TP Systèmes asservis n°2

On veut commander la puissance électrique fournie par une centrale électrique thermique en agissant sur de débit de combustible dans le foyer. Les constantes de temps du groupe turbo-alternateur étant supposées négligeables par rapport à celles de l'étage thermique, un modèle simplifié du système est donné par les équations :

$$d(t) + 60\,\dot{d}(t) = u(t) \tag{1}$$

$$x(t) + 120\,\dot{x}(t) = 2\,d(t) \tag{2}$$

$$y(t) = 2\,(x(t) - d(t)) - w(t) \tag{3}$$

La variable u est la commande du débit de combustible, d le débit de combustible dans le foyer, x le flux thermique produit par la combustion en ne tenant pas compte de la chaleur nécessaire pour enflammer le combustible, y la puissance électrique et w une perturbation positive due aux fuites.

Les variables (u, d, x, y, w) sont mesurées par rapport à un point d'équilibre non nul, de sorte que $u = d = x = y = 0$ correspond à la moitié de la puissance maximale en régime permanent. Toutes les variable sont exprimées dans des unités normalisées, et $y = 50$ correspond à la puissance nominale maximale de la centrale.

Les fonctions de transfert entre u et d, entre d et x et entre u et y sont alors respectivement :

$$u \quad \rightarrow \quad d: \quad F_1(p) = \frac{1}{1+60p} \tag{4}$$

$$d \quad \rightarrow \quad x: \quad F_2(p) = \frac{2}{1+120p} \tag{5}$$

$$u \quad \rightarrow \quad y: \quad F(p) = \frac{2(1-120p)}{(1+60p)(1+120p)} \tag{6}$$

– I : Boucle ouverte –

1/ Dessiner un schéma-bloc du système qui permette d'accéder aux variables d, x et y. À partir de ce schéma-bloc, construire un simulateur SIMULINK du système à commander. En utilisant ce simulateur, visualiser la réponse à un échelon de commande $u = 25$ (passage à la puissance nominale maximale) en l'absence de perturbation ($w = 0$) et en supposant que les conditions initiales sont nulles. Vérifier que cette réponse est sans dépassement ni oscillations mais passe par un minimum (chute de puissance). Mesurer les temps de sortie des régimes transitoires à 20, 10 et 5%.

2/ a/ En utilisant la fonction `tf` de MATLAB, créer un objet structuré contenant la fonction de transfert $F(p)$. Tracer le lieu de Nyquist, le lieu de Black et le diagramme de Bode et le lieu de Black avec la fonction `ltiview` de MATLAB. Relever sur le diagramme de Bode les valeurs de $|F(i\omega)|$ (en dB) et de $\arg(F(i\omega))$ pour les 2 valeurs de ω correspondant aux périodes $T = 10\,\mathrm{s}$ et $T = 100\pi\,\mathrm{s}$ (avec $T = 2\pi/\omega$).

b/ Vérifier en simulation, pour les deux valeurs de ω définies précédemment, que si l'on applique au système une sinusoïde de la forme $u(t) = \varepsilon\cos(\omega t)$, la sortie y converge pour t grand vers une sinusoïde de même fréquence, d'amplitude $\varepsilon\,|F(i\omega)|$ et déphasée par rapport à u de $\arg(F(i\omega))$. (Utiliser le bloc `sine wave`).

– II : Boucle fermée avec régulateur proportionnel –

Afin de faire suivre à y une consigne y_r, on utilise un régulateur proportionnel de la forme :

$$u(t) = -k\,(y(t) - \alpha y_r(t)) \tag{7}$$

Où k et α sont deux constantes positives.

1/ Construire un simulateur SIMULINK du système asservi, en utilisant une variable MATLAB pour paramétrer le gain k et le coefficient α de manière à garantir un gain statique en boucle fermée égal à un entre y_r et y, c'est-à-dire en prenant

$$\alpha = \frac{1+2k}{2k} = 1 + \frac{1}{2k} \tag{8}$$

Simuler la réponse du système asservi à un échelon de consigne $y_r(t) = 50$ pour différentes valeurs du gain k, en prenant toujours $w = 0$. Vérifier que la sortie converge bien vers la consigne quand $k < k_{\max} = 3/4$ et qu'elle diverge pour $k > k_{\max}$. Que se passe-t-il quand on a pris exactement $k = k_{\max}$?

2/ Déterminer expérimentalement la valeur $k = k_{\text{opt}}$ qui minimise le temps de sortie du régime transitoire à 10% pour un échelon de consigne $y_r(t) = 50$, toujours en l'absence de perturbation ($w = 0$). (Visualiser également la trajectoire de la commande u correspondant à ce réglage.) Étudier, pour $k = k_{\text{opt}}$, l'effet d'une perturbation w constante intervenant après la fin du régime transitoire de la réponse à un échelon de consigne (utiliser pour ce faire un bloc `step`). Comment évolue l'erreur de poursuite $e(t) = y(t) - y_r(t)$?

– III : Boucle fermée avec régulateur PI –

On veut maintenant utiliser un régulateur PI de la forme

$$u(t) = -k\left(y(t) - y_r(t) + \frac{1}{T_I}\int_0^t (y(s) - y_r(s))\, ds\right) = -k\left(e(t) + \frac{1}{T_I}\int_0^t e(s)\, ds\right) \tag{9}$$

Avec $k > 0$ et $T_I > 0$.

La théorie prédit que la condition de stabilité pour ce système asservi est $k < k_{\max}$ et $T_I > g(k)$, où

$$g(k) = \frac{240k}{1+2k} \times \left(1 + \frac{60}{180 - 240k}\right) \tag{10}$$

1/ Construire un simulateur SIMULINK du système asservi. Simuler la réponse du système asservi à un échelon de consigne $y_r(t) = 50$ en l'absence de perturbation pour différentes valeurs de k et T_I, et vérifier Vérifier expérimentalement les conditions de stabilité en boucle fermée.

2/ Déterminer expérimentalement le réglage du régulateur PI (choix de k et T_I) qui minimise le temps de sortie du régime transitoire à 10% pour un échelon de consigne $y_r(t) = 50$. (Visualiser également la trajectoire de la commande u correspondant à ce réglage.)

3/ Pour le réglage optimal déterminé au 2/, simuler l'effet d'une perturbation constante intervenant après la fin du régime transitoire de la réponse à un échelon de consigne. Vérifier que l'erreur de poursuite $e(t) = y(t) - y_r(t)$ tend vers zéro.

4/ Fabriquer et tester un régulateur PI discret en discrétisant l'erreur de poursuite $e(t)$ avec un bloqueur d'ordre zéro (bloc `Zero-Order Hold`), et en remplaçant l'intégrateur par un sommateur (bloc `Discrete-Time Integrator`). Pour $t = NT_e$, ceci correspond à

$$\int_0^t e(s)\, ds \quad \leftrightarrow \quad T_e \sum_{n=0}^{N-1} e(nT_e) \tag{11}$$

Déterminer un choix de T_e qui permet d'assurer un comportement en boucle fermée similaire à celui obtenu avec un régulateur PI à temps continu (pour le même réglage de k et T_I).