

# Group 13: Subpath number - minimal cubic graphs

Lovro Levačić, Žiga Obradović

November 2025

## KRATEK OPIS

Moj predlog je, da razdeliva to kratko predstavitev na:

- **Uvod:** Na kratko razloživa najin problem.
- **Priprava:** Naštejeva oz. poveva, kako bova naredila osnovne funkcije, ki nama bodo pomagale naprej.
- **Načrt dela:** Na hitro razloživa, kako bova stvari poganjala oz. iskala, kar zahteva naloga.

## 1 Uvod

V projektu obravnavamo domnevo, ki govori o minimizaciji števila poti v razredu **kubičnih grafov**, torej grafov, kjer ima vsako vozlišče stopnjo 3. Za dani povezani graf  $G$  definiramo *subpath number*, označen s  $pn(G)$ , kot število vseh preprostih poti v grafu, vključno s trivialnimi potmi dolžine 0. Preprosta pot je zaporedje vozlišč  $(v_0, v_1, \dots, v_\ell)$  brez ponovitev, kjer je vsak par zaporednih vozlišč povezan z robom.

V literaturi je bila postavljena domneva, da za vsako sodo število vozlišč  $n$  obstaja natanko en kubični graf  $L_n$ , ki ima najmanjši subpath number med vsemi kubičnimi grafi z  $n$  vozlišči. Grafi  $L_n$  so sestavljeni iz več kopij grafa  $K_4 - e$  (popolnega grafa na štirih vozliščih, iz katerega odstranimo en rob), ki jih povežemo v verižni strukturi. Na obeh koncih se tej verigi dodata še posebna *pendant bloka* – eden na 5, drugi pa na 7 vozlišč.

Kasneje se je pokazalo, da domneva za dovolj velika  $n$  ne drži, vendar še ni znano, pri katerem najmanjšem  $n$  se pojavi prva protimera. Namen našega projekta je torej:

- preveriti domnevo za manjša, obvladljiva števila vozlišč  $n$ ,
- in poskusiti poiskati protimero, torej kubični graf z manjšim subpath number kot  $L_n$ .

## 2 Priprava

## 3 Načrt dela