IFM 5.6 Künstliche Intelligenz, 2017/18

Blatt 10: Klauseln, Resolution, Prolog (24 Punkte)

Carsten Gips, FH Bielefeld

Praktikum: BONUS
ILIAS: keine Abgabe

1 Modelle reloaded (2 Punkte)

a) Gehen Sie von einem Vokabular mit nur drei atomaren Aussagen a, b und c aus, d.h. $P = \{a, b, c\}$ und $\alpha(a) = \alpha(b) = \alpha(c) = \epsilon$.

Wieviele Modelle gibt es für die Formel $(a \wedge b) \vee (b \wedge c)$? Begründen Sie Ihre Antwort.

b) Betrachten Sie die Formelmenge $H = \{\forall x\ \neg\mathrm{p}(x, x),\ \ \forall x \forall y \forall z\ [(\mathrm{p}(x, y) \wedge \mathrm{p}(y, z)) \Rightarrow \mathrm{p}(x, z)]\}$.

Geben Sie ein Modell für H an. Warum ist es in diesem Beispiel nicht nötig, eine Variablenbelegung anzugeben?

Thema: Interpretation und Modellbegriff

2 Klauselform (6 Punkte)

Gegeben sei der logische Ausdruck

$$\begin{aligned}
&\forall x\ [\mathrm{maus}(x) \Rightarrow (\neg\exists y\ [\mathrm{katze}(y) \wedge \mathrm{befreundet}(x,\ y)] \wedge \\
&\qquad\qquad\qquad\quad \exists z\ [\mathrm{verwandt}(x,\ z) \wedge \mathrm{befreundet}(x,\ z)])] \ \wedge \\
&\forall x\, \forall y\, \forall z\ [(\mathrm{befreundet}(x,\ z) \wedge \neg\mathrm{befreundet}(x,\ y)) \Rightarrow \neg\mathrm{befreundet}(z,\ y)]
\end{aligned}$$

Formen Sie den Ausdruck mit den acht Regeln aus der Vorlesung *schrittweise* in Klauselform um.

Thema: Umwandlung in Klauselform

3 Resolution (2 Punkte)

Leiten Sie aus den folgenden beiden Klauseln einen Widerspruch (leere Klausel) ab:

$$\mathrm{p}(x_1) \vee \mathrm{p}(x_2) \quad \text{und} \quad \neg\mathrm{p}(y_1) \vee \neg\mathrm{p}(y_2)$$

Thema: Anwendung der Resolution und Faktorisierungsregel

4 Resolution (4 Punkte)

Betrachten Sie die folgende Klauselmenge:

$$\begin{array}{ll}
(a) & \neg\mathrm{kunde}(k,\ l) \vee \mathrm{kauf}(k,\ \mathrm{f}(k,\ l),\ l) \\
(b) & \neg\mathrm{kauf}(k_1,\ w_1,\ l_1) \vee \mathrm{gekauft}(k_1,\ w_1) \\
(c) & \neg\mathrm{kauf}(k_2,\ w_2,\ l_2) \vee \mathrm{verkauft}(l_2,\ w_2) \\
(d) & \neg\mathrm{gekauft}(k_3,\ w_3) \vee \mathrm{besitzt}(k_3,\ w_3) \\
(e) & \mathrm{kunde}(\mathrm{UDO},\ \mathrm{ROSEVERSAND})
\end{array}$$

Beweisen Sie mit Resolution die Behauptung

$$\exists x\, \exists y\ \mathrm{besitzt}(x,\ y)$$

Geben Sie die Unifikatoren für jeden einzelnen Resolutionsschritt an und zeichnen Sie den Refutationsbaum.

Thema: Anwendung der Resolution

5 Resolution (4 Punkte)

Betrachten Sie die folgenden Aussagen über natürliche Zahlen:

(a) Wenn x durch y teilbar ist, dann ist x größer als oder gleich y.
(b) Wenn x größer als oder gleich y ist und y größer als oder gleich x ist, dann ist x gleich y.
(c) Wenn x durch y teilbar ist und y durch x teilbar ist, dann ist x gleich y.

Formalisieren Sie die obigen Aussagen (a) … (c) in Prädikatenlogik.

Verwenden Sie Resolution, um zu zeigen, ob $(a) \wedge (b) \models (c)$ gilt (oder nicht).

Thema: Anwendung der Resolution

6 Resolution in Prolog (2 Punkte)

Führen Sie den Resolutionsbeweis aus den beiden vorigen Aufgaben mit Prolog durch. Formulieren Sie dazu jeweils die Klauselmengen in Prolog und stellen Sie die passende Anfrage.

Thema: Erstellen einer einfachen Wissensbasis, einfache Anfragen

7 Prolog: Hauptstädte, Länder, Kontinente (4 Punkte)

1. **Fakten**
   - Definieren Sie in Prolog die binären Relationen `istHauptstadtVon/2` und `liegtImKontinent/2` für einige Staaten, deren Hauptstädte und Kontinente.

2. **Regeln**
   - Definieren Sie ein binäres Prädikat `stadtLiegtInKontinent/2` unter Benutzung der beiden bereits definierten Relationen. Das Prädikat ist erfüllt, wenn eine Stadt im entsprechenden Kontinent liegt.
   - Definieren Sie die Prädikate `stadtLiegtInEuropa/1` und `stadtLiegtinAfrika/1` unter Benutzung des Prädikats `stadtLiegtInKontinent/2`.
   - Implementieren Sie ein binäres Prädikat `liegenImGleichenKontintent/2`, welches genau dann wahr ist, wenn die beiden Argumente Städte sind, welche im gleichen Kontinent liegen.

Thema: Erstellen einer Wissensbasis aus Fakten und Regeln, komplexere Anfragen