

Group 13: Subpath number - minimal cubic graphs

Lovro Levačić, Žiga Obradović

November 2025

KRATEK OPIS

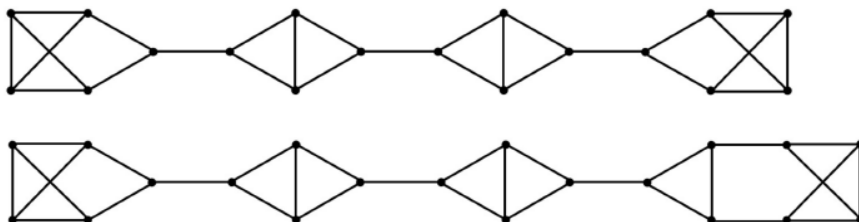
Moj predlog je, da razdeliva to kratko predstavitev na:

- **Uvod:** Na kratko razloživa najin problem.
- **Priprava:** Naštejeva oz. poveva, kako bova naredila osnovne funkcije, ki nama bodo pomagale naprej.
- **Načrt dela:** Na hitro razloživa, kako bova stvari poganjala oz. iskala, kar zahteva naloga.

1 Uvod

V projektu obravnavamo domnevo, ki govori o minimizaciji števila poti v razredu **kubičnih grafov**, torej grafov, kjer ima vsako vozlišče stopnjo 3. Za dani povezani graf G definiramo *subpath number*, označen s $pn(G)$, kot število vseh preprostih poti v grafu, vključno s trivialnimi potmi dolžine 0. Preprosta pot je zaporedje vozlišč $(v_0, v_1, \dots, v_\ell)$ brez ponovitev, kjer je vsak par zaporednih vozlišč povezan z robom.

V literaturi je bila postavljena domneva, da za vsako sodo število vozlišč n obstaja natanko en kubični graf L_n , ki ima najmanjši subpath number med vsemi kubičnimi grafi z $n \geq 10$ vozlišči. Grafi L_n so sestavljeni iz več kopij grafa $K_4 - e$ (popolnega grafa na štirih vozliščih, iz katerega odstranimo en rob), ki jih povežemo v verižni strukturi. Na obeh koncih se tej verigi dodata še posebna *pendant bloka* - eden na 5, drugi pa na 7 vozlišč.



Slika 1: L_n grafa za $n = 18$ in 20

Kasneje se je pokazalo, da domneva za dovolj velika n ne drži, vendar še ni znano, pri katerem najmanjšem n se pojavi prva protimera. Namen našega projekta je torej:

- preveriti domnevo za manjša, obvladljiva števila vozlišč n ,
- in poskusiti poiskati protimero, torej kubični graf z manjšim subpath number kot L_n .

2 Priprava

Za čim bolj učinkovito delo bova najprej definirala osnovne funkcije, s katerimi bova izdelovala grafe in štela njihove poti:

1. *subpath_number(Graf)*: Funkcija, ki sprejme katerikoli graf in vrne **subpath number**.
2. *Ln_graph(n)*: Funkcija, ki sprejme število vozlišč n in vrne graf L_n . Ideja funkcije je, da definiramo tri različne gradnike, ki jih sestavimo skupaj gleda na število n .
3. *cubic_graphs(n)*: Funkcija, ki sprejme število vozlišč n in generira vse možne kubične grafe na n vozliščih (za sode $n \geq 4$).

3 Načrt dela