Методы вычислений

silvia.lesnaia

11 ноября 2025 г.

02.09.25

1 1 Раздел

Интерполяция функций одного аргумента

Интерполяция - приближение.

1.1 Параграф 1 - Постановка интерполяций

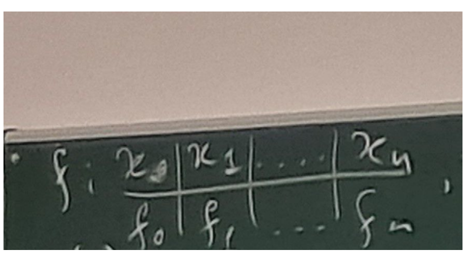
Пусть заданна дискретным набором своих значений некоторая функция f а именно, данная функция определенна следующией таблицей своих значений

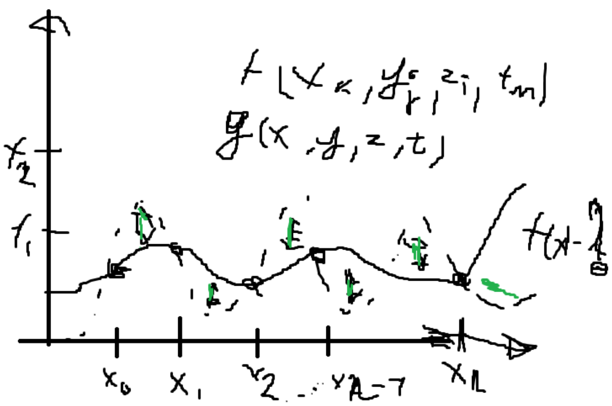
тут пикча с табличкой

, где $f_k = f(xk), \bigvee k = \overline{0, n}$

требуется указать(построить) непрерывную на некоторой области функцию g(x) такую что бы выполнялись следующие условия:

$g(x_k) = f_k, \bigvee k = \overline{0, n}$ **(1) (ГУИ)**





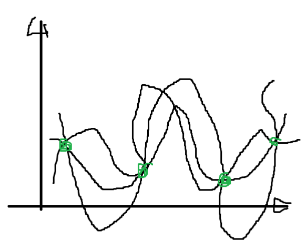
01 x,x1,...x2 б.н будем называть **узлами интерполяций(узлами приближений)**

02 f (xk,fk), $\bigvee k = \overline{0, n}$ называется **интерпоплируемой(приближаемой) функций**

03 g(x) удовлетворяющей условиям (1) будем называть **интерполирующей (приблежающий, интерполяционный) или интерполянта**

04 условия (1) будем называть **главным условием интерполяции(ГУИ)**

В сформулированной задачи интерполции очевидно в качестве искомой интерполянты бесконечной количество искомой функции



1.2 Параграф - 2 Интерполяционный многочлен в общем виде

В этом параграфе покажем что в качестве искомой интерполяный - задачи интерполяции(З.И) может быть предложен алгебраический многочлен в степени n, построенный по (n+1)-му по парно различному узлу интерполяции.

Такми образом для (n+1) узла интерполции $x_0, x_1, ...x_n$ осторожно попробуем построить алгебраический многочлен $\rho_n(x) = a_n x + a_{n-1} - 1... + a_1 x^1 + a_0$ (2)

Потребуем что бы алгебраический многочлен вида (2) удовлетворял ГУИ (1)

а именно что бы

$\rho_n(x_0) = f_0$ (2) $a_x 0^n + a_{n-1} x_0^{n-1} + ... + a_1 x_0 + a_0 = f_0$

$\rho_n(x_1) = f_1$ $\Leftrightarrow$ $a_n x_1^n + a_{n-1} x_1^{n-1} + ... + a_1 x_1 + a_1 = f_1$ (3)

и т.д

$\rho_n(x_n) = f_n$ $a_n x_n^n + a_{n-1} x_n^{n-1} + ... + a_1 x_n + a_0 = f_n$

Равенство (3) по своей алгебраической природе представалвеют собой СЛАУ (система линейных алгебраических уравнений) раззмеронсти

СЛАУ$(n+1)x(n+1)$ отн. несущ.коэф.

Что бы решить СЛАУ (3)

запишем определить $\Delta_3 = \begin{pmatrix} x_0^n & x_0^{n-1} & \cdots & x_0 & 1 \\ x_1^n & x_1^{n-1} & \cdots & x_1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ x_n^n & x_n^{n-1} & \cdots & x_n & 1 \end{pmatrix}$

$= \cdots \prod(x_j - x_i) \neq 0$ (4)

Что бы определитель (4) нужно чтоб узел $x_j \neq x_i, j \neq i$ (5) это есть условие по парной различности узлов интерполции

Таким образом из выше изложенного можем получить следующие:

Определитель (4) отличен от нуля при условии (5), а седовательно СЛАУ (3) решив каким либо подходящим численным методом, сможем найти ее едињтсвенное решение, а именно значение искомых коэффицентов a_0, a_1

Найдя эти коэффиценты и подставим их в искомое (2) явно аналитическую формулу для искоомого предтсвалния интерполянты:

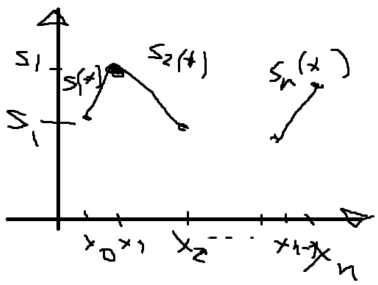
$\rho_n(x_n) = a_n x^n + a_{n_1} + x^{n-1} + a_1 x + a_0$

Тут должна быть лекция, но я не смогла

23.09.25

графики стерли я не успела

гг

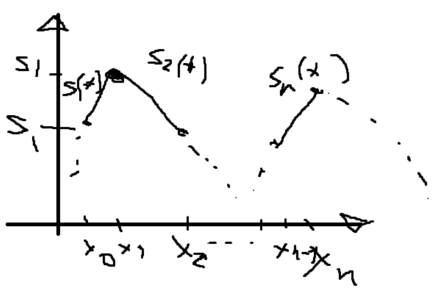


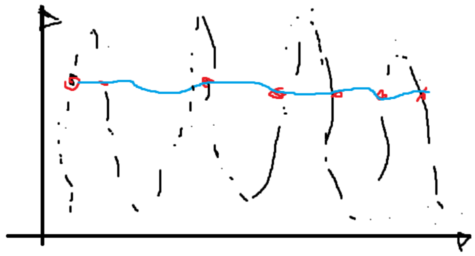
$S_i(x) = a_i + b_i(x - x_{i-1}) + c_i(x - x_{i-1})^2 + d_i(x - x_{i-1})^3$ (1)
$x \in (x_{i-1}, x_i)$

На каждом отрезке сформирован соседними узлами интерпоялции, определим некоторой алгебраический многочлен третьей степени вида (1).

И поскольку каждый такой многочлен будем рассматривать исключительно на соответствущем отрезке будем называть **кубическим сплаином** или алгебраическим многочленом третьей степени.

Сплайн - кусок, фрагмент чего либо.





Потребуем что бы кусочная "склейка указана кубических многочленов удовлетворила главному условию интерполяции. А именно что бы каждый сплайн вида (1) удовлетворял следующем равенствам.

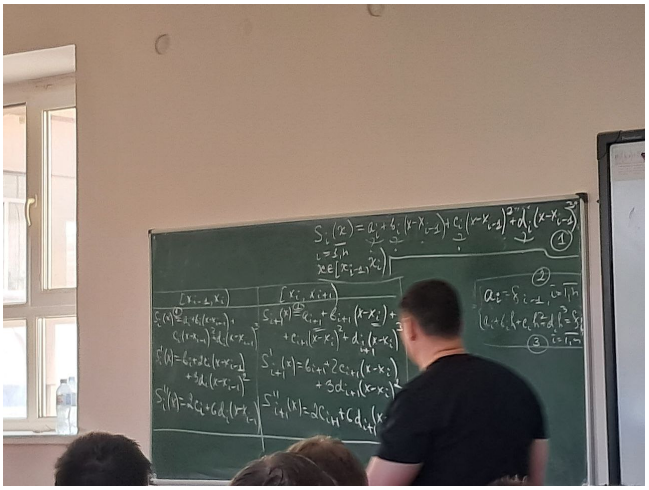
Каждый левый сплайн должен ппринимать занчения левой точки(1)...

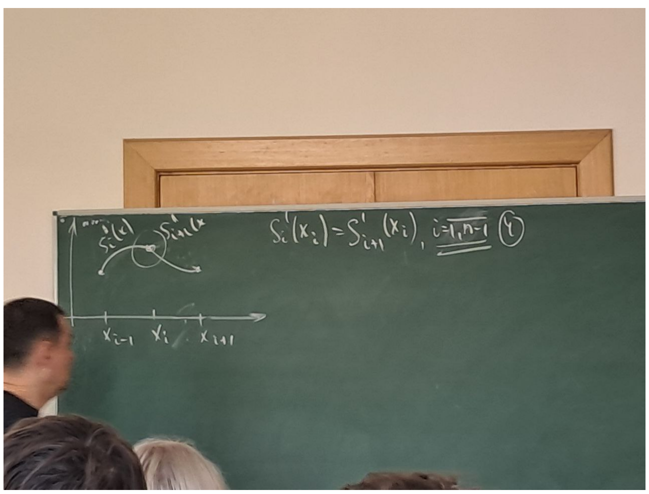
$$\begin{cases} S_i(x_{i-1}) = f_{i-1}, & i=\overline{1,n} \\ S_i(x_i) = f_i, & i=\overline{1,n} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_i = f_{i-1}, & i=\overline{1,n} \\ a_i + b_i * h + c_i * h^2 + \alpha * h^3 = f_i, & i=\overline{1,n} \end{cases}$$

СЛАУ относительно нев.выраж $a_i, b_i, c_i, d_{i_{i=\overline{i,n}}}$ (2) ур, отн 4n непр

Недостающие уравнения будем строить требуя не только не прирывной склейки самих сплаинов, но и не прерывной склейки их производных в тех точках.

Для удобсвто дальнейшего использования заполним следующию таблицу



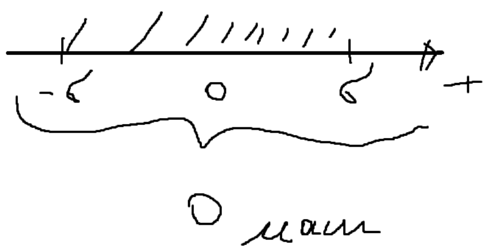


07.10.25

$a_{11} \neq 0, a_{22}^{(1)} \neq 0, a_{33}^{(2)} \neq 0, ...a_{nn}^{(n-1)} \neq 0$

Соответсвенно если на каждом прямого хода мы встретим элемент $a_{kk_1}^{(k-1)} \equiv 0$ $(a_{kk_1}^{(k-1)} \in 0_\delta = (-\delta; \delta))$

Любое число из этого интеравала будет 0



тут много что должны быть **21.10.25**
эквивалетно матричный вид

2 Двумерный синтаксис

3 Параграф 4. Метод простой интерации. Решения СЛАУ

Ax=b (1)

Покажем что СЛАУ(1) к слеудющему эквиваленному виду $x = \alpha * \chi + \beta(2)$

Одним из способв преобразлвания СЛАУ из (1) к (2) может быть следующие:

В каждом уравнении системы (1) в левой части равенста, остовляют ту компоненту искомоого вектора x, что имеет номер текущего уравнения, а именно каждое уравнение записываем в виде

$\chi_i = \frac{1}{a_{ii}}(b_i - \sum_{i=1}^{i-1} a_{ij}\chi_j - \sum_{j-i+1}^{n} a_{ij}\chi_j), i = \overline{1,n}(1')$

Перепеишем систему (1')в матричном ввиде тут матрица втсавить

Таким образом развернутая система в виде(2') показыват что СЛАУ (1) может быть преобразована кэквивалетному ввиду (2), другими словами решить СЛАУ(1), что и решить СЛАУ (2).

Метод простой итерцаии (МПИ) решеени (2) основан на итерационном (рекурсинвом повторяющимя), построении последовательности векторов.

11.11.25

I

$$\{y'(x) = f(x, y(x))(1)$$

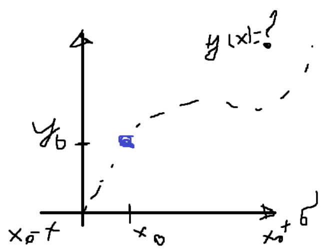
- ОРУ 1 параграф отн $y = y(x) - ?y(x_0) = y_0(2)$ - нач цел. тут должна быть система, но я не понмю как это оформляется

$y_1'(x) = f_1(x, y_1(x), y_2(x))$
$y_2'(x) = f_2(x, y_1(x), y_2(x))$
$y_1(x_0) = y_1^0$
$y_2(x_0) = y_2^0$
тут тоже систмеа

Согласно известной теормее о сущетсвовании и еиднственности о существование и единственности решенения задачи Коши. Задача 1.2 при некоторых условиях на функции f(.,.) некоторой окрестности $O_{x_0}^f y(x)$, такое что y(x)- диф. + y(x) уд ОДУ (1) + y(x) уд НУ (2)

В этой связи что мы рассматриваем задачу 1.2 в указанной окрестности, где азадачи Коши имеет единвтсенное решение.

Каши звали Гюст, лол это пороль на экзамен. ПАРОЛЬ пряник предположим аахах



Покажем что задача Коши 1.2 может быть преобразловна к некоторыму итнтегральному уравнению. С этой целью проинтерегриуем ОДУ (1) по отрезку $[x_0, x] \in O_{x_0}^f$ В результате получаем, $\int_{x_0}^{x} y(\xi)d\xi = \int_{x_0}^{x} f(\xi, y(\xi))d\xi$

Ф.Н.-Л.
$\int_a bf(x)dx = F(b) - F(u)$
$F'(x) = f(x)$
$f(x \leftrightarrows F(x))$
$y(x) = y(x_0) + \int_{x_0}^{x} f(\xi, y(\xi))d\xi$ (3)

Таким образом y(x) - решешние задачи Коши (1)(2), то решение И.У (3)

y(x) - решение б.р З.К (1)(2) имеено в этом смлысле мы будем понимать эквивалеьность ИУ ...

II Усоврешествнанный метод Эйлера