Методы вычислений

silvia.lesnaia

2 сентября 2025 г.

02.09.25

1 1 Раздел

Интерполяция функций одного аргумента

Интерполяция - приближение.

1.1 Параграф 1 - Постановка интерполяций

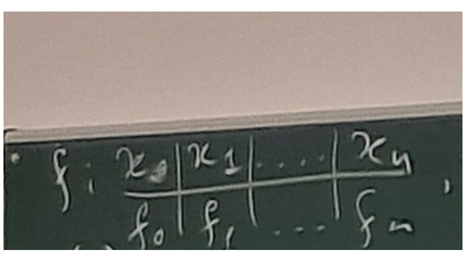
Пусть заданна дискретным набором своих значений некоторая функция f а именно, данная функция определенна следующей таблицей своих значений

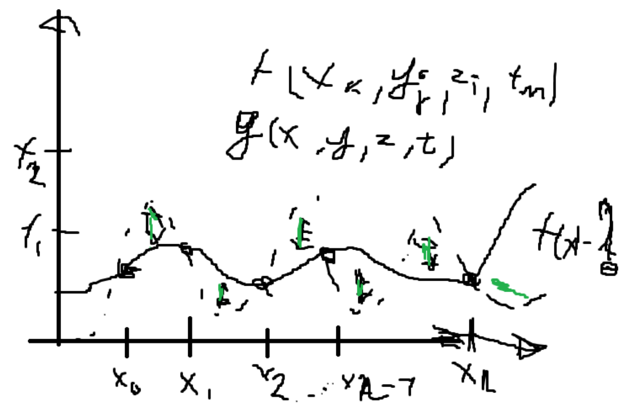
тут пикча с табличкой

, где $f_k = f(xk), \bigvee k = \overline{0, n}$

требуется указать(построить) непрерывную на некоторой области функцию g(x) такую что бы выполнялись следующие условия:

$g(x_k) = f_k, \bigvee k = \overline{0, n}$ **(1) (ГУИ)**





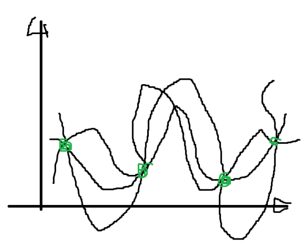
01 x,x1,...x2 б.н будем называть **узлами интерполяций(узлами приближений)**

02 f (xk,fk), $\bigvee k = \overline{0, n}$ называется **интерпоплируемой(приближаемой) функций**

03 g(x) удовлетворяющей условиям (1) будем называть **интерполирующией (приблежающий, интерполяционный) или интерполянта**

04 условия (1) будем называть **главным условием интерполяции(ГУИ)**

В сформулированной задачи интерполции очевидно в качестве искомой интерполянты бесконечной количество искомой функции



1.2 Параграф - 2 Интерполяционный многочлен в общем виде

В этом параграфе покажем что в качестве искомой интерполяный - задачи интерполяции(З.И) может быть предложен алгебраический многочлен в степени n, построенный по (n+1)-му по парно различному узлу интерполяции.

Такми образом для (n+1) узла интерполции $x_0, x_1, ...x_n$ осторожно попробуем построить алгебраический многочлен $\rho_n(x) = a_n x + a_{n-1} - 1... + a_1 x^1 + a_0$ (2)

Потребуем что бы алгебраический многочлен вида (2) удовлетворял ГУИ (1)

а именно что бы

$\rho_n(x_0) = f_0$ (2) $a_x 0^n + a_{n-1} x_0^{n-1} + ... + a_1 x_0 + a_0 = f_0$

$\rho_n(x_1) = f_1$ $\Leftrightarrow$ $a_n x_1^n + a_{n-1} x_1^{n-1} + ... + a_1 x_1 + a_1 = f_1$ (3)

и т.д

$\rho_n(x_n) = f_n$ $a_n x_n^n + a_{n-1} x_n^{n-1} + ... + a_1 x_n + a_0 = f_n$

Равенство (3) по своей алгебраической природе представлевеют собой СЛАУ (система линейных алгебраических уравнений) раззмеронсти

СЛАУ$(n+1)x(n+1)$ отн. несущ.коэф.

Что бы решить СЛАУ (3)

запишем определить $\Delta_3 = \begin{pmatrix} x_0^n & x_0^{n-1} & \cdots & x_0 & 1 \\ x_1^n & x_1^{n-1} & \cdots & x_1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ x_n^n & x_n^{n-1} & \cdots & x_n & 1 \end{pmatrix}$

$= \cdots \prod (x_j - x_i) \neq 0$ (4)

Что бы определитель (4) нужно чтоб узел $x_j \neq x_i, j \neq i$ (5) это есть условие по парной различности узлов интерполции

Таким образом из выше изложенного можем получить следующие:

Определитель (4) отличен от нуля при условии (5), а седовательно СЛАУ (3) решив каким либо подходящим численным методом, сможем найти ее единтсвенное решение, а именно значение искомых коэффицентов a_0, a_1

Найдя эти коэффиценты и подставим их в искомое (2) явно аналитическую формулу для искоомого предтсваления интерполянты:

$\rho_n(x_n) = a_n x^n + a_{n_1} + x^{n-1} + a_1 x + a_0$