

1 Aussagen in Prädikatenlogik

(4 Punkte)

Formalisieren Sie folgende Aussagen in Prädikatenlogik:

- Jeder Mensch hat einen Vater und eine Mutter.
- Manche Menschen haben Kinder.
- Jedes Tier frisst Pflanzen oder pflanzenfressende Tiere, die kleiner sind als es selbst.
- Es gibt ein Tier, das manche Körner-fressende Tiere frisst.

Hinweis: Sie brauchen keine Signatur oder algebraische Struktur angeben. Die Formel reicht :-)

Thema: Formalisierung von Aussagen

2 Interpretationen und Modelle

(4 Punkte)

Gegeben sei der logische Ausdruck

$$\begin{aligned}
 A = & \forall k \forall l [\text{kunde}(k, l) \Rightarrow (\exists w \text{ kauf}(k, w, l))] \wedge \\
 & \forall k \forall l \forall w [\text{kauf}(k, w, l) \Rightarrow (\text{gekauft}(k, w) \wedge \text{verkauft}(l, w))] \wedge \\
 & \forall k \forall w [\text{gekauft}(k, w) \Rightarrow \text{besitzt}(k, w)] \wedge \\
 & \text{kunde}(\text{UDO}, \text{ROSEVERSAND})
 \end{aligned}$$

- Geben Sie eine passende Signatur Σ zu A an. Verwenden Sie dabei die Sorten *kunden*, *waren*, *laeden*. *UDO* und *ROSEVERSAND* seien Konstanten. A soll eine (bezüglich Ihrer Signatur) wohlgeformte Formel sein.
- Geben Sie ein Modell \mathcal{A} für A an. Es soll also gelten $\mathcal{A} \models A$.
- Geben Sie nun ein algebraisches System \mathcal{A}' zu Ihrer Signatur an, in dem die Formel A *falsch* ist.
- Ist die Formel *allgemeingültig*, d.h. ist sie eine Tautologie (gilt also $\models A$)? Begründen Sie Ihre Antwort.

Thema: Umgang mit Signaturen und Interpretationen, Modellbegriff

3 Semantisches Folgern

(4 Punkte)

Sei nun $WB = \{\forall x \forall y [\neg s(x, y) \Rightarrow \neg r(x, y)], r(A, B)\}$ und $F = s(A, B)$.

Folgt F **semantisch** aus WB , d.h. gilt $WB \models F$?

Thema: Semantisches Folgern

4 Komposition von Substitutionen

(2 Punkte)

Berechnen Sie für die Substitutionen θ und σ jeweils die Komposition $\theta\sigma$:

- $\theta = \{a/X, b/y\}, \sigma = \{c/f(z), d/u\}$
- $\theta = \{a/h(x, y), b/Z, c/y\}, \sigma = \{x/D, y/D, u/f(v)\}$
- $\theta = \{a/g(x, y), b/y, c/y\}, \sigma = \{a/W, x/D, c/f(v)\}$
- $\theta = \{a/b, c/f(z)\}, \sigma = \{a/X, b/Y, v/c\}$

Thema: Komposition von Substitutionen berechnen

5 Substitutionen anwenden

(2 Punkte)

Berechnen Sie das Ergebnis der folgenden Substitutionen:

- $p(x, y)[x/A, y/f(B)]$
- $p(x, y)[x/f(y)][y/g(B, B)]$
- $p(x, y)[x/f(y), y/g(B, B)]$
- $p(x, y)[z/f(B), x/A]$

Thema: Anwenden von Substitutionen

6 Unifikatoren

(6 Punkte)

Geben Sie, falls möglich, Unifikatoren *und* Unifikate für die folgenden Termpaare an:

1. $g(a)$ und $g(f(X, Y))$
2. $h(a, g(B))$ und $h(C, g(d))$
3. $g(a, f(C), b)$ und $g(C, f(b), a)$
4. $g(h(a, b), f(c))$ und $g(h(X, Y), c)$
5. $r(h(x), f(h(u), y))$ und $r(y, f(y, h(g(A))))$
6. $h(g(f(x, u)), f(g(A), f(A, A)), f(u, f(x, u)))$ und $h(g(v), v, f(y, z))$

Thema: Unifikatoren und Unifikate

7 Allgemeinere Unifikatoren

(3 Punkte)

Ein Unifikator σ ist allgemeiner als ein Unifikator τ , geschrieben $\sigma \geq \tau$, wenn es eine Substitution ρ gibt, so daß $\tau = \sigma\rho$.

Zu einer Menge von Termen seien die folgenden Unifikatoren gegeben:

- $\mu_1 = \{w/x, y/x, u/x, v/f(x), z/x\}$,
- $\mu_2 = \{x/y, w/y, u/y, v/f(z)\}$
- $\mu_3 = \{x/A, y/A, z/B, u/A, v/f(B), w/A\}$

Ordnen Sie die Unifikatoren μ_i bezüglich der Relation \geq und geben Sie die entsprechenden Substitutionen an.

Thema: Allgemeinere Unifikatoren erkennen

8 Bestimmung eines allgemeinsten Unifikators

(3 Punkte)

Berechnen Sie mit Hilfe des Unifikationsalgorithmus aus der VL für die S_i jeweils den *mgu*. Geben Sie in *jedem* Schritt S , D und σ an.

1. $S_1 = \{f(X, g(a, b), h(a)), f(d, e, c), f(a, g(X, c), b)\}$
2. $S_2 = \{f(a, g(X, Y)), f(Z, g(a, Y))\}$
3. $S_3 = \{f(a, g(b, b)), f(b, g(a, h(a)))\}$

Thema: Algorithmus zum Berechnen des *mgu* anwenden