

## Programowanie narzędzi analitycznych - Z09

## 1 Rozwiązania nieliniowych równań i układów równań

### Zadanie 1

Za pomocą polecenia `uniroot` wyznaczyć miejsce zerowe równania

$$\frac{v}{v-2} = 10. \quad (1)$$

### Zadanie 2

Wyznaczyć numerycznie miejsce zerowe równania

$$x^4 - 8 * x^3 + 10 * x^2 - 3 * x = -9 \quad (2)$$

za pomocą polecenia `uniroot`.

### Zadanie 3

Wyznaczyć numerycznie miejsce zerowe równania

$$\frac{\exp(3x)}{\exp(3x) + 1} = 0.8 \quad (3)$$

za pomocą polecenia `uniroot`.

### Zadanie 4

Wykorzystując polecenie `multiroot` z biblioteki `rootSolve` oszacować  $\hat{\alpha}$  oraz  $\hat{\beta}$  metodą momentów dla zmienna `zep`, jeśli wiadomo, że jest ona próbą prostą z rozkładu  $gamma(\alpha, \beta)$ .

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[X] &= \frac{\alpha}{\beta} \\ Var[X] &= \frac{\alpha}{\beta^2} \end{aligned}$$

### Zadanie 5

Wykorzystując polecenie `multiroot` z biblioteki `rootSolve` oszacować  $\hat{\alpha}$  oraz  $\hat{\beta}$  metodą momentów dla zmienna `BetaSamp`, jeśli wiadomo, że jest ona próbą prostą z rozkładu  $beta(\alpha, \beta)$ .

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[X] &= \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \\ Var[X] &= \frac{\alpha\beta}{(\alpha + \beta)^2(\alpha + \beta + 1)} \end{aligned}$$

### Zadanie 6

Oszacować parametry  $d_1$  oraz  $d_2$  rozkładu F-Snedecora metodą momentów, którego próbka prosta znajduje się w pliku `FSdat`.

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[X] &= \frac{d_2}{d_2 - 2} \\ Var[X] &= \frac{2d_2^2(d_1 + d_2 - 2)}{d_1(d_2 - 2)^2(d_2 - 4)} \end{aligned}$$

## 2 Uogólniona Metoda Momentów

**Zadanie 7** (Na podstawie przykładu 10.7 z [1])

W pliku `GammaSamp` znajduje się próba prosta z rozkładu  $Gamma(\alpha, \beta = 1)$ , której funkcja gęstości dana jest wzorem

$$f(y; \alpha) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \exp[-y] y^{\alpha-1}. \quad (4)$$

Dwa pierwsze momenty zwykłe:  $\mathbb{E}[y_t] = \alpha$ ,  $\mathbb{E}[y_t^2] = \alpha(\alpha + 1)$ .

**Zadanie 8** (Na podstawie przykładu 10.3 z [1])

Zmienna `GammaBothParm` zawiera obserwacje wygenerowane z rozkładu  $Gamma(\alpha, \beta)$ . Zastosować uogólnioną metodę momentów do wyznaczenia estymatorów parametrów  $\alpha$  i  $\beta$ .

$$\mathbb{E}[y_t] = \frac{\alpha}{\beta} \quad \mathbb{E}[y_t^2] = \frac{\alpha(\alpha + 1)}{\beta^2} \quad \mathbb{E}\left[\frac{1}{y_t}\right] = \frac{\beta}{\alpha - 1} \quad (5)$$

**Zadanie 9** (Na podstawie [1] str. 384)

Wygenerowano 1000 obserwacji z rozkładu normalnego i zapisano w pliku `Norm1000.csv`. Oszacować parametry  $\mu$  oraz  $\sigma$  uogólnioną metodą momentów stosując momenty:

$$\mathbb{E}[y_t] = \mu \quad \mathbb{E}[(y_t - \mu)^2] = \sigma^2 \quad \mathbb{E}[(y_t - \mu)^4] = 3\sigma^4. \quad (6)$$

### 3 Bibliografia

- [1] Owen Jones, Robert Maillardet, and Andrew Robinson, *Introduction to Scientific Programming and Simulation using R*, CRC Press, 2009.