

第二部分 企业资产和工程资产评估

第6章 收益率分析法

周光辉 教授

中国科学院大学经济与管理学院



一个学位到底值多少

- 《投资者商业日报》收集了一组有趣的数据——那些毕业生取得学士学位后30年间的累计薪金。这组数据是他们为取得学位的花费之后的工资净收入。
 - 截至2010年，加州理工学院的高收入毕业生的净收入的中值为170万美元，但是这所学院学费的明码标价是20万美元。
 - 投资收益率居首的美国大学是佐治亚理工学院（13.9%），其次是弗吉尼亚大学（13.3%）。
- 我们应该如何计算投资收益率？而且一旦我们计算出了该数值，我们怎样用它来评价投资方案呢？本章介绍的收益率的概念将回答这些问题。

6.1 收益率

- 收益率 (*rate of return, ROR*) 可以用很多不同的术语表示，包括投资收益率 (*yield*)（例如，到期收益率，通常用于债券估价）、内部收益率 (*internal rate of return*) 和资本边际效率 (*marginal efficiency capital*)。
- 首先我们将学习收益率的3种常用定义，然后我们使用**内部收益率**概念来衡量单个投资项目的盈利性。

- **6.1.1 投资收益率**
- 定义投资收益率这一概念的方法很多。我们介绍其中两种：第一种是基于常规的借款业务；第二种是基于现值函数的数学表达式。
- **定义 1**
 - 对于分期偿还的贷款，收益率是指未偿还的余额所能获得的利率。

- 例：假设某银行借出10000美元，3年还清，每年年末等额偿还4021美元。我们可以用以下方法求出 i ：

$$10000 = 4021 \ (P/A, i, 3)$$

得 $i = 10\%$ 。在这种情况下，银行从10000美元的投资上可以获得10%的收益。银行计算的年末为贷款余额如下：

年	年初未还贷款 余额	未还贷款余额 的收益 (10%)	已收到的还款 额	年末未还贷款 余额
0				-10 000
1	-10 000	-1 000	4 021	-6 979
2	-6 979	-698	4 021	-3 656
3	-3 656	-366	4 021	0

我们用10%的收益率来计算贷款交易的净现值 (NPW) , 得到

$$PW(10\%) = -10 000 + 4 021(P / A, 10\%, 3) = 0 \text{ 美元}$$

- 定义 2

- 收益率是使项目净现值为零、满足盈亏平衡的利率 i^* 。

$$PW(i^*) = PW_{\text{现金流入}} - PW_{\text{现金流出}} = 0$$

注意上述表达式等价于：

$$PW(i^*) = \frac{A_0}{(1+i^*)^0} + \frac{A_1}{(1+i^*)^1} + \cdots + \frac{A_N}{(1+i^*)^N} = 0$$

在上式两边同时乘以 $(1 + i^*)^N$, 得到

$$PW(i^*)(1 + i^*)^N = FW(i^*) = 0$$

在上式两边同时乘以资本回收系数 $(A/P, i^*, N)$, 得到

$$AE(i^*) = 0$$

因此, 项目的*i^{*}*也可以定义为使整个项目现金流量系列的净现值、终值和等额年值都等于零的利率。即,

$$PW(i^*) = FW(i^*) = AE(i^*) = 0$$

- 6.1.2 资本收益率
- 项目收益率指的是**内部收益率 (IRR)**，或者是投资项目 (*invest project*) 在寿命期 (*useful life*) 内的预期报酬率 (*yield*) 。
- 定义 3
 - 内部收益率是尚未收回的投资项目余额所对应的利率，当项目终止时，未收回项目余额为零。

- 假设一家公司花费10 000美元购买电脑设备，该电脑寿命期为3年，每年等额人工费节约额为4 021美元。我们将该公司看成贷方，将这个项目看成借方。他们之间的现金流量交易与定义1中所讨论的分期偿还贷款的交易是相同的：

年	项目期初余额	资本投资收益	项目产生的现金流量	项目期末余额
0				-10 000
1	-10 000	-1 000	4 021	-6 979
2	-6 979	-698	4 021	-3 656
3	-3 656	-366	4 021	0

- 从项目余额计算可以看出，该项目每年获利10%。这表明公式从项目内部投资中获得10%的收益。由于该收益是内含的，我们称之为**内部收益率** (*internal rate of return*)，或者 IRR 。
- 计算机项目要在三年内赚得足够的现金来支付各年的年金，同时还能给公司带来10%的资本投资收益。
- 如果计算机项目以10%的年资本进行融资，那么投资产生的现金将正好用于偿还这三年的本金支付每年的利息。

6.2 收益率的计算方法

- 6.2.1 常规项目与非常规项目
- 通过计算净现金流量序列中的符号变化次数来对投资项目进行分类，无论是从“-”到“+”，还是“+”从“-”，都算作一次符号变动，可以建立以下的分类：
 - 常规项目
 - ◎ 在净现金流量序列中符号仅发生一次变动的投资。如果初始现金流量为负，则称其为常规项目现金流量。如果期初投资为正，则称其为常规借贷现金流量。

- 非常规项目
 - ◎ 在现金流量序列中符号不止发生一次改变的投资。
- 投资项目的不同类型可以如下图所示：

投资类型	各期的现金流符号							符号变动的次数
	0	1	2	3	4	5		
常规	-	+	+	+	+	+	+	1
常规	-	-	+	+	0	+	+	1
非常规	-	+	-	+	+	-	-	4
非常规	-	+	+	-	0	+	+	3

- **例 6.1 投资分类**

- 把以下3种现金流量序列分成常规项目和非常规项目：

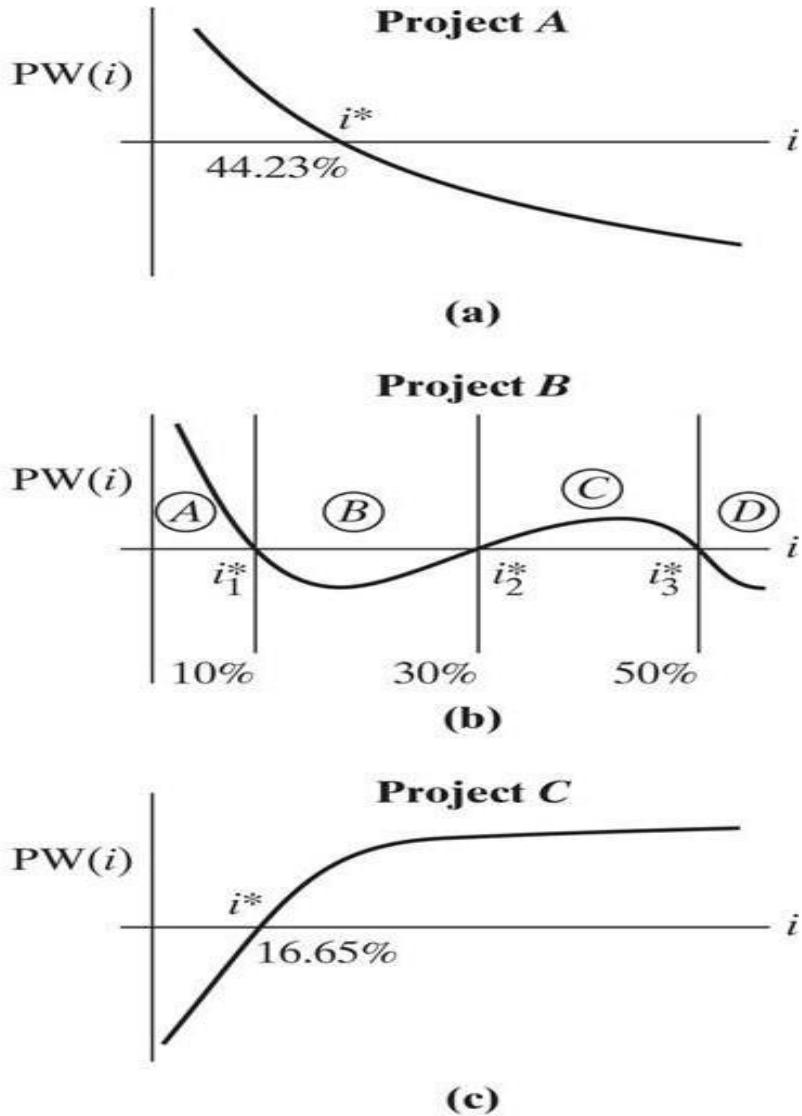
单位：美元

净现金流量			
第n期	方案A	方案B	方案C
0	-1000	-1000	1000
1	-500	3900	-450
2	800	-5030	-450
3	1500	2145	-450
4	2000		

- 分析：
 - 已知：上表中给出的现金流量序列。
 - 求：把这些序列分为常规项目和非常规项目。
- 求解：
 - 方案A代表许多常见的常规投资项目，这种情况下的净现值(PW)曲线如下图所示，该曲线与 i 轴仅有一个交点。
 - 方案B代表非常规项目，该投资的净现值曲线如图所示，曲线与 i 轴相交于10%，30%和50%。

- 方案C既不是常规项目也不是非常规项目，尽管在现金流序列中符号仅变动了一次，由于第一个现金流量为正值，所以这是常规借贷 (*simple – borrowing*) 现金流量。该投资类型的净现值曲线如图所示。

- 方案A是常规项目，方案B是非常规项目，方案C是常规借贷现金流。



- 6.2.2 计算方法
- 可以通过多种方法来计算收益率的值，主要包括：
 - 直接求解法
 - 试错法
 - Excel法

- 1. 直接求解法
 - 对于只有两个现金流量的交易或者项目寿命期为两年的特殊项目，可以用直接求解法计算其收益率。
- **例 6.2** 用直接法求 i^* ：两个现金流量或两个期间
 - 两个投资方案的现金流量序列如下表所示：

单位:美元

n	方案1	方案2
0	-3000	-2000
1	0	1300
2	0	1500
3	0	
4	4500	

- 计算每个方案的收益率。
- 分析：
 - 已知：两个方案的现金流量的收益率。
 - 求：每个方案的收益率 i^* 。

- 求解：
 - 用净现值（净终值）方法求*i*
 - 方案1：当 $PW(i^*) = 0$ 时的*i^{*}*与 $FW(i^*) = 0$ 时的*i^{*}*是相同的，因为 FW 是 PW 的常数倍。两种方法在这里都适用，我们用 $FW(i^*) = 0$ 来计算。用整付终值系数，我们得到：

$$FW(i^*) = -3000(F/P, i, 4) + 4500 = 0(\text{美元})$$

令 $FW(i) = 0$

$$4500 = 3000(F/P, i, 4) = 3000(1 + i)^4$$

或者

$$1.5 = (1 + i)^4$$

求解*i*得到

$$i^* = \sqrt[4]{1.5} - 1 = 0.1067 \text{ 或 } 10.67\%$$

○方案2：我们可以写出该方案的净现值表达式如下：

$$PW(i) = -2000 + \frac{1300}{1+i} + \frac{1500}{(1+i)^2} = 0$$

令

$$X = \frac{1}{1+i}$$

然后我们将 X 带入 $PW(i)$ 表达式中，并令其等于0，如下：

$$PW(i) = -2000 + 1300X + 1500X^2 = 0$$

解得 $X = 0.8$ 或 -1.667

替换 X 值并求出 i^*

$$0.8 = \frac{1}{1+i} \rightarrow i = 25\%$$

以及

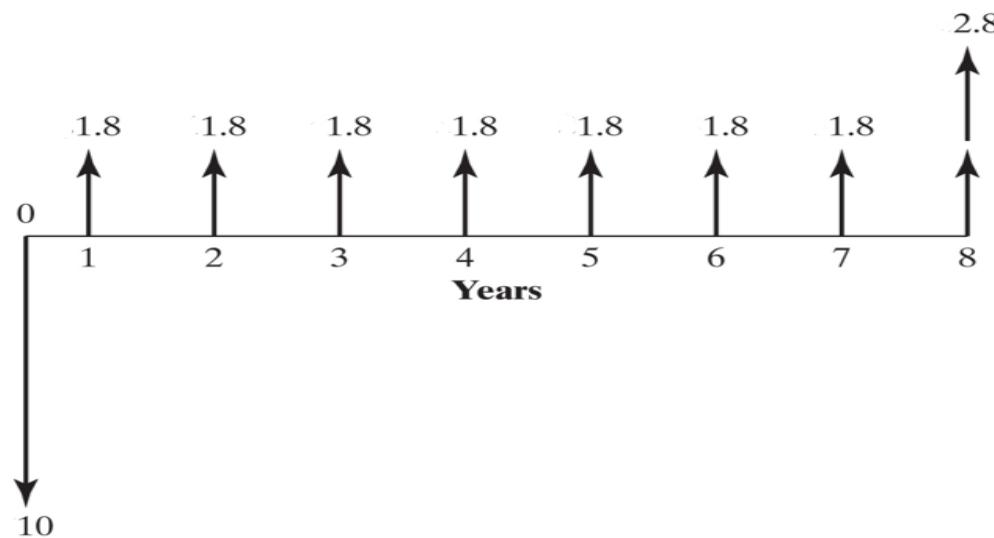
$$-1.667 = \frac{1}{1+i} \rightarrow i = -160\%$$

由于 -160% 的利率没有任何经济意义，所以 $i^* = 25\%$ 。

- 2. 试错法
 - 试错法的第一步是合理估计 i 。对于一个常规项目，我们使用估计的利率来计算净现金流量的现值并且观察结果为正，是负还是零。
 - 情形1： $PW(i) < 0$ ，由于要寻找一个 i 值使得 $PW(i) = 0$ ，因此我们必须提高现金流量的现值，**降低利率并重复这一过程。**
 - 情形2： $PW(i) > 0$ ，**提高利率**来降低 $PW(i)$ ，反复直到 $PW(i)$ 近似等于零。
 - 一旦出现 $PW(i)$ 达到正负值范围内后，用线性插值法近似求 i^* 。

- **例6.3 用试错法求解 i^***

- ACME公司销售农用设备。董事会正在考虑一个提议，建立一套设备来制造由一个当地大学教授发明的电控智能农作物喷雾器。该项目需要总共投入1000万美元的资金，并且在8年的寿命期内每年将产生180万美元的税后收益。当项目结束时，资产销售的纯收入为100万美元。计算这个项目的收益率。



现金流量图(单位: 100万美元)

- 分析：
 - $I = 1000$ 万美元; $A = 180$ 万美元; $S = 100$ 万美元; $N = 8$ 年。
 - 求: i^* 。
- 求解：
 - 方案1：我们估计利率大约是8%，那么现金流量的净现值是： $PW(8\%) = -10 + 1.8(P/A, 8\%, 8) + 1(P/F, 8\%, 8) = 0.88$ (百万美元)

○由于该净现值为正，必须提高利率以使得 PW 为0，当利率为12%时，求得：

$$\begin{aligned} PW(12\%) &= -10 + 1.8(P/A, 12\%, 8) + 1(P/F, 12\%, 8) \\ &= -0.65(\text{百万美元}) \end{aligned}$$

通过这种方法，我们找到了所求值的有界区间。当*i*在8%到12%之间的某点时， $PW(i)$ 等于0，使用线性插值法，近似得到：

$$i^* \approx 8\% + (12\% - 8\%) \left[\frac{0.88 - 0}{0.88 - (-0.65)} \right] = 10.30\%$$

现在我们检验该数值与真实值 i^* 之间的差距，如果我们用这个插值来计算净现值，可得到

$$\begin{aligned} PW(10.30\%) &= -10 + 1.8(P/A, 10.30\%, 8) + 1(P/F, 10.30\%, 8) \\ &= -0.045 \text{ (百万美元)} \end{aligned}$$

由于结果不等于0，我们可以用一个较小的利率 i^* 计算，比如说，10%：

$$PW(10\%) = -10 + 1.8(P/A, 10\%, 8) + 1(P/F, 10\%, 8) = 0.069$$

再用一次线性插值法，近似得到

$$i^* \approx 10\% + (10.30\% - 10\%) \left[\frac{0.069 - 0}{0.069 - (-0.045)} \right] = 10.18\%$$

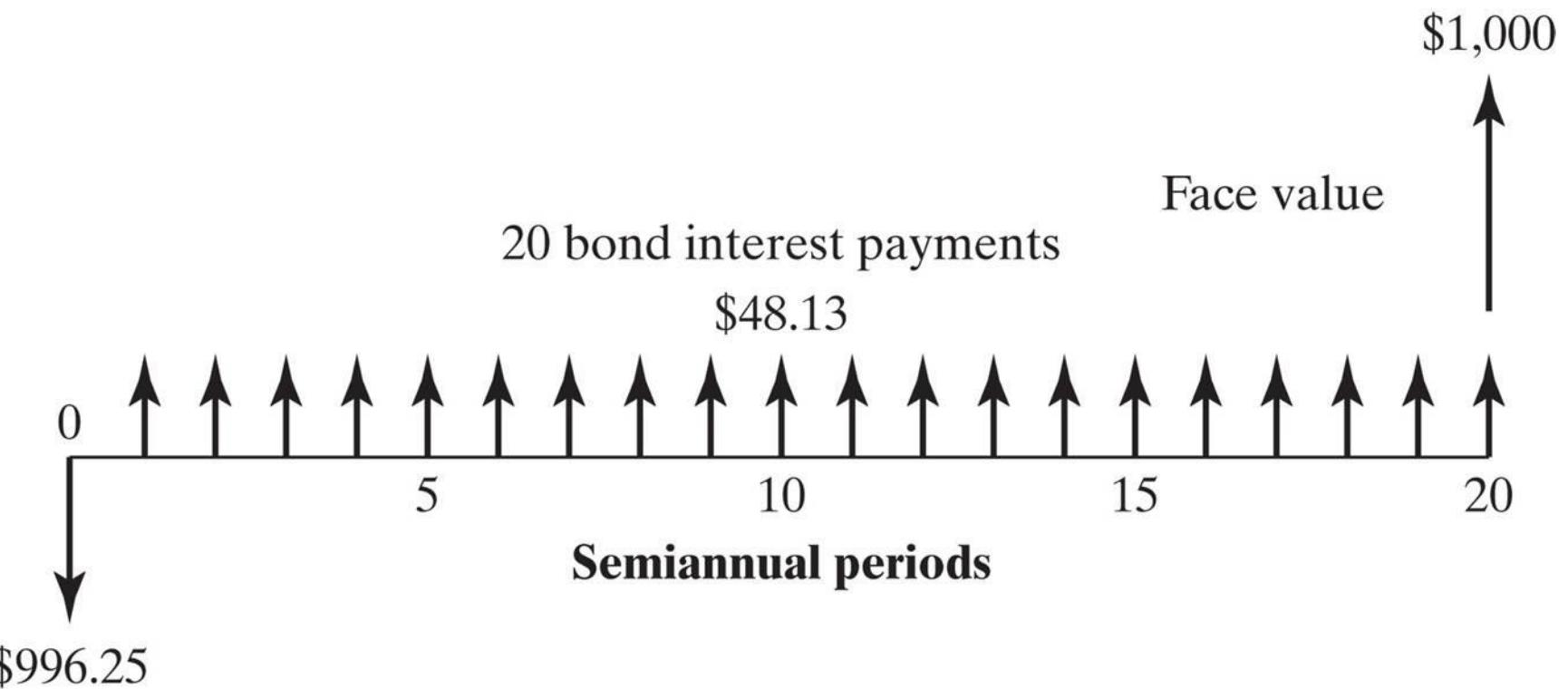
在该利率下，

$$\begin{aligned} PW(10.18\%) &= -10 + 1.8(P/A, 10.18\%, 8) + 1(P/F, 10.18\%, 8) \\ &= 0.0007 \end{aligned}$$

净现值近似等于0，这时我们可以停止计算了。实际上，由于计算所依赖的基础数据通常是大致估计的，因此没有必要追求插值结果完全精确。

同时，用计算机求得此题，得到 i^* 等于10.1819%。

- 3. Excel法
 - Excel软件中有一个可以分析投资现金流量的 IRR 财务函数，即 $IRR(ranger, guess)$ 。
- 例6.4 到期收益率
 - 以996.25美元的价格购买面值为1000美元的公司债券，每半年付息一次，利息率为4.8125%，10年内一共20次付息。如图给出了投资者的现金流量，计算该债券的投资收益率（或到期收益率）。



与公司债券投资相关的典型现金流量交易

- 分析：
 - 你可以像买卖股票一样在市场上买卖债券。一旦你购买了某债券，你可以一直持有直到它到期或者在到期前的任一计息期卖掉。由于存在拖欠利息或面值、供需变化和经济状况预测方面的风险，所以债券价格会随着时间的推移而变化。因此，你可以不按面值价格买卖债券，具体价格取决于经济环境。这些因素会影响到期收益率（或投资收益率）。到期收益率表示在持有期从债券中获得的实际收益。换句话说，**债券的到期收益率是指使未来所有的利息和面值收入与债券价格二者相等的利率。**现将一些需要掌握的债券相关术语归纳如下：

- 面值：该公司债券面值为1000美元；
- 到期日：该债券发行于2011年1月30日，将于2021年1月31日到期。即发行10年后到期。
- 票面利率：该债券的票面利率为9.625%，利息每半年支付。
折价债券：该债券以低于面值的价格出售，价格为面值的99.625%，或者0.375%的折扣。例如，某债券面值为1000美元，但是用996.25美元就可以买到，这就是所有的债券的价格（或价值）。

- 已知：最初购买价格等于996.25美元，息票年利率等于9.625%，半年支付，10年后到期，面值为1000美元。
 - 求：到期收益率。
-
- 求解：
 - 通过计算使债券收益的现值等于债券市场价格的利率来求到期收益率：

$$996.25 = 48.13(P/A, i, 20) + 1000(P/F, i, 20)$$

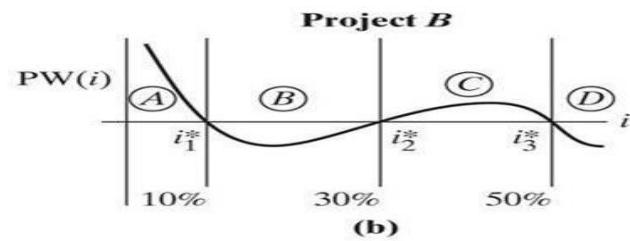
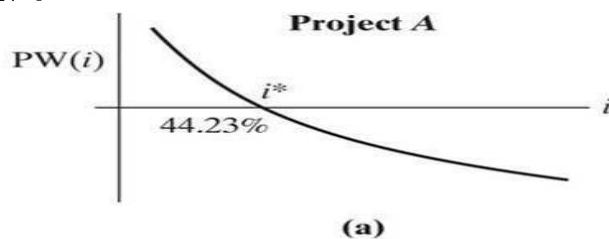
使收益现值等于996.25美元的利率在4.5%和5%之间。通过插值法求得 $i = 4.84\%$ 。

用Excel中的IRR函数，可以计算出到期收益率。

注：该结果是每半年的到期收益率为4.84%。按半年复利计息时，名义（年）利率为 $2 \times 4.84\% = 9.68\%$ 。当与 $9\frac{5}{8}\%$ （或9.625%）的票面利率相比，以0.375%的折扣购买该债券带来0.055%的额外收益，那么年实际票面利率为： $i_a = (1 + 0.0484)^2 - 1 = 9.91\%$ ，代表债券到期的实际年利率。

6.3 内部收益率准则

- 6.3.1与净现值分析的关系
- 对于一次性支付投资项目的情况， i^* 可以作为投资取舍的合理依据；
- 但是对于有多个收益率的非常规项目，很难确定用哪个 i^* 来作出接受或舍弃决策， i^* 不能有效地对投资项目做出评价。

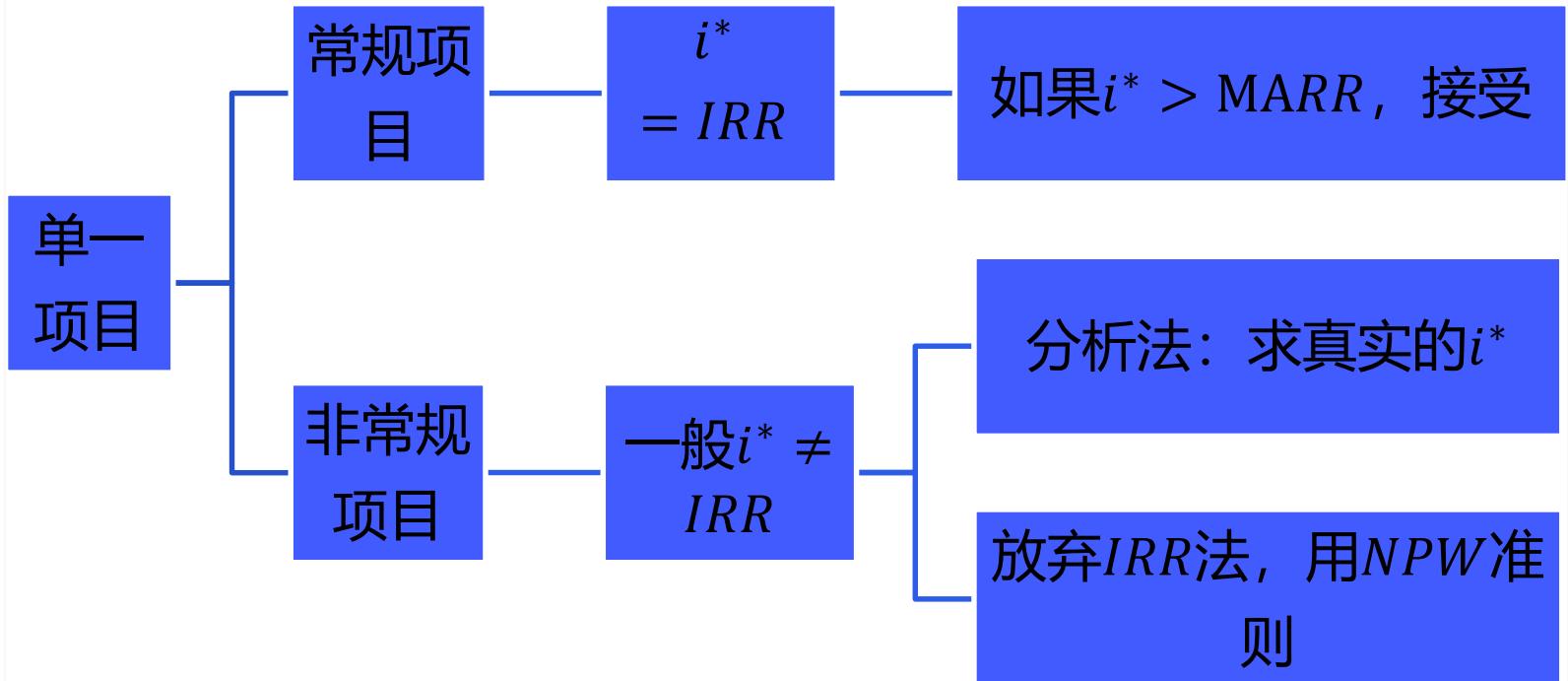


- 6.3.2 常规项目的决策依据
- 净现值曲线的两个重要特征：
 - 以不同的利率*i*来计算项目 $PW(i)$ ，当时 $i < i^*$ ，净现值为正，表明取这些*i*值进行净现值分析时项目是可行的；
 - 当 $i > i^*$ 时，净现值为负，表明取这些*i*值，项目是不可行的。
- 因此， i^* 可以作为一个基准收益率。

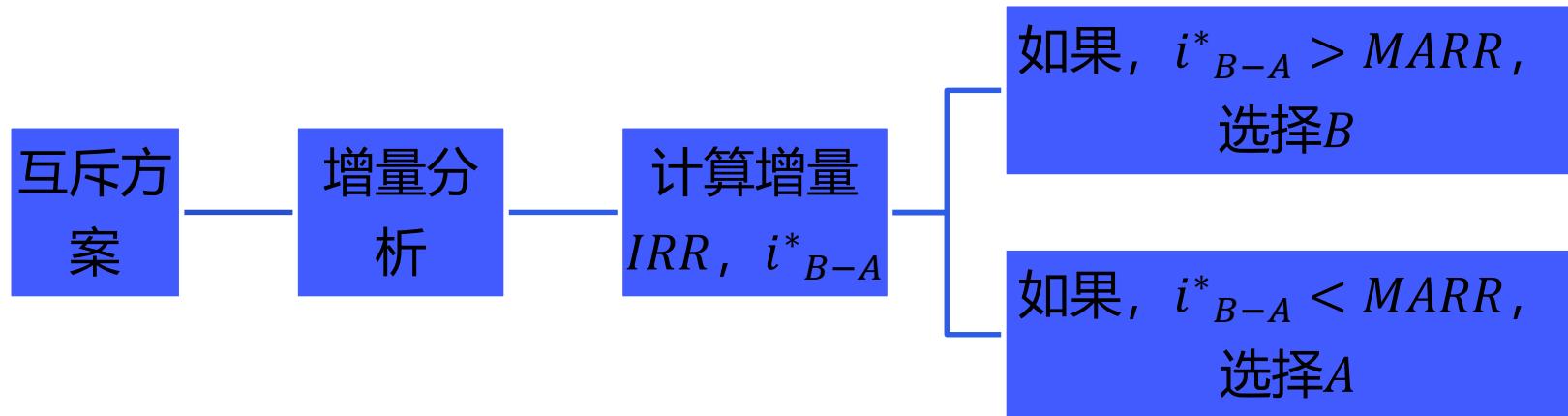
- 评价单一项目
 - 对于常规项目， i^* 实际上是投资的内部收益率。但是，仅仅知道 i^* 还不够，因为公司通常希望比盈亏平衡水平（当 $PW = 0$ ，对该项
目保持中立）更好，公司决策、管理人员和项目决策者希望找到一个可接受最低收益率（ $MARR$ ），如果 IRR 大于 $MARR$ ，说明公
司的收益将超过盈亏平衡水平。这样， IRR 称为判断项目可行性的
一个非常有用的重要标准。

- 对常规项目的决策标准如下：
 - 如果 $IRR > MARR$ ， 接受该项目；
 - 如果 $IRR = MARR$ ， 保持中立；
 - 如果 $IRR < MARR$ ， 舍弃该项目。

对单一项目的决策标准



- 互斥方案的比选
 - 使用增量分析法



- **例6.5 常规项目决策：风力发电的经济可行性**
 - 某能源公司把赌注压在得利萨斯州风力发电的长期能力上，并计划建成世界上最大的风电场之一。该风电场由200个风电涡轮机，每个价值大约169万美元。投资风电发电的能源公司同时也期望政府加强限制使用传统能源资源的法规，并作为降低使全球变乱的碳排放的一项长期工作的一部分。但是如果政府没有税收优惠，公司的风力发电将无利可图。以下是整理好用于进一步决策的财务和技术数据：

- 建造风力涡轮机的数量：200个
- 发电能力：310000千瓦
- 所需资本投资：338000000美元
- 项目寿命期：20年
- 20年后风力涡轮机的残值：0美元
- 年净现金流量（所有扣除之后）：41391160美元
- 根据提供的数据回答以下问题：
 - 该投资项目的内部收益率是多少？
 - 如果公司的*MARR*为10%，那么该投资可行吗？

- 分析：

假设获得以下的年净现金流量（41391160美元）：

- 涡轮机平均负荷率：35%（取决于具体选址，此处使用改制仅用于分析目的）
- 年发电能力 = $310000\text{ 千瓦} \times 0.35 \times 24\text{ 小时/天} \times 365\text{ 天/年}$
= 950460000千瓦时/年
- 风力涡轮机发电售价：0.034美元/千瓦时
 - 运营收入 = $0.034\text{ 美元/千瓦时} \times 950460000\text{ 千瓦时/年} = 32315640\text{ 美元/年}$
- 联邦政府税收抵免：以0.018美元/千瓦时卖给使用客户：

- 税收抵免=0.018元/千瓦时 \times 950460000千瓦时/年 = 17108280美元/年
- ◎ 年涡轮减速保护成本：每年每个涡轮机4000美元/年(或共计800000美元)
- ◎ 年运营和维护成本：每年每个涡轮的运营维护成本为16300美元/年(或共计3260000美元)
- ◎ 年纳税额：3972760美元
- ◎ 已知：以上给出的财务和技术数据； $MARR = 10\%$ 。
- ◎ 求：（a） IRR ；（b）接受该是舍弃该投资。

- 求解：
 - 用Excel计算IRR，由于在净现金流量序列中仅发生一次符号变动，该项目是一个常规项目。这个因素表明该项目有唯一一个内部收益率：

$$PW(i) = -338000000 + 41391160(P/A, i, 20) = 0$$

项目收益率为10.62%，刚刚超过10%的MARR，没有联邦政府提供的税收抵免，这个项目将无利可图。

- IRR超过最低期望收益率MARR，表明项目具有经济可行性。然而，如果在该区域的气候变化降低了发电能力（或负荷量）因素，风力涡轮机系统的安装将无疑会给公司带来极大的财务风险。

- 6.3.3 非常规项目的决策准则
- 当存在多个收益率时，任何一个都不能准确说明项目的可行性和盈利性。
- 当存在多个收益率，可以用外部利率 (*external interest rate*) 来提高分析的正确性。

- **例6.6 非常规项目的投资决策**
 - 某国防设施承包商TIP，由于出价低于其竞争者，拿到了一个价值7300000美元的合同。该合同涉及承包商需为美国海军飞行员涉及一个能使用2年的海军飞行模拟器。对于一些国防设施合同，在合同签订时美国政府需预付定金，但是在这个案例中，美国政府前后分两次支付；第1年年末支付4300000美元，第2年年末支付剩余的3000000美元，目前生产这些模拟器预计期初的现金流出为1000000美元，第1年为2000000美元，第2年为4320 000美元。预计项目的净现金流量如下：

年	现金流入(美元)	现金流出(美元)	净现金流量
0		1000000	-1000000
1	4300000	2000000	2300000
2	3000000	4320000	-1320000

- 在正常情况下，TIP将首先淘汰像这样的边缘项目。但是，TIP希望成为该领域的技术领导者，因此管理层认为提供最低的竞标价是值得的。从财务上看，低价竞争的经济价值是多少？
 - (a) 计算项目的*i**值；
 - (b) 在 (a) 中的结果为依据作出接受或舍弃决策，假定承包商的MARR为15%。

- 分析：
 - 已知：表中所列项目的现金流， $MARR$ 为15%。
 - 求解： (a) i^* ; (b) 和判断是否接受该项目。
- 求解：
 - 由于该项目有两年寿命期，我们可以通过二次方程法直接接触现值方程：

$$-1000000 + \frac{2300000}{(1 + i^*)} - \frac{1320000}{(1 + i^*)^2} = 0$$

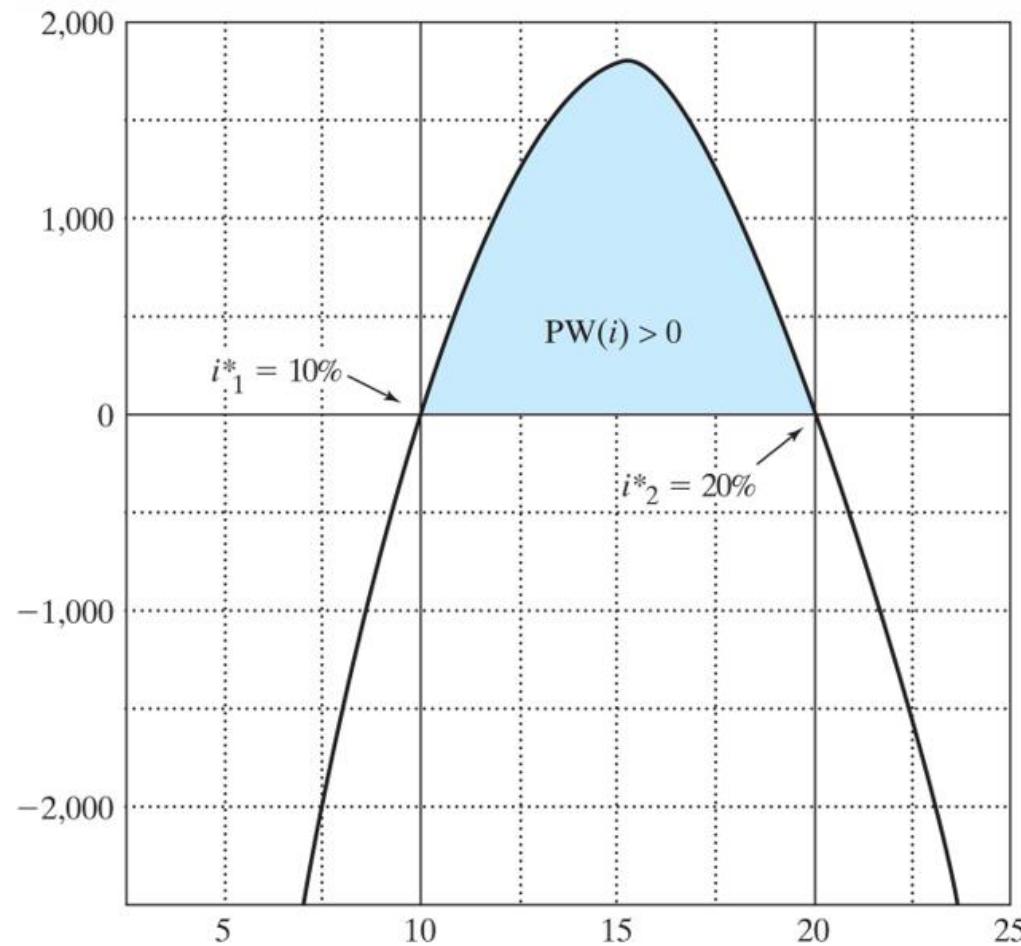
- 如果我们令 $X = 1/(1 + i^*)$, 表达式可以写成:

$$-1000000 + 2300000X - 1320000X^2 = 0$$

各自解得 $X = \frac{10}{11}$ 和 $\frac{10}{12}$, 或者 $i^* = 10\%$ 和 20% 。

- 如图, 净现值曲线和横轴相交两次, 一次是 10% , 一次是 20% 。该投资明显不是一个常规项目, 而且不管是 10% 还是 20% 都不能代表该政府项目的真实内部收益率。

由于该项目是一个非常规项目, 为了求出真解我们可以放弃使用IRR准则, 而使用PW准则。如果当MARR为 15% 时我们使用净现值法, 得到



有多重收益率的非常规项目的净现值曲线图

$$\begin{aligned} & PW(15\%) \\ &= -1000000 + 2300000(P/F, 15\%, 1) - 1320000(P/F, 15\%, 2) \\ &= 1890(\text{美元}) \end{aligned}$$

经计算证实该项目可行，而且并不像我们最初想象那么糟糕。

6.4 比较互斥方案的增量分析法

- 6.4.1 用 IRR 进行方案优先排序的缺陷
- 在净现值或等额年值分析中，选择互斥项目中数值最大的方案，在内部收益率分析中，内部收益率最大的项目不是最优方案。
 - 假设有两个互斥方案，服务寿命期均为一年。其中一个需要投资1000美元，获利2000美元。另一个需要投资5000美元，获利7000美元。当 $MARR$ 为10%时得到 IRR 和 PW 如下：

根据IRR准则比较互斥方案

问题：我们可以用IRR的大小对互斥方案进行排序吗？

n	方案A1		方案A2
0	-1000		-5000
1	2000		7000
IRR	100%	>	40%
PW(10%)	818	<	1364

- 根据净现值指标，我们可以看到方案A2优于方案A1。这种排序的不一致是因为PW, FW和AE是表示投资价值的绝对指标（金额），而IRR是相对指标（百分比）。

- 6.4.2 增量投资分析
- 假设你的投资账户中恰好有5000美元的资金，你需要考虑以下因素：
 - 如果你决定投资方案A1，你需要从投资账户中取出1000美元，剩余的4000美元将继续带来10%的利息。一年后你可以从外部投资中获得2000美元，从投资账户中获得4400美元。因此，投资5000美元，一年后你将获得6400美元（或从5000美元上获得28%的回报）的收益，这一资金变化的等值现值为：

$$PW(10\%) = -5000 + 6400(P/F, 10\%, 1) = 818(\text{美元})$$

如果你决定投资方案A2，你需要从投资账户中取出5000美元，同时投资账户中没有多余的资金。但是你净从外部投资投资中获得7000美元。在一年内你的总资金5000美元变为了7000美元。这一资金的等值现值为：

$$PW(10\%) = -5000 + 7000(P/F, 10\%, 1) = 1364(\text{美元})$$

如果你选择投资较大的方案，你当然想知道增量投资获利是否达到了*MARR*，10%的*MARR*是你能够从其他投资渠道获得的收益水平。但是，在第2个方案中，通过追加4000美元的投资，你将获得5000美元的增量收益，相当于获利25%。因此，那个成本较高的投资方案（A2）是可行的。

n	方案A1	方案A2	增量投资 (A2 – A1)
0	-1000美元	-5000美元	-4000美元
1	2000美元	7000美元	5000美元
IRR	100%	40%	25%
PW (10%)	818美元	1364美元	546美元

假设MARR为10%，你可以通过其他投资获得该利率，例如4000美元的投资额第一年年末变成4400美元。

在A2中通过追加4000美元的投资，你将获得5000美元的增量收益，相当于获利25%，因此，A2中的增量投资是可行的。

- 两个互斥方案（A和B，B为投资较大的方案），我们可以把B写成：

$$B = A + (B - A)$$

B由两部分现金流量组成：与A相同的现金流量；增量部分 $(B - A)$ 。因此，当增量部分 $(B - A)$ 的收益率超过MARR时，项目B优于项目A。因此，对于两个互斥方案，收益率分析法通过计算增量投资的内部收益率 IRR_{B-A} 进行决策的。因为考察的对象是增量投资，我们用投资较大的项目（B）减

去投资小的项目 (A) 来计算项目间现金流量的差额。当遵循决策依据时， $(B - A)$ 为投资增量。

- 如果 $IRR_{B-A} > MARR$, 选择 B (初始投资较大的项目)。
- 如果 $IRR_{B-A} = MARR$, 选择任一项目。
- 如果 $IRR_{B-A} < MARR$, 选择 A 。
- 如果我们把“零方案”也作为一个方案，那么初始方案 (投资较小的方案) 必须是盈利的 (它的 IRR 必须要大于 $MARR$)。这意味着在互斥方案组中的首先计算每个方案的收益率，然后在应用增量分析之前剔除掉那么 IRR 小于 $MARR$ 的方案。

- **例6.7 增量投资的IRR：两个方案的比选**
 - 约翰·科温顿是一名学生，想在课余时间经营一家小规模的装饰公司。为了节约业务启动资金，他打算购买一些二手的设备。有两个互斥方案供其选择：（B1）把自己的业务限定在民用住宅装修范围，大部分的装饰工作由自己完成，或（B2）购买更多的设备并且雇佣一些帮手共同完成民用和商用住宅的装修工作。他预计方案B2将有更高的设备投入成本，但是相应地将获得更高的收益。无论哪种方案，约翰期望持续经营三年直到大学毕业。
 - 已知两个互斥方案的现金流量如下表：

单位：美元

n	B1	B2	B2-B1
0	-3000	-12000	-9000
1	1350	4200	2850
2	1800	6225	4425
3	1500	6330	4830
IRR	25%	17.43%	

- 两个方案都是收入项目，那么约翰应该选择那个方案？ $MARR = 10\%$ （注意在10%的利率水平下两个方案都是盈利的）。

- 分析：
 - 已知：两个方案之间的增量现金流量； $MARR = 10\%$ 。
 - 求：（a）增量投资的 IRR ；（b）最优方案。

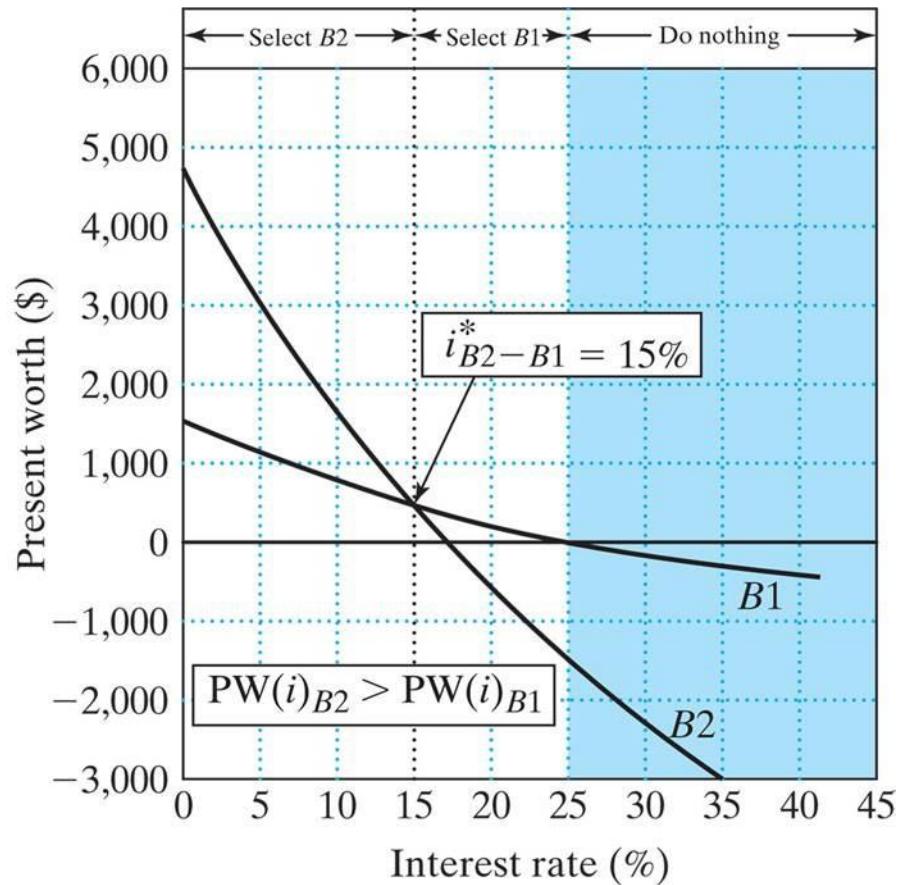
- 求解：
 - 计算增量现金流，然后计算 IRR 。
 - 为了选择最佳方案，我们计算增量现金流 $B2 - B1$ 。然后通过以下方程求解增量 IRR

$$-9000 + 2850(P/F, i, 1) + 4425(P/F, i, 2) + 4830(P/F, i, 3) = 0$$

● 我们得到 $i^*_{B2-B1} = 15\%$, 如图所示, 通过对增量投资现金流量的观察, 我们知道它是一个常规投资项目, 因此, $IRR_{B2-B1} = i^*_{B2-B1}$ 。由于 $IRR_{B2-B1} > MARR$, 我们选择 $B2$, 这与用 PW 分析得到的结论一致。注意当 $MARR > 25\%$, 两个项目都不予接受。

注: 为什么我们计算 $B2-B1$ 的增量而不是 $B1-B2$ 的增量呢? 因为我们希望第一个增量现金流量序列为负 (投资现金流量), 以便于我们能计算 IRR 。通过用投资大的项目减去初始投资较低的项目, 我们可以确保初始增量现金流量是一个投资现金流量。如果我们不考虑投资排序问题, 那么可能导致增量现金流量, 从而不存在内部收益率。

n	$B1$	$B2$	$B2 - B1$
0	-\$3,000	-\$12,000	-\$9,000
1	\$1,350	\$4,200	\$2,850
2	\$1,800	\$6,225	\$4,425
3	\$1,500	\$6,330	\$4,830
IRR	25%	17.43%	15%



Given MARR = 10%, which project is a better choice?

Since $IRR_{B_2-B_1} = 15\% > 10\%$ and $IRR_{B_2} > 10\%$, select B_2 .

- 尽管项目的初始投资相同，但当项目的未来现金流量的时间分布不同时，用*PW*和*IRR*分析所得出的项目排序也可能不一致。
- **例6.8 初始现金流量相等时的增量投资IRR**
 - 思考以下两个投资额相同的互斥方案：

单位：美元

n	C1	C2
0	-9000	-9000
1	480	5800
2	3700	3250
3	6550	2000
4	3780	1561
IRR	18%	20%

- 以增量投资收益率为判据，你将选择哪个方案？假定*MARR = 12%*（同样，在12%的水平下两个方案都是盈利的）。

- 分析：
 - 已知： 所给的连个互斥方案的现金流量； $MARR = 12\%$ 。
 - 求： （a）增量投资的 IRR ； （b）最优方案。
- 求解：
 - 当初始投资相等时， 我们逐一比较现金流量直到找到不等的现金流量， 确保首个非零现金流量为负（即是投资）。因此， 我们建立 $C1 - C2$ 增量投资表：

n	$C1 - C2(\text{美元})$
0	0
1	-5320
2	450
3	4550
4	2219

◎接下来我们令净现值等式等于0，如下：

$$-5320 + 450(P/F, i, 1) + 4450(P/F, i, 2) + 2219(P/F, i, 3) = 0$$

求解*i*值*i** = 14.71%，这也是一个IRR，因为增量投资是一个常规项目。因为 $IRR_{C1-C2} = 14.71\% > MARR$ ，我们选择C1。如果我们使用净现值分析法，得到 $PW(12\%)_{C1} = 1443$ 美元和 $PW(12\%)_{C2} = 1185$ 美元，这也证实了C1和C2更优。

- 注：当有两个或两个以上的互斥方案时，我们可以将项目按顺序两两比较。

- 步骤1：计算每个方案的IRR，剔除那些收益率小于MARR（=15%）的方案。
- 步骤2：比较D1和D2：
 $IRR_{D1-D2} = 27.61\% > 15\%$ ，因此选择D1。
- 步骤3：比较D1和D3：
 $IRR_{D3-D1} = 8.8\% < 15\%$ ，因此选择D1。

单位：美元

n	D1	D2	D3
0	-2000	-1000	-3000
1	1500	800	1500
2	1000	500	2000
3	800	500	1000
IRR	34.37%	40.76%	24.81%

因此，D1 是最优方案。

- **例6.9 增量分析：成本型方案**
 - 福尔克公司正在评价两种制造系统，以决策6年内选择哪种方案来生产联轴器：单元制造系统(CMS)；柔性制造系统(FMS)。两种系统每年生产的零件数都是544000个。预计每个方案的运营成本、初始投资以及残值如下：单位：美元

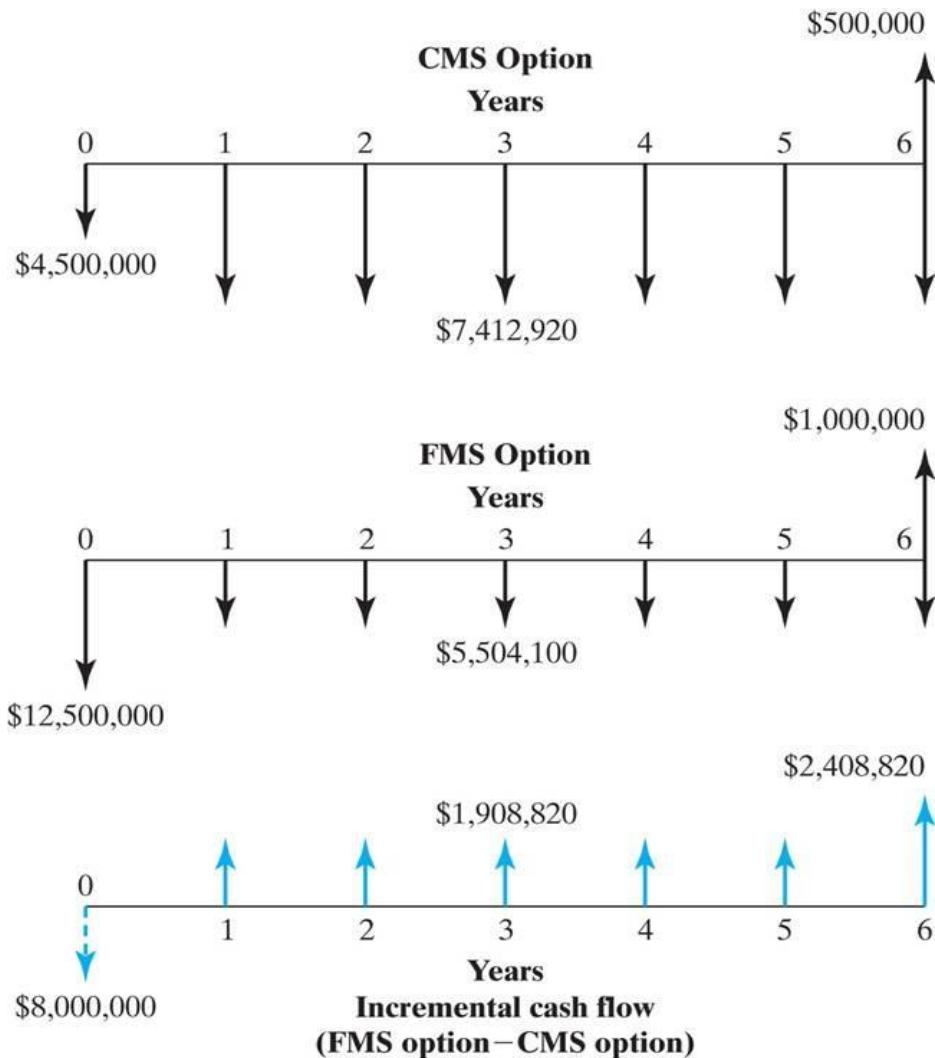
项目	CMS	FMS
投资	4500000	12500000
每年运营成本	7412920	5504100
净残余价值	500000	1000000

- 公司MARR为15%，以IRR准则为依据哪个方案最优？
- 分析：
 - 因为我们可以假设在分析其内两种制造系统都将产生相同水平的收益。那么我们只需要比较两个方案的成本，两个项目都是服务项目，由于我们不知道每个方案的收益额，所以不能计算出它们的IRR，但我们仍然可以用增量现金流量来计算IRR。由于FMS方案需要比CMS更高的初始投资，增量现金流量就是差额（ $FMS - CMS$ ）。

- 已知：现金流量如图所示，年利率*i* = 15%。
- 求：增量现金流量，以及用IRR准则选择最优方案。

n	CMS	FMS	FMS-CMS
0	-4500000	-12500000	-8000000
1	-7412920	-5504100	1908820
2	-7412920	-5504100	1908820
3	-7412920	-5504100	1908820
4	-7412920	-5504100	1928820
5	-7412920	-5504100	1908820
6	-7412920 } +500000 }	-5504100 } +1000000 }	2408820

$$\begin{aligned}
 PW(i)_{FMS-CMS} &= -8000000 + 1908820(P/A, i, 5) + 2408820(P/F, i, 5) = 0
 \end{aligned}$$



- 求解：
 - 用 Excel 求 i , 得到12.4%。由于 $IRR_{FMS-CMS} = 12.43\% < 15\%$, 我们应当选择CMS。尽管在运营成本方面FMS将提供1908820美元的增量年节约额, 该节约额不足以证明8000000美元的增量投资是合理的。
- 注：CMS方案略优于FMS方案。但是，仅考虑FMS方案容易量化的投入要素（如劳动力、能源、物质）上的节约额，而不考虑FMS方案现金的制造工艺带来的难以量化的效益，可能会导致决策判断失误。

- 6.4.3 寿命期不等的方案比选
- 类似 PW 和 AE 准则，只要建立一个共同的分析周期， IRR 指标同样可用于比较寿命期不等的方案。
- 但是多重根的问题会给计算带来负担。假设一个方案的寿命期为5年，另一个方案的寿命期为8年，用 IRR 指标得到最小公倍数为40年。

- **例6.10 方案寿命期不等的问题**
 - 再次考虑例4.8中给出的寿命期不等的问题。用收益率准则选择最优方案。
 - 分析
 - 已知：下表给出了寿命期不等方案的现金流量， $MARR = 12\%$ 。
 - 求：应该选择哪个方案？

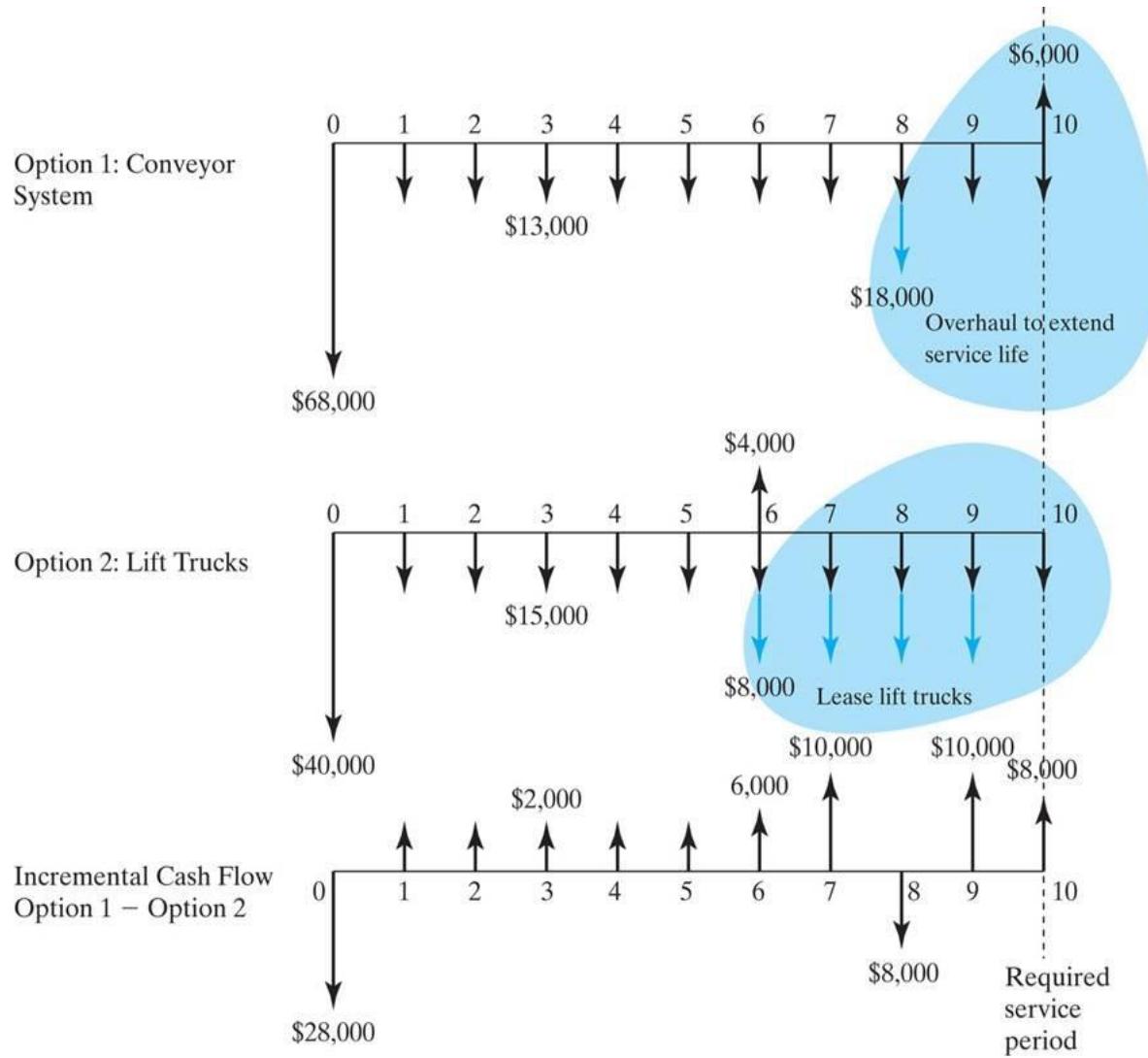
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
2	Cash Flow							Net Cash Flow		
3	Conveyor			Lift Trucks			H			
4	Period	Investment	O&M	Overhaul	Investment	O&M	Lease	Period	Conveyor	Lift trucks
5	0	\$ (68,000)			\$ (40,000)			0	\$ (68,000)	\$ (40,000)
6	1		\$ (13,000)			\$ (15,000)		1	\$ (13,000)	\$ (15,000)
7	2		\$ (13,000)			\$ (15,000)		2	\$ (13,000)	\$ (15,000)
8	3		\$ (13,000)			\$ (15,000)		3	\$ (13,000)	\$ (15,000)
9	4		\$ (13,000)			\$ (15,000)		4	\$ (13,000)	\$ (15,000)
10	5		\$ (13,000)			\$ (15,000)		5	\$ (13,000)	\$ (15,000)
11	6		\$ (13,000)		\$ 4,000	\$ (15,000)	\$ (8,000)	6	\$ (13,000)	\$ (19,000)
12	7		\$ (13,000)			\$ (15,000)	\$ (8,000)	7	\$ (13,000)	\$ (23,000)
13	8		\$ (13,000)	\$ (18,000)		\$ (15,000)	\$ (8,000)	8	\$ (31,000)	\$ (23,000)
14	9		\$ (13,000)			\$ (15,000)	\$ (8,000)	9	\$ (13,000)	\$ (23,000)
15	10	\$ (6,000)	\$ (13,000)			\$ (15,000)		10	\$ (7,000)	\$ (15,000)
16								PW(12%)	\$ (146,791)	\$ (136,515)
17									=NPV(12%,J6:J15)+J5	=NPV(12%,K6:K15)+K5

两种设备的预期现金流量，增量现金流量如下（单位：美元）

n	方案1：运送系统	方案2：叉车	增量：方案1减去方案2
0	-68 000	-40 000	-28 000
1	-13 000	-15 000	2 000
2	-13 000	-15 000	2 000
3	-13 000	-15 000	2 000
4	-13 000	-15 000	2 000
5	-13 000	-15 000	2 000
6	-13 000	-19 000	6 000
7	-13 000	-23 000	10 000
8	-31 000	-23 000	-8 000
9	-13 000	-23 000	10 000
10	-7 000	-15 000	8 000

- 求解

- 由于每种方案的寿命期都比必要的寿命期短，我们需要做一个明确的假设来满足服务的需要。用下图给定的租约假设，得到增量现金流。
- 注意在增量现金流量序列中有3次符号变动，表明可能存在多个收益率。但是，在增量现金流量序列中只有唯一一个收益率，即3.90%。由于该增量现金流收益比12%的*MARR*要低，故方案2时更好的选择。



研讨

- 分析收益率分析法、等额年值法和现值分析法优劣。

课内作业

- 1. 谷歌于2004年8月20日上市，首次公开发行的价格是每股108美元。如果该股票在2011年8月19日的交易价格为490.92美元，那么对于购买并持有该股票8年的投资者而言，投资年收益率是多少？
 - (a) 354%
 - (b) 44.31%
 - (c) 20.84%
 - (d) 71%

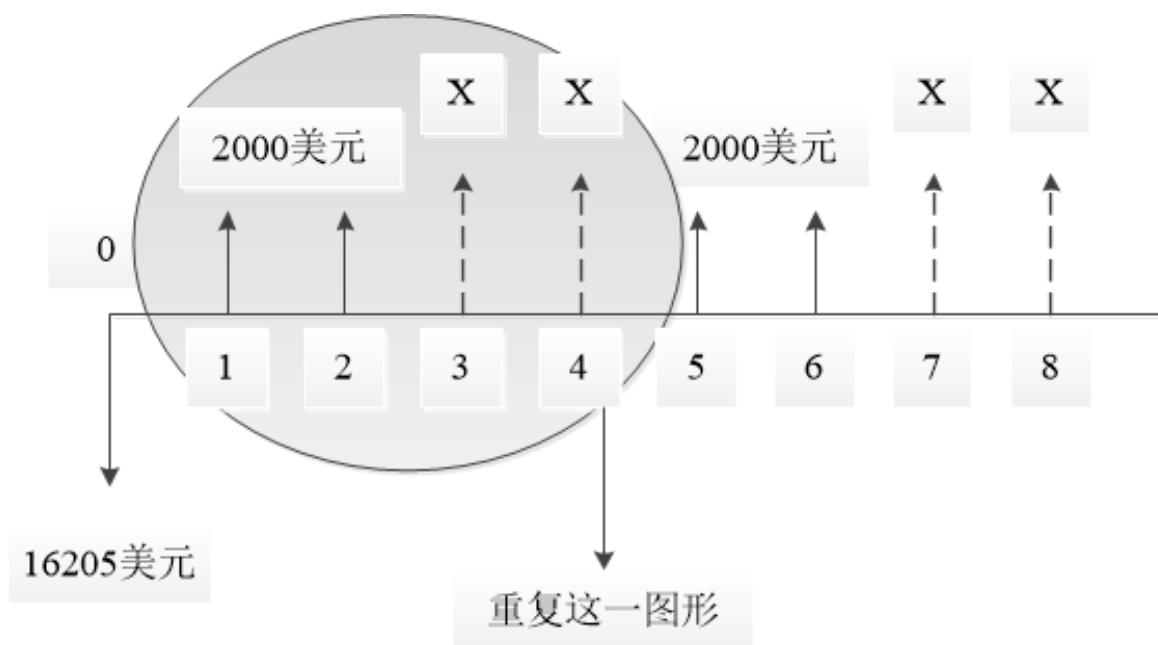
- 2. 你正在考察一个露天采矿业务。因为你投资购买了一些采矿设备，所以现金流量图发生了一些变化。你打算经营两年，然后恢复到原来的使用状态。预计的现金流量如下：

n	现金流量(美元)
0	-1600000
1	1500000
2	1500000
3	-700000

该投资的收益率近似是多少？

- (a) 25%
- (b) 38%
- (c) 42%
- (d) 62%

- 3. 下列不确定现金流量的收益率为20%，计算未知数X的值。



- (a) 3082 美元
- (b) 5510 美元
- (c) 5082 美元
- (d) 5236 美元

- 4. 思考如下图所示的净现金流量的投资项目。如果项目的IRR为23%，X的值为多少？

年末(n)	净现金流量(美元)
0	-12000
1	2500
2	5500
3	X
4	X

- (a) 4500 美元
- (b) 4750 美元
- (c) 6890 美元
- (d) 6500 美元

- 5. 你花费100000美元购置了一台冲压机器来生产新的产品系列。该冲压机将使用5年，预计残值为其初始成本的20%。年运营和维护成本为30000美元。如果每个被冲压的零部件都产生12美元的收益，那么每年需要冲压多少个零部件才能达到盈亏平衡？假设投资收益率为15%。
 - (a) 5000
 - (b) 4739
 - (c) 4488
 - (d) 2238

- 6. 你打算购买一个新的冲床机。预计该机器的寿命期为10年。在寿命期结束时预期税后残值为购买价格的10%。估计其税后年经营现金流量为60000美元。如果你能够以308758美元的价格购买该机器。那么期望投资收益率为多少?
 - (a) 12%
 - (b) 13.6%
 - (c) 15%
 - (d) 17.2%

- 7. 思考以下方案的现金流量：

单位： 美元

年末(n)	方案A	方案B	方案C	方案D
0	-1000	-3000	2000	-4000
1	200	2000	-600	-1000
2	500	2000	-600	6000
3	600	-1500	-600	0
4	400	2000	-600	2000

下列哪项陈述正确？

- (a) 只有方案A是常规项目
- (b) 只有方案B和方案D的收益率为正
- (c) 只有方案B为非常规项目
- (d) 以上都不正确

- 8. 你正在评价5个投资方案。你已经计算了各个方案的收益率，以及两个方案间的增量收益率。在计算增量收益率时，用成本较高的投资方案减去成本较低的投资方案。所有的收益率数值都四舍五入取整数。

投资方案	初始投资(美元)	收益率(%)	比较备选方案时的增量投资收益率(%)				
			A	B	C	D	E
A	35000	12		28	20	36	27
B	45000	15			12	40	22
C	50000	13				42	25
D	65000	20					-5
E	80000	18					

如果所有的投资方案都相互独立，且MARR=12%，应当选择哪个方案？

- (a) D
- (b) E
- (c) B
- (d) 都不选

- 9. 思考下列投资方案的余额状况表。

项目余额(美元)			
n	方案A	方案B	方案C
0	-600	-500	-200
1	200	300	0
2	300	650	150
NPW	—	416.00	—
使用利率	15%	?	—

陈述1：对于方案A，第二年年底的现金流量为100美元。

陈述2：对于方案C，第二年的净终值为150美元收益率。

陈述3：对于方案B，使用的利率为25%。

陈述4：对于方案A，收益率应当大于15%。

以上陈述哪个正确？

- (a) 仅陈述1和2正确
- (b) 仅陈述2和3正确
- (c) 仅陈述1和3正确
- (d) 陈述2, 3和4正确

- 10. 思考下列投资方案。

时间(n)	净现金流量(美元)	
	方案1	方案2
0	-1200	-2000
1	600	1500
2	1000	1000
IRR	19.65%	17.54%

确定方案2优于方案1时的MARR的范围。

- (a) $MARR \leq 12.5\%$
- (b) $13\% \leq MARR \leq 15\%$
- (c) $MARR \geq 16\%$
- (d) 信息不足，不能确定

- 11. 已知两个互斥方案的信息如下：

n	方案A(美元)	方案B(美元)
0	-3000	-5000
1	1350	1350
2	1800	1800
3	1500	5406
IRR	25%	25%

下列哪项陈述正确？

- (a) 因为两个方案有相同的收益率，所以他们无差异
- (b) 方案A为最优选择，因为收益率相同，必须投资更低
- (c) 方案A为最优选择，只要投资者的MARR小于25%
- (d) 不管投资者的MARR是多少，方案B都是最优选择