

文章编号:1005-3085(2006)03-

数码相机定位问题*

陈浩铭 储培 沈奕

指导老师: 南京大学教练组

(南京大学, 南京 210093)

编者按: 论文在严格证明了切点的投影不变性的基础上, 建立了确定靶标圆圆心在像平面上的像点的两个模型: 矩阵对应模型与几何关系对应模型, 并根据这两个模型计算得到了靶标圆圆心的像的坐标, 且结果较准确。论文分别运用试验方法与理论方法分析讨论了以上模型及算法的稳定性及精度, 这些分析讨论有特色, 同时还指出了造成算法不稳定性的一种原因及克服这种不稳定性的方法, 这些讨论反映了该组同学考虑问题有一定深度。

该论文考虑问题全面、细致, 模型完整、明确, 算法思路的描述清晰, 结果准确度较高, 是一篇优秀的大学生数学建模论文。不过, 如果在矩阵对应模型的求解中, 拟合整体椭圆而不是部分椭圆, 则数据信息的利用将更充分, 可能可以进一步提高计算精度。

摘 要: 本文借助坐标系之间的关系提出了矩阵变换法, 又借助平面几何的知识提出了几何关系对应法, 求出了确定靶标圆圆心在像平面上的像点。为了更精确地确定像物的对应关系, 文章又提出了另外一种方法, 在靶标上绘制正方形替代题中的圆进行标定的方法, 我们还用数码相机进行了真实测量。除此之外, 文章还应用“消失点标定法”设计方法求出原靶标上圆的圆心在像平面上的像, 可验证前面方法的结论。之后, 文章分析了模型的精度与稳定度, 并在最后, 求出了两个相机的相对位置。

关键词: 针孔模型 矩阵变换法 双目标定 消失点标定法

分类号: AMS(2000)

中图分类号:

文献标识码: A

一、符号说明

f	光学中心到像平面的距离
(x_w, y_w, z_w)	世界坐标系
(x, y, z)	光学中心坐标系
X, Y	像平面物理二维坐标系
(u, v)	像平面像素二维坐标系
R	正交变换矩阵(世界坐标到光学中心坐标)
T	平移变换矩阵(世界坐标到光学中心坐标)
M	坐标变换矩阵(世界坐标到像平面像素坐标)
$L_{\text{物}}$	物平面中事物的线长
$L_{\text{像}}$	像平面中事物的线长

收稿日期: 2000-00-00. 作者简介: 作者1(年 月生), 性别, 学历, 职称, 研究方向: .

*基金项目:

二、模型的建立

2.1 针孔模型

此问题我们利用针孔模型原理 $\frac{L_{\text{物}}}{L_{\text{像}}} = \frac{\text{物距}}{\text{物距}}$, 并采用空间上同一点在不同坐标系中的转换来建立模型, 此模型的空间图形可以用图1来表示:

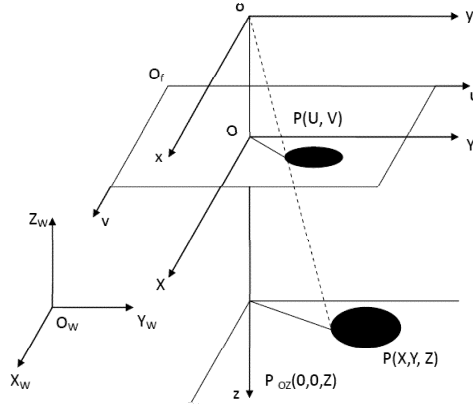


图 1: 标定系统的坐标系

2.2 三个层次的坐标系

(1) 世界坐标系 (x_w, y_w, z_w) : 也称真实或现实世界坐标系, 或全局坐标系。它是客观世界的绝对坐标, 由用户任意定义的三维空间坐标系。题目中的靶标、相机以及相机中成的像都可以用该坐标表示。

(2) 光学中心坐标系 (x, y, z) : 以针孔相机模型的光学中心(即针孔)为原点, 以光轴为轴建立的三维直角坐标系。 (x, y) 一般与图像物理坐标系的 (X, Y) 平行, 且采取前投影模型。

(3) 像平面坐标系, 分为像平面像素坐标系和像平面物理坐标系两种:

像平面物理坐标系 X, Y : 其原点为透镜光轴与成像平面的交点, 在相机中就是成像矩形的几何中心。 X 与 Y 轴分别平行于光学中心坐标系的 x 与 y 轴, 是平面直角坐标系, 单位为毫米。

像平面像素坐标系[计算机图像(帧存)坐标系] (u, v) : 固定在图像上的以像素为单位的平面直角坐标系, 根据问题1的要求, 我们设该坐标其原点位于图像的几何中心, u, v 平行于像平面物理坐标系的 X 和 Y 轴。对于数字图像, 其值是离散的。

2.3 坐标系变换关系

要获得靶标的点在图像上的对应点, 我们首先建立以上几种坐标系之间的变换关系。

(1) 世界坐标系与光学中心坐标系之间的关系

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \end{bmatrix} + T = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \end{bmatrix} + T \quad (1)$$

其中, $T = [t_x, t_y, t_z]^T$ 是世界坐标系原点在光学中心坐标系中的坐标, 矩阵 R 是正交旋转矩

阵, 其矩阵元素满足

$$\begin{cases} r_{11}^2 + r_{12}^2 + r_{13}^2 = 1 \\ r_{21}^2 + r_{22}^2 + r_{23}^2 = 1 \\ r_{31}^2 + r_{32}^2 + r_{33}^2 = 1 \end{cases}$$

将其简化为:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & T \\ 0^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

(2) 光学中心坐标系与像平面坐标系之间的关系

由小孔成像原理可得光学中心坐标系中物点 P 在像平面物理坐标系中 P_u 坐标为:

$$\begin{cases} X = \frac{fx}{z} \\ Y = \frac{fy}{z} \end{cases} \quad (3)$$

化简为

$$z \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f & 0 & 0 & u_0 \\ 0 & f & 0 & v_0 \\ 0 & 0 & f & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

将上式的像平面物理坐标系转换成像平面像素坐标系, $\begin{cases} u - u_0 = X/d_x \\ v - v_0 = Y/d_y \end{cases}$ 进一步化简为:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{d_x} & 0 & u_0 \\ 0 & \frac{1}{d_y} & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中, u_0, v_0 是图像中心 (光轴与图像平面交点) 坐标, d_x, d_y 分别为一个像素在 X, Y 方向上的物理尺寸, 由此可得物点 P 在像平面像素坐标中的变换关系:

$$\begin{cases} u - u_0 = \frac{fx}{z} = \frac{f_x x}{z} \\ v - v_0 = \frac{fy}{z} = \frac{f_y y}{z} \end{cases} \quad (6)$$

其中 $f_x = \frac{f}{d_x}$, $f_y = \frac{f}{d_y}$ 。

(3) 世界坐标系与像平面坐标系之间的关系

$$\begin{cases} \frac{X}{f} = \frac{u - u_0}{f_x} = \frac{r_{11}x_w + r_{12}y_w + r_{13}z_w + t_x}{r_{31}x_w + r_{32}y_w + r_{33}z_w + t_z} \\ \frac{Y}{f} = \frac{v - v_0}{f_y} = \frac{r_{21}x_w + r_{22}y_w + r_{23}z_w + t_y}{r_{31}x_w + r_{32}y_w + r_{33}z_w + t_z} \end{cases} \quad (7)$$

可化简为:

$$\begin{aligned}
 z \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} f_x & 0 & u_0 & 0 \\ 0 & f_y & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R & T \\ 0^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{bmatrix} = M_1 M_2 X = MX \\
 &= \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (8)
 \end{aligned}$$

上式就是摄影测量学中最基本的共线方程。说明物点、光学中心和像点这三点必须在同一条直线上。这是我们处理这道题的数学模型。

三、模型的求解

问题一

为了支持我们的算法,针对问题一、二的求解我们先提出一条引理以及以下定理:

引理1: 物上的直线在像上也是直线。

定理1: 像平面上的圆成像图形为椭圆。

引理2: 物平面上两个点相距不为0,则其在像平面上所对应的两点距离也不为0;反之,物平面上两个点相距为0,则其在像平面上所对应的两点距离也为0。

定理2: 物平面上各圆的公切点对应到像上也是对应椭圆的公切点。

定理3: 物平面上两直线的交点对应到像上也是对应直线的交点。

至此我们提出寻找圆心对应点的两种算法:

a) M 矩阵对应法

我们将世界坐标系对应到像平面坐标系的变换公式(8)展开,转变为线性方程:

$$\begin{cases} m_{11}x_w + m_{12}y_w + m_{13}z_w + m_{14} - um_{31}x_w - um_{32}y_w - um_{33}z_w = um_{34} \\ m_{21}x_w + m_{22}y_w + m_{23}z_w + m_{24} - vm_{31}x_w - vm_{32}y_w - vm_{33}z_w = vm_{34} \end{cases} \quad (9)$$

如果已知世界坐标和相应的图像坐标,将变换矩阵 M 的每个元素看作未知数,则共有12个未知数。对于每一个物体点,都有如上的两个方程,因此,取6个物体点,就可以得到12个方程。从而求得变换矩阵 M 的系数。再根据待求圆心的世界坐标变换出像坐标。

由定理2,我们可以找出物和像上的对应的公切点或者公切线的交点,只要找出其中的6个,便可以列出方程,求出变换矩阵 M 的系数,从而通过变换求出像坐标。

b) 几何关系对应法

由定理2可知,我们可以找到物和像上对应的公切点,将他们相连可以找到公切线。

由定理3可知,在像平面上,可以用其对应的公切线上交点或切点的连线相交来寻求圆心。

问题二

鉴于上面提出的两种方法都要求出像上椭圆的公切线, 而且如果知道了椭圆公切点或者切线交点的坐标, 将很容易通过一一对应的匹配关系得到靶标上圆心的像素位置。关于如何确定公切线, 我们提出以下算法: 部分点拟合法。

我们可以估计公切点大概在每一个椭圆的哪一部分, 然后对该切点周围的点用二次函数采用最小二乘法拟合, 得出椭圆曲线曲线方程, 然后用解析法求出两条这种连续曲线的公切线, 即为两椭圆的公切线。图2为拟合的情况。

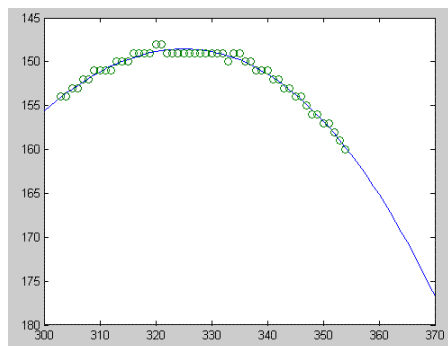


图 2: 椭圆A部分点拟合

将处理后的边界图像用以上两种算法处理后, 得到我们需要的公切线交点位置及坐标见表1(像素坐标系中):

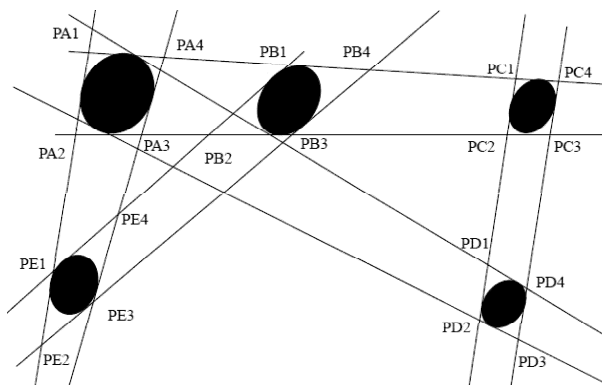


图 3: 公切点的图像

表 1: 计算所需交点的坐标

P_{A1}	P_{A2}	P_{A3}	P_{A4}
(285.6,144.0)	(276.1,228.2)	(359.7,233.5)	(370.4,152.6)
P_{B1}	P_{B2}	P_{B3}	P_{B4}
(398.8,154.2)	(363.7,233.8)	(446.8,239.2)	(482.9,161.1)
P_{C1}	P_{C2}	P_{C3}	P_{C4}
(612.2,171.8)	(597.3,248.8)	(667.8,253.3)	(683.2,177.7)
P_{D1}	P_{D2}	P_{D3}	P_{D4}
(563.3,424.3)	(545.5,516.0)	(601.1,581.2)	(618.7,494.4)
P_{E1}	P_{E2}	P_{E3}	P_{E4}
(245.1,502.4)	(219.1,731.9)	(6323.6,505.8)	(357.9,246.9)

有了以上公切线交点, 我们可以用问题一中的两种算法求解圆心。

(1) 矩阵对应法

为了简便起见,我们将世界坐标系原点建在物平面中心, $x-y$ 平面与物平面重合, 于是物平面上的点 $z_w = 0$. 则公式 (9) 化简为:

$$\begin{cases} m_{11}x_w + m_{12}y_w + m_{14} - um_{31}x_w - um_{32}y_w = um_{34} \\ m_{21}x_w + m_{22}y_w + m_{24} - vm_{31}x_w - vm_{32}y_w = vm_{34} \end{cases} \quad (10)$$

所以我们只需4组对应点便可求出变换矩阵 M 。

步骤1、找出其中四组对应点带入公式(10), 可以求出 M 矩阵;

步骤2、圆心在物平面上的坐标经过 M 矩阵变换, 得到在像平面上的坐标;

步骤3、从表1中多次选取四组对应点, 重复步骤1、2, 得到多组圆心坐标见表2。

表 2: 三组数据分别算出的圆心坐标

所选点 圆心	$P_{A1}, P_{A2}, P_{A3}, P_{A4}$	$P_{C1}, P_{C2}, P_{C3}, P_{C4}$	$P_{D1}, P_{D2}, P_{D3}, P_{D4}$
圆A	(323.7,190.0)	(322.9,189.9)	(323.5,189.8)
圆B	(423.9,198.2)	(423.1,197.2)	(423.5,197.9)
圆C	(624.7,214.7)	(640.4,213.1)	(635.4,213.9)
圆D	(571.6,489.8)	(579.8,517.8)	(582.7,500.1)
圆E	(284.5,508.9)	(272.0,517.9)	(293.0,509.4)

注: 上表坐标均为像素坐标中测量

(2) 几何关系对应法

该方法所述, 将每个椭圆周围两组公切线的交点 (共四个) 交叉相连, 得到的交点即为圆心。

利用表1中每个椭圆周围四个公切线交点的坐标计算出, 交叉相连的交点, 即对应圆圆心的对应点位置分别如表3。

表 3: 切线交点交叉获得的圆心

圆A	圆B	圆C	圆D	圆E
(323.7,190.0)	(423.3,197.5)	(640.4,213.1)	(582.7,505.0)	(284.3,504.1)

如上求得的都是圆心在像素坐标系中的坐标, 根据题目要求, 我们将像素对应到像平面的物理坐标, 圆心如表4。

表 4: 圆心的像平面物理坐标

圆A	圆B	圆C	圆D	圆E
(-49.80,-51.31)	(-23.47,-49.34)	(33.96,-45.21)	(18.71,32.02)	(-60.24,31.79)

注: 表4中坐标单位为 mm 。

问题三: 模型检验

为了检验上述模型, 我们采用实际测量及理论验证两种方法, 并对其精度及稳定性进行分析。

3.1 几何关系对应法

我们将靶标设计为图4式样:

我们用数码相机对该靶标进行拍摄, 运用 M 矩阵变换在相片中寻找各个正方形的中心, 如果所得结果与几何变换得到的中心重合, 那么就验证了矩阵变换法的正确性。

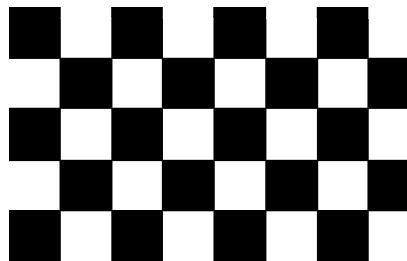


图 4: 每个小方块的尺寸为30mmx30mm

我们拍摄得到的照片如图5:

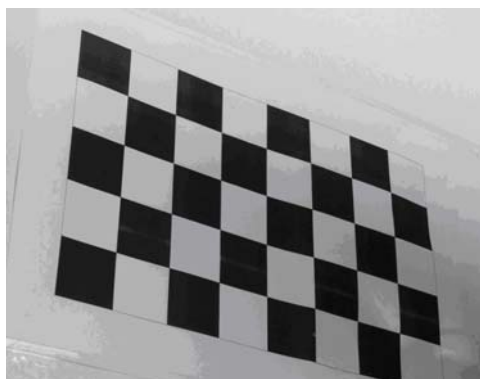


图 5: SONY T-100 数码相机拍摄的图像

将照片用MATLAB处理, 由于正方形存在明显的对应点即顶点, 故我们直接对顶点进行 M 矩阵变换, 这样就避免了在圆形靶标求切线的过程中产生的误差。

我们以左上角黑色正方形的顶点为对应点其物平面坐标和对应的像素坐标如表5:

表 5: 左上方黑色正方形顶点坐标

物平面坐标单位: mm	(-120,75)	(-120,45)	(-90,45)	(-90,75)
像素坐标	(691, 67)	(678, 220)	(824, 257)	(833, 126)

通过以上数据, 我们得到 M 变换矩阵, 然后再由物平面正方形中心的坐标(-105,60), 经过转换得到其像平面坐标(762,169), 另一方面, 再由对角线交点得到中心像平面坐标也为(762,169), 故该方法验证了 M 矩阵变换法。

3.2 理论分析验证法—利用正六边形计算得出外接圆的圆心

由定理1, 3D圆在像平面上的投影为椭圆, 其椭圆的圆心并不对应3D圆的圆心 O 。而本文提出, 利用正六边形的特性, 完全可以精确地确定3D圆圆心的投影位置。

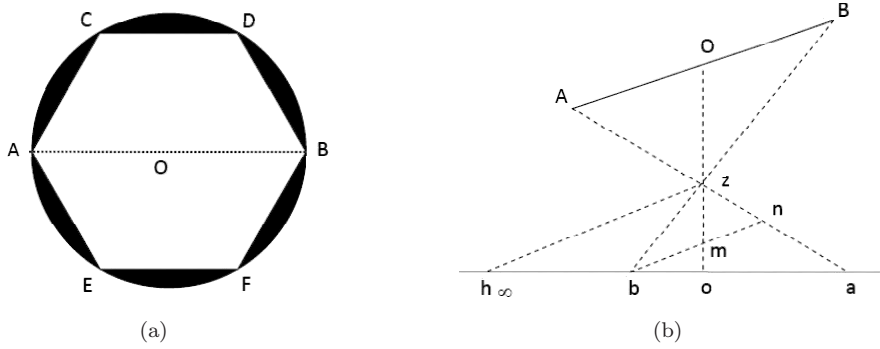


图 6: 正六边形及其外接圆

图为正六边形及其外接圆,正六边形两个顶点的连线 AB 过圆心 O , 且 $AB \parallel CD \parallel EF$, 根据平行线消隐点原理, 空间平行直线只要不与摄像机像面平行, 经过透视变换后在像面上应相交于一点, 即所谓“消隐点”, 所以 AB, CD, EF 经透视投影变换后得到的 ab, cd, ef 三线延长必相交于一点, 记为 h_∞ , 转换到实际像素坐标系中即为消隐点 h'_∞ 。

$$\begin{cases} k' = a'b'/a'h'_\infty = 2b'o'/h'_\infty o' \\ h'_\infty o = \frac{2h'_\infty b'}{2 - k'} \end{cases} \quad (11)$$

设 AB, CD, EF 经透视投影转换到实际像素坐标系中所成直线方程分别为 $l_{a'b'} = 0, l_{c'd'} = 0, l_{e'f'} = 0$ 。根据上式推导, 具体求圆心投影坐标的过程如下:

- ①联立三方程 $l_{a'b'} = 0, l_{c'd'} = 0, l_{e'f'} = 0$ 用最小二乘法求得消隐点 $h_{\infty 1}$ 。
- ②由 $a'b', a'h'_{\infty 1}$ 代入上式求出 $k', h'_{\infty 1} o'_1$, 再将相对坐标转换为绝对坐标即可得圆心的像坐标 o'_1 。
- ③按①、②步骤列出正六边形其余两组平行线的投影直线方程, 并求出圆心的像坐标 o'_2, o'_3 。
- ④则圆心像坐标 $o' = \frac{o'_1 + o'_2 + o'_3}{3}$ 。

由此, 我们可以确定圆的圆心, 与问题一、二中的结论进行比较, 从而验证一、二中所建立的模型。

精度分析

讨论该方法的精度即是考虑该方法标定下带来的误差, 误差来自于很多方面, 大致归结为:

- (1)模型误差: 针孔成像模型是我们为了简化问题所进行的假设, 而实际中相机是凸透镜成像, 存在几何变形, 产生畸变。最主要的畸变类型是径向变形(径向畸变), 光学镜头径向曲率的变化是引起径向变形的主要原因。这种变形会引起图像点沿径向移动, 离中心点越远, 其变形量越大。正的径向变形量会引起点向远离图像中心的方向移动, 其比例系数 k_1 增大; 负的径向变形量会引起点向靠近图像中心的方向移动, 其比例系数减小。如图7(像平面中的成像示意)

图中理想图像点坐标 (X_u, Y_u) , 实际图像点坐标 (X_d, Y_d) , 则径向误差为:

$$\begin{cases} \delta X_r = k_1 X_d (X_d^2 + Y_d^2) + o[(X_d + Y_d)^5] \\ \delta Y_r = k_1 Y_d (X_d^2 + Y_d^2) + o[(X_d + Y_d)^5] \end{cases}$$

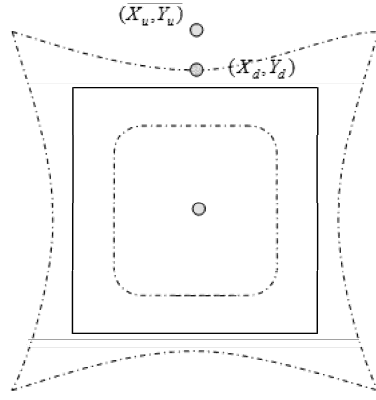


图 7: 畸变模型

(2)图像噪声误差: 此噪声客观存在, 通常为电磁波对光波传播的干扰。

(3)计算误差: 由所用计算软件的精度引起, 但是此误差对结果影响较小, 可以忽略。

(4)量化误差: 此误差为误差中的主要误差, 由相机的分辨率引起, 下面我们将针对此方法对量化误差进行分析。

a)线性拟合引起的误差

在上述方法的过程①中, 我们采用最小二乘法拟合直线, 求得消隐点 h'_{infy1} 。由于在像平面中, 像素是离散的点, 并不是标准的直线, 采用最小二乘法拟合直线, 显然有许多点落于曲线两侧。假设落在像平面上的点 (x_i, y_i) , 拟合在直线上的点的坐标 $(x_i, f(x_i))$, 则误差为:

$$\delta^2(x_i, y_i) = \frac{1}{n} \sum_i^n (y_i - f(y_i))^2$$

b)像素面积大小引起的误差

由于像素自身有大小, 则当像平面中的成像在某一像素区域内任意点则被视为同一点处理, 显然带来误差, 由公式(5)有:

$$\begin{cases} \Delta u = \frac{1}{d_x} \Delta X \\ \Delta v = \frac{1}{d_y} \Delta Y \end{cases}$$

最大的误差情况为: $\Delta u = 1, \Delta X = d_x = 1/3.78 \approx 0.265mm, \Delta v = 1, \Delta Y = d_y = 1/3.78 \approx 0.265mm$, 即一个像素的误差。

稳定度分析

方法的稳定度包括两个方面: 1) 所建 M 矩阵模型的稳定度; 2) 求解模型所用算法的稳定度。

对于第一个方面, 我们假设 M 已经确定, 假设物体位置产生一个小的扰动 $(\Delta x_w, \Delta y_w, \Delta z_w)$,

则对应的像的变动($\Delta u, \Delta v$)由如下关系式确定:

$$z \begin{bmatrix} \Delta u \\ \Delta v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R & T \\ 0^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_w \\ \Delta y_w \\ \Delta z_w \\ 1 \end{bmatrix} = M \Delta X$$

由这个关系可以看出, 当 M 是稳定的, 那么该模型也稳定。

对于第二个方面, 我们引入以下定理:

定理4 对于方程组 $AX = b$, 若矩阵 A 中行向量中有近似线性相关的向量, 则右端项 b 的微小变化引起解 X 的很大变化。被称为病态线性方程组。

求解方程(10)的过程中我们涉及到了方程 $AX = b$ 求解, 根据引理, 为了提高矩阵 M 的准确性, 我们选取确定 M 矩阵的4对点中任意3对不能在近似一条直线上。如果选在近似一条直线上, 模型将不再稳定。

问题四

此题需要求出两部固定相机的相对位置, 我们仍然运用先前建立的模型, 运用坐标转换求出其相对位置。首先, 假设两个相机的光学中心坐标系原点即为相机所在位置, 其实物模拟图如下:

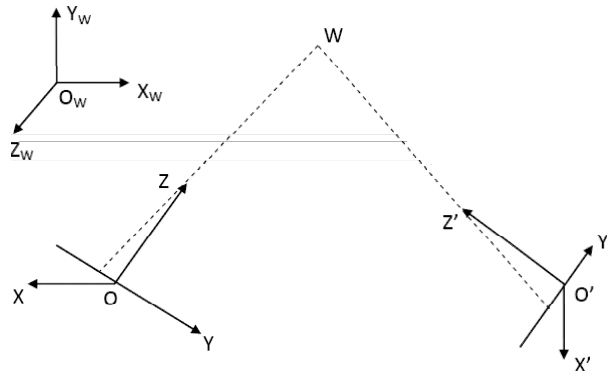


图 8: 两相机相对位置图

其中, w 为实物, (x, y, z) 为其中一部相机光学中心坐标系, 其原点为 o , 成像在世界坐标系中表示为 (u, v) ; (x', y', z') 为另一部相机光学中心坐标系, 其原点为 o' , 成像在世界坐标系中表示为 (u', v') 。

首先来确定世界坐标系 (x_w, y_w, z_w) 分别到 (x, y, z) 坐标系和到 (x', y', z') 坐标系的正交变换矩阵 R_1, R_2 和平移变换矩阵 T_1, T_2 由公式(8), 将像素矩阵的原点平移到像平面物理坐标中心, 即消去 (u_0, v_0) :

$$\begin{bmatrix} f_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R & T \\ 0^T & 1 \end{bmatrix} = M \quad (12)$$

M 的求得按照问题一、二的方法, 寻找物平面与像平面的对应点, 待定求得 M 中个元素的值;
 $f_w = f/d_w, f_y = f/d_y, d_x, d_y$ 分别为一个像素在 X, Y 方向上的物理尺寸, 为已知量。
 故由(11)可求出 R_1, R_2 和 T_1, T_2 的值, 得:

$$R_1 = \begin{bmatrix} \frac{m_{11}}{f_x} & \frac{m_{12}}{f_x} & \frac{m_{13}}{f_x} \\ \frac{m_{21}}{f_y} & \frac{m_{22}}{f_y} & \frac{m_{23}}{f_y} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} \quad R_2 = \begin{bmatrix} \frac{m'_{11}}{f'_x} & \frac{m'_{12}}{f'_x} & \frac{m'_{13}}{f'_x} \\ \frac{m'_{21}}{f'_y} & \frac{m'_{22}}{f'_y} & \frac{m'_{23}}{f'_y} \\ m'_{31} & m'_{32} & m'_{33} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$T_1 = \begin{bmatrix} \frac{m_{14}}{f_x} \\ \frac{m_{24}}{f_y} \\ m_{34} \end{bmatrix} \quad T_2 = \begin{bmatrix} \frac{m'_{14}}{f'_x} \\ \frac{m'_{24}}{f'_y} \\ m'_{34} \end{bmatrix} \quad (14)$$

然后确定两部相机的关系: 由公式(1)可得:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = R_1 \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \end{bmatrix} + T_1 \quad \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = R_2 \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \end{bmatrix} + T_2 \quad (15)$$

两式连列, 化简得:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = R_1 R_2^{-1} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} - R_1 R_2^{-1} T_2 + T_1 \quad (16)$$

由(13)可知两个坐标系的相对关系, (x, y, z) 坐标系原点 o 在 (x', y', z') 坐标系的表达式为:

$$-R_1 R_2^{-1} T_2 + T_1 \quad (17)$$

由上述表达式可知, 若设一部相机所在的位置为原点, 则另一部相机的位置为: $-R_1 R_2^{-1} T_2 + T_1$ 。

为了验证以上结论, 我们采用实际测量。

我们仍然采用图(5)为实物进行拍摄, 在照片中分别找出对应点, 求出两张照片各自的变换矩阵 M_1, M_2 , 再由表达式 $-R_1 R_2^{-1} T_2 + T_1$ 得到两台相机的位置, 与实际相符。

参考文献:

- [1] 姜启源等, 大学数学实验, 北京: 清华大学出版社, 2005.2。
- [2] 王元庆, 新型传感器原理及应用, 北京: 机械工业出版社, 2004.4。
- [3] 楼顺天等, MATLAB7.x程序设计语言, 西安: 西安电子科技大学出版社, 2007.8。
- [4] 毛剑飞等, 机器人视觉系统的自标定新算法, 浙江大学学报, 第37卷第3期p283-p287, 2003.3。
- [5] 曹宇等, 摄像机标定及恢复目标点世界坐标的一种方法, 机械与电子, p3-p6, 2008.6。

Position the Point by Photo Image

CHEN Hao-ming, CHU Pei, SHEN Yi

(Nanjing University, Nanjing 210093)

Abstract: In this article, we are mainly aiming at inferring the position of the center of circles according to their photo image. Firstly, we put forward a method in which we transform the matrix on the basis of the relationship of different reference frames. Secondly, we also find the position through the geometrical method. In order to make out the corresponding position more exactly, we design a new target, squares, instead of the circles. Then we take some photos of such target to prove the validity of the method we use. In addition, making use of the characteristics of the infinite distant point, we design a new method which we call 'Hidden Point Method'. At last, the precision and the stabilization of the method. was analyzed and the corresponding location of the two cameras was figured out.

Keywords: 英文关键词内容