TP Systèmes asservis n°3
(Asservissement de profondeur d'une torpille)

On veut réaliser l'asservissement de profondeur d'immersion d'une torpille. On note x la profondeur d'immersion de la torpille mesurée en mètres, θ son inclinaison, u l'angle de braquage de la gouverne de profondeur (ces deux angles seront mesurés en degrés). La torpille avance à une vitesse constante de $72\ \text{km/h} = 20\ \text{m/s}$. Pour faciliter la lecture des résultats, on prend comme variable de sortie

$$y(t) = 22 - x(t) \tag{1}$$

Le temps étant mesuré en secondes, les équations du système sont :

$$\begin{aligned} \dot{\theta}(t) &= \frac{d\theta(t)}{dt} = 10u(t) + v(t) &(2)\\ \dot{y}(t) &= \frac{dy(t)}{dt} = 20\sin\left(\frac{\pi}{180}\theta(t)\right) &(3) \end{aligned}$$

Où v est une perturbation qui représente l'effet des vagues et des courants.

Pour les calculs théoriques, on utilisera le modèle linéarisé autour de $\theta = 0$ obtenu en remplaçant l'équation (3) la fonction sinus par son développement limité à l'ordre deux, à savoir $\sin(\pi\theta/180) \simeq \pi\theta/180$. La fonction de transfert $F(p)$ du système linéarisé d'entrée u et de sortie y (c'est-à-dire du système obtenu en posant $v = 0$) est alors :

$$F(p) = \frac{10\pi}{9p^2} \tag{4}$$

1/ En utilisant les blocs `Integrator` et `Trigonometric Function`, fabriquer un simulateur SIMULINK correspondant à la forme intégrale des équations du modèle non linéaire, soit :

$$\begin{aligned} y(t) &= y(0) + \int_{s=0}^{t} \dot{y}(s)\,ds = y(0) - \int_{s=0}^{t} \dot{x}(s)\,ds = y(0) + \int_{s=0}^{t} 20\sin\left(\frac{\pi}{180}\theta(s)\right)ds &(5)\\ \theta(t) &= \theta(0) + \int_{s=0}^{t} \dot{\theta}(s)\,ds = \theta(0) + \int_{s=0}^{t} \left(10u(s) + v(s)\right)ds &(6) \end{aligned}$$

Simuler le comportement de la torpille (y et θ) à partir de $t = 0$ pour les deux scénarios :

1. $y(0) = 0$, $\theta(0) = 0$, $u = 10$, $v = 0$;
2. $y(0) = 0$, $\theta(0) = 0$, $u = 0$, v est un bruit constant par morceaux, compris entre -5 et $+5$ et changeant de valeur tous les dixièmes de seconde (bloc SIMULINK `Uniform random number`).

Les trajectoires obtenues en simulation vous semblent-elles physiquement raisonnables ?

2/ Afin de stabiliser la torpille, on utilise le régulateur tachymétrique

$$u(t) = -k_1\left(y(t) - y_r(t)\right) - k_2\theta(t) \tag{7}$$

Où $k_1 > 0$ et $k_2 > 0$, et où $y_r(t)$ est une consigne d'immersion (profondeur désirée). Sous l'hypothèse que θ reste proche de zéro, on a montré en TD que ce régulateur tachymétrique est approximativement équivalent à un régulateur proportionnel-dérivé de la forme standard

$$u(t) = -k\left(\left(y(t) - y_r(t)\right) + T_D\dot{y}(t)\right) \tag{8}$$

Avec

$$k = k_1 \qquad T_D = \frac{9k_2}{\pi k_1} \tag{9}$$

Les fonctions de transfert en boucle fermée entre y_r et y et entre y et v valent alors

$$\begin{aligned} H_{y_r y}(p) &= \frac{10\pi k}{9p^2 + 10\pi k T_D p + 10\pi k} && (10) \\ H_{vy}(p) &= \frac{\pi}{9p^2 + 10\pi k T_D p + 10\pi k} && (11) \end{aligned}$$

a/ Programmer ce régulateur sous SIMULINK en utilisant (7). Simuler la réponse à un échelon de consigne $y_r(t) = 20$ en l'absence de perturbation. Visualiser les les trajectoires de $y(t)$ et de $u(t)$. Appliquer les deux réglages du régulateur (valeurs de k_1 et k_2) déterminés en TD. Vérifier que les performances en boucle fermée sont conformes au cahier des charges, à savoir :

1. aucun dépassement (autrement dit, la condition $y(t) \leq 20$ doit être toujours satisfaite) ;
2. un temps de sortie du régime transitoire à 5% inférieur ou égal à 5 secondes (premier réglage) et à 2 secondes (deuxième réglage).

Pour ces deux réglages, vérifier que le comportement simulé correspond approximativement à celui prévu par le modèle linéarisé. Simuler ensuite le comportement du système asservi quand la torpille n'est pas lancée à l'horizontale.

b/ Pour le réglage correspondant à un temps de sortie du régime transitoire inférieur à 2 secondes, simuler les performances en régulation du régulateur tachymétrique quand le système part du repos et que $y_r(t) = 0$, pour les trois choix de v du 1/b/. Pour les deux premiers choix de v, les performances sont-elles conformes aux prédictions théoriques effectuées à partir du modèle linéaire ? Que pourrait-on prédire à partir du modèle théorique dans le troisième cas ?

c/ En utilisant un bloc `Saturation`, toujours pour le deuxième réglage, simuler l'effet de la limitation de la commande $-10 \leq u(t) \leq 10$ dans le scénario du 2a. Visualier sur le même graphique la commande calculée et la commande appliquée. Comment cette saturation affecte-t-elle les performances ?

d/ En utilisant un bloc `Zero-Order Hold`, simuler le comportement en poursuite et en régulation en de la version discrétisée du régulateur tachymétrique, avec la saturation sur la commande et pour différentes valeurs de la période d'échantillonnage T_e et de la perturbation. Comment faut-il choisir T_e pour que les performances du régulateur discret soient similaires à celles du régulateur analogique ?

3/ Afin de tenir compte de l'inertie du gouvernail de profondeur, on introduit dans le modèle une équation différentielle supplémentaire, de sorte que le modèle non linéaire devient :

$$\begin{aligned} z(t) + 0,2\dot{z}(t) &= u(t) && (12) \\ \dot{\theta}(t) &= 10z(t) + v(t) && (13) \\ \dot{y}(t) &= 20\sin\left(\frac{\pi}{180}\theta(t)\right) && (14) \end{aligned}$$

En utilisant un bloc `Transfer function`, modifier le simulateur du système (avec la commande échantillonnée et la saturation) pour tenir compte du modèle de l'inertie du gouvernail dans le modèle non-linéaire, sachant que la saturation doit maintenant affecter la variable z. Tester ensuite sur le système ainsi modifié les performances du régulateur tachymétrique dans les différents scénarios étudiés précédemment.