

重庆师范大学

# 实验报告

实验课程名称	算法设计与分析
实验序号	5
实验内容	快速排序三种方法
班级	23 计科 6 班
姓名	周子依
学号	2023051603162

2024 年 3 月 28 日

## 实验目的与要求

### 1. 学习目标

掌握快速排序数组划分的三种方法，分别运用以下的三种方法对待排序数组进行排序。

从**两边往中间和主元对比**，当**右边有小的**，**左边有大的**，停止搜索，两者交换；重复过程直到搜索过程相遇。  
(Partition1)

从**右往左**搜索，当有比主元**小的**，停止搜索并和主元**交换**；  
从**左往右**搜索，当有比主元**大的**，停止搜索并和主元**交换**；  
重复过程直到搜索过程相遇。(Partition2)

以最后一个数为主元，同时从**左往右**搜索，比主元**小的放前面**，比主元**大的放后面**，最后把主元放两者之间。  
(Partition3)

待排序数组：

13	8	17	10	15	18	12	20	9	14	6	19
----	---	----	----	----	----	----	----	---	----	---	----

## 实验内容

### 1. 算法原理与设计思路

#### (1) 数组划分法一

从两边往中间和主元对比，j 从最右边开始，i 从主元后一个数开始扫描，当；扫描到有大于主元的数，j 扫描到有小于主元的数(这两个条件需同时满足)，交换 i 和 j 指向的数，直到  $i \geq j$ ，最后交换主元与 j 指向的数。

下图 1 笔记对课上给出的例子进行了该方法的演示。

法-：	
从两边往中间和主元对比，j从最右边开始，i从主元后一个数开始扫描，当i扫描到大于主元的数，j扫描到小于主元的数（这两个条件需同时满足），交换i,j指向的数，直到i>j，最后交换主元与j指向的数。	
示例演示	代码
	<pre>int Partition (Type a[], int p, int r) {     int i = p, j = r+1;     Type x = a[p];     while (true) {         while (a[++i] &lt; x &amp;&amp; i &lt; r);         while (a[--j] &gt; x);         if (i &gt;= j) break;         swap (a[i], a[j]);     }     a[p] = a[j], a[j] = x;     return j; }</pre>
第一次数组划分总共经历了三次交换	

图 1 数组划分法一笔记

法一数组划分的代码如图 2：

```
9.  int Partiton(Type a[], int p, int r) {
10.     // 初始化左指针 i 为起始索引 p
11.     int i = p;
12.     // 初始化右指针 j 为结束索引 r 加 1, 方便后续操作
13.     int j = r + 1;
14.     // 选择数组的第一个元素作为基准元素
15.     Type x = a[p];
16.
17.     // 进入循环, 不断交换元素, 直到左右指针相遇或交叉
18.     while (true) {
19.         // 左指针 i 向右移动, 找到第一个大于等于基准元素 x 的元素
20.         // 同时要保证 i 不超过结束索引 r
21.         while (a[++i] < x && i < r);
22.         // 右指针 j 向左移动, 找到第一个小于等于基准元素 x 的元素
23.         while (a[--j] > x);
24.         // 如果左指针 i 已经大于等于右指针 j, 说明划分完成, 退出循环
25.         if (i >= j)
26.             break;
27.         // 交换左指针 i 和右指针 j 所指向的元素
28.         swap(a[i], a[j]);
29.     }
30.
31.     // 将基准元素放到正确的位置, 即右指针 j 所指向的位置
32.     a[p] = a[j];
33.     a[j] = x;
34.     // 返回基准元素最终所在的位置
35.     return j;
36. }
```

图 2 数组划分法一代码

## (2) 数组划分法二

i 初始指向主元的后一个位置, j 初始指向最后一个位置, 首先 j 向前移动, 搜索到小于主元的数, 将 j 指向的数与主元交换, i 再向后移动, 搜索到大于主元的数, 将指向的数与主元交换, 直到 i 与 j 相遇。

示例演示	代码
<div>5 3 7 6 4 1 0 2 9 10 8</div> <div>主元 i j</div>	<pre>int Partition (Type a[], int left, int right) {     int i = left, j = right;     Type key = a[left];     while (i &lt; j) {         while (a[j] &gt; key &amp;&amp; j &gt; left) {             j--;         }         swap (a[j], a[i]);         while (a[i] &lt; key &amp;&amp; i &lt; right) {             i++;         }         swap (a[i], a[j]);     }     return j; }</pre>
<div>5 3 7 6 4 1 0 2 9 10 8</div> <div>交换 j --j</div>	
<div>2 3 7 6 4 1 0 5 9 10 8</div> <div>交换 i ++i</div>	
<div>2 3 5 6 4 1 0 7 9 10 8</div> <div>交换 j --j</div>	
<div>2 3 0 6 4 1 5 7 9 10 8</div> <div>交换 i ++i</div>	
<div>2 3 0 5 4 11 6 7 9 10 8</div> <div>交换 j --j</div>	
<div>2 3 0 1 4 5 6 7 9 10 8</div> <div>交换 i j</div>	

图 3 数组划分法二笔记

法一数组划分的代码如图 4:

```
11. // 分区函数，将数组分为两部分
12. template<typename Type>
13. int QuickSort2(Type a[], int left, int right) {
14.     int i = left, j = right;
15.     Type key = a[left];
16.     while (i < j) {
17.         // 从右向左找第一个小于等于 key 的元素
18.         while (a[j] > key && j > left) {
19.             j--;
20.         }
21.         swap(a[j], a[i]);
22.         // 从左向右找第一个大于等于 key 的元素
23.         while (a[i] < key && i < right) {
24.             i++;
25.         }
26.         swap(a[i], a[j]);
27.     }
28.     return j;
29. }
```

图 4 数组划分法二代码

### (3) 数组划分法三

以最后一个数为主元, 初始  $i$  ,  $j$  均指向第一个元素,  $j$  向右移动直到搜索到小于主元的数. 交换  $i$  指向的后一个数和  $j$  指向的数, 此时  $i$  后移一个位置, 直到  $j$  扫描到主元的位置, 交换  $i$  指向的后一个数和主元。

法三：以最后一个数为基准，初始  $i, j$  均指向第一个元素， $j$  向右移动直到搜索到小于基准的数，交换  $i$  指向的下一个数和  $j$  指向的数，此时  $i$  后移一个位置，直到  $j$  扫描到基准的位置，交换  $i$  指向的下一个数和基准。

$\leq k$	$> k$	待考察	$k$
----------	-------	-----	-----

↑      ↑  
 $i$      $j$

示例演示

2 6 7 1 3 5 6 4      主元

↑↑  
 $i$   $j$

2 6 7 1 3 5 6 4      主元

↑      ↑  
 $i$        $j$       交换

2 1 7 6 3 5 6 4      主元

↑      ↑  
 $i$        $j$       交换

2 1 3 6 7 5 6 4      主元

↑      ↑  
 $i$        $j$       交换

17 / 18    2 1 3 4 7 5 6 6

伪代码

$T(n) = O(n)$

$x \leftarrow A[r]$       ← 选主元       $j \leftarrow p-1$

for  $j \leftarrow p$  to  $r-1$  do

    if  $A[j] < x$  then

exchange  $A[i+1]$  with  $A[j]$       比主元小的交换到前面

$j \leftarrow j+1$

    end

end

exchange  $A[i+1]$  with  $A[r]$       主元作分界线

$q \leftarrow r+1$

return  $q$

图 5 数组划分法二笔记

法三数组划分的代码如图 6。

```
11. // 分区模板函数，以最后一个元素作为主元
12. template<typename Type>
13. int partition(Type A[], int p, int r) {
14.     // 选取数组最后一个元素作为主元
15.     Type x = A[r];
16.     // i 初始化为 p - 1，用于标记小于主元的元素区域的右边界
17.     int i = p - 1;
18.
19.     // 遍历从 p 到 r - 1 的元素
20.     for (int j = p; j < r; ++j) {
21.         // 如果当前元素 A[j] 小于主元 x
22.         if (A[j] < x) {
23.             // i 右移一位，扩小于主元的元素区域
24.             ++i;
25.             // 交换 A[i] 和 A[j]，将小于主元的元素放到左边
26.             swap(A[i], A[j]);
27.         }
28.     }
29.     // 遍历结束后，将主元放到正确的位置，即 i + 1 处
30.     // 此时 A[i + 1] 到 A[r - 1] 的元素都大于等于主元
31.     swap(A[i + 1], A[r]);
32.     // 返回主元最终所在的位置
33.     return i + 1;
34. }
```

图 6 数组划分法三代码

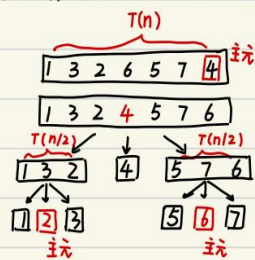
## 实验问题分析

### 1. 复杂度分析

最好情况，每次数组划分后，主元都是中间大的数字。最坏情况，每次数组划分后，主元都在一侧，如下图 7 分析。

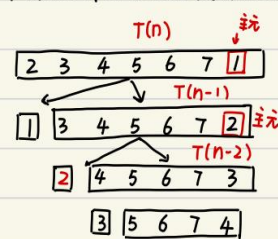


• 最好情况，每次数组划分后，主元都是中间大的数



$$T(n) = 2T(n/2) + O(n) = O(n \log n)$$

• 最坏情况，每次数组划分后，主元都在一侧



$$T(n) = T(n-1) + T(0) + O(n) = O(n^2)$$

图 7 时间复杂度分析

## 2. 最坏情况的改进

解决最坏情况，采用随机选取主元的方法，如图 8，改进数组划分的代码。

```
int RandomizedPartition(Type a[], int p, int r) {
    srand(static_cast<unsigned int>(time(nullptr)));
    int i = p + rand() % (r - p + 1);
    swap(a[i], a[r]);

    Type x = a[r];
    int j = p - 1;
    for (int k = p; k < r; k++) {
        if (a[k] <= x) {
            j++;
            swap(a[j], a[k]);
        }
    }
    swap(a[j + 1], a[r]);
    return j + 1;
}
```

图 8 随机选取主元划分

# 总结与体会

本次实验围绕快速排序的三种数组划分方法展开，收获颇丰。在原理学习上，深入理解了不同划分策略，法一从两边向中间对比主元，法二通过指针交替移动交换元素，法三以最后元素为主元移动指针划分。实践中，亲手编写代码实现，遇到指针操作、边界条件处理等问题，经调试解决，强化了对代码逻辑的把控。复杂度分析让我明晰算法性能，随机选取主元改进策略有效避免最坏情况。此次实验提升了我对算法设计与分析的认知，锻炼了编码和问题解决能力，也让我明白理论与实践结合的重要性，后续会不断深化学习，提升专业素养。

## 附完整 C++代码 (法三使用随机选取主元的数组划分方法)

法一：

1.	<code>#include &lt;iostream&gt;</code>
2.	<code>using namespace std;</code>
3.	
4.	<code>typedef int Type;</code>
5.	
6.	<code>// 该函数用于对数组进行划分，返回基准元素最终所在的位置</code>
7.	<code>// 参数 a 是待划分的数组，p 是数组的起始索引，r 是数组的结束索引</code>
8.	<code>int Partiton(Type a[], int p, int r) {</code>
9.	<code>    // 初始化左指针 i 为起始索引 p</code>
10.	<code>    int i = p;</code>
11.	<code>    // 初始化右指针 j 为结束索引 r 加 1，方便后续操作</code>
12.	<code>    int j = r + 1;</code>
13.	<code>    // 选择数组的第一个元素作为基准元素</code>
14.	<code>    Type x = a[p];</code>
15.	

16.	// 进入循环, 不断交换元素, 直到左右指针相遇或交叉
17.	<b>while (true) {</b>
18.	// 左指针 i 向右移动, 找到第一个大于等于基准元素 x 的元素
19.	// 同时要保证 i 不超过结束索引 r
20.	<b>while (a[++i] &lt; x &amp;&amp; i &lt; r);</b>
21.	// 右指针 j 向左移动, 找到第一个小于等于基准元素 x 的元素
22.	<b>while (a[--j] &gt; x);</b>
23.	// 如果左指针 i 已经大于等于右指针 j, 说明划分完成, 退出循环
24.	<b>if (i &gt;= j)</b>
25.	<b>break;</b>
26.	// 交换左指针 i 和右指针 j 所指向的元素
27.	<b>swap(a[i], a[j]);</b>
28.	<b>}</b>
29.	
30.	// 将基准元素放到正确的位置, 即右指针 j 所指向的位置
31.	<b>a[p] = a[j];</b>
32.	<b>a[j] = x;</b>
33.	// 返回基准元素最终所在的位置
34.	<b>return j;</b>
35.	<b>}</b>
36.	
37.	// 该函数用于实现快速排序算法
38.	// 参数 a 是待排序的数组, p 是数组的起始索引, r 是数组的结束索引
39.	<b>void QuickSort(Type a[], int p, int r) {</b>
40.	// 如果起始索引 p 小于结束索引 r, 说明数组中至少有两个元素, 需要继续排序
41.	<b>if (p &lt; r) {</b>
42.	// 调用 Partiton 函数对数组进行划分, 得到基准元素的位置 q
43.	<b>int q = Partiton(a, p, r);</b>
44.	// 对基准元素左边的子数组进行快速排序
45.	<b>QuickSort(a, p, q - 1);</b>
46.	// 对基准元素右边的子数组进行快速排序
47.	<b>QuickSort(a, q + 1, r);</b>
48.	<b>}</b>
49.	<b>}</b>
50.	
51.	<b>int main() {</b>
52.	<b>Type arr[] = {13, 8, 17, 10, 15, 18, 12, 20, 9, 14, 6, 19};</b>
53.	// 计算数组的长度
54.	<b>int n = sizeof(arr) / sizeof(arr[0]);</b>
55.	// 调用 QuickSort 函数对数组进行排序
56.	<b>QuickSort(arr, 0, n - 1);</b>
57.	// 遍历排序后的数组, 并输出每个元素

58.	<b>for (int i = 0; i &lt; n; i++) {</b>
59.	<b>cout &lt;&lt; arr[i] &lt;&lt; " ";</b>
60.	<b>}</b>
61.	<b>cout &lt;&lt; endl;</b>
62.	<b>return 0;</b>
63.	<b>}</b>

法二：

1.	<b>#include &lt;iostream&gt;</b>
2.	
3.	// 交换两个元素的函数
4.	<b>template&lt;typename Type&gt;</b>
5.	<b>void swap(Type&amp; a, Type&amp; b) {</b>
6.	<b>Type temp = a;</b>
7.	<b>a = b;</b>
8.	<b>b = temp;</b>
9.	<b>}</b>
10.	
11.	// 分区函数，将数组分为两部分
12.	<b>template&lt;typename Type&gt;</b>
13.	<b>int QuickSort2(Type a[], int left, int right) {</b>
14.	<b>int i = left, j = right;</b>
15.	<b>Type key = a[left];</b>
16.	<b>while (i &lt; j) {</b>
17.	// 从右向左找第一个小于等于 key 的元素
18.	<b>while (a[j] &gt; key &amp;&amp; j &gt; left) {</b>
19.	<b>j--;</b>
20.	<b>}</b>
21.	<b>swap(a[j], a[i]);</b>
22.	// 从左向右找第一个大于等于 key 的元素
23.	<b>while (a[i] &lt; key &amp;&amp; i &lt; right) {</b>
24.	<b>i++;</b>
25.	<b>}</b>
26.	<b>swap(a[i], a[j]);</b>
27.	<b>}</b>
28.	<b>return j;</b>
29.	<b>}</b>
30.	
31.	// 递归实现快速排序
32.	<b>template&lt;typename Type&gt;</b>

33.	void recursiveQuickSort(Type a[], int left, int right) {
34.	if (left < right) {
35.	int key = QuickSort2(a, left, right);
36.	recursiveQuickSort(a, left, key - 1);
37.	recursiveQuickSort(a, key + 1, right);
38.	}
39.	}
40.	
41.	using namespace std;
42.	int main() {
43.	// 测试数组
44.	int arr[] = {13, 8, 17, 10, 15, 18, 12, 20, 9, 14, 6, 19};
45.	int n = sizeof(arr) / sizeof(arr[0]);
46.	
47.	// 调用快速排序函数
48.	recursiveQuickSort(arr, 0, n - 1);
49.	
50.	// 输出排序后的数组
51.	for (int i = 0; i < n; i++) {
52.	cout << arr[i] << " ";
53.	}
54.	cout << endl;
55.	
56.	return 0;
57.	}

## 法三：

1.	#include <iostream>
2.	#include <cstdlib>
3.	#include <ctime>
4.	
5.	// 交换函数
6.	template<typename Type>
7.	void swap(Type& a, Type& b) {
8.	Type temp = a;
9.	a = b;
10.	b = temp;
11.	}
12.	
13.	// 随机化分区函数
14.	template<typename Type>

15.	int RandomizedPartition(Type a[], int p, int r) {
16.	srand(static_cast<unsigned int>(time(nullptr)));
17.	int i = p + rand() % (r - p + 1);
18.	swap(a[i], a[r]);
19.	
20.	Type x = a[r];
21.	int j = p - 1;
22.	for (int k = p; k < r; k++) {
23.	if (a[k] <= x) {
24.	j++;
25.	swap(a[j], a[k]);
26.	}
27.	}
28.	swap(a[j + 1], a[r]);
29.	return j + 1;
30.	}
31.	
32.	// 随机化快速排序函数
33.	template<typename Type>
34.	void RandomizedQuickSort(Type a[], int p, int r) {
35.	if (p < r) {
36.	int q = RandomizedPartition(a, p, r);
37.	RandomizedQuickSort(a, p, q - 1);
38.	RandomizedQuickSort(a, q + 1, r);
39.	}
40.	}
41.	
42.	using namespace std;
43.	
44.	int main() {
45.	int arr[] = {13, 8, 17, 10, 15, 18, 12, 20, 9, 14, 6, 19};
46.	int n = sizeof(arr) / sizeof(arr[0]);
47.	
48.	RandomizedQuickSort(arr, 0, n - 1);
49.	
50.	for (int i = 0; i < n; i++) {
51.	cout << arr[i] << " ";
52.	}
53.	cout << endl;
54.	
55.	return 0;
56.	}