



Leonardo 的 ICPC 模板

模板用的好，金牌少不了

作者：列奥那多是勇者

组织：狗头吧

时间：August 7, 2022

版本：0.0.1

邮箱：azraelzarkli@gmail.com



狗头吧在任何时候都是 acmer 最好的救济

写在前面

模板使用须知

本模板使用了 elegantbook-magic-revision latex 模板 (<https://github.com/Azure1210/elegantbook-magic-revision>)，在此对其表达感谢。

本文档的题显版本相关题目中包含 AcWing 题目，部分是需要买课才能查看的，这类题目可以到其它算法网站(如洛谷)上查找。



目录

1

第 1 部分 * STL

第 1 章	STL	2
1.1	pair	2
1.2	vector	2
1.3	array	3
1.4	deque	3
1.5	list	3
1.6	set / unordered_set	4
1.7	map / unordered_map	4
1.8	string	5
1.9	stack	5
1.10	queue	5
1.11	priority_queue	6
1.12	bitset	6
1.13	algorithm	7
1.13.1	min / max	7

2

第 2 部分 * 数据结构

第 2 章	数据结构	9
2.1	并查集 union find	9

3

第 3 部分 * 基础算法

第 3 章	基础算法	12
3.1	排序算法	12
3.1.1	快速排序	12
3.1.2	归并排序	12



3.2	二分	13
3.2.1	整数二分	13
3.2.2	浮点数二分	13
3.3	高精度	14
3.3.1	加法	14
3.3.2	减法	14
3.3.3	乘法	15
3.3.4	除法	15

4

第 4 部分 * 进阶算法

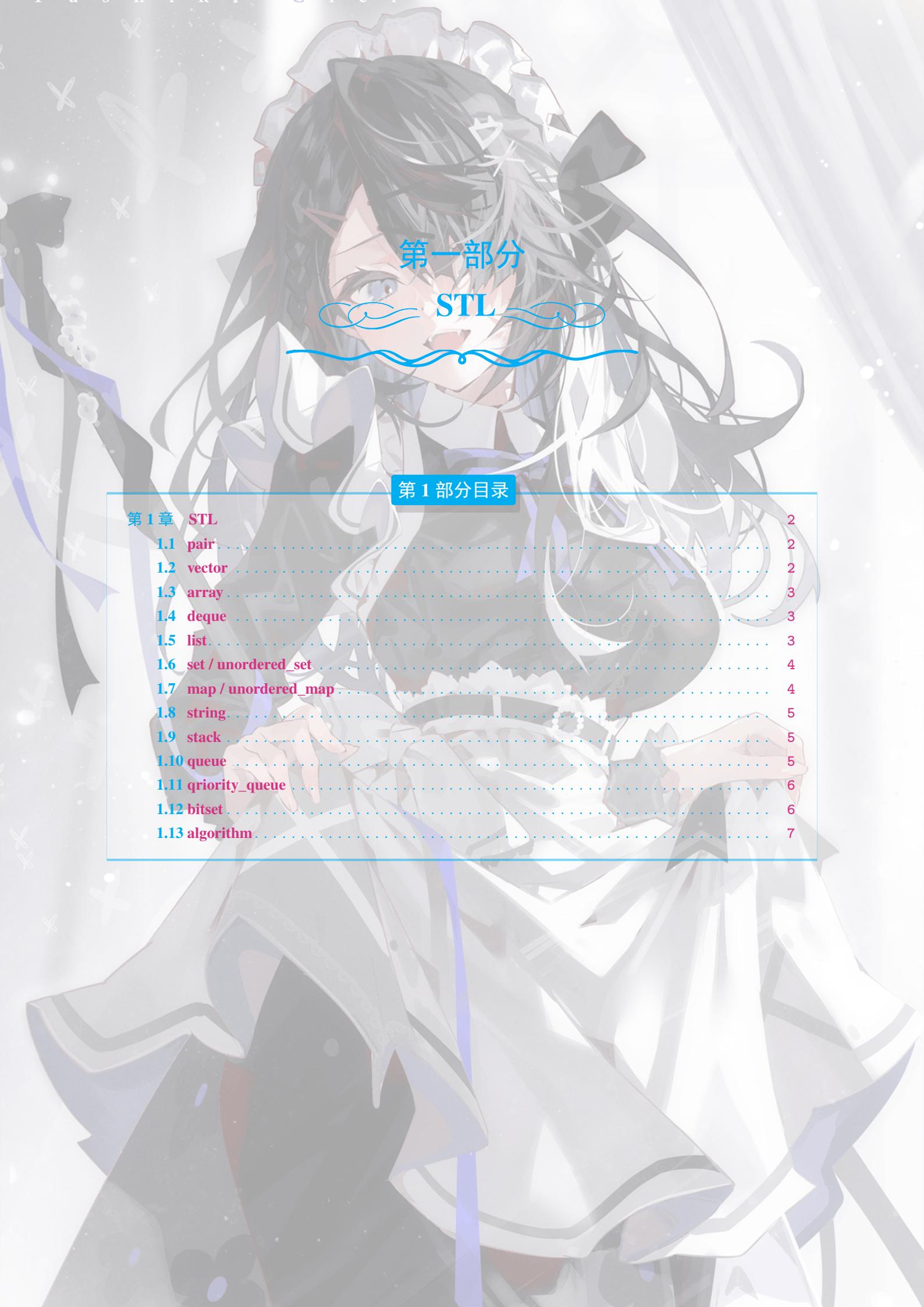
第 4 章	图论	18	
4.1	二分图	18
4.1.1	检测二分图	18
4.2	拓扑排序	19

5

第 5 部分 * 附录

第 5 章	附录	22	
5.1	比赛初始代码模板	22
5.2	unordered_set/map 哈希函数	23
5.3	Big-O Cheat Sheet	24
5.3.1	Common Data Structure Operations	24
5.3.2	Array Sorting Algorithms	24
5.3.3	Growth Rates	25





第一部分

STL

第1部分目录

第1章	STL	2
1.1	pair	2
1.2	vector	2
1.3	array	3
1.4	deque	3
1.5	list	3
1.6	set / unordered_set	4
1.7	map / unordered_map	4
1.8	string	5
1.9	stack	5
1.10	queue	5
1.11	priority_queue	6
1.12	bitset	6
1.13	algorithm	7



第 1 章 STL



◆ 1.1 pair

`std::pair` 是标准库中定义的一个类模板。用于将两个变量关联在一起，组成一个“对”，而且两个变量的数据类型可以是不同的。

```
1 pair<int, int> a{1,2};  
2 cout << a.first << " " << a.second;  
3 pair<int, int> b{3,1};  
4 cout << (a < b) << endl;  
5 // vector<pair<int, int>> c{a, b};  
6 vector<pair<int, int>> c{{1,2}, {1,1}, {0,3}};  
7 // sort c according to the first param ascendingly (升序);  
8 sort(c, c + 3);  
9 // sort c according to the second param ascendingly (升序); 返回值不为true交换  
10 sort(c.begin(), c.end(), [] (const pair<int,int> &a, const pair<int, int> &b){return a.second < b.second;});  
11 // multiple condition  
12 sort(c.begin(), c.end(), [] (const pair<int,int> &a, const pair<int, int> &b){return a.first < b.first ||  
     a.second < b.second;});
```

◆ 1.2 vector

`std::vector` 是 STL 提供的内存连续的、可变长度的数组（亦称列表）数据结构。能够提供线性复杂度的插入和删除，以及常数复杂度的随机访问。

```
1 #include <vector>  
2 vector<pair<int,int>> a;  
3 vector<int> b(3, 2); // 默认0, 手动2  
4 vector<int> d(b); // 用b创建d  
5 d.resize(20); // 重新分配空间, 若空间小于原本, 则删除
```

```

6 vector<vector<int>> c{vector<int>{1,2}};
7 vector<vector<int>> e(10,vector<int>(10));
8 c.resize(2, vector<int>(2)); // 分配二维空间
9 c.empty(); c.size(); c.clear();
10 a.emplace_back(1, 2);
11 a.pop_back();
12 a.insert(a.begin(), {1,2}); // can insert multiple elements
13 a.begin(); a.end(); a.rbegin(); a.rend(); // iterator
14 a.front(); a.back(); // reference

```

1.3 array

`std::array` 是 STL 提供的内存连续的、固定长度的数组数据结构。其本质是对原生数组的直接封装。

```

1 #include <array>
2 array<int, 3> a {0};
3 a.fill(1);
4 a.size(); a.empty();
5 a.front(); a.back();

```

1.4 deque

`std::deque` 是 STL 提供的双端队列数据结构。能够提供线性复杂度的插入和删除，以及常数复杂度的随机访问。

```

1 #include <deque>
2 deque<int> a {1,2,3};
3 a.emplace_back(4);
4 a.pop_back();
5 a.emplace_front(0);
6 a.pop_front();
7 a.begin(); a.end(); a.rbegin(); a.rend();
8 a.back(); a.front();
9 a.clear(); // delete all element
10 a.insert(a.begin(), {1,2}); // can insert multiple elements

```

1.5 list

`std::list` 是 STL 提供的双向链表数据结构。能够提供线性复杂度的随机访问，以及常数复杂度的插入和删除。

`list` 的使用方法与 `deque` 基本相同，但是增删操作和访问的复杂度不同。此处列下特殊的（下列函数 `list` 提供了特别的实现以供使用）：

```

1 #include <list>
2 list<int> a{1,2,3};
3 list<int> b{4,6,4};
4 a.splice(a.begin(), b); // 4 6 5 1 2 3
5 a.merge(b); // append b to a

```

```

6 a.remove(4); // remove all elements equals to 4
7 a.remove_if([](int x){return x < 3;});
8 a.sort();
9 a.unique(); // remove consecutive duplicate (连续重复) elements

```

◆ 1.6 set / unordered_set

关于 `unordered_set` 的哈希冲突，使用自定义哈希函数可以有效避免构造数据产生的大量哈希冲突，代码实现见本册附录。

`set` 是关联容器，含有键值类型对象的已排序集，搜索、移除和插入拥有对数复杂度。`set` 内部通常采用红黑树实现。平衡二叉树的特性使得 `set` 非常适合处理需要同时兼顾查找、插入与删除的情况。

和数学中的集合相似，`set` 中不会出现值相同的元素。如果需要有相同元素的集合，需要使用 `multiset`。`multiset` 的使用方法与 `set` 的使用方法基本相同。(当然也有 `unordered_multiset`)

```

1 #include <set>
2 // elements in set are sorted accendingly, usually implemented by red-black tree;
3 set<int> a {1,7, 3, 2};
4 a.insert(4); a.count(10); a.empty(); a.size();
5 a.find(7); // iterator
6 a.upper_bound(3); // <= 3, iterator
7 a.lower_bound(2); // >= 2, iterator
8 *a.rbegin(); // value of last element
9
10 set<int> d{0,1,2};
11 set<int> res;
12 // intersection && union
13 // the two functions int <algorithm> do not work nomally with unordered_set
14 set_intersection(a.begin(), a.end(), d.begin(), d.end(), inserter(res, res.end()));
15 set_union(a.begin(), a.end(), d.begin(), d.end(), inserter(res, res.end()));

```

◆ 1.7 map / unordered_map

关于 `unordered_map` 的哈希冲突，使用自定义哈希函数可以有效避免构造数据产生的大量哈希冲突，代码实现见本册附录。

`map` 是有序键值对容器，它的元素的键是唯一的。搜索、移除和插入操作拥有对数复杂度。`map` 通常实现为红黑树。`multimap` 则允许有重复的 Key 值。(当然也有 `unordered_multimap`)

```

1 #include <map>
2 map<int, int> a;
3 a[1] = 2; // if not exist, then create
4 cout << a[0]; // if not exist, then return default value(here is 0);
5 a.count(1); // whether exist
6 a.find(1); // iterator
7 cout << (*a.lower_bound(0)).first; // iterator of type pair
8 cout << (*a.upper_bound(2)).second;
9 a.emplace(1,3);
10 a.empty(); a.size();

```

◆ 1.8 string

`std::string` 是在标准库 `<string>` (注意不是 C 语言中的 `<string.h>` 库) 中提供的一个类, 本质上是 `std::basic_string<char>` 的别称。

```

1 #include <string>
2 string a = "abcdef123456";
3 string b(2, '2'); // 22;
4 printf("%s\n", a.c_str()); // for printf
5 a.length(); // a.size();
6 a.find('c'); // return position number, unfind: -1
7 a.find('c', 4); // start find from position 4
8 a.substr(0, 2); // "ab"
9 a.erase(2); // delete all from pos 2
10 a.erase(0, 2); // delete 2 characters from pos 0
11 a.insert(0, "hello");
12 a.insert(2, 3, 'u'); // insert char 'u' 3 times
13 a.replace(2, 5, ""); // replace whole 5 characters with a string ""
14 string s1 = to_string(12.05); // Converts number to string
15 string s;
16 getline(cin, s); // Read line ending in '\n' (not include)

```

◆ 1.9 stack

STL 栈 (`std::stack`) 是一种后进先出 (Last In, First Out) 的容器适配器, 仅支持查询或删除最后一个加入的元素 (栈顶元素), 不支持随机访问, 且为了保证数据的严格有序性, 不支持迭代器。

```

1 #include <stack>
2 stack<int> s;
3 stack<int> s2(s);
4 s.push(1); s.pop();
5 cout << s.top(); // error, can't use top() when s is empty
6 s.size(); s.empty();

```

◆ 1.10 queue

STL 队列 (`std::queue`) 是一种先进先出 (First In, First Out) 的容器适配器, 仅支持查询或删除第一个加入的元素 (队首元素), 不支持随机访问, 且为了保证数据的严格有序性, 不支持迭代器。

```

1 #include <queue>
2 queue<int> q;
3 queue<int> q2(q);
4 q.push(1); q.pop();
5 cout << q.front(); // error, can't use front() when q is empty
6 q.size(); q.empty();

```

1.11 priority_queue

默认容器为 vector, 默认算子为 less, 也就是最大堆

```

1 #include <queue>
2 // big heap & small heap
3 priority_queue<int> big_heap;
4 priority_queue<int,vector<int>,less<int> > big_heap;
5 priority_queue<int,vector<int>,greater<int> > small_heap;
6
7 // operations
8 priority_queue<int> q;
9 q.push(1);
10 cout << q.top(); // not empty
11 q.empty(); q.size();
12 q.pop();
13
14 // custom structure
15 struct Status {
16     int val;
17     ListNode *ptr;
18     bool operator < (const Status &rhs) const { // 必须定义<运算符
19         return val > rhs.val; // rhs 小于 当前 val 就交换, 说明是最小堆
20     }
21 };
22 priority_queue<Status> q;
23 q.push({l->val, l}); // l 是 ListNode* 类型

```

1.12 bitset

std::bitset 是标准库中的一个存储 0/1 的大小不可变容器。严格来讲, 它并不属于 STL。

```

1 #include <bitset>
2 bitset<3> a; // 000
3 bitset<3> b(14); // 14->1(110) lower 3 bits
4 bitset<4> c("1010"); // 1010
5 string astr = "10101";
6 bitset<4> d(astr, 1, 4); // astr must be a string(not char[] "10101"), from pos 1, length 4
7 d.any(); // exists 1 ?
8 d.none(); // doesn't exists 1 ?
9 d.count(); // count of 1
10 d.size(); // size
11 d[0];
12 d.test(0); // 1 at pos 0?
13 d.set(); // set all to 1
14 d.set(2); // set 1 to pos 2
15 d.set(2, 0); // set 0 to pos 2
16 d.reset(); // set all to 0;
17 d.reset(2); // set 0 to pos 2

```

```
18 d.flip(); // flip all pos  
19 d.flip(2);  
20 d[0].flip();  
21 d.to_string();  
22 d.to_ulong();  
23 d.to_ullong();  
24 cout << d._Find_first(); // the pos of the first true (start from 1); if all false, return the size;  
25 cout << d._Find_next(1); // the pos of the next true ...
```

1.13 algorithm

1.13.1 min / max

第二部分 数据结构

第 2 部分 目录

第 2 章 数据结构	9
2.1 并查集 union find	9



第 2 章 数据结构



2.1 并查集 union find

并查集是一种树形的数据结构，顾名思义，它用于处理一些不交集的合并及查询问题。它支持两种操作：

- **查找 (Find):** 确定某个元素处于哪个子集；
- **合并 (Union):** 将两个子集合并成一个集合。

```
1 // https://labuladong.github.io/algo/2/22/53/
2 class union_find
3 {
4     private:
5     int parent[1010]; // to be changed
6     int size;
7
8     public:
9     int count;
10
11    union_find(int n)
12    {
13        size = n;
14        count = n; // not connected at the beginning
15        for (int i = 0; i < n; i++) parent[i] = i;
16    }
17
18    // int count() // the number of connected parts
19    // return this.count;
20
21    int find(int x)
22    { // basic func for implementing other functions
23        assert(x < size);
24        if (parent[x] != x) parent[x] = find(parent[x]);
```

```
25     return parent[x];
26 }
27
28 void union_parts(int p, int q)
29 { /* connect two parts
30     assert(p < size || q < size);
31     int rootP = find(p);
32     int rootQ = find(q);
33     if (rootP == rootQ) return;
34     parent[rootQ] = rootP; // rootP is the parent
35     count--;
36 }
37
38 bool connected(int p, int q)
39 { /* whether p and q are in the same part
40     assert(p < size || q < size);
41     int rootP = find(p);
42     int rootQ = find(q);
43     return rootP == rootQ;
44 }
45 };
```

相关题目：

1. LeetCode 990. Satisfiability of Equality Equations: <https://leetcode.cn/problems/satisfiability-of-equality-equations/>



第三部分

基础算法

第3部分目录

第3章 基础算法	12
3.1 排序算法	12
3.2 二分	13
3.3 高精度	14



第3章 基础算法

◆ 3.1 排序算法

3.1.1 快速排序

```
1 void quick_sort(int q[], int l, int r)
2 {
3     if (l >= r) return;
4
5     int i = l - 1, j = r + 1, x = q[l + r >> 1];
6     // x取l和r的中间值避免了某些情况下x取l或者r导致的无限循环问题
7     while (i < j)
8     {
9         do i ++ ; while (q[i] < x);
10        do j -- ; while (q[j] > x);
11        if (i < j) swap(q[i], q[j]);
12    }
13    quick_sort(q, l, j), quick_sort(q, j + 1, r);
14 }
```

3.1.2 归并排序

```
1 // 需要自己定义tmp数组(n)
2 void merge_sort(int q[], int l, int r)
3 {
4     if (l >= r) return;
5
6     int mid = l + r >> 1;
7     merge_sort(q, l, mid);
```

```

8     merge_sort(q, mid + 1, r);
9
10    int k = 0, i = l, j = mid + 1; // j 只能取 mid+1
11    while (i <= mid && j <= r)
12        if (q[i] <= q[j]) tmp[k ++] = q[i ++];
13        else tmp[k ++] = q[j ++];
14
15    while (i <= mid) tmp[k ++] = q[i ++];
16    while (j <= r) tmp[k ++] = q[j ++];
17
18    for (i = l, j = 0; i <= r; i ++, j ++) q[i] = tmp[j];
19}

```

相关题目：

- AcWing 788. 逆序对的数量: <https://www.acwing.com/problem/content/790/>

3.2 二分

3.2.1 整数二分

```

1 bool check(int x) {/* ... */} // 检查x是否满足某种性质
2 // 下面两者初始值都是 l = 0 和 r = n - 1, 取决于集合的开闭
3 // 区间[l, r]被划分成[l, mid]和[mid + 1, r]时使用:
4 int bsearch_1(int l, int r)
5 {
6     while (l < r)
7     {
8         int mid = l + r >> 1;
9         if (check(mid)) r = mid; // 如 q[mid] >= x 升序队列寻找左端点
10        else l = mid + 1;
11    }
12    return l;
13}
14 // 区间[l, r]被划分成[l, mid - 1]和[mid, r]时使用:
15 int bsearch_2(int l, int r)
16 {
17     while (l < r)
18     {
19         int mid = l + r + 1 >> 1; // 注意 "+ 1"
20         if (check(mid)) l = mid; // 如 q[mid] <= x 升序队列寻找右端点
21         else r = mid - 1;
22    }
23    return l;
24}

```

3.2.2 浮点数二分

```

1 bool check(double x) {/* ... */} // 检查x是否满足某种性质
2
3 double bsearch_3(double l, double r)
4 {
5     const double eps = 1e-6;    // eps 表示精度, 取决于题目对精度的要求, 一般比题目要求精度更严格两位
6     while (r - l > eps)
7     {
8         double mid = (l + r) / 2;
9         if (check(mid)) r = mid;
10        else l = mid;
11    }
12    return l;
13}

```

相关题目：

1. AcWing 790. 数的三次方根: <https://www.acwing.com/activity/content/problem/content/824/>

3.3 高精度

也就是数比较大, 不能放在通常的类型中的时候(像 python, java 这类的语言本身就实现了这类性质)

3.3.1 加法

```

1 // C = A + B, A >= 0, B >= 0
2 // 所有都是数的低位放在数组前面的
3 vector<int> add(vector<int> &A, vector<int> &B)
4 {
5     if (A.size() < B.size()) return add(B, A);
6
7     vector<int> C;
8     int t = 0;
9     for (int i = 0; i < A.size(); i++)
10    {
11        t += A[i];
12        if (i < B.size()) t += B[i];
13        C.push_back(t % 10);
14        t /= 10;
15    }
16
17    if (t) C.push_back(t);
18    return C;
19}

```

3.3.2 减法

```

1 // C = A - B, 满足A >= B, A >= 0, B >= 0
2 // 所有都是数的低位放在数组前面的

```

```

3 vector<int> sub(vector<int> &A, vector<int> &B)
4 {
5     vector<int> C;
6     for (int i = 0, t = 0; i < A.size(); i++)
7     {
8         t = A[i] - t;
9         if (i < B.size()) t -= B[i];
10        C.push_back((t + 10) % 10);
11        if (t < 0) t = 1;
12        else t = 0;
13    }
14
15    while (C.size() > 1 && C.back() == 0) C.pop_back();
16    return C;
17 }
```

3.3.3 乘法

高精度乘低精度如 10000 位的乘以一个大小为 100 的

```

1 // C = A * b, A >= 0, b >= 0
2 // 所有都是数的低位放在数组前面的
3 vector<int> mul(vector<int> &A, int b)
4 {
5     vector<int> C;
6
7     int t = 0;
8     for (int i = 0; i < A.size() || t; i++)
9     {
10         if (i < A.size()) t += A[i] * b;
11         C.push_back(t % 10);
12         t /= 10;
13     }
14
15     while (C.size() > 1 && C.back() == 0) C.pop_back();
16
17     return C;
18 }
```

3.3.4 除法

高精度除以低精度如 10000 位的除以一个大小为 100 的

```

1 // A / b = C ... r, A >= 0, b > 0
2 // 所有都是数的低位放在数组前面的
3 vector<int> div(vector<int> &A, int b, int &r)
4 {
5     vector<int> C;
6     r = 0;
```

```
7   for (int i = A.size() - 1; i >= 0; i -- )  
8   {  
9       r = r * 10 + A[i];  
10      C.push_back(r / b);  
11      r %= b;  
12  }  
13  reverse(C.begin(), C.end());  
14  while (C.size() > 1 && C.back() == 0) C.pop_back();  
15  return C;  
16 }
```

第四部分 进阶算法

第 4 部分目录

第 4 章 图论	18
4.1 二分图	18
4.2 拓扑排序	19



第4章 图论

4.1 二分图

二分图常用来判断是否能分成两组

4.1.1 检测二分图

```
1 // 自己写的，经过leetcode检验
2 int mark[N]{0}; // 记录分组
3
4 bool traverse(vector<vector<int>> &graph, int root, int flag = 1, int prev = -1)
5 { // graph: 无向图(双向图)的邻接矩阵； flag: 判断是否是哪组； prev 防止两者来回访问
6     if (!mark[root]) mark[root] = flag;
7     else if (mark[root] != flag) return false;
8     else return true;
9
10    for (auto &node: graph[root])
11        if (node != prev && !traverse(graph, node, -flag, root)) return false;
12
13    return true;
14 }
15
16 bool isBipartite(vector<vector<int>>& graph)
17 { // 主函数
18     int n = graph.size();
19     for (int i = 0; i < n; i++)
20         if (!mark[i] && !traverse(graph, i)) return false;
21     return true;
22 }
```

相关题目：

- LeetCode 886. Possible Bipartition: <https://leetcode.cn/problems/possible-bipartition/>

4.2 拓扑排序

对于图论，直观来说，就是把一副图拉平，而且在这个拉平的图里，所有箭头方向都是一致的。

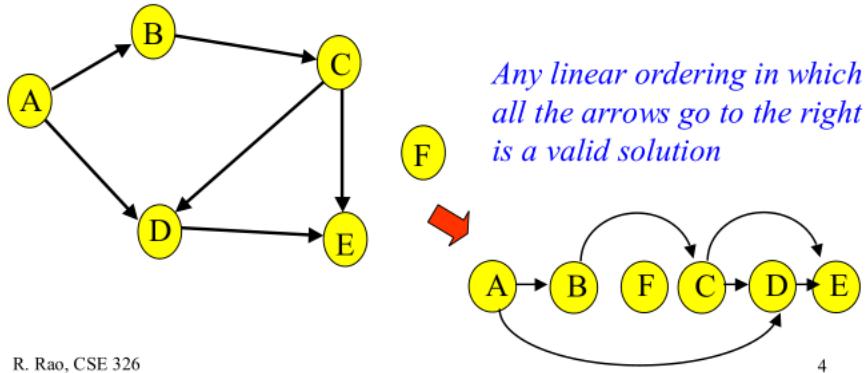


图 4.1: Topological Sorting

- 对于 **DFS**, 将后序遍历的结果进行反转，就是拓扑排序的结果
- 对于 **BFS** (也就是 **kahn 算法**), 参考代码如下:

```

1 // leetcode problem 课程表2: https://leetcode.cn/problems/course-schedule-ii/submissions/
2 const int N = 2010;
3
4 class Solution {
5 public:
6     bool onPath[N];
7     bool visited[N];
8     int in[N]{0}; // 入度
9     vector<int> q;
10    vector<int> res; // 拓扑排序
11
12    vector<int> findOrder(int numCourses, vector<vector<int>>& prerequisites) { // numCourses:
13        // 所有的课程数目 (也就是生成的graph.size())
14        vector<vector<int>> graph;
15        graph.resize(numCourses);
16        for (auto &v: prerequisites)
17        {
18            graph[v[1]].emplace_back(v[0]);
19            in[v[0]]++;
20        }
21        // 前面只需实现graph以及入度in
22        for (int i = 0; i < numCourses; i++)
23            if (!in[i]) q.emplace_back(i);
24        res = q;
25        while (q.size())
26        {
27            int cur = q.back();
28            q.pop_back();
29            for (int v: graph[cur])
30            {
31                if (--in[v] == 0) q.emplace_back(v);
32            }
33        }
34    }
35}
```

```
28     for (auto &next: graph[cur])
29     {
30         in[next] --;
31         if (!in[next])
32         {
33             q.emplace_back(next);
34             res.emplace_back(next);
35         }
36     }
37 }
38 if (!(res.size() == numCourses)) return {};
39 return res;
40 }
41 };
```

相关题目：

1. LeetCode 210. Course Schedule II: <https://leetcode.cn/problems/course-schedule-ii/>

第五部分

附录

第 5 部分目录

第 5 章 附录	22
5.1 比赛初始代码模板	22
5.2 <code>unordered_set/map</code> 哈希函数	23
5.3 Big-O Cheat Sheet	24



第 5 章 附录

◆ 5.1 比赛初始代码模板

```
1 #pragma GCC optimize(3) // 03
2 #include <bits/stdc++.h>
3 using namespace std;
4
5 #define rep(i, a, b) for(int i=a; i < (b); i++)
6 #define trav(a,x) for (auto& a: x)
7 #define all(x) begin(x), end(x)
8 #define rall(x) rbegin(x), rend(x)
9 #define sz(x) (int)(x).size()
10 #define endl "\n" // promote speed
11 typedef long long ll;
12 typedef long double ld;
13 typedef pair<int, int> pii;
14 typedef pair<ll, ll> pll;
15 typedef vector<int> vi;
16
17
18 void solve(int tcase){
19
20 }
21
22 int main(int argc, char *argv[]){
23     ios::sync_with_stdio(false);cin.tie(0);
24
25     int T;
26     cin >> T;
27     rep(t, 1 , T + 1){
```

```

28     solve(t);
29 }
30 }
```

5.2 unordered_set/map 哈希函数

```

1 // https://oi-wiki.org/lang/csl/unordered-container/#_3
2 struct my_hash {
3     static uint64_t splitmix64(uint64_t x) {
4         x += 0x9e3779b97f4a7c15;
5         x = (x ^ (x >> 30)) * 0xbff58476d1ce4e5b9;
6         x = (x ^ (x >> 27)) * 0x94d049bb133111eb;
7         return x ^ (x >> 31);
8     }
9
10    size_t operator()(uint64_t x) const {
11        static const uint64_t FIXED_RANDOM =
12            chrono::steady_clock::now().time_since_epoch().count();
13        return splitmix64(x + FIXED_RANDOM);
14    }
15
16    // 针对 std::pair<int, int> 作为主键类型的哈希函数
17    size_t operator()(pair<uint64_t, uint64_t> x) const {
18        static const uint64_t FIXED_RANDOM =
19            chrono::steady_clock::now().time_since_epoch().count();
20        return splitmix64(x.first + FIXED_RANDOM) ^
21            (splitmix64(x.second + FIXED_RANDOM) >> 1);
22    }
23};
```

写完自定义的哈希函数后，就可以通过 `unordered_map<int, int, my_hash> my_map;` 或者 `unordered_map<pair<int, int>, int, my_hash> my_pair_map;` 的定义方式将自定义的哈希函数传入容器了。

5.3 Big-O Cheat Sheet

5.3.1 Common Data Structure Operations

Data Structure	Time Complexity								Space Complexity	
	Average				Worst					
	Access	Search	Insertion	Deletion	Access	Search	Insertion	Deletion		
Array	$\Theta(1)$	$\Theta(n)$	$\Theta(n)$	$\Theta(n)$	$\Theta(1)$	$\Theta(n)$	$\Theta(n)$	$\Theta(n)$	$O(n)$	
Stack	$\Theta(n)$	$\Theta(n)$	$\Theta(1)$	$\Theta(1)$	$\Theta(n)$	$\Theta(n)$	$\Theta(1)$	$\Theta(1)$	$O(n)$	
Queue	$\Theta(n)$	$\Theta(n)$	$\Theta(1)$	$\Theta(1)$	$\Theta(n)$	$\Theta(n)$	$\Theta(1)$	$\Theta(1)$	$O(n)$	
Singly-Linked List	$\Theta(n)$	$\Theta(n)$	$\Theta(1)$	$\Theta(1)$	$\Theta(n)$	$\Theta(n)$	$\Theta(1)$	$\Theta(1)$	$O(n)$	
Doubly-Linked List	$\Theta(n)$	$\Theta(n)$	$\Theta(1)$	$\Theta(1)$	$\Theta(n)$	$\Theta(n)$	$\Theta(1)$	$\Theta(1)$	$O(n)$	
Skip List	$\Theta(\log(n))$	$\Theta(\log(n))$	$\Theta(\log(n))$	$\Theta(\log(n))$	$\Theta(n)$	$\Theta(n)$	$\Theta(n)$	$\Theta(n)$	$O(n \log(n))$	
Hash Table	N/A	$\Theta(1)$	$\Theta(1)$	$\Theta(1)$	N/A	$\Theta(n)$	$\Theta(n)$	$\Theta(n)$	$O(n)$	
Binary Search Tree	$\Theta(\log(n))$	$\Theta(\log(n))$	$\Theta(\log(n))$	$\Theta(\log(n))$	$\Theta(n)$	$\Theta(n)$	$\Theta(n)$	$\Theta(n)$	$O(n)$	
Cartesian Tree	N/A	$\Theta(\log(n))$	$\Theta(\log(n))$	$\Theta(\log(n))$	N/A	$\Theta(n)$	$\Theta(n)$	$\Theta(n)$	$O(n)$	
B-Tree	$\Theta(\log(n))$	$O(n)$								
Red-Black Tree	$\Theta(\log(n))$	$O(n)$								
Splay Tree	N/A	$\Theta(\log(n))$	$\Theta(\log(n))$	$\Theta(\log(n))$	N/A	$\Theta(\log(n))$	$\Theta(\log(n))$	$\Theta(\log(n))$	$O(n)$	
AVL Tree	$\Theta(\log(n))$	$O(n)$								
KD Tree	$\Theta(\log(n))$	$\Theta(\log(n))$	$\Theta(\log(n))$	$\Theta(\log(n))$	$\Theta(n)$	$\Theta(n)$	$\Theta(n)$	$\Theta(n)$	$O(n)$	

图 5.1: Common Data Structure Operations

5.3.2 Array Sorting Algorithms

Algorithm	Time Complexity			Space Complexity
	Best	Average	Worst	
Quicksort	$\Omega(n \log(n))$	$\Theta(n \log(n))$	$\Theta(n^2)$	$O(\log(n))$
Mergesort	$\Omega(n \log(n))$	$\Theta(n \log(n))$	$\Theta(n \log(n))$	$O(n)$
Timsort	$\Omega(n)$	$\Theta(n \log(n))$	$\Theta(n \log(n))$	$O(n)$
Heapsort	$\Omega(n \log(n))$	$\Theta(n \log(n))$	$\Theta(n \log(n))$	$O(1)$
Bubble Sort	$\Omega(n)$	$\Theta(n^2)$	$\Theta(n^2)$	$O(1)$
Insertion Sort	$\Omega(n)$	$\Theta(n^2)$	$\Theta(n^2)$	$O(1)$
Selection Sort	$\Omega(n^2)$	$\Theta(n^2)$	$\Theta(n^2)$	$O(1)$
Tree Sort	$\Omega(n \log(n))$	$\Theta(n \log(n))$	$\Theta(n^2)$	$O(n)$
Shell Sort	$\Omega(n \log(n))$	$\Theta(n(\log(n))^2)$	$\Theta(n(\log(n))^2)$	$O(1)$
Bucket Sort	$\Omega(n+k)$	$\Theta(n+k)$	$\Theta(n^2)$	$O(n)$
Radix Sort	$\Omega(nk)$	$\Theta(nk)$	$\Theta(nk)$	$O(n+k)$
Counting Sort	$\Omega(n+k)$	$\Theta(n+k)$	$\Theta(n+k)$	$O(k)$
Cubesort	$\Omega(n)$	$\Theta(n \log(n))$	$\Theta(n \log(n))$	$O(n)$

图 5.2: Array Sorting Algorithms

5.3.3 Growth Rates

$n f(n)$	$\log n$	n	$n \log n$	n^2	2^n	$n!$
10	0.003ns	0.01ns	0.033ns	0.1ns	1ns	3.65ms
20	0.004ns	0.02ns	0.086ns	0.4ns	1ms	77years
30	0.005ns	0.03ns	0.147ns	0.9ns	1sec	8.4×10^{15} yrs
40	0.005ns	0.04ns	0.213ns	1.6ns	18.3min	--
50	0.006ns	0.05ns	0.282ns	2.5ns	13days	--
100	0.07	0.1ns	0.644ns	0.10ns	4×10^{13} yrs	--
1,000	0.010ns	1.00ns	9.966ns	1ms	--	--
10,000	0.013ns	10ns	130ns	100ms	--	--
100,000	0.017ns	0.10ms	1.67ms	10sec	--	--
1'000,000	0.020ns	1ms	19.93ms	16.7min	--	--
10'000,000	0.023ns	0.01sec	0.23ms	1.16days	--	--
100'000,000	0.027ns	0.10sec	2.66sec	115.7days	--	--
1,000'000,000	0.030ns	1sec	29.90sec	31.7 years	--	--

图 5.3: Growth Rates