Pontificia Universidad JAVERIANA Bogotá

Facultad de Ciencias

Departamento de Matemáticas

eherrera@javeriana.edu.co

ANALISIS NUMERICO

TRABAJO FINAL

Estudiante 1______Heyling Burgos https://github.com/heylingBurgos/Analisis_Numerico_1026

Estudiante 2 _____Pablo Santander https://github.com/pablo-savp/Analisis-N-merico_2130

Estudiante 3 _____Nicolas Barragán https://github.com/Nicolasbs99/Analisis-Numerico.git

Estudiante 4 _____Gabriel De Souza ZiggyFoda/Analisis: Repositorio para Parciales, retos, talleres :) (github.com)

Cada grupo debe entregar este documento con los resultados y las implementaciones (R o Python) en archivos anexos, al correo **herrera.eddy@gmail.com** **y DEBEN SUBIR AL REPOSITORIO LA SOLUCIÓN Y LA IMPLEMENTACIÓN EN LA CARPETA TRABAJO FINAL INDICANDO EL ENLACE DE LOS RESPOSITORIOS DE CADA ESTUDIANTE**

TIEMPO LIMITE 9:30 am HORA LOCAL DEL 19 DE NOVIEMBRE DEL 2021

La estimación de la propagación de la pandemia por **Covid-19** en la ciudad de *Santa Marta* (Colombia) se hace a partir del modelo SIR con parámetros y condiciones iniciales dadas. El modelo SIR, aplicado en varios tipos de pandemias, objetiva estimar el número de individuos susceptibles a infectarse (S), el número de individuos infectados capaces de infectar (I) y el número de individuos recuperados (que se curaron o fallecieron) (R).

El número de individuos susceptibles a infectarse (dS) en el tiempo de observación (dt), viene dado por la **ecuación 1**: $\frac{dS}{dt} = -\beta C \frac{S}{N}$ con Donde β es la tasa temporal de probabilidad de un sujeto de llegar a infectarse, C es el número de contactos del sujeto, 1/N es la probabilidad de que algún contacto esté infectado, N es el universo de individuos y S el número total de individuos susceptibles de infectarse.

El número de individuos infectados dI en el tiempo de observación dt se expresa mediante la **ecuación 2**: $\frac{dI}{dt} = \beta C \frac{S}{N} - \frac{dR}{dt}$. Donde dR dt es la cantidad de personas que en el tiempo de observación se están recuperando. Como en el tiempo de observación, es posible que algunos de los individuos se hayan recuperado, por lo que estos dejarán de pertenecer al grupo I para engrosar el grupo R, lo que se traduce en una substracción a la cantidad de infectados.

El número de recuperados dR en el tiempo de observación se puede modelar, de manera simple, mediante la **ecuación 3**: $\frac{dR}{dt} = \gamma I$. Donde γ es la tasa temporal de recuperación de un sujeto infectado, o sea, γdt es la probabilidad de recuperación, en el tiempo dt, de un sujeto que estaba infectado

Productos:

1. Solucionar el sistema de ecuaciones utilizando el método de **Euler**, las condiciones iniciales se establecieron en I (0) =10/N, S (0) =N-I(0), R (0) =0 y N=45000, en consonancia con los datos reportados por el **Instituto Nacional de Salud (INS)** de Colombia para el periodo entre el 20 de marzo y el 20 de mayo de 2020. Los parámetros del modelo son β=0,06, C=1,5 y γ=0,021, fueron ajustados numéricamente hasta que los casos (infectados más recuperados) estimados se aproximaran a con error <0.05 de los casos reportados.

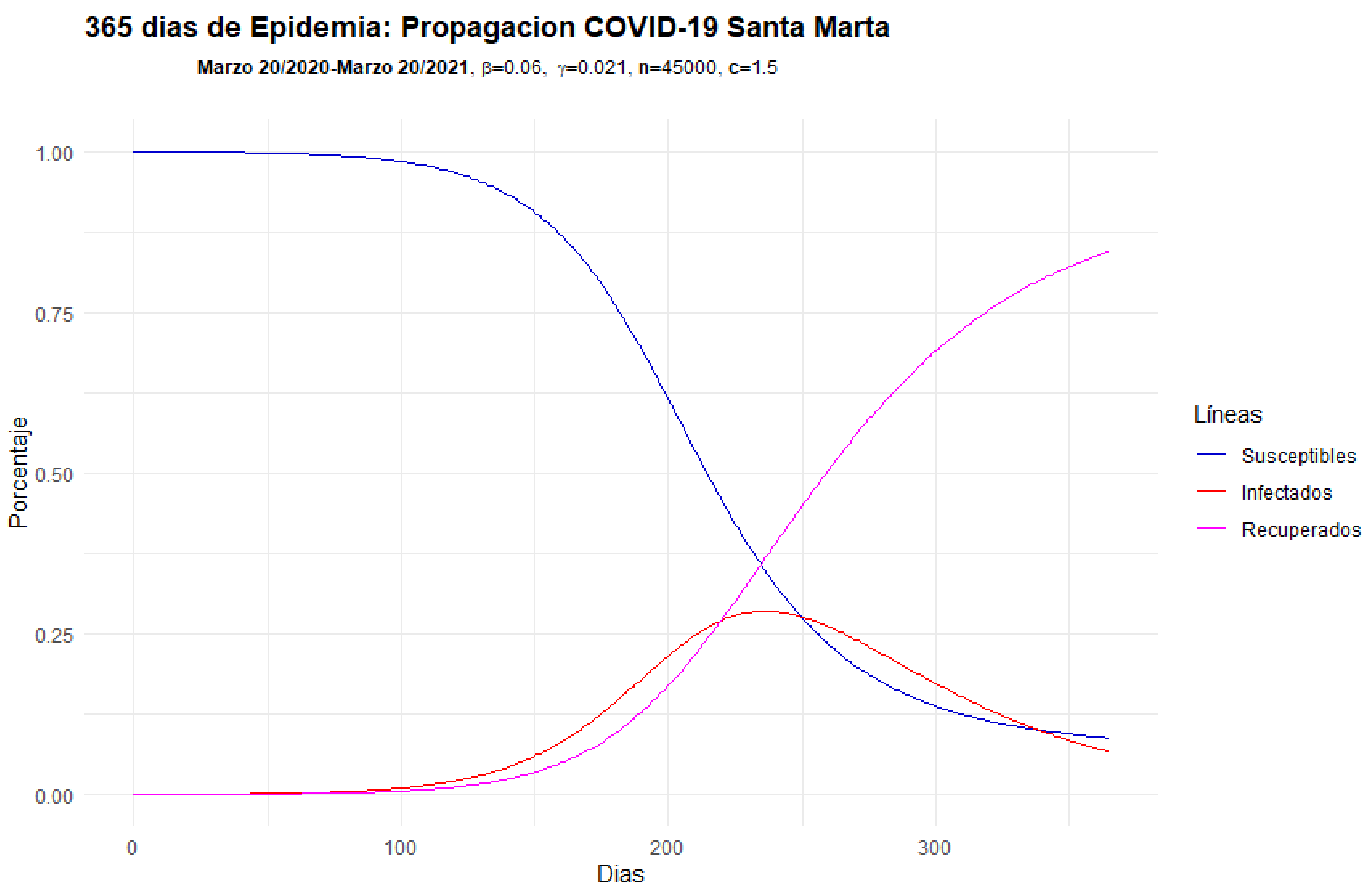
	time	S	I	R
1	0	0.99977778	0.0002222222	0.000000e+00
2	1	0.99976445	0.0002308859	4.666667e-06
3	2	0.99975060	0.0002398872	9.515271e-06
4	3	0.99973621	0.0002492392	1.455290e-05
5	4	0.99972126	0.0002589556	1.978693e-05
6	5	0.99970572	0.0002690505	2.522499e-05
7	6	0.99968959	0.0002795388	3.087506e-05
8	7	0.99967282	0.0002904356	3.674537e-05
9	8	0.99965540	0.0003017569	4.284452e-05
10	9	0.99963730	0.0003135191	4.918141e-05
11	10	0.99961850	0.0003257396	5.576531e-05
12	11	0.99959896	0.0003384359	6.260584e-05
13	12	0.99957866	0.0003516268	6.971300e-05
14	13	0.99955757	0.0003653314	7.709716e-05
15	14	0.99953566	0.0003795696	8.476912e-05
16	15	0.99951290	0.0003943622	9.274008e-05
17	16	0.99948925	0.0004097308	1.010217e-04
18	17	0.99946468	0.0004256978	1.096260e-04
19	18	0.99943915	0.0004422863	1.185657e-04
20	19	0.99941263	0.0004595206	1.278537e-04
21	20	0.99938507	0.0004774257	1.375036e-04
22	21	0.99935644	0.0004960277	1.475296e-04
23	22	0.99932670	0.0005153536	1.579462e-04
24	23	0.99929580	0.0005354316	1.687686e-04
25	24	0.99926370	0.0005562908	1.800126e-04
26	25	0.99923034	0.0005779616	1.916948e-04
27	26	0.99919569	0.0006004754	2.038319e-04
28	27	0.99915969	0.0006238649	2.164419e-04
29	28	0.99912229	0.0006481642	2.295431e-04
30	29	0.99908344	0.0006734085	2.431545e-04
31	30	0.99904307	0.0006996344	2.572961e-04

Se obtuvo entonces la tabla de los primeros 31 días de la pandemia, con la respectiva información de la evolución de la pandemia a medida que avanza el tiempo. Se puede observar cómo los recuperados inician en 0, los susceptibles son prácticamente el 100% y los infectados en un valor de prácticamente 0 también.

Tabla de solución del mes de marzo 20 – mayo 30

2. Con base en la solución anterior, realice una gráfica de la proyección del porcentaje de susceptibles, infectados y recuperados de un año de pandemia

GRAFICA



La gráfica anterior muestra cómo a partir del día 0 que se toma para el inicio de la pandemia empiezan a aumentar los infectados. Estos llegan hasta un pico donde empiezan a disminuir mientras que a la vez los recuperados incrementan. La gráfica nos permite verificar los valores respecto al máximo de infectados y al momento en que se controla la pandemia

3. Determine la cantidad máxima aproximada de infectados en relación con la población total y en qué fecha aproximadamente se espera esto y compare esta solución con la solución exacta (analítica).

SOLUCION

Tras analizar nuestro set de datos obtenido, obtuvimos entonces que la cantidad aproximada máxima de infectados fue de: 0.2848227 (lo cual aproximadamente equivale a unas **12.817 personas**) se espera entonces que esto suceda el día: 236 (aproximadamente **11 de noviembre del 2020**).

4. Determine el porcentaje de la población que llegaría a infectarse y el porcentaje de recuperación y compare esta solución con la solución exacta (analítica)

SOLUCION

El porcentaje estimado de población que llegaría a infectarse es del **28.48227 %** y el porcentaje estimado de personas recuperadas es del **84.53829 %**. Estos datos sabemos que son correctos de acuerdo con las gráficas con las que podemos comparar los resultados. Si vemos la gráfica del punto 2 evidenciamos que los valores, por ejemplo, de contagios tiende a llegar un poco arriba del 25%. De la misma forma podemos ver la curva de recuperados que tiende a sobrepasar el 80%.

5. Se dice que una situación epidémica controlada será cuando: $\frac{\gamma}{\beta C} > \frac{S}{N}$ determine en que instantes del tiempo la situación está controlada si el número de contactos del sujeto va aumentando de [2-20] de cinco en cinco.

   SOLUCION

   La pandemia se verá controlada a partir del **6 de diciembre del 2020**. Este resultado se obtiene al analizar la condición dada. En el momento en el que se reduce la cantidad de contagios a menos del 23% o de 10.350 individuos se considera una situación controlada.

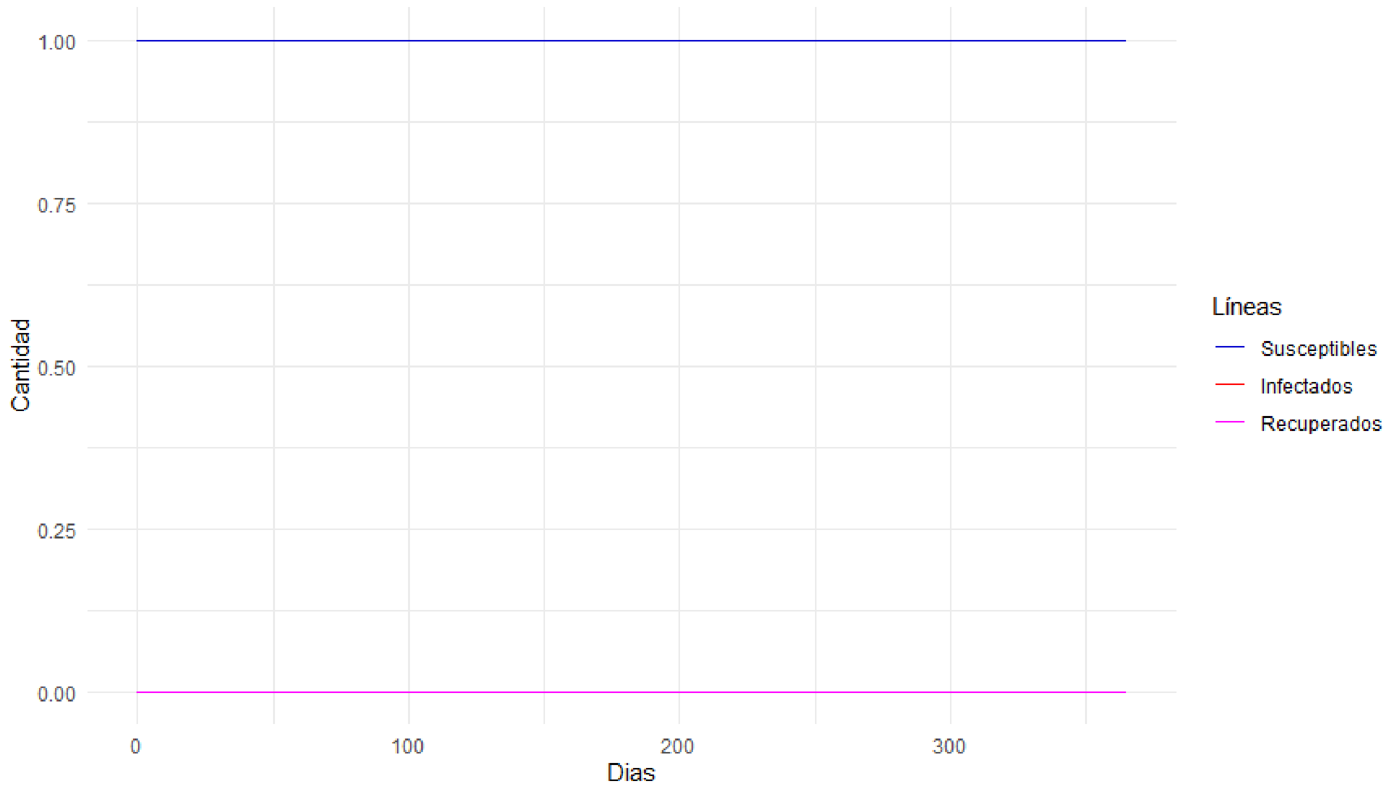
$$\frac{\boldsymbol{\gamma}}{\boldsymbol{\beta C}} = \frac{\mathbf{0.021}}{\mathbf{0.06 * 1.5}} = \mathbf{0.233} \ldots$$

$$\frac{\boldsymbol{S}}{\boldsymbol{N}} = \frac{\mathbf{45000 * 0.23}}{\mathbf{1}} = \mathbf{10350}$$

6. El número básico de reproducción $R_0 = \frac{\beta}{\gamma}$ es un indicador relevante en salud pública porque expresa la potencia de contagio. Encuentre la solución para cuando β=γ como para cuando $\beta > \gamma$ e interprete la solución a la luz de los valores de R_0 para los casos (asigne valores a los parámetros).

SOLUCION

Facultad de Ciencias
Departamento de Matemáticas
eherrera@javeriana.edu.co



B=0.021
γ=0.021

Al analizar las situaciones mencionadas vemos que cuando β y γ se igualan la gráfica es una línea recta constante. Esto porque en el momento en que beta y gamma se tornan en el mismo valor un individuo contagiado puede contagiar solamente a uno distinto a él en un instante de tiempo. Cada vez que se infecta uno se recupera otro.

B=0.06

γ=0.021

En cambio, cuando tenemos valores distintos podemos notar que los contagios aumentan. El individuo ya no infecta a solo uno por instante de tiempo, sino que ahora puede contagiar a más de una persona en un intervalo de tiempo determinado, por tal razón el crecimiento y desarrollo de la epidemia es mucho más significativo y rápido.

eherrera@javeriana.edu.co

7. El número efectivo de reproducción $R_e(t) = \frac{\beta C S(t)}{\gamma N}$ se define como la cantidad de individuos susceptibles que pueden llegar a ser infectados por un individuo en un momento específico cuando toda la población no es susceptible. Con base en la solución numérica de $S(t)$ interpole, estime el valor total para los primeros 90 días y grafique $R_e(t)$ para los primeros 90 días

SOLUCION Y GRAFICA

8. Encuentre la solución del sistema de ecuaciones (iniciales) y las mismas condiciones iniciales para $R_e(t) = secuencia[1.5 - 3]\ con\ pasos\ de\ 0.5$; grafique e interprete la solución

SOLUCION Y GRAFICA

9. Simular el progreso de la pandemia en Santa Marta (para el periodo entre el 20 de marzo y el 30 de mayo de 2020) suponiendo un margen de error al inicio de la pandemia tal que el número de infectados y recuperados en ese momento fuera I (0) =14, R (0) =0 y considere esta solución exacta.

TABLA DE LOS PRIMEROS 30 DIAS Y GRAFICA DE SOLUCION PARA EL PERIODO PARA EL PERIODO ENTRE EL 20 DE MARZO Y EL 30 DE MAYO DE 2020

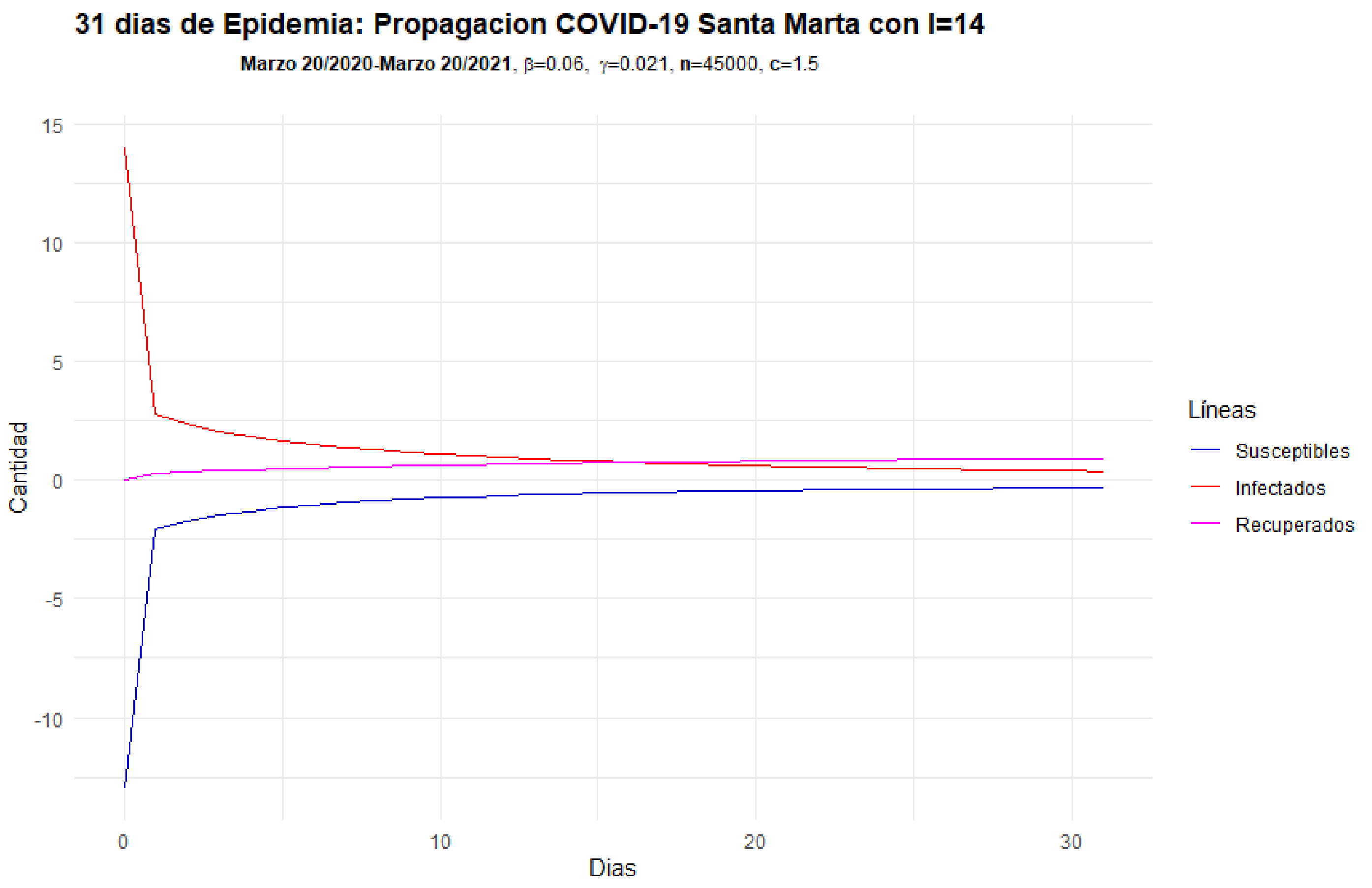
Pontificia Universidad
JAVERIANA
Bogotá

Facultad de Ciencias

Departamento de Matemáticas

eherrera@javeriana.edu.co

	time	S	I	R
1	0	-13.0000000	14.0000000	0.0000000
2	1	-2.0800000	2.7860000	0.2940000
3	2	-1.7323072	2.3798012	0.3525060
4	3	-1.4849544	2.0824726	0.4024818
5	4	-1.2994118	1.8531980	0.4462137
6	5	-1.1549277	1.6697968	0.4851309
7	6	-1.0392181	1.5190214	0.5201966
8	7	-0.9445024	1.3924063	0.5520961
9	8	-0.8655945	1.2842579	0.5813366
10	9	-0.7988957	1.1905897	0.6083060
11	10	-0.7418263	1.1085179	0.6333084
12	11	-0.6924866	1.0358993	0.6565873
13	12	-0.6494459	0.9711047	0.6783412
14	13	-0.6116051	0.9128707	0.6987344
15	14	-0.5781061	0.8602014	0.7179047
16	15	-0.5482688	0.8122999	0.7359689
17	16	-0.5215473	0.7685201	0.7530272
18	17	-0.4974981	0.7283320	0.7691661
19	18	-0.4757575	0.6912964	0.7844611
20	19	-0.4560241	0.6570458	0.7989783
21	20	-0.4380464	0.6252701	0.8127763
22	21	-0.4216126	0.5957056	0.8259069
23	22	-0.4065431	0.5681264	0.8384168
24	23	-0.3926851	0.5423377	0.8503474
25	24	-0.3799070	0.5181705	0.8617365
26	25	-0.3680956	0.4954775	0.8726181
27	26	-0.3571526	0.4741295	0.8830231
28	27	-0.3469924	0.4540126	0.8929798
29	28	-0.3375401	0.4350260	0.9025141
30	29	-0.3287298	0.4170801	0.9116496
31	30	-0.3205034	0.4000950	0.9204083
32	31	-0.3128095	0.3839991	0.9288103



10. Con base de la solución aproximada (ejercicio 1), determine los errores para cuando $R_e(t) = 1.001; 1.5; 1.9; 2.5;$ el error relativo en los primeros 10 días, el error absoluto medio (EAM) y la estabilidad numérica de la solución asumiendo que la solución exacta (ejercicio 9)

TABLA DE ERRORES, ESTABILIDAD NUMÉRICA Y GRAFICA DE LOS ERRORES PARA CUANDO