

Programowanie narzędzi analitycznych – Z08

1 Metoda Momentów

Zadanie 1

Niech $X_1, X_2, \dots, X_n \stackrel{i.i.d.}{\sim} Unif[0, \beta]$. Uzyskano realizacje zmiennej losowej $X_1 = 5, X_2 = 9, X_3 = 6, X_4 = 4, X_5 = 1$. Wyznaczyć estymator parametru β metodą momentów.

Zadanie 2 (Przykład 6.8 z [1])

Niech $X_1, X_2, \dots, X_n \stackrel{i.i.d.}{\sim} Unif[0, \beta]$. Uzyskano realizacje zmiennej losowej $X_1 = 1, X_2 = 1, X_3 = 1, X_4 = 9$. Wyznaczyć estymator parametru β metodą momentów. [Skomentować uzyskaną wartość oszacowania w odniesieniu do wartości obserwacji.](#)

Zadanie 3

Wiedząc, że wartości zmiennej *led* pochodzą z rozkładu wykładniczego z nieznanym parametrem λ wyznacz estymator parametru λ metodą momentów. Sprawdzić zgodność rozkładu zmiennej *led* z rozkładem wykładniczym z parametrem λ_{MM} .

Zadanie 4

Zmienna *gret* jest próbą prostą z rozkładu normalnego. Załóżmy, że wiemy, że $\mu = 0$. Wyznaczyć estymator wariancji rozkładu metodą momentów. Przetestować zgodność rozkładu zmiennej *gret* z rozkładem normalnym $N(0, \sigma_{MM}^2)$.

Zadanie 5

Zbiór danych *king.txt* zawiera wartości całkowite nieujemne. Badacz ma podejrzenie, że zostały wygenerowane z rozkładu Poissona z pewnym parametrem λ . Oszacować parametr λ i sprawdzić czy zmienna *king* ma rozkład Poissona z tym parametrem.

Zadanie 6

Sprawdzić czy zmienna z pliku *negb* może być modelowana rozkładem Poissona. Czy spełnione jest założenie o równości średniej i wariancji? Jeśli nie, to należy spróbować zastosować inny rozkład.

Zadanie 7

Liczba cyklonów tropikalnych na Atlantyku w latach 1851-2016 została wyznaczona na podstawie danych ze strony <http://www.nhc.noaa.gov/data/>. Proszę wczytać zbiór danych *Lhur2.csv* i sprawdzić czy roczna liczba huraganów na Atlantyku może być modelowana rozkładem ujemnym dwumianowym.

Zadanie 8

Ustalić jaki rozkład ma zmienna z pliku *gosset.csv*. Wykorzystać metodę momentów.

Zadanie 9

Zmienna X_1, X_2, \dots, X_{100} jest próbą prostą z rozkładu wykładniczego z nieznanym parametrem λ . Znaleźć $\hat{\lambda}$ metodą momentów dla wartości zmiennej X ze zbioru danych `exp.csv`. Jeśli zmienna X ma rozkład wykładniczy, to

$$\mathbb{E}[X] = \frac{1}{\lambda} \quad \text{Var}[X] = \frac{1}{\lambda^2}.$$

Zadanie 10

Zmienna `zep` jest próbą prostą z rozkładu $\text{Gamma}(\alpha, \beta)$. Znaleźć $\hat{\alpha}$ oraz $\hat{\beta}$ metodą momentów.

2 Bibliografia

[1] Laura Chihara, Tim Hesterberg, *Mathematical Statistics with Resampling and R*, John Wiley&Sons, 2011.