TP Systèmes asservis n°1 : Pilote automatique d'un train

On veut concevoir et régler un pilote automatique d'un train. On notera $y(t)$ la vitesse du train à l'instant t. Le modèle simplifié du système à commander est

$$y(t) + \tau \dot{y}(t) = \beta u(t) + w(t) \tag{1}$$

La commande u représente l'effet de deux actionneurs distincts : quand $u(t) > 0$, c'est la force motrice exercée par le moteur, et quand $u(t) < 0$, le freinage. Dans les deux cas, u est exprimée en pourcentage de la puissance maximale du moteur. Dans ces unités, on a

$$\beta = 4 \tag{2}$$

La vitesse y sera mesurée en kilomètres/heures et le temps en minutes. Dans ces unités, la constante de temps est

$$\tau = 72\,\mathrm{s} = 1,2\,\mathrm{min} \tag{3}$$

Les valeurs minimum et maximum de la commande qui peuvent effectivement être appliquées (saturations) sont

$$-50 = u_{\min} \leq u(t) \leq u_{\max} = 100 \tag{4}$$

La perturbation $w(t)$ correspond à des forces extérieures (notamment l'effet du vent et de la pente de la voie). On considérera également l'évolution au cours du temps de la distance totale $d(t)$ parcourue par le train. Cette distance étant mesurée en kilomètres, la vitesse $y(t)$ en kilomètres/heures et le temps t en minutes, on aura

$$d(t) = \frac{1}{60} \int_{s=0}^{t} y(s)\, ds \tag{5}$$

Remarque : Au cours du TP, il vous sera demandé de construire un schéma SIMULINK puis de le modifier pour traiter les différentes questions du sujet. Pensez à sauvegarder à chaque fois la version de votre schéma qui correspond à chaque question (en lui donnant à chaque fois un nom différent) avant de passer à la suite. Cela vous permettra si nécessaire de revenir en arrière pour reprendre une version précédente du schéma.

I – Étude du système à commander (boucle ouverte)

1/ Calculer la fonction de transfert $F(p)$ entre u et y (fonction de transfert du système à commander). Montrer que ce système est stable et calculer son gain statique.

2/ En utilisant des blocs `Step`, `Gain`, `Sum`, `Tranfer Function`, `integrator` et `Scope`, construire un simulateur SIMULINK du système à commander, avec ses deux entrées u et w de type échelon. Ce simulateur devra aussi permettre de visualiser les trajectoires de $y(t)$ et de la distance parcourue $d(t)$ (mesurée en kilomètres).

Visualiser les trajectoires de $y(t)$ et de $d(t)$ pour des conditions initiales nulles ($y(0) = 0$ et $x(0) = 0$) et les entrées

$$\begin{aligned} u(t) &= 15 \text{ si } t < 10 && (6)\\ u(t) &= 0 \text{ si } t \geq 10 && (7)\\ w(t) &= 0 \text{ si } t < 20 && (8)\\ w(t) &= 10 \text{ si } t \geq 20 && (9) \end{aligned}$$

Les trajectoires de y et de d sont-elle conformes aux prédictions théoriques ?

II – Régulateur proportionnel

On veut maintenant implémenter un régulateur proportionnel de la forme

$$u(t) = -k(y(t) - \alpha y_r(t)) = k(\alpha y_r(t) - y(t)) \tag{10}$$

Avec $k > 0$ et $\alpha > 0$, et où $y_r(t)$ est une consigne (trajectoire de référence) de vitesse. Cette commande est appliquée au système à commander défini par l'équation (1).

1/ Calculer la fonction de transfert en boucle fermée entre y_r et y et la fonction de transfert en boucle fermée entre w et y. Calculer (en fonction de k) la valeur $\alpha = \alpha_k$ qui permet d'avoir un gain statique en boucle fermée entre la consigne et la sortie égal à un.

2/ a/ Construire un simulateur permettant de visualiser le comportement du système asservi (système à commander + régulateur proportionnel) dans les conditions suivantes :

1. consigne constante $y_r(t) = 100\ \mathrm{km/h}$;
2. perturbation nulle ($w = 0$) ;
3. valeur de k définie dans une variable MATLAB (pour pouvoir la modifier sans avoir à ouvrir les blocs du simulateur) ;
4. $\alpha = \alpha_k$ (valeur ajustée automatiquement dans un bloc `gain`) ;
5. saturation de la commande avant son application, avec les valeurs $u_{\min} = -50$ et $u_{\max} = 100$;
6. visualisation sur un même graphique des trajectoires de la commande calculée par le régulateur (avant saturation) et de la commande appliquée (après saturation).

Pour ces conditions de simulation, vérifier que la sortie y et la commande u convergent toutes les deux vers les valeurs prédites à partir des fonctions de transfert en boucle fermée calculées précédemment. Déterminer ensuite un réglage (choix de k) qui permet d'obtenir un temps de sortie du régime transitoire à 5% inférieur à 30 secondes (0,5 minutes). Mesurer à quel instant la commande sort de saturation (autrement dit, quand la commande appliquée devient inférieure à $u_{\max}$).

b/ Pour le réglage déterminé à la question précédente, simuler le comportement du système asservi en ajoutant la perturbation suivante :

$$w(t) = 0 \quad \text{quand} \quad t < 1\,\mathrm{min} \tag{11}$$
$$w(t) = -10 \quad \text{quand} \quad t \geq 1\,\mathrm{min} \tag{12}$$

Le comportement observé est-il conforme à ce que prédit la théorie ?

III – Pilote automatique

On voudrait maintenant, à partir du régulateur proportionnel étudié précédemment, construire un pilote automatique capable de conduire le train pendant tout un trajet entre deux gares. Pour concevoir et tester ce pilote automatique, on va utiliser une trajectoire de référence qui correspond à un trajet entre deux gares d'une durée totale $d_{\mathrm{tot}} = 70\,\mathrm{min}$. Ce trajet est défini par une suite de couples $(t, y_r(t))$, qui a été stockée sous forme de tableau dans le fichier MATLAB `yref.mat` (à télécharger sur l'ENT). Ce fichier contient un tableau également appelé `yref`. La première ligne de `yref` contient les valeurs de t, la deuxième les valeurs de $y_r(t)$. Cette trajectoire de référence pour la vitesse définit une trajectoire de référence $d_r(t)$ pour la distance parcourue en fonction du temps :

$$d_r(t) = \frac{1}{60} \int_{s=0}^{t} y_r(s)\, ds \tag{13}$$

Voici le cahier des charges du pilote automatique :

1. La valeur absolue de l'erreur de poursuite $e(t) = y(t) - y_r(t)$ doit toujours rester inférieure à $5\,\mathrm{km/h}$.
2. La vitesse ne doit jamais devenir négative (le train ne doit jamais reculer).
3. La valeur absolue de la vitesse finale $y(70)$ doit être inférieure à $1\,\mathrm{km/h}$.
4. La valeur absolue de l'écart entre la distance totale parcourue et la distance de référence $d_{\mathrm{tot}} = d_r(70)$ doit être inférieure à $10\,\mathrm{m}$: $|d_{\mathrm{tot}} - d(70)| \leq 0,01$.
5. Pour éviter des sollicitations excessives du moteur, la valeur du gain k du régulateur proportionnel ne doit pas dépasser $k_{\max} = 20$.

1/ a/ Charger la variable `yref` dans l'espace de travail de MATLAB. Afficher la trajectoire de référence (utiliser la fonction `plot`).

b/ Construire un simulateur SIMULINK qui permettra 1/ de récupérer et d'afficher la trajectoire de y_r (utiliser un bloc `From File` pour charger les données à partir du fichier `yref.mat`), et 2/ en utilisant un bloc `integrator`, de fabriquer et d'afficher la trajectoire de référence d_r. Visualiser également la valeur finale de $d_r(t)$ (utiliser un bloc `Display`).

2/ a/ Reprendre et modifier le schéma-bloc du système asservi de la question II (sans la perturbation w) pour appliquer la trajectoire de référence en entrée du régulateur proportionnel . Visualiser sur le même graphique $y_r(t)$ et $y(t)$, et sur un autre graphique $d_r(t)$ et $d(t)$. Déterminer si l'on peut trouver un réglage du régulateur proportionnel (valeur de k) permettant de satisfaire toutes les spécifications du cahier des charges.

b/ Pour tenir compte de l'effet des montées et des descentes, on va ajouter en entrée du système à commander une perturbation $w_p(t)$ qui correspond à l'effet de la pesanteur pendant les phases de montée et de descente. La trajectoire $w_p(t)$ est stockée dans le fichier MATLAB `wpente.mat` (à télécharger sur l'ENT). Ajouter cette perturbation à votre simulation. Est-il toujours possible de satisfaire les spécifications du cahier des charges avec le régulateur proportionnel ?

3/ On modifie le régulateur pour ajouter une rétroaction sur l'écart de distance $e_d(t) = d(t) - d_r(t)$:

$$u(t) = -k\left(y(t) - \alpha_k y_r(t)\right) - k_d e_d(t) = -k\left(y(t) - \alpha_k y_r(t)\right) - k_d\left(d(t) - d_r(t)\right) \tag{14}$$

Avec $k_d \geq 0$.

a/ Ajouter cette deuxième rétroaction à votre schéma-bloc. Déterminez un réglage qui permette de satisfaire toutes les spécifications du cahier des charges en présence de la perturbation $w_p(t)$.

b/ Pour évaluer l'impact d'autres forces perturbatrices (notamment le vent), on va ajouter au schéma une perturbation w_v supplémentaire. Pour fabriquer cette perturbation, on va utiliser le bloc `Uniform Random Number`, qui génère une suite pseudo-aléatoires de valeurs uniformément distribuées dans un intervalle. On choisira de générer des perturbations avec des valeurs comprises dans l'intervalle $-50 \leq w_v(t) \leq 50$, et changeant de valeur toutes les 0,1 min (6 s). Ajouter cette perturbation à votre schéma, et vérifier si le régulateur permet toujours de satisfaire le cahier des charges. Effectuer plusieurs simulations en modifiant l'initialisation du générateur pseudo-aléatoire (paramètre `Seed` du bloc `Uniform Random Number`). Si nécessaire, modifier le réglage du régulateur.

4/ On voudrait remplacer le régulateur analogique par un régulateur à temps discret, avec une période d'échantillonnage $T_e = 1/F_e$ La version discrétisée de l'équation (14) consiste à appliquer pendant chaque période d'échantillonnage $nT_e \leq t < (n+1)\,T_e$ la commande

$$u(t) = u(nT_e) = -k\left(y(nT_e) - \alpha_k y_r(nT_e)\right) - k_d\left(d(nT_e) - d_r(nT_e)\right) \tag{15}$$

Simuler cette discrétisation en utilisant un bloc `Zero-Order Hold` placé à l'endroit du schéma où la commande $u(t)$ est calculée. Simuler le comportement du système asservi pour différentes valeurs de la période d'échantillonnage T_e. Comment faut-il choisir T_e pour que le comportement soit proche de celui du système commandé par le régulateur à temps continu ?