月发布于NBER的最新理论工作，不仅可以了解到理论前沿，让我们在理论层面上进行拓展研究，而且提供了我们观察现实问题的新框架，能够让我们更有针对性地展开实证研究。因此，无论是从事应用经济学还是理论经济学研究，这都是有所裨益的。

# 目录

CONTENTS

原文第1部分：  
绪论



原文2-3部分：  
模型设定与瞬时均衡



原文4-5部分：  
福利分析与动态分析



原文第6部分  
结论



我们能够展开哪些理论和实证工作？





Part **1**

# 绪论



**摘要：**实证研究表明，来自国外企业的竞争强度可能促进也可能抑制本国企业创新。为了考察两者的关系，本文考虑了这样一个市场结构：（1）少量大型、生产多种产品的寡头企业与许多小型、生产单一产品的企业在同一个产业内竞争；（2）单产品企业存活期间短、多产品企业永久生存，并且大型企业会投资研发以拓展其产品广度；（3）所有的企业都出口。本文表明，外国企业竞争强度的增加可能增加也可能降低大型多产品企业创新的努力。此外，创新动机的改变情况在不同生产率水平的寡头中是不同的。最终，部门总创新可能增加也可能降低，这取决于寡头企业的生产率分布。本文还表明，短期运营利润的变动与投资研发动机的变动可能是不一致的。

**关键字：**trade, innovation, firm dynamics, product span

**#小王：**简单来说，本文研究了国外的出口商技术进步（生产率提高）对本国寡头厂商创新的影响。



上世纪90年代，当时接受了新内生增长理论的学者针对国际贸易对创新和经济增长的影响展开了广泛的研究[1]。其中颇为有趣的是人们发现了贸易对增长促进或抑制的多种作用机制。在关于产品多样性的基本模型中，由于知识存量降低了知识成本并且随着研发的累计投资而不断增加，人们发现只要知识能够在各国之间自由流动，贸易就可以促进增长。相反，如果一些国家不进行知识分享，那么一些国家的福利水平未必下降，他们的经济增速会有所放缓（Grossman & Helpman, 1991a）。

一方面，贸易可以通过需求效应（包括市场扩张）来促进创新和经济增长。也就是说，向外国买家出售产品能够提高研发租金，导致人们更加投资研发[2]。另一方面，由于外国企业得以接触本国市场（business stealing effect[3]），贸易又会通过供给效应来抑制创新。在偏好常替代弹性的情况下，需求效应和供给效应大小相等，净效应为0。但是，只要知识是跨国自由流动的，那么贸易还可以通过知识积累促进创新和经济增长（Grossman & Helpman, 1991a）。因此，最终贸易是可以促进创新和加快经济增长的。

[1]小王：内生增长理论产生于上世纪80年代中期，此处指的应该是Romer.P、Grossman.G、Helpman.E和Krugman.R.P等人，受新贸易理论启发，将内生创新模式扩张到国际商品、资本和知识流动中，强调贸易政策（通过作用于技术投资结构）对世界经济长期增长的影响，以及知识外溢、干中学所带来的对发达国家、发展中国家的影响。

[2]对于贸易通过市场规模效应对创新的积极作用,Shu & Steinwender (2019)提供了实证证据。

[3]小王：When a firm does more R&D and reduces its cost, it generates a business stealing effect by reducing the profit of other firms.



Bloom et al. (2016)利用企业级数据研究了2001年中国“入世”及其后续出口扩张对欧洲企业的影响。他们发现这促进了欧洲企业的创新以及对新技术的采用，并进一步增加了生产率增长速率。那些与中国进口更相关的企业往往向欧洲专利局申报了更多的专利、增加了研发、提高了管理质量、提高了IT密度并提高了其生产率。中国的冲击也导致了资源从低生产率企业向高生产率企业的重新配置，并进而提高了部门的生产率。简而言之，无论是企业内还是企业间的效应都带来了技术进步。[4]

Autor et al. (2020)研究了中国进口竞争对美国企业的影响，发现这减少了美国企业的全球销量、投入购买、研发支出和专利申请。换言之，这减少了美国的创新水平。[5]

# 看到这里，大家可能没看明白啥意思，因此我找了这两篇分别发表在RES和AER上的文献原文。

[4]小王：这里的企业内效应，是指促进了企业内的技术进步；企业间效应，指的是促进了资源的企业间流动（文中是劳动力从低效率到高效率企业）。

[5]小王：注意，这里的“中国进口竞争”意思是：美国从中国进口商品，从而带来的竞争。





为什么美国和欧洲的实证结果不同？为了回答这个问题，Autor et al. (2020)引用了最初由Aghion et al. (2005)提出的竞争和创新的倒U型关系。与上述“创新由新进入者带来”不同，Aghion et al. (2005)讨论的创新是由现有企业 (incumbent firms) 带来的——这意味着创新的激励机制从未来租金变成了现有企业未来租金与现有租金的差值[6]。尽管更激烈的竞争会损害未来收益（并进而减少了创新动力），但它同样会通过business-stealing effect减少当前的租金，而后者则会激励创新，因此净效应取决于未来租金和现有租金的差值是否上升[7]。竞争可能会增加创新所带来的增量利润，尤其是在竞争对手势均力敌 (neck-and-neck competition) 的部门中，处于类似技术水平的企业会努力摆脱竞争。相比之下，在生产率高度分散的部门，创新主要由落后的企业所进行。此时更强的竞争对当前租金影响甚微，但会降低落后企业的创新后租金，从而削弱了企业创新的动力。[8]

[6]小王：（1）租金的含义：“A general term for payment in excess of \*opportunity cost. Rent can be created by monopoly power, by legislation, or by \*network externalities. （2）理解：对于已经在市场中的企业而言，是否进行创新取决于我创新能不能带来更大的收益，也就是我创新后的租金是否会大于我维持现状的租金，因此影响其创新的因素是“**现有企业未来租金与现有租金的差异**”。对于没有进入市场的企业而言，现有租金为0。因此，我们说如果考虑的是已经在市场中的企业，而非进入市场的企业，那么“**这一修改将创新的激励机制从未来租金变成了现有企业未来租金与现有租金的差异**”。（这一理解可以在Aghion et al. (2005)的文章中得到印证）。

[7]小王：根据Aghion et al. (2005)的原文：由于企业创新前租金的降低程度可能大于创新后租金的降低程度，因此更多的竞争可能会促进创新和企业成长；换句话说，竞争增大了创新的增量利润，从而鼓励了研发投入以摆脱竞争 (escaping competition)。





[8]小王：说到这里，大家可能还是不能直观理解，所谓“倒U型”，怎么个U法。为此，我们特别看下Aghion et al. (2005)如何讨论了这个问题。

### (1) 指标

- 创新的衡量方法：产业内企业专利数量的加权平均值。权重是专利被引次数，这捕捉了专利价值的异质性（the heterogenous value of patents）。
- 竞争程度的衡量：Lerner Index（也称price cost margin, 由Nickell(1996)提出）。首先计算每个企业的Lerner Index, 然后平均化。

The price cost margin we use is measured by operating profits net of depreciation, provisions and an estimated financial cost of capital<sup>7</sup> divided by sales,

$$li_{it} = \frac{\text{operating profit} - \text{financial cost}}{\text{sales}}.$$

Our competition measure is the average of this across firms within the industry,

$$(1) \quad c_{jt} = 1 - \frac{1}{N_{jt}} \sum_{i \in j} li_{it},$$

where  $i$  indexes firms,  $j$  indexes industry,  $t$  indexes time, and  $N_{jt}$  is the number of firms in industry  $j$  in year  $t$ . A value of 1 indicates perfect competition (price equals marginal cost) while values below 1 indicate some degree of market power. In computing this index, we use the entire sample of Stock Market Listed firms in each industry, not only those in the patenting subsample.

### (2) 数据拟合。

- 定义一个Hazard Rate,  $n$ 。Hazard Rate指在给定时间内某事件发生的概率。记 $c$ 为竞争程度指标，记 $g(\cdot)$ 为一个未知的函数。假定创新服从泊松分布，满足 $E(p|c)$ 。

$$n = e^{g(c)}, E(p|c) = e^{g(c)}$$

- 为了削弱其他因素的影响，更新为：

$$E[p_{jt}|c_{jt}, x_{jt}] = e^{\{g(c_{jt}) + x'_{jt}\beta\}},$$

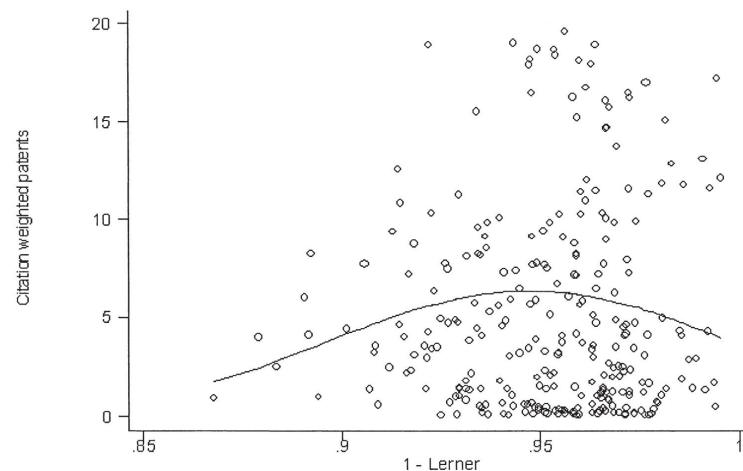


FIGURE I  
Scatter Plot of Innovation on Competition

▲对数据的二次拟合

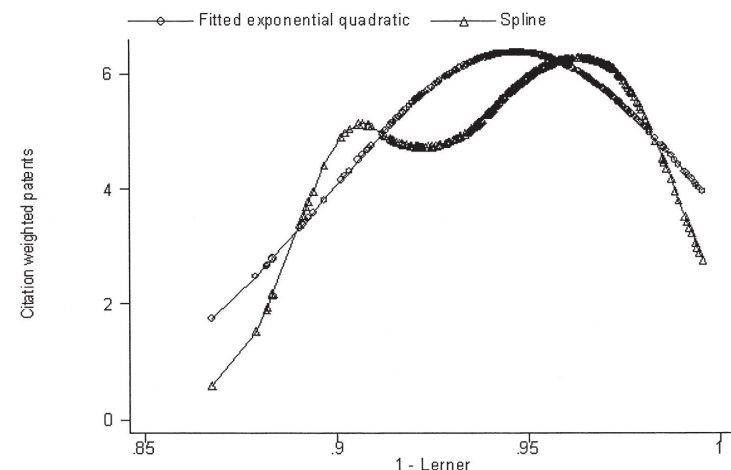


FIGURE II  
Innovation and Competition: Exponential Quadratic and the Semiparametric Specifications with Year and Industry Effects

▲半参回归二次曲线&非参插补拟合



Autor et al. (2020)认为这个理论可以解释美国和欧洲的相反实证结果，因为美国企业的生产率更加分散[9]。

Aghion et al. (2022a)从企业层面检验了出口冲击对法国企业创新的影响[10]，并发现了不一致的结果。一个正向的出口冲击会提高所有企业的销量和劳动力雇佣，但只会提高高生产率企业的专利申请水平（这个效果具有一定的滞后性），对低生产率企业的专利申请水平影响甚微[11]。为了解释这一现象，他们提出了一个模型，模型表明由于市场规模效应（market size effect），正向的出口冲击鼓励了所有现有企业的创新。但是这一冲击同样会鼓励新的企业进入市场，从而在出口市场中与现有企业竞争，并进而阻碍创新。在模型中，后面这种阻碍创新的效应主要是针对生产率低的已有企业而言的。在评估外贸冲击对法国国内创新的影响时，企业的异质性因素需要被着重考虑。[12]

[9]Akcigit and Melitz (2022)提供了在Business Stealing和Escape Competition情况下，关于贸易和创新的综述。

[10]小王：更准确地说，Aghion et al. (2022a)的工作是研究企业面临的出口市场的需求情况是如何影响该企业的创新决策的，为此，作者设置了一个外生的企业级别的出口市场需求冲击。

[11]小王：全文都没有说positive export shock是如何界定的，我猜测是指扩大了出口。

[12]小王&helpman：在一篇相关论文中，Aghion et al. (2022b)中国冲击对法国企业的影响。这篇文章将企业针对中国冲击作出的调整拆分为两个部分：第一个部分是产出冲击（output shock），这会影响到销售商品的企业，这些企业的商品会与类似的、从中国进口的商品竞争（简称output market）；第二个部分是投入供给冲击（input supply shock），受影响企业的投入品具有与从中国进口品相似的特质（简称input market）。他们发现在output market与中国企业竞争的企业存在一个正向的效应；在input market与中国企业竞争的企业存在一个负向的效应。前者主要集中在低生产率企业。同时，产出冲击和投入供给冲击在行业水平上具有高度相关，因此最终总效应（overall effect）其实很小。



作者在本文中提出了一个联系外国竞争和本国多产品异质性寡头企业创新之间的作用机制，这些寡头企业被认为是长期存在的（long-lived）并且与短期存在的小的单一产品企业竞争。这些小企业来自国内外，并且参与的是垄断竞争，它们限制了寡头的权力；这些小企业的流动率非常高，它们会快速针对市场情况作出进入和退出决策。和Klette and Kortum（2004）一样，大的、长期存在的、多产品企业能够投资研发，从而提高产品广度（product spans）[13]。

为什么考虑这种市场结构？因为它反映了美国经济的显著特征。来自 Hottman et al. (2016)的数据支持了这样一个观点，即大型多产品企业需要同小型单产品企业竞争。此外，Cao et al. (2022)报告表明，在2014年95%的美国企业只有一个机构（single establishment，也就是没有子公司），并且他们和Kehrig and Vincent（2019）报告表明这些大企业的增长主要是通过extensive margin[14]。最后，Bernard et al.（2007）发现大型多产品企业在美国出口上具有压倒性的份额。

[13]小王&Helpman：【相关文献】Shimomura and Thisse (2012)单一产品企业的垄断竞争边缘（competitive fringe）和寡头大企业在静态封闭经济中的交互关系，而Parenti (2018)则考虑开放经济下的这种关系。Impullitti and Licandro (2017)考虑了一个具有两个对称国家和连续部门的世界，在一个部门（生产线）内存在寡头竞争和成本降低导向型创新。他们表明在这个框架下，从贸易自由化中获得的动态财富积累是很大的。

补充一个知识点：处于competitive fringe（竞争边缘）的是一些小企业，它们在一个不完全竞争的行业与一个或少量主导性（dominant）企业共存。在竞争边缘的企业没有市场力量，因此它们只能接受给定的市场价格。Dominant Firm拥有市场力量，当它们设定价格时候会考虑处于竞争边缘的那些企业的行为。

[14]小王：extensive margin，含义活动水平发生离散变化时所带来的边际；intensive margin，含义为现有活动在发生变化时带来的影响，比如将每周工作时间从40小时增加到41小时是在密集边际上的变化。我认为这里的意思就是说企业通过设立新机构、进入新市场、拓展业务范围等方式来实现增长。





为了研究外国竞争对本国企业创新的影响，本文考虑了一个两国两部门模型。一个部门在规模报酬不变的技术下使用劳动力作为投入要素生产同质产品。另一个部门雇佣劳动来生产各种不同的产品。在外国，不同产品由短期生存的单产品企业生产，在母国，短期生存的单一产品企业和长期生存的多产品寡头共同生产产品。大寡头会投资研发以增加产品线，进而增加商品种类。

使用这个模型，本文研究了国外的出口商技术进步（生产率提高）对本国寡头厂商创新的影响。这种技术变革与中国的崛起及其对外国市场的扩张有关。此外，我们讨论的“中国冲击”的影响可能比中国加入WTO还大，因为中国生产率的快速提升要比它“入世”早很多。Brandt et al. (2022)分解了中国人均实际产出的增长，估计得到总生产率（total productivity）的增加在1980-1989年间每年贡献了大概3.2个百分点，在1990-1999年间每年贡献了2.9个百分点，在2000-2009年间每年贡献了3.1个百分点[15]。在开始的两个阶段，全要素生产率的增加(以growth accounting计算[16])能够解释大约一半的人均实际产出的增长率，而在第三个阶段，则解释了大约三分之一。资本深化（capital deepening）在这三个时期也扮演了非常重要的角色，尽管第一个时期中其贡献小于TFP。非常清晰的是，中国生产率的提高是其给英美企业带来竞争压力的关键因素[17]。

[15]小王：这个total productivity就是全要素生产率，我怀疑是作者笔误，也可能就这么用的。我需要解释下，就是Brandt et al. (2022)将人均实际产出的增长拆分了三个部分：Human capital per worker, Physical capital per worker, TFP。

[16]小王：Growth accounting is a quantitative tool used to break down how specific factors contribute to economic growth. Robert M. Solow在1957年最早提出：

The growth accounting equation is as follows:

$$\begin{aligned} \text{GDP Growth} = & \text{Capital Growth} * (\text{Weight of Capital Contribution}) + \\ & \text{Labor Growth} * (\text{Weight of Labor Contribution}) + \text{Technological} \\ & \text{Progress} \end{aligned}$$

[17]小王：这里的资本深化就是[15]提到的，人均人力资本和物质资本的积累，大家脑海中参考一下solow model，因为这个衡量方式是solow提出来的。



本文的主要发现是外国竞争的加强可能会鼓励或阻碍国内创新，而且其影响可能在不同生产率水平的企业有所不同。高生产率的本国企业可能会相应地增加研发，而低生产率企业则会相应减少研发，或者反之。企业如何反应，取决于相关的需求水平和寡头在国内外的市场份额。

从这个分析中得出的一个有趣观点是，短期营业利润的变动方向并不一定能够表明该公司创新盈利能力的变动方向。这种关系在不同生产率水平的企业间会有所不同。

接下来我们将分别介绍以下内容：模型的基本设定、瞬时均衡（在每一个时点的均衡）、瞬时均衡中的利润、大企业的优化控制问题及其动态特征、外国竞争对创新的影响。



Part **2**

推导

王梓淳，南开大学经济学院2020级经管法班。（2023年12月）

由于模型具体部分涉及大量推导，我都推了下，整理之后我改成了用Latex编辑以提高效率。这部分内容的展示，这可以把握作者隐藏在背后的假定并进而在最后部分讨论我们还能做哪些研究。这部分内容很长，我简单说过去，细节部分大家可以对比原文看我的推导（这相比直接读原文可以节省很多时间）。

## I. 模型设定

### 1. 我们先来讨论一些基本的设定。

- 2个国家，即母国H和外国F。
- 每个国家2个部门。
  - (1) 一个部门生产可交易的同质商品，每个国家都是1个工人生产1个该同质产品。这个商品没有交易成本，充当了基准货币（numeraire）。对同质商品的需求足够高以至于可以确保它在两个国家得到生产。同质商品的价格为1，这也是所有国家的工资率。
  - (2) 另一个部门生产可交易的各种不同商品，存在技术和交易成本。<sup>1</sup>
- 1种要素投入：劳动。劳动力市场完全竞争。
- 每个国家都有连续、同质的个体，质量为1。<sup>2</sup>

### 2. 接下来讨论个体效用函数和个体效用最大化问题。

每个个体拥有效用函数如下：

$$(1) \quad u = x_0 + \frac{\epsilon}{\epsilon - 1} X^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}}$$

其中 $x_0$ 是消费者对同质商品的消费量， $X$ 是对多种类产品的实际消费指数。 $X$ 是每个品种的常替代弹性加和（CES aggregator），其价格指数满足：

$$(2) \quad P = \left[ \int_{\omega \in \Omega} p(\omega)^{1-\sigma} d\omega \right]^{\frac{1}{1-\sigma}}, \sigma > \epsilon$$

where  $\Omega$  is the set of available brands,  $\sigma$  is the elasticity of substitution between them, and  $p(\omega)$  is the price of variety  $\omega$ .

虽然作者在文中没有写出来，但此时我们已经具备了倒推 $X$ 形式的能力<sup>3</sup>：

$$(3) \quad X = \left[ \int_{\omega \in \Omega} x(\omega)^{1-\frac{1}{\sigma}} d\omega \right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}, \sigma > \epsilon$$

<sup>1</sup>我们很容易将分析一般化为多个生产不同产品的部门，或者一般化为拥有不同生产率的内生产品部门。后者会导致在两个国家出现不同的工资率。

<sup>2</sup>小王：这个就是一个技术性的处理，没有实际含义。原文：Every country is populated by a continuum of identical individuals of mass one.这里的mass one应该只是强调同质性，我不知道有没有其他的用途。

<sup>3</sup>这不是说我们先有价格然后有了 $X$ 的形式，只是作者没有告诉我们 $X$ 的形式，我们根据价格的指数内容来还原 $X$ 的内容。推导的过程可以见我放在文件夹中的文件“CES性质证明”



国家J的个体最大化其效用，面临约束：

$$(4) \quad x_0 + P_J X = l + y_J$$

J只有两个取值：F, H。  $y_J$  表示非工资收入。上面这式子中，左边是支出，右边是收入。我们可以求出<sup>4</sup>：  $X_J = P_J^{-\epsilon}$ 。只要消费者同时购买同质商品和多样化产品，这个式子就会成立<sup>5</sup>。

对商品 $\omega$ 的需求独立于额外收入 $y_J$ ，等于：

$$(5) \quad x_J(\omega) = P_J^\delta p_J(\omega)^{-\sigma}, \delta = \sigma - \epsilon, J = H, F.$$

6

### 3. 考察国家F企业的行为

国家F只能用单一产品公司生产各类异质性产品，而这些公司只存活很短的时间。

- 为了进入行业，一个单产品企业不得不花费 $f_F$ 单位的劳动力，这个投资将带来一个独特的产品品牌（种类）。
- 进入之后，企业需要 $a_F$ 单位的劳动来生产1单位的产品。这些企业的产品同时在国内和国家H生产。

企业存在可变出口成本<sup>7</sup>，记为冰山成本，标记为 $\tau > 1$ 。<sup>8</sup>进入行业后，单产品企业 $\omega$ 会选择价格 $p_{F,F}(\omega)$ 和 $p_{F,H}(\omega)$ 来最大化营业利润：

$$(6) \quad \pi_F := P_F^\delta p_{F,F}(\omega)^{-\sigma} [p_{F,F}(\omega) - a_F] + P_H^\delta p_{F,H}(\omega)^{-\sigma} [p_{F,H}(\omega) - \tau a_F]$$

大家注意看， $a_F$ 和 $\tau$ 相乘了，也就是两种成本以这个关系被处理了。另外，上面我们提到了企业进入行业必须花费一定的劳动力成本投入来获取独特商品，这个是沉没成本，不是营业成本，因此没有考虑进来。

生产单一、异质产品的企业可以定价，它们会在边际上定价。因此我们将利润对 $p_{F,F}, p_{F,H}$ 求偏导即可。同时需要注意到求偏导的过程中，对于单一产品企业，本文是将价格指数视为给定的。我们得到：

$$(7) \quad p_{F,F}(\omega) = p_F := \frac{\sigma}{\sigma - 1} a_F, p_{F,H}(\omega) = \tau p_F, \text{ for all } \omega.$$

<sup>4</sup>推导思路很简单，针对效用函数 $u$ 和约束求拉格朗日函数，分别对 $X$ 和 $x_0$ 求偏导，即得证。

<sup>5</sup>也就是不存在边角解。

<sup>6</sup>这个式子的证明：我们省略下标J，我们接下来运算都是针对某一个国家的。构建拉格朗日方程：

$$\mathcal{L} = u + \lambda \left[ \int_{\omega \in \Omega} p(\omega) x(\omega) d\omega + x_0 - I \right]$$

$$\partial \mathcal{L} / \partial x_0 = 1 + \lambda = 0 \Rightarrow \lambda = -1$$

$$\partial \mathcal{L} / \partial x(\omega) = X^{-\frac{1}{\epsilon} + \frac{1}{\sigma}} \cdot x(\omega)^{-1/\sigma} + \lambda p(\omega) = 0 \Rightarrow x(\omega) = X^{-\frac{\sigma}{\epsilon} - 1} \cdot P(\omega)^{-\sigma} = P^\delta p(\omega)^{-\sigma}, \delta := \sigma - \epsilon$$

<sup>7</sup>我觉得是对应了可变成本那个概念

<sup>8</sup>此处的冰山成本应该延续了Paul Samuelson的定义，即成本与距离成线性关系，如同移动冰山一样，产品在航运过程中会融化掉一部分。

我们记F国生产单一产品的这些异质性企业的数量为 $n_H$ 。

#### 4. 考察国家H企业的行为。

国家H在差异产品部门有两类企业：（1）短期存在的生产单一产品的企业；（2）永久存在的大型、生产多种产品的企业。每个大企业都有数量为正的生产线，数量记为 $n_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, I$ 。

所有国家H的单产品企业都共享相同的技术，这需要 $f_H$ 单位劳动力来进入市场，需要 $a_H$ 单位劳动力以实现1单位产出。这些企业同时为本国服务和外国F服务。

进入之后，单产品企业 $\omega$ 选择价格 $p_{H,F}(\omega)$ 和价格 $p_{H,H}(\omega)$ 来最大化其营业利润。营业利润为：

$$(8) \quad \pi_H := P_F^\delta p_{H,F}(\omega)^{-\sigma} [p_{H,F}(\omega) - \tau a_H] + P_H^\delta p_{H,H}(\omega)^{-\sigma} [p_{H,H}(\omega) - a_H]$$

参考（6）（7）式，我们可以得到：

$$(9) \quad p_{H,H}(\omega) = p_H := \frac{\sigma}{\sigma - 1} a_H, p_{H,F}(\omega) = \tau p_H, \text{ for all } \omega.$$

我们记 $n_H$ 为国家H的单产品企业数量。

在每一个时点，企业都面临一个两阶段博弈，博弈中我们认为产品线广度 $\{n_i\}_{i=1}^I$ 已经给定。在第一个阶段，单产品企业进入，数量分别为 $n_F$ 和 $n_H$ 。假定在每个时点都有 $\{n_F, n_H\} > 0$ 。在第二阶段，所有企业展开Bertrand价格博弈<sup>9</sup>。

对于大型多产品企业，它们不会将价格指数视为给定。大企业会意识到自己价格和价格指数的关系。由于企业内产品的对称性<sup>10</sup>，一个多产品企业会这样看待价格指数<sup>11</sup>：

$$(10) \quad P_F = (n_F p_F^{1-\sigma} + n_H \tau^{1-\sigma} p_H^{1-\sigma} + \sum_{i=1}^I n_i p_{F,i}^{1-\sigma})^{\frac{1}{1-\sigma}}$$

$$(11) \quad P_H = (n_F \tau^{1-\sigma} p_F^{1-\sigma} + n_H p_H^{1-\sigma} + \sum_{i=1}^I n_i p_{H,i}^{1-\sigma})^{\frac{1}{1-\sigma}}$$

其实也就是把原来的积分式子具体化了。这个式子我需要做一个解释，以（9）为例，第一个是外国F单产品企业在国外F的销售价格（注意，从上面可以发现所有单产品企业的本国销售价格是相同的）、第二个是本国H单产品企业在国外F的销售价格，第三项是H国寡头大企业在F国的销售价格。注意，只有H国（也就是本国）有寡头大企业，因此（10）的第三个其实是H国在本国H国的销

<sup>9</sup>回顾一下Bertrand price game，常见版本是两寡头竞争，同时决策，决策变量为产品价格。均衡求解方式就是把厂商利润函数写出来，此时需求方面需要考虑其他厂商，因此引入了其他价格。自己的函数对自己价格求偏导为0，从而得到反应函数。各厂商反应函数的线性联立解即均衡点。

<sup>10</sup>我也不知道什么意思

<sup>11</sup>回顾一下公式：

$$P = [\int_{\omega \in \Omega} p(\omega)^{1-\sigma} d\omega]^{\frac{1}{1-\sigma}}, \sigma > \epsilon$$

售价格。本国各寡头的企业价格是不一样的。

这个两阶段博弈的子博弈完美均衡构成了瞬时均衡。

## II. 瞬时均衡

### 1. 第二阶段

和我们在课本中学到的一样，求解两阶段博弈的子博弈完美均衡可以采用逆向求解。我们首先从第二阶段开始，此时 $\{n_F, n_H\}$ 已经被决定了，也就是小企业的进入-退出决策已经做出了（这就是为什么说它们是短期存在的，寡头企业就不需要做这个决策）。第二阶段时候，所有企业都需要进行价格设定，并且将其他企业的价格认为是给定的（类似于Bertrand Price Game）。

此时，大企业 $i$ 最大化其利润<sup>12</sup>：

$$(12) \quad \max_{p_{H,i}, p_{F,i}} n_i P_H^\delta p_{H,i}^{-\sigma} (p_{H,i} - a_i) + n_i P_F^\delta p_{F,i}^{-\sigma} (p_{F,i} - \tau a_i)$$

此时需要注意的是不再将价格指数视为给定的，因此求微分时候需要代入（9）（10）两个式子。同样是利润对自己的价格求偏导（以及线性联立），我们可以得到：

$$(13) \quad p_{J,i} = \frac{\sigma - \delta s_{J,i}}{\sigma - \delta s_{J,i} - 1} \tau_J a_i, \quad \tau_H := 1, \tau_F := \tau, J = F, H.$$

其中 $s_{J,i}$ 是企业 $i$ 在国家 $J$ 的市场份额，公式为：

$$(14) \quad s_{J,i} = \frac{n_i p_{J,i}^{1-\sigma}}{P_J^{1-\sigma}}, \quad J = F, H.$$

国家 $J$ 的Markup factor，即 $\frac{\sigma - \delta s_{J,i}}{\sigma - \delta s_{J,i} - 1}$ 随着市场份额 $s_{J,i}$ 的增大而递增，并因此比单产品企业的markup factor  $\left(\frac{\sigma}{\sigma-1}\right)$ 更大<sup>13</sup>。

方程（12）（13）给出了在给定大企业生产线广度 $\{n_i\}_{i=1}^I$ 时候的市场价格，以及价格指数 $P_F$ 和 $P_H$ 。

**引理1** 令 $\beta_{J,i} = \frac{\delta s_{J,i}}{(\sigma - \delta s_{J,i} - 1)(\sigma - \delta s_{J,i})} > 0$ ，则 $p_{J,i}(n_i, P_J)$ 相对于其两个参数的弹性分别为 $\frac{\beta_{J,i}}{1 + (\sigma - 1)\beta_{J,i}}$ 和 $\frac{(\sigma - 1)\beta_{J,i}}{1 + (\sigma - 1)\beta_{J,i}}$ ； $s_{J,i}(n_i, P_J)$ 对其参数的弹性分别为 $\frac{1}{1 + (\sigma - 1)\beta_{J,i}}$ 和 $\frac{\sigma - 1}{1 + (\sigma - 1)\beta_{J,i}}$ 。

这个证明非常简单，只需要将（13）和 $\delta$ 代入到（12），然后左右求对数 $\ln$ ，接着求全微分，得到百分比关系（参考高级宏观经济学中solow model求增长率），然后就可以得证。

<sup>12</sup>牢记，只有H国有大企业

<sup>13</sup>什么意思呢？单产品企业的markup factor其实就是 $\sigma s_{J,i}$ 取0时候的值，在增函数中，它自然是最小的值。当然，也可以这样证明，即直接作差比较，看 $\frac{\sigma - \delta s_{J,i}}{\sigma - \delta s_{J,i} - 1} - \frac{\sigma}{\sigma - 1} > 0$ 是否成立，可以发现这个式子等价于 $\delta s_{J,i} > 0$ 。

我们根据价格函数就可以写出企业*i*在国*J*的利润了。注意，我们说的是大企业。只有大企业才会用下标 $\{J, i\}$ ，我们之前讨论小企业，都是在符号后面加个 $\omega$ ，比如 $p_{H,F}(\omega)$ ，这是处理上的细节。大企业*i*的利润（也就是12式）可以写成：

$$(15) \quad \pi_{J,i}(n_i, P_J) := n_i P_J^\delta p_{J,i}(n_i, P_J)^{-\sigma} [p_{J,i}(n_i, P_J) - a_{J,i}], \quad a_{J,i} = \tau_J a_i, \quad J = F, H$$

**2. 第一阶段** 在作出进入决策-退出决策时，企业能够准确预测价格指数 $P_F$ 和 $P_H$ ，以及它能够定的价格。可以证明，可变成本小的单一产品企业最多会进入一个国家；高贸易成本的企业会同时进入两个国家<sup>14</sup>。假定 $\tau$ 足够大以至于存在单一产品企业进入两个国家。此时，自由进入市场的条件为：

$$(16) \quad \frac{1}{\sigma} \left( \frac{\sigma}{\sigma-1} \right)^{1-\sigma} (P_F^\delta + P_H^\delta \tau^{1-\sigma}) = z_F := f_F a_F^{\sigma-1}$$

$$(17) \quad \frac{1}{\sigma} \left( \frac{\sigma}{\sigma-1} \right)^{1-\sigma} (P_F^\delta \tau^{1-\sigma} + P_H^\delta) = z_H := f_H a_H^{\sigma-1}$$

回忆一下， $f_J$ 是小企业进入市场需要作出的投资成本。并且价格指数为：

$$(18) \quad P_F^\delta = \frac{z_F - \tau^{1-\sigma} z_H}{[1 - \tau^{2(1-\sigma)}] \frac{1}{\sigma} \left( \frac{\sigma}{\sigma-1} \right)^{1-\sigma}}$$

$$(19) \quad P_H^\delta = \frac{z_H - \tau^{1-\sigma} z_F}{[1 - \tau^{2(1-\sigma)}] \frac{1}{\sigma} \left( \frac{\sigma}{\sigma-1} \right)^{1-\sigma}}$$

我们假定 $\tau^{1-\sigma} < \min\{\frac{z_F}{z_H}, \frac{z_H}{z_F}\}$ ，当且仅当这个假定成立时候价格指数才为正数。

- (16)(17)推导：代入均衡价格，让利润恰好等于进入成本即可。
- (18)(19)推导：其实就是要把 $p$ 换成 $z$ ，把(16)和(17)第一个等式联立起来就行了。

接着我们引入第二个引理。我们延用高宏里的常用记号 $\hat{x}$ ，规定： $\hat{x} = d \log x$ 。

<sup>14</sup>当 $\tau = 1$ ，国家*J*的单产品企业利润可以简化为：

$$\pi_J = \frac{1}{\sigma} (P_F^\delta + p_H^\delta) \left( \frac{\sigma}{\sigma-1} a_J \right)^{1-\sigma}, \quad J = H, F$$

此时要想让企业进入条件（14）（15）同时满足，只有一个办法，就是让*F*国和*H*国的 $f_J a_J^{\sigma-1}$ 相等，因为如果一个国家的 $f_J a_J^{\sigma-1}$ 更高，就会导致其本国没有企业进入市场。

当 $\tau \rightarrow \infty$ ，不会出现出口，因此自由进入条件为：

$$\frac{1}{\sigma} P_J^\delta \left( \frac{\delta}{\delta-1} \right)^{1-\sigma} = f_J a_J^{\delta-1} \quad J = H, F$$

引理2 在瞬时均衡中，有：

$$\begin{aligned}\delta \hat{P}_F &= \frac{z_F}{z_F - \tau^{1-\sigma} z_H} \hat{z}_F - \frac{\tau^{1-\sigma} z_H}{z_F - \tau^{1-\sigma} z_H} \hat{z}_H \\ \delta \hat{P}_H &= \frac{z_H}{z_F - \tau^{1-\sigma} z_H} \hat{z}_H - \frac{\tau^{1-\sigma} z_F}{z_F - \tau^{1-\sigma} z_H} \hat{z}_F\end{aligned}$$

上面这个引理的证明非常明了，就是对（16）（17）式求ln，然后求全微分。

从上式可以看出， $z_J$ ,  $J = F, H$ 是价格指数的重要决定因素。更小的 $z_J$ 表明了国家J单产品企业间更激励的竞争，这要么是因为它们有更低的进入成本，要么是因为它们有更低的单位生产成本。这导致这样一个局面，即国家J有更低的价格指数、另一个国家有更高的价格指数。简而言之，更有效率的单产品企业会增加其所在国的竞争，降低海外的竞争。（我们这里说的更小、更大，是指变得更小、变得更大，因此大家只需要关注 $\hat{z}_F$ 、 $\hat{z}_H$ 的变化。我们这里没有给出时间下标，我认为可以认为原先的变化率是0，然后右边变动引起左边变动。（这个“认为”是合理的，因为均衡情况下没有外生冲击的话，这些指数都是不变的））

### III. 利润分析

上一节的分析核心要旨是表明，外国（F国）单产品企业的技术进步会降低外国的价格指数，提高本国（H国）的价格指数。这一改变会降低所有多产品企业在F国的利润、提高在H国的利润。那么，一个企业总利润是提高还是降低了呢？这一节就是要讨论这个问题。

企业i的总营业利润为：

$$(20) \quad \pi_i(n_i, P_F, P_H) := \sum_{J=F,H} \pi_{J,i}(n_i, P_J), i = 1, 2, \dots, I$$

其中 $\pi_{J,i}(n_i, P_J)$ 的公式即上式15。注意，此处的企业i利润，从其下标规则可以看出，是指多产品大企业的利润。显而易见的是，外国单产品企业成本的改变会通过价格指数影响寡头企业的营业利润。结合大企业定价规则(13式) $p_{J,i} = \frac{\sigma - \delta s_{J,i}}{\sigma - \delta s_{J,i} - 1} \tau_J a_i$ ,  $\tau_H := 1$ ,  $\tau_F := \tau$ ,  $J = F, H$ 和大企业利润函数（15式）以及大企业价格的增长分解：

$$(21) \quad \hat{p}_{J,i} = \frac{\beta_{J,i}}{1 + (\sigma - 1)\beta_{J,i}} \hat{n}_i + \frac{1}{1 + (\sigma - 1)\beta_{J,i}} \hat{a}_{J,i} + \frac{(\sigma - 1)\beta_{J,i}}{1 + (\sigma - 1)\beta_{J,i}} \hat{P}_J, J = F, H$$

我们可以得到:

$$\begin{aligned}
 \pi_{J,i} &= \delta \hat{P}_J + \left( -\sigma + \frac{\frac{p_{J,i}}{a_{J,i}}}{\frac{p_{J,i}}{a_{J,i}} - 1} \right) p_{J,i} \\
 (22) \quad &= \delta (\hat{P}_J - s_{J,i} p_{J,i}) \\
 &= \delta \left[ 1 - s_{J,i} \frac{(\sigma - 1) \beta_{J,i}}{1 + (\sigma - 1) \beta_{J,i}} \right] \hat{P}_J, J = F, H
 \end{aligned}$$

现在假定外国出口者 (也就是外国单产品企业) 它们自己在所在国的竞争越来越激烈, 这要么是因为进入成本  $f_F$  降低, 要么是因为生产成本  $a_F$  降低。作为回应,  $z_F$  降低 (这是因为  $z_F$  是单调递增的, 因而有  $\hat{z}_F < 0$ )。我们引用定理2可以知道, 此时会导致外国价格指数下降、本国价格指数上升。根据上式 (22), 这种变化减小了本国大寡头在国外的利润、增大了在国内的利润。这种影响会在企业间变化, 变化取决于企业的边际成本  $\frac{1}{a_i}$  以及它们产品线最初的数量  $n_i$ <sup>15</sup>。

那么, 什么环境下总利润增加或下降呢? 为了回答这个问题, 首先要注意到的是大寡头的利润可能在国内也可能在国外更大, 这取决于两国单产品企业的竞争程度以及贸易成本的大小。为此, 我们给出下面这个引理, 我将证明放在了脚注。

**引理3**(i) 对于所有  $i = 1, 2, \dots, I$ , 如果  $z_H > z_F$ , 那么  $P_H > P_F$  并且  $\pi_{H,i} > \pi_{F,i}$ ; (ii) 如果  $z_H < z_F$ , 那么  $P_H < P_F$ , 并且对任何  $i$ , 都有  $\tau_{c,i} > 1$ , 那么有当  $\tau > \tau_{c,i}$  时  $\pi_{H,i} > \pi_{F,i}$ , 当  $1 \leq \tau < \tau_{c,i}$  时  $\pi_{H,i} < \pi_{F,i}$ 。

证明见脚注, 但我觉得helpman的证明有问题, 似乎有错误, 至少是不充分的。<sup>16</sup>

<sup>15</sup> 对利润求导就知道这是什么意思。

<sup>16</sup> 根据价格公式18、19, 我们可以得到  $\left(\frac{P_F}{P_H}\right)^\delta = \frac{z_F - \tau^{1-\sigma} z_H}{z_H - \tau^{1-\sigma} z_F}$  可以得到(i)的关系。(i)表明了这样一个问题, 就是竞争压力 (用价格指数来衡量) 在单产品企业竞争更充分的国家更高 (竞争压力越大价格指数  $P_J$  越低; 竞争越充分则进入门槛  $z_F$  越低)。另一个需要注意的是, 如果两个国家的价格指数是相同的, 我们就会有  $\pi_{H,i} > \pi_{F,i}$ , 这是因为正贸易成本的存在 (也就是  $p_J - \tau_J a_J$ )。

“更进一步地, 对利润的增长分解, 也就是式22, 表明一个国家更高的价格指数会增加寡头企业在该国的利润。因此, 任意  $z_H > z_F$  的时刻 (这表明  $P_H > P_F$ ), 多产品企业的利润会比在本国更大, 因为外国的需求水平更大, 但企业服务该市场更便宜。企业们也可以在这个市场提供更便宜的产品。但如果  $z_H < z_F$  (意味着  $P_H < P_F$ ) 则不好说利润在哪个国家更大, 因为它在H国提供的价格更低, 但是在F国需求更高。哪个占主导性作用取决于  $z_H/z_F$  和贸易成本  $\tau$ 。”

上面这些都是helpman在附录的证明, 第一段没问题, 第二段我加了引号, 我认为有问题。问题一是他完全没必要提到利润增长分解, 我比较利润, 和利润的变化率有什么关系? 问题二对于利润的比较有问题, 从  $P_H > P_J$  其实是很难看出来利润关系的。因为我们要注意到寡头企业自己定的价格  $p_J$  的公式里面有个  $s_J$ ,  $s_J$  里面又有个  $p_J, P_J$ , 换句话说这里面存在联立关系, 他的证明非常不充分。

$$p_{J,i} = \frac{\sigma - \delta s_{J,i}}{\sigma - \delta s_{J,i} - 1} \tau_J a_i, \tau_H := 1, \tau_F := \tau, J = F, H.$$

$$x_J(\omega) = P_J^\delta p_J(\omega)^{-\sigma}, \delta = \sigma - \epsilon, J = H, F.$$

$$s_{J,i} = \frac{n_i p_{J,i}^{1-\sigma}}{P_J^{1-\sigma}}, J = F, H.$$

$$\pi_{J,i}(n_i, P_J) := n_i P_J^\delta p_{J,i}(n_i, P_J)^{-\sigma} [p_{J,i}(n_i, P_J) - a_{J,i}], a_{J,i} = \tau_J a_i, J = F, H$$

我们先假定这个引理是正确的，因为时间原因我也没有展开证明。那么根据这个引理，我们可以知道什么情况下企业的利润在国内是更高的，什么情况下在国外是更高的。当单产品企业的竞争程度在国外更高的时候，每个寡头企业无论贸易成本（本文说的贸易成本都是对外贸易成本）是什么，它都在本国市场有更高的利润。当单产品企业在本国竞争更激烈时候，寡头企业只有在贸易成本足够高的时候才会在本国有更高的利润。

**命题1**  $z_F$  的下降会提高企业  $i$  的总体利润的充分必要条件是：

$$(23) \quad P_H^\delta \Phi(s_{H,i}) > P_F^\delta \Phi(s_{F,i})$$

其中，

$$(24) \quad \Phi(s) := \frac{(\sigma - \delta s - 1)(\sigma - \delta s) + (\sigma - 1)(1 - s)\delta s}{(\sigma - \delta s - 1)(\sigma - \delta s) + (\sigma - 1)\delta s} \cdot \frac{(\sigma - \delta s)^{-\sigma}}{(\sigma - \delta s - 1)^{1-\sigma}}$$

并且  $\Phi(s)$  是递减函数

这个证明太长了，大家看附录吧0.0，证明本身不难。

这个命题中有两点需要注意.

- 1) (23) 式子每一边都包含了价格指数和市场份额，两者是相联系的。正如定理1中提到的，更高的价格指数会提高每个寡头在那个市场的市场份额。但由于  $\Phi(s)$  是递减函数，更高的价格指数最终对上面这个不等式的影响其实并非明显的。
- 2) 这个不等式取决于企业  $i$  的生产率， $1/a_i$ ，以及它的生产线广度  $n_i$ 。因此，并非所有企业都满足这个不等式。

**推论** 当  $P_F = P_H = P$ ， $z_F$  的下降会降低企业  $i$  的总体利润。

换言之，当两国竞争压力近似时，国外出口商竞争程度的提高会降低每个寡头企业的总体利润（不论他们生产率水平或者生产线广度状况如何）。这是因为此时寡头在市场份额在本国更大，也就是  $s_{H,i} > s_{F,i}$ 。

我们将市场份额改写成以下形式：

$$(25) \quad s_{J,i}^{\frac{1}{1-\sigma}} \left( \frac{\sigma - \delta s_{J,i}}{\sigma - \delta s_{J,i} - 1} \right)^{-1} = \tau_J P_J^{-1} b_i, J = F, H, b_i := n_i^{\frac{1}{1-\sigma}} a_i$$

注意前面的定义，有  $\sigma > \epsilon > 1$ ，因此左边的式子是  $s_{J,i}$  的单调递减函数，这种单调性让我们可以将式子写为：

$$(26) \quad s_{J,i} = s(\tau_J P_J^{-1} b_i), J = F, H.$$



其中,  $s(\cdot)$  是一个单调递减函数。接着, 我们可以定义函数:

$$(27) \quad \Theta(b_i; P_F, P_H) := \frac{P_H^\delta \Phi[s(P_H^{-1} b_i)]}{P_F^\delta \Phi(\tau P_F^{-1} b_i)}$$

从命题1可以知道, 当  $\Theta > 1$ ,  $z_F$  的下降会增加寡头企业  $i$  的总利润; 反之, 会减小。

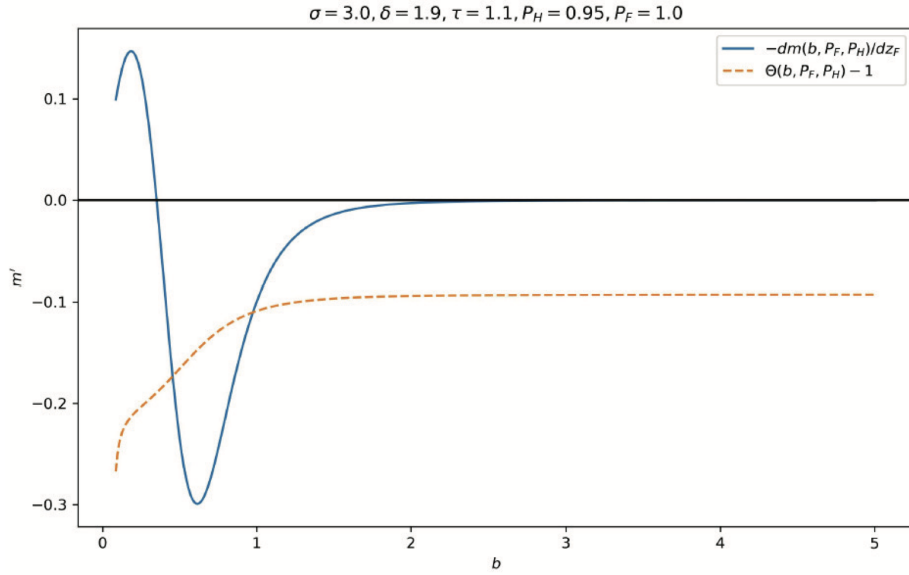


FIGURE 1.  $-dm(b, P_F, P_H)/dz_F$  AND  $\Theta(b, P_F, P_H) - 1$  FOR  $P_H = 0.95$

接下来做了一些数据模拟。图1中的橙色曲线绘制了在  $(P_F, P_H) = (1, 0.95)$  情况下  $\Theta$  相对于  $b$  的曲线。<sup>17</sup> 根据市场进入条件, 我们可以计算出  $z_J$  的值。正如命题1的推论所指出的, 当  $P_H$  接近1的时候, 曲线总是在1以下, 这表明所有寡头企业都在国外竞争者激烈程度的提高 (即  $z_F$  下降) 中遭受了损失。相反, 在下图2中, 当  $P_H = 2$ , 我们可以发现企业在低的  $b$  值下会在与外国出口商的竞争中遭受损失, 而高  $b$  值的则会获利。正如定义所示, 更低的生产率  $1/a_i$  或者更少的产品线  $n_i$  才有更高的  $b$  值。因此, 产品跨度较大的公司受到外国竞争的定性影响, 与劳动生产率较高的公司类似, 都是使得自己遭受了损失。<sup>18</sup>

从这个分析中, 我们可以发现国外出口商的技术进步能够降低其进入市场的成本或者提高劳动生产率, 进而既可能提高、也可能降低寡头企业的总利润。

<sup>17</sup> 我认为不应该设定价格指数是外生的, 因为  $b$  的变动会改变价格指数。但这个显然是一个不严谨的假定。

<sup>18</sup> 这里有特别重要的一个细节: 在  $P_H$  取值为0.95和2的时候, 寡头企业在本国的市场份额都比在国外更大; 在取值为0.5的时候才是在国外的市场份额更大。

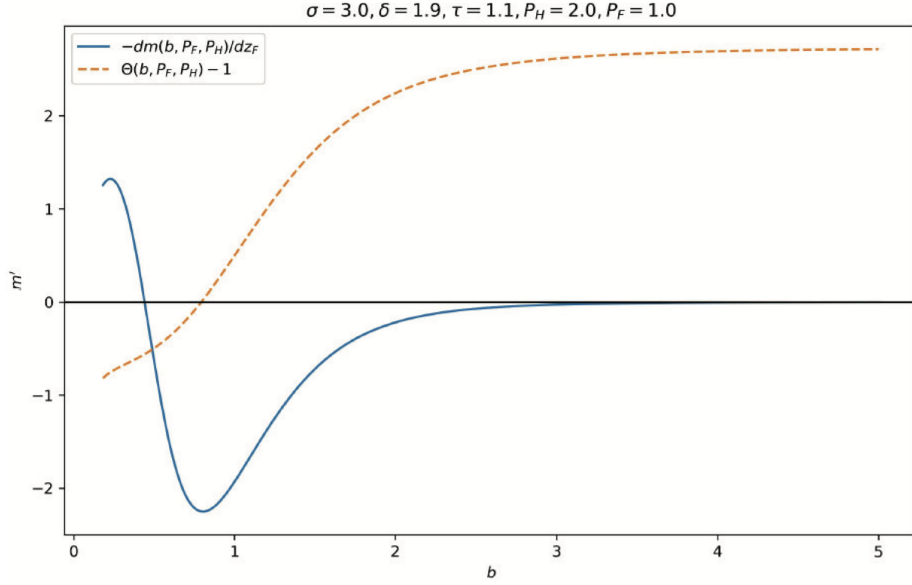


FIGURE 2.  $-dm(b, P_F, P_H)/dz_F$  AND  $\Theta(b, P_F, P_H) - 1$  FOR  $P_H = 2.0$

此外，低生产率寡头或者有更少产品线的寡头（它们的 $b$ 值更大）在激烈的进口竞争中既有可能获利也有可能受损。

此外，我们还需要讨论两个问题：

- 如果一个企业能够投资研发以拓展其产品线，那么产品线的范围将会变成内生并且取决于其生产力。从已有文献来看，公司生产力和产品线数量的关系并非单调的，而是倒U型关系。要讨论这个关系，我们就需要进行动态分析。
- 创新投资被拓展产品范围的收益所驱动，而这个收益与短期营业利润所不同的。

由此，我们不得不去进行动态分析，从而了解一个企业从创新中获得的好处是取决于其生产力的。

#### IV. 动态分析

时间是连续的，起始于 $t = 0$ 。企业 $i$ 的产品跨度具有时间依赖性，记为 $n_i(t)$ 。规定外生给定的 $n_i(0) = n_i^0$ ， $i = 1, 2, \dots, I$ 。在每个时点企业 $i$ 都能够投资研发以拓展其产品种类。每单位时间投资 $\iota_i$ 单位劳动可以拓展 $\phi(\iota_i)$ 的生产线。函数 $\phi(\iota_i)$ 单调递增，凹性，并且 $\phi(0) = 0$ ，满足Inada condition ( $\lim_{\iota \rightarrow 0} \phi'(\iota) =$

$+\infty$  and  $\lim_{t \rightarrow \infty} \phi'(t) = 0$ 。此外， $n_i$ 以速率 $\theta$ 衰减<sup>19</sup>。结果， $n_i$ 的变化为(出于简洁，省去了下标 $t$ )：

$$(28) \quad \dot{n}_i = \phi(\iota_i) - \theta n_i, \text{ for all } t \geq 0$$

假定利率是为常数，等于 $r$ ，并且企业 $i$ 以贴现方式计算净利润。那么企业面临的最优化问题就是：

$$(29) \quad \max_{\{\iota_i(t), n_i(t)\}_{t \geq 0}} \int_0^\infty e^{-\rho t} \{\pi_i(n_i(t), P_F, P_H) - \iota_i(t)\} dt$$

上面的式子简单解释下：式子含义就是对每一期净利润（利润减去投资成本）求贴现值，这个指数积分的形式是连续性贴现的常见形式（在公司金融领域很常见，涉及的知识点即货币的时间价值相关计算）。

结合利润函数 $\pi_i(n_i, P_F, P_H) := \sum_{J=F,H} \pi_{J,i}(n_i, P_J)$ ,  $i = 1, 2, \dots, I, n_i(0)$ 以及横截条件<sup>20</sup>（见下）。每个企业都得以预测其随时间变化的瞬时均衡。这包括了短期存活的单产品企业的生灭以及每小段时间中两阶段博弈的价格指数。现值Hamiltonian条件为：

$$(30) \quad \mathcal{H}(\iota_i, n_i, \eta_i) = [\pi_i(n_i, P_F, P_H) - \iota_i] + \eta_i[\phi(\iota_i) - \theta n_i]$$

其中， $\eta_i$ 是约束28的共状态变量。该问题的一阶条件是：

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \iota_i} &= -1 + \eta_i \phi'(\iota_i) = 0 \\ -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial n_i} &= -\frac{\partial \pi_i(n_i, P_F, P_H)}{\partial n_i} + \theta \eta_i = \dot{\eta}_i - r \eta_i \end{aligned}$$

并且横截条件为：

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-rt} \eta_i(t) n_i(t) = 0$$

$(\iota_i, n_i)$ 的优化路径同样满足约束28。这些一阶条件可以改写为：

$$(31) \quad \eta_i \phi'(\iota_i) = 1$$

$$(32) \quad \dot{\eta}_i = (r + \theta) \eta_i - \pi_{i,n}(n_i, P_F, P_H)$$

<sup>19</sup>结合全文来看，我认为这个其实想表明通货膨胀

<sup>20</sup>所谓横截条件，就是连续时间最优化汉密尔顿方法中的一个条件

其中,

(33)

$$\begin{aligned}\pi_{i,n}(n_i, P_F, P_H) &:= \frac{\partial \pi_i(n_i, P_F, P_H)}{\partial n_i} \\ &= \sum_{J=F,H} (\tau_J a_i)^{1-\sigma} P_J^\delta \frac{\sigma [\frac{\sigma - \delta s_{J,i}(n_i, P_J)}{\sigma - \delta s_{J,i}(n_i, P_J) - 1}]^{-\sigma}}{[\sigma - \delta s_{J,i}(n_i, P_J) - 1] \sigma + s_{J,i}(n_i, P_J)^2 \delta^2}\end{aligned}$$

上面这个式子表明了margianl profits of  $n_i$ 。可以证明, 利润对种类 $n_i$ 的偏导是随着 $n_i$ 递减的。理解:

对于31式)  $\eta_i$ 的大小表示了每增加一个生产线所带来的利润现值, 即marginal value of  $n_i$ 。因此 $\eta_i \phi'(l_i) = 1$ 仅仅表明了增加一单位成本的研发 ( $l_i$ ) 与边际收益的对应关系: 额外一单位劳动投资 ( $l_i$ ) 增加了 $\phi'(l_i)$ 单位的产品线 $n_i$ , 而每单位产品线 $n_i$ 的增加的价值为 $\eta_i$ 。

对于32式) 这个条件旨在表明资产定价。本文中所谓资产即产品线 $n_i$ 。式子可以重写为:

$$\frac{\pi_{i,n}(n_i, P_F, P_H)}{\eta_i} + \frac{\dot{\eta}_i}{\eta_i} = r + \theta$$

我们可以将上面式子左边第一项理解为price-earning ratio的倒数: 上面那个表示了产品线带来的利润, 下面那个则是产品线的资产价格 (这里其实隐藏了一个假定, 就是产品线按照边际定价, 因此产品线带来的边际利润, 就是产品线的价格, 也就是企业为了这个产品线所付出的边际成本)。上面式子左边第二个的含义是资本利得。右边是风险调整利率 ( $\theta$ 是 $n_i$ 衰减速率, 从这里来看, 这也表明了通胀水平)。这个式子从而是一个标准的资产定价等式: price-earning ratio的倒数加上预期资本获得等于风险调整利率。

为了方便理解, 我们对照下资本定价的知识点:

股票估值原理及计算
<ul style="list-style-type: none"> <li>假设股票价格是公平的市场价格, 证券市场处于均衡状态; 在任一时点证券价格都能完全反映有关该公司的任何可获得的公开信息, 而且证券价格对新信息能迅速做出反应。在这种假设条件下, 股票的期望收益率等于其必要收益率。</li> </ul>
$R_s = \frac{D_1}{PV} + g$
<div>2016/11/2</div> <div>财务管理</div> <div>68</div>

从31式，我们得到了投资水平 $\iota_i$ 可以写成 $\eta_i$ 的函数，写作 $\iota(\eta_i)$ ，因此式28可以写成：

$$(34) \quad \dot{n}_i = \phi[\iota(\eta_i)] - \theta n_i$$

符合差分式32和34的时变向量 $(n_i, \eta_i)$ 与横截条件可以求解出企业的最优化问题。这些差分方程的稳态满足：

$$(35) \quad \phi[\iota(\eta_i)] = \theta n_i$$

$$(36) \quad (r + \theta)\eta_i = \pi_{i,n}(n_i, P_F, P_H)$$

注意到35式左边随着 $\eta_i$ 递增（注意到31式 $\eta_i \phi'(\iota_i) = 1$ ，当 $\eta_i$ 增加，那么 $\phi'$ 就会下降，由于函数 $\phi$ 是凹函数，因此 $\iota$ 对应是增加的。这就证明了 $\iota(\eta_i)$ 是增函数，然后注意到 $\phi$ 是增函数，因此也是递增的）。因此曲线在 $(n_i, \eta_i)$ 空间，当 $n_i$ 为常数时，斜率始终为正。式36右边随着 $n_i$ 递减，因此曲线在 $(n_i, \eta_i)$ 空间，当 $\eta_i$ 为常数时斜率为负。曲线绘制如下（现场再解释下）：

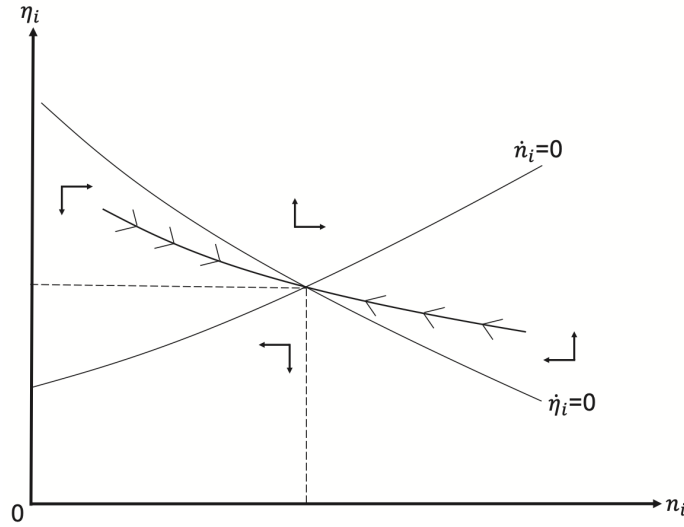


Figure 3: Transition Dynamics

FIGURE 3. 动态过程

## V. 国外出口商和创新—Foreign Exporters and Innovation

我们在前一节已经看到了寡头企业产品跨度是如何作为创新投资的结果随着时间变动的。在这一节，要研究的是企业对国外出口商技术进步的反应。我们尤其关注的是这家大企业是否通过研发的扩张或收缩来应对国外出口商的激烈竞争。如果扩张研发，产品种类就会增加，反之就会下降。

考虑一个初始状态，此时所有多产品寡头都在稳态。从 Helpman and Niswonger (2022) 我们可以知道曲线  $\dot{\eta}_i = 0$  可能不会随着产品单位成本  $a_i$  出现单调变化。也就是说，这个曲线在生产率更高的企业（也就是  $a_i$  更低）曲线可能会更高或者更低。如果曲线更高，也就是  $\dot{\eta}_i = 0$  向右移动，大家可以发现产品种类在稳态时候会更多；反之，则更小。特别需要指出的， $n_i$  和生产率之间存在一个倒U关系。

一旦一个更高生产率的企业有更多的产品种类，它就有一个更低的  $b$  值（ $b_i = n_i^{\frac{1}{1-\sigma}} a_i$ ）（注意  $\sigma > \epsilon > 1$ ），从而在两个国家都有更大的市场份额，（回顾式子26可以知道）。如果一个高产企业在稳态有更少的产品跨度，那么它也是会有一个更低的  $b$  值，我们可以通过反证法予以证明。也就是说：

**命题2** 在稳态，生产率更高的多产品企业（也就是  $a_i$  值更低）有更低的  $b_i$  和更大的市场份额  $s_{F,i}$  和  $s_{H,i}$

现在考虑外国出口商发生了降低进入成本或者生产成本的技术进步。根据引理2，这降低了外国的价格指数并增加了本国的价格指数：

$$\hat{P}_F = -\tau^{1-\sigma} \hat{P}_H < 0$$

这会改变产品线的边际利润，因为：

$$\pi_{i,n} = (e_{(\pi_{i,n}, P_H) - \tau^{1-\sigma} e_{(\pi_{i,n}, P_F)}}) \hat{P}_H$$

其中， $e_{(\pi_{i,n}, P_J)}$  是利润  $\pi_{i,n}(n_i, P_F, P_H)$  对  $P_J$  的弹性。如果  $\pi_{i,n}^{\wedge} > 0$ ，那么根据稳态条件  $(r + \theta)\eta_i = \pi_{i,n}(n_i, P_F, P_H)$ ，稳态时候的  $\eta_i$  会增大，因而  $\dot{\eta}_i = 0$  曲线会上移。这也会导致随着时间推移  $n_i$  会上升。如果  $\pi_{i,n}^{\wedge} < 0$ ，那么曲线  $\dot{\eta}_i = 0$  曲线会下降，最终导致  $n_i$  随着时间降低。这意味着，该贸易冲击在前者情况下会鼓励创新，在后者情况下会抑制创新。

边际利润  $\pi_{i,n}(n_i, P_F, P_H) = \frac{\partial \pi_{i,n}(n_i, P_F, P_H)}{\partial n_i}$  可以被表示为：

$$(37) \quad \pi_{i,n} = \sum_{J=F,H} (\tau_J a_i)^{1-\sigma} P_J^\delta \frac{\sigma \left[ \frac{\sigma - \delta s(\tau_J P_J^{-1} n_i^{\frac{1}{1-\sigma}} a_i)}{\sigma - \delta s(\tau_J P_J^{-1} n_i^{\frac{1}{1-\sigma}} a_i) - 1} \right]^{-\sigma}}{[\sigma - \delta s(\tau_J P_J^{-1} n_i^{\frac{1}{1-\sigma}} a_i) - 1] \sigma + s(\tau_J P_J^{-1} n_i^{\frac{1}{1-\sigma}} a_i)^2 \delta^2}$$

这表明  $P_J$  上升会通过两个渠道影响边际利润：（1）需求的直接正效应：需求

上升 ( $P_J^\delta$ )；(2) 市场份额的间接负效应：更高的价格指数增加了市场份额，更大的市场份额降低了边际利润。因此，弹性 $\epsilon$ 可能是正的也可能是负的。因而，技术进步提高了国外出口商的效率，这即可能会导致 $\eta_i = 0$ 曲线上移，也可能导致下移，并进而可能鼓励也可能抑制创新。

为了进一步阐明，定义<sup>21</sup>

(38)

$$m(b_i, P_F, P_H) := n_i \pi_{i,n} = \sum_{J=F,H} (\tau_J b_i)^{1-\sigma} P_J^\delta \frac{\sigma \left[ \frac{\sigma - \delta s(\tau_J P_J^{-1} n_i^{\frac{1}{1-\sigma}} b_i)}{\sigma - \delta s(\tau_J P_J^{-1} n_i^{\frac{1}{1-\sigma}} b_i) - 1} \right]^{-\sigma}}{[\sigma - \delta s(\tau_J P_J^{-1} n_i^{\frac{1}{1-\sigma}} b_i) - 1] \sigma + s(\tau_J P_J^{-1} n_i^{\frac{1}{1-\sigma}} b_i)^2 \delta^2}$$

接着，根据稳态条件 $\phi[\iota(\eta_i)] = \theta n_i$ ，可以有 $\eta_i = \eta(n_i)$ ，并且 $\eta(\cdot)$ 是递增函数。根据这个函数可以绘制出图3中的 $\dot{n}_i = 0$ 曲线。代入函数 $m(\cdot)$ 于稳态条件 $(r + \theta)\eta_i = \pi_{i,n}(n_i, P_F, P_H)$ ，有：

(39)

$$\Phi r + \theta \Psi \eta(n_i) n_i = m(b_i, P_F, P_H)$$

这个等式将稳态中的 $n_i$ 和稳态中的 $b_i$ 联系到了一起。左边的式子随着 $n_i$ 递增，因此企业 $i$ 在 $m$ 更大的时候在稳态时候有更多的生产线<sup>22</sup>。重要的是，如果国外出口商竞争程度增加会提高 $m$ ，那么 $\eta_i = 0$ 就会上移，企业 $i$ 会增加投资，导致产品组合扩张。

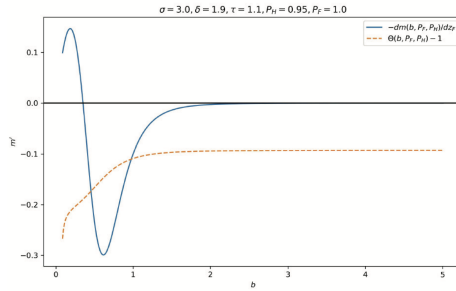


FIGURE 4.  $-dm(b, P_F, P_H)/dz_F$  AND  $\Theta(b, P_F, P_H) - 1$  FOR  $P_H = 0.95$

我们回顾图1，图1有两条曲线，蓝色的实线绘制的就是 $-dm(b, P_F, P_H)/dz_F$ 的曲线（作为 $b$ 的函数）可以发现，对于生产率更高的企业（ $b$ 值更小）， $z_F$ 的下降提高了 $m$ ，从而促进他们提高投资创新和扩大生产线。反之，低生产率企业产品线边际价值下降，企业会减小投资、收缩产品线。

图2的价格指数下有着类似的形状（见下）：高生产率企业的产品线边际价值上升、低产率企业的下降。需要注意的是，在图1的情形中，所有企业都面

<sup>21</sup>如何理解这个式子呢？其实就是产品线带来的价值。有种 数量\*边际价值 即数量\*价格的感觉。

<sup>22</sup>但可以证明两者不存在单调变换关系



临短期的营业利润损失（这在之前分析过了，就是橙色虚线要表明的）；而在图2中，高产企业面临短期的营业利润损失，但低产企业则会有收益。

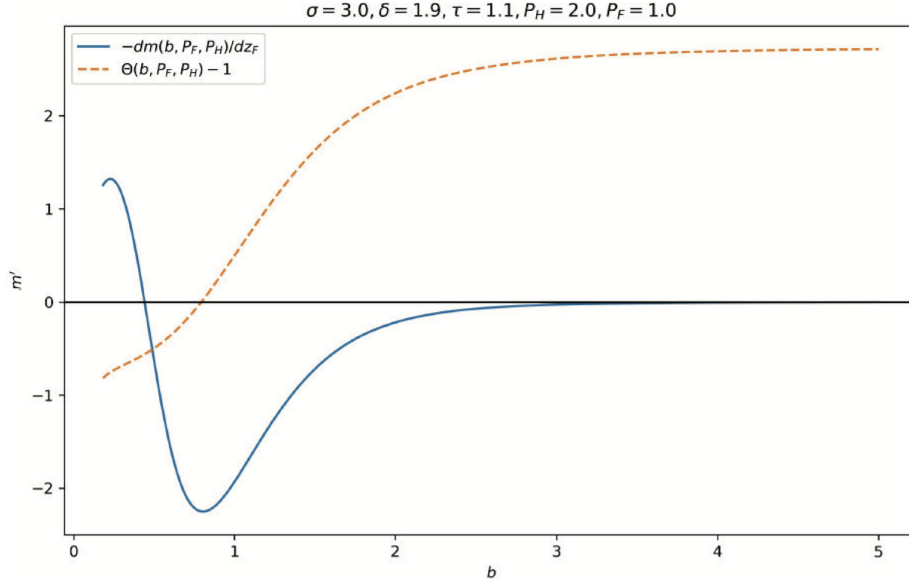


FIGURE 5.  $-dm(b, P_F, P_H)/dz_F$  AND  $\Theta(b, P_F, P_H) - 1$  FOR  $P_H = 2.0$

这些例子表明，营业利润的短期变化可能是一个对于创新影响测度的糟糕指标。尽管高产率企业的短期营业利润在两个例子中都降低了，但产品线的边际价值却上升了。对于低产率企业来说，短期营业利润在  $P_H = 0.95$  的情况下和产品线边际价值变化一样，都是下降了，但是在另一个情况则不一致。这表明，短期利润变化和创新激励可能是没有关系的。

为了更好理解这种不关联性，我们可以用  $z_J$  来代替  $P_J$ ，将利润公式重新写作：

$$(40) \quad \tilde{\pi}_i(n_i, z_F, z_H) \equiv \pi_i[n_i, P_F(z_F, z_H), P_H(z_F, z_H)], \quad i = 1, 2, \dots, I$$

利用这个转换，国外出口商竞争激烈程度提高对营业利润提高的影响能够表示为：

$$-\tilde{\pi}_{i,z_F}(n_i, z_F, z_H) := -\frac{\partial \tilde{\pi}_i(n_i, z_F, z_H)}{\partial z_F}$$

产品线的边际价值：

$$\tilde{\pi}_{i,n}(n_i, z_F, z_H) := \frac{\partial \tilde{\pi}_i(n_i, z_F, z_H)}{\partial n}$$

在图1和图2中，当且仅当  $-\tilde{\pi}_{i,z_F}(n_i, z_F, z_H) > 0$  时有  $\Theta(b_i, P_F, P_H) - 1 > 0$ 。

导数 $-\tilde{\pi}_{i,z_F}(n_i, z_F, z_H)$ 表示了国外出口商竞争激烈程度的边际提高如何引起营业利润的提高。正如引言提到的，已有企业的创新动力并不取决于当前租金（当前利润）的变化，而是考虑未来与当前租金的差异。因此， $-\tilde{\pi}_{i,z_F}(n_i, z_F, z_H)$ 并没有对创新的盈利能力带来任何指导。相反，企业的创新动机受到生产组合的产品边际价值（ $\pi_{i,n}$ ）的影响（这是国外竞争提高所带来的）。当且仅当 $-\partial\pi_{i,n}/\partial z_F > 0$ ，产品种类的边际价值会上升。然而，在图1和吐中，当且仅当 $-\partial\pi_{i,n}/\partial z_F > 0$ 时会有 $-dm/dz_F > 0$ 。

注意到：

$$-\frac{\partial\pi_{i,n}}{\partial z_F} = -\frac{\partial\pi_i}{\partial z_F \partial n_i} = -\frac{\partial\pi_{i,z_F}}{\partial n_i}$$

因此，无论 $\pi_{i,z_F}$ 是正还是负，当且仅当更多的产品线会提高 $\pi_{i,z_F}$ 的时候，国外竞争更激烈会刺激创新。如果，比如说，国外竞争更激烈减少了营业利润（也就是 $\pi_{i,z_F} < 0$ ），这本身并不能提供关于创新是否会有利可图的信息。真正重要的是当国外出口商竞争更激烈时，拓展了产品种类的研发投资是增加还是减小了营业利润（或损失）。因此，短期的营业利润可能上升，但是当创新会减少从国外竞争中获取的营业利润时，创新就会下降（正如图2中低产率企业那样，蓝色线条在0以下）。按照同样的逻辑，营业利润可能会下降，但即便如此创新一样可能会增加，只要这个创新会减小利润下降的程度。有没有这种情况？当然有，看下面这个情形：<sup>23</sup>

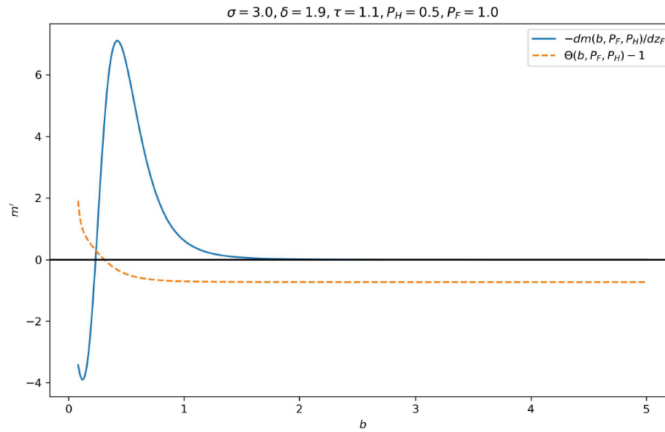


Figure 5:  $-dm(b, P_F, P_H)/dz_F$  and  $\Theta(b, P_F, P_H) - 1$  for  $P_H = 0.5$

总结来说，国外出口商竞争激烈程度的增加可能会降低也可能会增加本国大寡头企业的短期营业利润，并且可能会增加或降低企业研发的获利空间。此外，在不同生产率企业之间，两个利润边际（也就是营业利润、研发创新利润）的变化

<sup>23</sup>大家注意，短期利润的变化看黄色线，创新的收益看蓝色线。

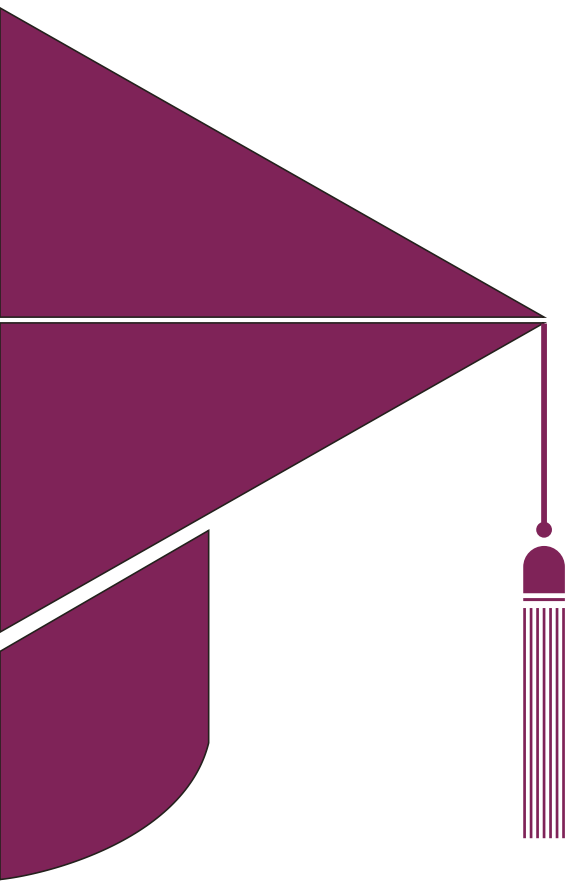
方向是不一定相同的。这些发现提供了一个警示：不要简单地将营业利润就等同于研发获利。

由于国外竞争激烈程度的加深对寡头企业的影响是不同的，这取决于寡头企业的生产率水平，那么总效应也就取决于寡头企业的生产率分布，并且预测总体生产率的水平是有挑战性的。



Part **3**

启示



南开大学  
Nankai University

谢谢大家！记得找我合作！

---