

Exercícios Resolvidos sobre Aprendizagem de Regras utilizando o FOIL

1. Assuma que fornecemos ao algoritmo FOIL a informação de que $p(a)$ e $p(b)$ são instâncias positivas de $p(X)$ e $p(c)$ e $p(d)$ são instâncias negativas. Fornecemos também ao FOIL o seguinte conhecimento do domínio, relativo aos predicados q e r :

$q(a)$ $\neg q(b)$ $q(c)$ $\neg q(d)$

$r(a)$ $\neg r(b)$ $r(c)$ $r(d)$

- Mostre os passos e os cálculos que o FOIL efectua para obter a primeira regra para $p(X)$.
- Seria necessário aprender mais regras ou essa regra é suficiente?

Resolução

- a) Inicialmente temos a regra:

$p(X) :- \text{true}.$

Existem duas instâncias positivas e duas negativas para esta regra. Temos de a especializar.

Vamos considerar 4 literais para o corpo da regra: $q(X)$, $\neg q(X)$, $r(X)$ e $\neg r(X)$.

$$\text{ganhoFOIL}(L,R) = t * (\log_2(p1 / (p1 + n1)) - \log_2(p0 / (p0 + n0)))$$

onde:

t – N° de instâncias positivas da regra anterior que continuam a ser cobertas pela nova regra

$p0$ e $n0$ – n° de instâncias positivas e negativas da regra anterior

$p1$ e $n1$ – n° de instâncias positivas e negativas da nova regra

Para o literal $r(X)$ a nova regra é:

$p(X) :- r(X).$

O corpo da regra é satisfeito para três instanciações de X : $\{X=a, X=c \text{ e } X=d\}$

Dessas três apenas uma delas satisfaz a cabeça da regra: $\{X=a\}$

$t=1.$

$$\begin{aligned}\text{GanhoFoil} &= 1 * (\log_2(1/3) - \log_2(2/4)) \\ &= -1.59 + 1 = -0.59\end{aligned}$$

Para o literal $q(X)$ a nova regra é:

$$p(X) :- q(X).$$

O corpo da regra é satisfeito para 2 instanciações de X: {X=a ,X=c}

Dessas duas apenas uma delas satisfaz a cabeça da regra: {X=a}

$$t=1.$$

$$\begin{aligned} \text{GanhoFoil} &= 1 * (\log_2(1/2) - \log_2(2/4)) \\ &= 0 \end{aligned}$$

Para o literal $\neg r(X)$ a nova regra é:

$$p(X) :- \neg r(X).$$

O corpo da regra é satisfeito para uma instanciação de X: {X=b} que satisfaz também a cabeça da regra: {X=b}

$$t=1.$$

$$\begin{aligned} \text{GanhoFoil} &= 1 * (\log_2(1/1) - \log_2(2/4)) \\ &= 0 + 1 = 1 \end{aligned}$$

Para o literal $\neg q(X)$ a nova regra é:

$$p(X) :- \neg q(X).$$

O corpo da regra é satisfeito para duas instanciações de X: {X=b,X=d} e só uma delas {X=b} é que satisfaz também a cabeça da regra: {X=b}

$$t=1.$$

$$\begin{aligned} \text{GanhoFoil} &= 1 * (\log_2(1/2) - \log_2(2/4)) \\ &= 0 \end{aligned}$$

A regra escolhida é $p(X) :- \neg r(X)$ porque é a que tem o melhor ganho. Como esta regra não cobre instâncias negativas, está terminada.

b) Teríamos que procurar outra regra porque existe ainda uma instancia positiva que a primeira regra não cobre

2. Dadas as seguintes cláusulas,

casal(catita, nestor).	mulher(morgana).
mulher(frida).	homem(nestor).
homem(damiao).	homem(corto).
mulher(catita).	

aplique o algoritmo FOIL para aprender o conceito de “estado civil casado”, representado pelo predicado casado, dados os seguintes dois exemplos positivos de casado(X):

casado(nestor) casado(catita)

Se aplicarmos o mundo fechado obtemos como exemplos negativos:

\sim casado(frida)
 \sim casado(damião)
 \sim casado(corto)
 \sim casado(morgana)

Vamos considerar para o corpo da regra os literais:

casal(X,Y)
casal(X,X)
casal(Y,X)
 \sim casal(X,Y)
 \sim casal(X,X)
 \sim casal(Y,X)
mulher(X)
 \sim mulher(X)
homem(X)
 \sim homem(X)

Podemos também considerar $X = Y$ e $\sim X=Y$.

Inicialmente temos a regra casado(X) :- true

Existem duas instâncias positivas (X=nestor e X=catita) e quatro negativas (X=frida, X=damião, X=corto e X=morgana). Temos de especializar esta regra.

$p_o=2$
 $n_o=4$

Vamos considerar as várias hipóteses e calcular o ganho:

casado(X) :- casal(X,Y)

O corpo da regra é satisfeito para uma instanciação de $\langle X,Y \rangle$ que é X=catita e Y=Nestor, ou seja $\langle \text{catita}, \text{nestor} \rangle$.

Dessa instanciação uma satisfaz a cabeça da regra, X=catita. $p_1=1$

Não há nenhum exemplo negativo coberto pela regra. $n_1=1$

Das duas instanciações de X que cobriam a regra anterior antes de ser estendida apenas 1 delas cobre esta regra. $t=1$

O ganho vai ser: $1 * (\log_2(1/1) - \log_2(2/6)) = 1.584962501$.

casado(X) :- \sim casal(X,Y)

O corpo da regra é satisfeito para 35 instanciações de $\langle X,Y \rangle$, todas menos a $\langle \text{catita}, \text{nestor} \rangle$:

Dessa instanciações, todas as que têm $X=nestor$ ou $X=catita$ satisfazem a cabeça da regra, excepto $X=catita$ e $Y=nestor$, e são $p_1=11$.

$\langle X,Y \rangle$	$\langle X,Y \rangle$
$\langle catita,catita \rangle$	$\langle nestor,catita \rangle$
$\langle catita,damião \rangle,$	$\langle nestor,damião \rangle,$
$\langle catita,frida \rangle$	$\langle nestor,frida \rangle$
$\langle catita,corto \rangle$	$\langle nestor,corto \rangle$
$\langle catita,morgana \rangle$	$\langle nestor,morgana \rangle$
	$\langle nestor,nestor \rangle$

Os restantes 24 são exemplos negativos cobertos pela regra. $n_1=24$

Das duas instanciações de X que cobriam a regra anterior antes de ser estendida ambas cobrem esta regra. $t=2$

O ganho vai ser: $2*(\log_2(11/35) - \log_2(2/6)) = -1.754740296$.

casado(X) :- casal(Y,X)

O corpo da regra é satisfeito para uma instanciação de $\langle X,Y \rangle$ que é $X=nestor$ e $Y=catita$, ou seja $\langle nestor,catita \rangle$.

Dessa instanciação uma satisfaz a cabeça da regra $x=nestor$. $p_1=1$

Não há nenhum exemplo negativo coberto pela regra. $n_1=0$

Das duas instanciações de X que cobriam a regra anterior antes de ser estendida apenas 1 delas cobre esta regra. $t=1$

O ganho vai ser: $1*(\log_2(1/1) - \log_2(2/6)) = 1.584962501$.

casado(X) :- ~casal(Y,X)

$\langle X,Y \rangle$	$\langle X,Y \rangle$
$\langle catita,catita \rangle$	$\langle nestor,nestor \rangle$
$\langle catita,damião \rangle,$	$\langle nestor,damião \rangle,$
$\langle catita,frida \rangle$	$\langle nestor,frida \rangle$
$\langle catita,corto \rangle$	$\langle nestor,corto \rangle$
$\langle catita,morgana \rangle$	$\langle nestor,morgana \rangle$
$\langle catita,nestor \rangle$	

O corpo da regra é satisfeito para 35 instanciações de $\langle X,Y \rangle$, todas menos a $\langle nestor,catita \rangle$:

Dessa instanciações, todas as que têm $X=catita$ ou $X=nestor$ satisfazem a cabeça da regra, e são $p_1=11$.

Os restantes 24 são exemplos negativos cobertos pela regra. $n_1=24$

Das duas instanciações de X que cobriam a regra anterior antes de ser estendida ambas cobrem esta regra. $t=2$

O ganho vai ser: $2*(\log_2(11/35) - \log_2(2/6)) = -1.754740296$.

casado(X) :- casal(X,X)

O corpo da regra é satisfeito para 0 instanciações de $\langle X \rangle$.

Das duas instanciações de X que cobriam a regra anterior antes de ser estendida apenas 1 delas nenhuma cobre esta regra. $t=0$

O ganho vai ser 0.

casado(X) :- ~casal(X,X)

O corpo da regra é satisfeito para as 6 instâncias de $\langle X \rangle$.

Dessa instâncias, todas as que têm $X=catita$ ou $X=nestor$ satisfazem a cabeça da regra, e são $p_1=2$.

Os restantes 4 são exemplos negativos cobertos pela regra. $n_1=4$.

Das duas instâncias de X que cobriam a regra anterior antes de ser estendida ambas cobrem esta regra. $t=2$

O ganho vai ser: $2 * (\log_2(2/6) - \log_2(2/6)) = 0$

casado(X) :- homem(X)

O corpo da regra é satisfeito para três instâncias de $\langle X \rangle$ que são os três homens da base de dados.

Dessas 3 instâncias apenas uma satisfaz a cabeça da regra $X=nestor$. $p_1=1$.

Há dois exemplos negativos cobertos pela regra. $n_1=2$

Das duas instâncias de X que cobriam a regra anterior antes de ser estendida apenas 1 delas cobre esta regra. $t=1$

O ganho vai ser: $1 * (\log_2(1/3) - \log_2(2/6)) = 0$.

casado(X) :- ~homem(X)

O corpo da regra é satisfeito para três instâncias de $\langle X \rangle$ que são as três mulheres da base de dados.

Dessas 3 instâncias apenas uma satisfaz a cabeça da regra $X=catita$. $p_1=1$.

Há 2 exemplos negativos cobertos pela regra. $n_1=2$.

Das duas instâncias de X que cobriam a regra anterior antes de ser estendida apenas 1 delas cobre esta regra. $t=1$

O ganho vai ser: $1 * (\log_2(1/3) - \log_2(2/6)) = 0$.

casado(X) :- mulher(X)

O corpo da regra é satisfeito para três instâncias de $\langle X \rangle$ que são as três mulheres da base de dados.

Dessas 3 instâncias apenas uma satisfaz a cabeça da regra $x=nestor$. $p_1=1$.

Não há nenhum exemplo negativo coberto pela regra. $n_1=2$

Das duas instâncias de X que cobriam a regra anterior antes de ser estendida apenas 1 delas cobre esta regra. $t=1$

O ganho vai ser: $1 * (\log_2(1/3) - \log_2(2/6)) = 0$.

casado(X) :- ~mulher(X)

O corpo da regra é satisfeito para três instâncias de $\langle X \rangle$ que são os três homens da base de dados.

Dessas 3 instâncias apenas uma satisfaz a cabeça da regra $X=nestor$. $p_1=1$.

Há 2 exemplos negativos cobertos pela regra. $n_1=2$.

Das duas instâncias de X que cobriam a regra anterior antes de ser estendida apenas 1 delas cobre esta regra. $t=1$

O ganho vai ser: $1 * (\log_2(1/3) - \log_2(2/6)) = 0$.

O literal escolhido é o `casal(X,Y)` ou `casal(Y,X)`. Escolhamos o primeiro, por exemplo, usando um critério de desempate aleatório pois tem o mesmo ganho.

Vamos obter a regra:

`casado(X) :- casal(X,Y).`

Esta regra cobre um exemplo positivo que é retirado da base de dados de exemplos. Ficamos ainda com outro exemplo para cobrir e temos de procurar uma nova regra que o cubra.

3. Utilize o algoritmo FOIL para aprender a relação “X tem a mesma cor de pele que Y” representada no predicado `mesma_cor(X,Y)`. Os exemplos positivos do conceito alvo são:

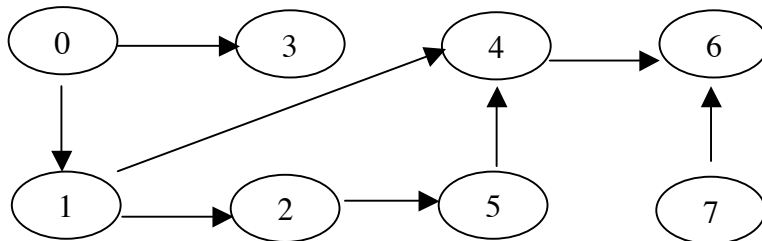
`mesma_cor(taka-takata,banzai).`
`mesma_cor(banzai,taka-takata).`

Assuma o mundo fechado para obter os exemplos negativos.

São dadas as seguintes cláusulas adicionais:

`cor(cartuxa,mulato).` `cor(cuca,negro).`
`cor(martins,branco).` `cor(banzai,amarelo).`
`cor(taka-takata,amarelo).`

4. Considere o seguinte grafo dirigido



Aplique o algoritmo FOIL para obter as regras que definem o conceito `caminho(A,B)` a partir da informação extraída da representação simbólica deste grafo. Isto é, pretende-se aprender o conceito `caminho`, usando como dados de treino o conjunto de literais da forma `arco(X,Y)`, representando os arcos do grafo acima, e do conjunto de literais da forma `caminho(X,Y)`, representando os caminhos nesse grafo de um nó X para Y.

5. Suponha que quer aprender o conceito de “X é irmã de Y” representado pelo predicado `irmã(X,Y)` e que lhe são dadas as seguintes cláusulas onde `pai(X,Y)` representa a relação “X é pai de Y”, `mãe(X,Y)` representa a relação “X é mãe de Y”, `homem(X)` representa a propriedade “X é homem” e finalmente `mulher(X)` representa a propriedade “X é mulher”.

`pai(antonio,laura).` `pai(antonio,etelvina).`
`pai(antónio,amelia).` `pai(antónio,joao).`

mae(cristina,laura).
mae(cristina,joao).
homem(antonio).
mulher(laura).
mulher(cristina).

mae(cristina,etelvina).

homem(joao).
mulher(etelvina).
mulher(amelia).

São igualmente dados os exemplos positivos da relação irmã:

irma(etelvina,joao).
pai(laura,joao).

irma(etelvina,laura).
pai(laura,etelvina).