

## Programowanie narzędzi analitycznych – Z10

## 1 Testowanie hipotez w uogólnionej metodzie momentów

**Zadanie 1**

Wygenerowano 1000 obserwacji z rozkładu t-Studenta o średniej  $\mu = 0$  i nieznanej liczbie stopni swobody  $v$ , a wartości zapisano w pliku `t1000.csv`. Oszacować parametr  $v$  uogólnioną metodą momentów stosując momenty:

$$\mathbb{E}[(y_t - \mu)^2] = \frac{v}{v-2} \quad \mathbb{E}[(y_t - \mu)^4] = \frac{3v^2}{(v-2)(v-4)}. \quad (1)$$

Przetestować hipotezę  $H_0 : v = 6$  przeciwko alternatywie  $H_1 : v \neq 6$ .

**Zadanie 2** (Na podstawie przykładu 10.7 z [1])

W pliku `GammaSamp` znajduje się próba prosta z rozkładu  $Gamma(\alpha, \beta = 1)$ , której funkcja gęstości dana jest wzorem

$$f(y; \alpha) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \exp[-y] y^{\alpha-1}. \quad (2)$$

Dwa pierwsze momenty zwykłe:  $\mathbb{E}[y_t] = \alpha$ ,  $\mathbb{E}[y_t^2] = \alpha(\alpha + 1)$ . Przetestować hipotezę  $H_0 : v = 5$  przeciwko alternatywie  $H_1 : v \neq 5$ .

**Zadanie 3** (Na podstawie [1] str. 384)

Wygenerowano 1000 obserwacji z rozkładu normalnego i zapisano w pliku `Norm1000.csv`. Oszacować parametry  $\mu$  oraz  $\sigma$  uogólnioną metodą momentów stosując poniższe momenty.

$$\mathbb{E}[y_t] = \mu \quad \mathbb{E}[(y_t - \mu)^2] = \sigma^2 \quad \mathbb{E}[(y_t - \mu)^4] = 3\sigma^4. \quad (3)$$

Przetestować hipotezy:  $H_0 : \mu = 3$  oraz  $H_0 : \mu = 3$  oraz  $\sigma = 1$ .

**Zadanie 4** (Na podstawie przykładu 10.3 z [1])

Zmienna `GammaBothParm` zawiera obserwacje wygenerowane z rozkładu  $Gamma(\alpha, \beta)$ . Zastosować uogólnioną metodę momentów do wyznaczenia estymatorów parametrów  $\alpha$  i  $\beta$ .

$$\mathbb{E}[y_t] = \frac{\alpha}{\beta} \quad \mathbb{E}[y_t^2] = \frac{\alpha(\alpha + 1)}{\beta^2} \quad \mathbb{E}\left[\frac{1}{y_t}\right] = \frac{\beta}{\alpha - 1} \quad (4)$$

Przetestować hipotezy (1)  $H_0 : \alpha = 5$  oraz (2)  $H_0 : \alpha = 5 \text{ \& } \alpha + \beta = 10$ .

**Bibliografia**

[1] Owen Jones, Robert Maillardet, and Andrew Robinson, *Introduction to Scientific Programming and Simulation using R*, CRC Press, 2009.