作业二：非线性方程求根

英才 1701 赵鹏威 U201710152

2019 年 9 月 17 日

目录

1 引言

在物理中会遇到很多方程求根的问题，一般这些方程是非线性的，甚至是超越方程. 另外，方程求根问题实际上就是求函数的零点，这也对应着求函数极值点的问题. 因此开发有效的数值求根方法是很有必要的. 常用的算法有：二分法、Jacobi 迭代法、牛顿下山法. 为了让 Jacobi 迭代法收敛更快，又有人提出了事后加速法、Atiken 加速法. 这次作业就是通过 Fortran 来实现这些算法.

2 问题描述

问题 1. 使用不同的算法求非线性方程

$$f(x) = \frac{x^3}{3} - x = 0$$

的根，并比较它们的性能.

这是一个一元三次方程，很容易得到这个方程的解析解

$$x_1 = -\sqrt{3} \approx -1.73205 \quad x_2 = 0 \quad x_3 = \sqrt{3} \approx 1.73205.$$

这里将解析解转换成了精确到 5 位小数的数值，之后会将由算法得到的结果与这个结果来比较，验证算法的准确性.

3 程序实现

希望程序达到的效果是：向程序提供函数 $f(x)$（和迭代式 $\varphi(x)$，如果有的话），区间 $[a, b]$，程序可以调用某种指定的算法，在指定的精度下，找出这个区间内所有可能的根.

为了达到这个目的，通过两步来实现整个程序. 第一步是将每种算法分别单独写成一个 subroutine，这些 subroutine 以函数 f，迭代式 φ，初值（对二分法来说是初始的区间）和要求的精度为输入参数，返回最多一个找到的根. 第二步是另写一个 subroutine 作为调用这些算法的接口程序，它的作用是将输入的区间等分成若干个小区间，然后调用第一步中的子程序在这些小区间内寻找根，并且对于方便预先判断收敛性的算法，在调用之前会自动判断这个区间内的迭代是否一定会收敛，跳过不一定收敛的区间，这样可以省去很多不必要的计算.

3.1 实现细节