



UNIDADE II: APRENDIZAGEM SUPERVISIONADA

- Sumário:
 - Programação lógica indutiva
 - Algoritmo FOIL



Aprendizagem de regras

- O algoritmo AQ permite a aprendizagem de um conjunto de regras a partir de exemplos
- As regras aprendidas se expressam em lógica proposicional



Limitações da LP

- A LP apresenta limitações quanto ao seu poder expressivo
- Se considera por isso a aprendizagem de regras expressas noutra tipo de lógica



Limitações da LP

- Considerar a aprendizagem do conceito ***Filha(x, y)***
 - Verdadeiro se x é filha de y
- Cada pessoa nos dados se expressa através dos atributos ***Nome, Mãe, Pai, Homem, Mulher***
- Exemplos de treino → dados pela descrição de duas pessoas, seguido do atributo classe ***Filha***
 - <Nome₁=Sharon, Mãe₁=Luísa, Pai₁=Roberto, Homem₁=Falso, Mulher₁=Verd, Nome₂=Roberto, Mãe₂=Ana, Pai₂=Víctor, Homem₂=Verd, Mulher₂=Falso, Filha₁₂=Verd>



Limitações da LP

- Se $(\text{Pai}_1 = \text{Roberto})$ E $(\text{Nome}_2 = \text{Roberto})$ E $(\text{Mulher}_1 = \text{Verd})$ Então $\text{Filha}_{12} = \text{Verd}$
 - Regras proposicionais aprendidas são muito específicas
- Em lógica de primeira ordem
 - Se ***Pai(y, x)*** E ***Mulher(y)*** Então ***Filha(x, y)***
- Permite também
 - Fazer referência nos antecedentes à variáveis que não aparecem no consequente
 - Fazer a descrição de regras de forma recursiva...



Programação Lógica Indutiva

- A aprendizagem de regras expressas em lógica de primeira ordem se designa *Programação Lógica Indutiva (ILP)*
- Pode ser vista como a inferência de programas em PROLOG a partir de exemplos



LPO

- Elementos básicos são os símbolos
 - Constantes: *Roberto, Luísa*
 - Variáveis: *x, y*
 - Predicados: *Casado, MaiorQue*
 - Funções: *idade*
- Com os símbolos se constroem expressões
 - Termos: qualquer constante, variável ou função aplicada a qualquer termo. *Roberto, x, idade(Luísa)*
 - Literal: qualquer predicado ou a sua negação aplicado a qualquer termo. *Casado(Roberto, Luísa),*
 \neg *MaiorQue(idade(Ana), 23)*



LPO

- **Cláusula:** qualquer disjunção de literais, onde todas as variáveis se assumem como sendo quantificadas universalmente
- **Cláusula de Horn:** cláusula contendo um único predicado que se deduz de um conjunto de condições
 - $Avô(x, y) \leftarrow Pai(x, z) \text{ E } Pai(z, y)$
- **Regra de Horn:** conjunto de **cláusulas de Horn** que deduzem o mesmo predicado
 - $Avô(x, y) \leftarrow Pai(x, z) \text{ E } Mãe(z, y)$



LPO

- Definição de um conceito pode ser feito de duas formas
 - Implícita: expressa através de ***Regras de Horn***
 - Definição anterior de avô
 - Explícita: através da listagem de todas as instanciações possíveis do conceito
 - ***Avô(João, Pedro), Avô(João, Luís), Avô(João, Maria)***



ILP

- O objectivo da ILP é encontrar uma descrição de um conceito alvo em termos relacionais (lógica de primeira ordem ou equivalente)
- Existem vários algoritmos de entre eles o FOIL desenvolvido por Ross Quinlan
 - Implementa uma estratégia de cobertura sequencial, parecida ao algoritmo AQ



FOIL

- Entradas:
 - Conjunto de exemplos positivos e negativos do conceito alvo
 - Conhecimento do meio, representado em forma explícita
- Saída:
 - Conjunto de regras de primeira ordem, semelhantes à cláusulas de Horn com duas exceções
 - As regras geradas por FOIL não contêm funções
 - As regras geradas por FOIL podem conter literais negativos



FOIL

- Desde o ponto de vista da busca:
 - Conjunto de estados: conjunto de regras de Horn formado a partir dos predicados definidos nos exemplos e na teoria do domínio
 - Conjunto de operadores
 - Acrescentar um literal (condição) a uma cláusula de Horn
 - Criar uma nova cláusula vazia
 - Estado inicial: conjunto vazio de regras de Horn
 - Alvo: regra de Horn que descreve aos exemplos positivos e não aos negativos
 - Heurística: ganho de informação



Algoritmo

Função FOIL(*Pred_alvo*, *Predicados*, *Exemplos*)

Pos \leftarrow Exemplos para os quais *Pred_alvo* é verdadeiro

Neg \leftarrow Exemplos para os quais *Pred_alvo* é falso

Regras \leftarrow {}

While *Pos* **do**

Aprender uma NovaRegra

NovaRegra \leftarrow Regra que prediz *Pred_alvo* sem pré-condições

NovaRegraNeg \leftarrow *Neg*

while *NovaRegraNeg* **do**

Especializar NovaRegra

Literais_cand \leftarrow literais candidatos gerados

Literal_melhor \leftarrow argmax *Ganho*(*L*, *NovaRegra*)

 Adicionar *Literal_melhor* aos antecedentes de *NovaRegra*

NovaRegraNeg \leftarrow subconjunto de *NovaRegra* que satisfaz
 antecedentes de *NovaRegra*

Regras \leftarrow *Regra* + *NovaRegra*

Pos = *Pos* - {membros de *Pos* cobertos por *NovaRegra*}

Retorna *Regras*



Algoritmo

- Se estrutura igualmente na forma de dois ciclos
 - No ciclo externo
 - Aprende-se uma regra de cada vez, removendo os exemplos positivos cobertos antes de aprender a próxima regra
 - O efeito de cada nova regra é o aumento do número de instâncias positivas cobertas -> busca do específico para o geral
 - No ciclo interno
 - Se implementa uma busca refinada para definir a forma exacta de cada nova regra
 - Especializa a regra, acrescentando um literal de cada vez até que esta deixe de cobrir os exemplos negativos → Busca do geral para o específico



Geração de especializações

- Para a especialização das regras o algoritmo gera vários literais que podem ser acrescentados individualmente ao seu antecedente
- Considerando uma regra $P(x_1, x_2, \dots, x_k) \leftarrow L_1 \dots L_n$, os literais gerados teriam uma das formas:
 - $Q(v_1, \dots, v_r)$
 - Q é qualquer nome de predicado existente no conjunto de predicados
 - v_i é uma variável nova ou já presente na regra
 - Ao menos uma das variáveis v_i deve existir na regra
 - $\text{Iguar}(x_j, x_k)$, x_j e x_k são variáveis presentes na regra
 - A negação de qualquer das formas anteriores



Exemplo

- Consideremos a aprendizagem de regras para a predição do literal ***Neta(x, y)*** sendo os outros predicados utilizados para a descrição dos exemplos ***Pai*** e ***Mulher***.
- Supor que $P(x, y)$ significa “o P de x é y ”
 - Início
 - ***Neta(x, y)***
 - Literais candidatos:
 - ***Igual(x, y), Mulher(x), Mulher(y), Pai(x, y), Pai(y, x), Pai(x, z), Pai(z, x), Pai(y, z), Pai(z, y)***
 - A negação de qualquer dos literais anteriores



Exemplo

- Supondo que o mais prometedor seja ***Pai(y, z)*** teríamos a regra
 - ***Neta(x, y) ← Pai(y, z)***
- Novos literais candidatos
 - Todos os anteriores
 - ***Mulher(z), Igual(z, x), Igual(z, y), Pai(z, w), Pai(w, z)*** e suas correspondentes negações
- Seleccionando nesta iteração ***pai(z, x)***
 - ***Neta(x, y) ← Pai(y, z) E Pai(z, x)***
- Regra completa???



Condução da busca

- Em cada iteração FOIL selecciona e acrescenta à regra o literal correspondente ao maior ganho de informação
- A utilidade da adição de um novo literal se baseia na quantidade de exemplos positivos e negativos cobertos antes e depois da referida adição

$$- G(L, R) = t(\log_2 \frac{p_1}{p_1+n_1} - \log_2 \frac{p_0}{p_0+n_0})$$

- $P_0, n_0, p_1, n_1 \rightarrow$ número de exemplos positivos e negativos antes e depois da adição
- $t \rightarrow$ número de exemplos positivos cobertos antes que seguem sendo cobertos depois da adição



Aprendizagem de regras recursivas

- No exemplo anterior foi ignorada a possibilidade de inclusão do predicado alvo entre os novos literais gerados
- Permite a formação de regras recursivas
 - Se ***Pais(x, y)*** Então ***Ancestral(x, y)***
 - Se ***Pais(x, z)*** E ***Ancestral(z, y)*** Então ***Ancestral(x, y)***



Bibliografia

- Mitchell, pg. 283 – 291
- Borrajo Millán, 251 – 269