Компьютерная графика

Harpie

February 2025

17.02.25

1 Собъективно-ориентированное программирование

Это парадигма программирования которая представляет отрезок вменении во время которого возникают определенные события. Программа выполняется не линейно, программа описывается как набор обработчиков/ обработчик события.

Некоторые события происходят автоматически, какие то нужно/можно инициализировать.

Примеры обработчиков:
Paint
Load
Resize

Некоторые обработчики могут быть инициализированы
Refresh

2 Полигональная КГ

Объект описывается с помощью вершин/точек, которые соединенны отрезками. Перед описанием объекта нужно знать и задать координаты точек.

3 Модели

Модель строиться набором отрезков, которые определенным образом соединенны в точках, в некоторой системе координат. **Модельная система координат, объектная система координат,локальная система координат**

Правая система координат - система повернута против часовой стрелки под 90 градусов

Система координат экрана - (нужно заполнить тут)

Правая декартовая СК (мировая система координат) - "виртуальный мир в котором существеют модели.

4 Кадрирование

Операция кадрирования - совмещенние одного кадра с другим, преобразования одного кадра

Кадр - прямоуглник, стороны которого параллельны осям координат и у которого есть параметры

Размер по горизонтале - Vx

Размер по вертикале - Vy

Коордниты нижного угла - Vcx, Vcy

Исходный кадр обозоначается как - Wx, Wy, Wcx, Wcy

Безразмерные координаты :

$x_1 = x - V_c x$ $\qquad y_1 = y - V_c y$

$x_2 = \frac{x - V_c x}{V_x}$ $\qquad y_2 = \frac{y - V_c y}{V_y}$

$x_3 = \frac{x - V_c x}{V_x} * W_x$ $\qquad y_3 = \frac{y - V_c y}{V_y} * W_y$

$x' = \frac{x - V_c x}{V_x} * W_x + W_c x$ $\qquad y' = \frac{y - V_c y}{V_y} * W_y + W_c y$

Если умножить на - 1 еденицу, то картинка перевернется (касается перевернутых картинок)

$x_4 = \frac{x - V_c x}{V_x} * W_x + W_c x$ $\qquad y_4 = \frac{y - V_c y}{V_y} * W_y - W_c y$

$x_5 = \frac{x - V_c x}{V_x} * W_x + W_c x$ $\qquad y_5 = \frac{y - V_c y}{V_y} * W_x + 2W_c y$

$x' = \frac{x - C_c x}{V_x} * W_x + W_c x$ $\qquad y' = W_c y - \frac{x - C_c x}{V_x} * W_y$

24.02.25

Продолжение

$x' = \frac{x - V_{cx}}{V_x} * W_x + W_c$

$y' = W_y - \frac{y - V_{cy}}{V_y} * W_y$

5 Преобразование изображения

5.1 Элементарные преобразования

1. Перенос/Сдвиг

Смысл преобразования: объект в одной системе координат нужно сдвинуть в "другую систнму координат".

Пример:

$x_1 \implies x'_1$ между ними расстояние T_x $\qquad y_1 \implies y'_1$ между ними расстояние T_y

$x_2 \implies x'_2$ между ними расстояние V_x $y_2 \implies y'_2$ между ними расстояние V_y

Итог: $x' = x + T_x$ $y' = y + T_y$

2. Масштабирвоание относительно начала координат

Это озночает, все точки преобразуются за исключением начальной точки. На месте остается только точка начала координат.

Пример:

$3 \implies 4.5$ и т.д

Итог: $x' = x * S_x$ $y' = y * S_y$

3. Поворот относительно начала координат против часовой стрелки на угол ϑ

Нужно соеденить лучом точку с началом координат. Преоброзовать точку означает, повернуть этот отрезок на заданный угол ϑ. В результате полчвется новая точка.

$x' = rcos(\alpha + \vartheta)^x = rcos\alpha cos\vartheta - rsin\alpha sin\Theta = xcos\vartheta - ysin\vartheta$

$y' = rsin(\alpha + \vartheta)^x = rsin\alpha cos\vartheta + rsin\vartheta cos\alpha = ycos\vartheta + xsin\vartheta$

Итог : $x' = xcos\vartheta - ysin\vartheta$ $y' = ycos\vartheta + xsin\vartheta$

4. Зеракальное отражение. Частный случай масштабирвоание

$x' = x * -1$ $y' = y * -1$

6 Совмещенние преобразований

Пример: поворот на угол ϑ против часовой стрелки относительно т. $A(x_a, y_a)$

$x^{(1)} = x - x_a$ $y^{(1)} = y - y_a$

$x^{(2)} = x^{(1)}cos\vartheta - y^{(2)}sin\vartheta$ $y^{(2)} = x^{(1)}csin\vartheta + y^{(2)}cos\vartheta$

$x' = x^{(2)} + x_a = (x - x_a)cos\vartheta - (y - y_a)sin\vartheta + x_a$

$y' = y^{(2)} + y_a = (x - x_a)csin\vartheta + (y - y_a)cos\vartheta + y_a$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

6.1 Однородные координаты

6.1.1 Евклидовые координаты

В однородных координатах координаты объекта задается с точностью какого то множетеля. Например, для прямой вида $A_x + B_y + C = 0$. Можно скзаать, что координаты прямой задаются тройкой (A, B, C). В таком случае, если домножить эту тройку, то она все еще будет указывать на иходную прямую.

Для евклидовой точки (x, y) выберем некоторую произвольную

Переход от однородных в евклидовые координаты

Предположим были однородные координаты (χ, γ, α) и нам нужно получить $(\chi', \gamma', \alpha')$

6.2 Однородные преобразоавания

Формула для масштабирвоание

$\chi' = \chi S_\chi$

$\gamma' = \gamma S_\gamma$

$\alpha' = \alpha$

Матрица масштабирвоания

$$\begin{bmatrix} \chi' \\ \gamma' \\ \alpha' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \chi \\ \gamma \\ \alpha \end{bmatrix}$$

Матрица поворота

$$\begin{bmatrix} \chi' \\ \gamma' \\ \alpha' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cos\vartheta & -sin\vartheta & 0 \\ sin\vartheta & cos\vartheta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \chi \\ \gamma \\ \alpha \end{bmatrix}$$

$\chi' = \alpha x' = \alpha x + Y_x \alpha$

$\gamma' = \gamma x' = \gamma x + Y_x \alpha$

$\alpha' = \alpha$

Матрица для переноса

$$\begin{bmatrix} \chi' \\ \gamma' \\ \alpha' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & T_x \\ 0 & 1 & T_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \chi \\ \gamma \\ \alpha \end{bmatrix}$$

Универсальная формула

$$\begin{bmatrix} \chi' \\ \gamma' \\ \alpha' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cos\vartheta & -sin\vartheta & 0 \\ sin\vartheta & cos\vartheta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & T_x \\ 0 & 1 & T_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \chi \\ \gamma \\ \alpha \end{bmatrix}$$

03.03.25

$P' = MP$ В таком виде записывается матричное преообразование

P - столбец

M - матрица

P$= \begin{bmatrix} \chi \\ \gamma \\ \alpha \end{bmatrix}$ P$= \begin{bmatrix} \chi' \\ \gamma' \\ \alpha' \end{bmatrix}$

M' - обратная матрица

$P = M'(MP)$

$Rightarrow M' = M^-1$

6.3 Преобразование перенос

Translate $(T_x, T_y) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & T_x \\ 0 & 1 & T_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -T_x \\ 0 & 1 & -T_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

T(T_x, T_y)

6.4 Преобразование масштабирвоание

Scale $(S_x, S_y) \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/S_x & 0 & 0 \\ 0 & 1/S_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

S(S_x, S_y)

6.5 Преобразование поворот

Rotate$(\vartheta) = \begin{bmatrix} cos\vartheta & -sin\vartheta & 0 \\ sin\vartheta & cos\vartheta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} cos\vartheta & sin\vartheta & 0 \\ -sin\vartheta & cos\vartheta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

7 Совмещенное преобразование

Смысл:

$P' = (M_2...M_3, M_2, M_1)P$

$E = M'(M_3, M_2, M_1)$

$M' = M'(M_\Delta^{-1}, M_2^{-1}, M_3^{-1})$

8 Принцип двойтсвенности

Двойственное преобразование

У нас есть матрица

$\begin{bmatrix} 1 & 0 & T_x \\ 0 & 1 & T_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Масштабирвоание равно преобразованию....

Напоминание: Операция кордирования $x' = \frac{x - V_{cx}}{V_x} W_x + W_{cx}$

$y' = \frac{y - V_{cy}}{V_y} W_y + W_{cy}$

$\frac{W_x}{V_x} < \frac{W_y}{V_y}$

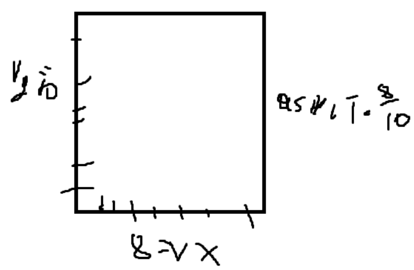
$\frac{2}{V_x} < \frac{2}{V_y}$

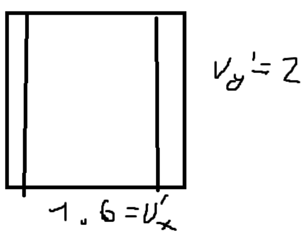
$1 = \frac{2}{2} < \frac{V_x}{V_y}$ - aspect - соотношение сторон

Если соотношение сторон больше 1 масштабируем по x, если же наоборот то по y. (Для вписания картинки в квадрат)

$\frac{W_x}{V_x}$ или $\frac{W_y}{V_y}$
$\frac{2}{V_x}$ или $\frac{2}{V_y}$

$$\begin{cases} V_x' \\ \\ V_y' \end{cases} \quad \text{Размеры модели после вписания в квадрат 2x2}$$

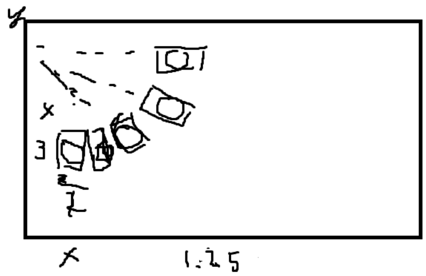




Команды:
translate x y
rotate ϑ
scale S
figure
Вспомогательные команды
popTransform - забираем из стка
pushTransform - добавляем в стек

scale 1.25
pushTransform
translate 0 -R
translate x y

translate -x -y
rotate 22.5
translate x y



Сокращение картинки:
scale 1.25
translate 0 -R
pushTransform
translate x y
figure
popTransform
rotate 22.5
pushTransform
translate x Y
figure

$$\begin{cases} pushTransform \\ rotate 22.5 \\ pushTransform \\ translatexy \\ figure \end{cases}$$

popTransform
10.03.25

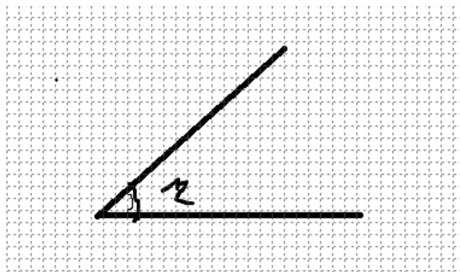
9 Операции над векторами

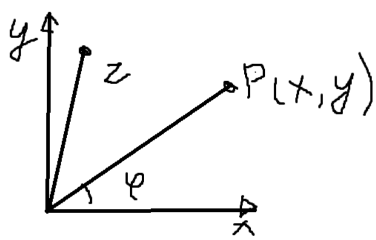
9.1 Двумерные вектора

У веторов две характиристики:
длина
+
направлнение

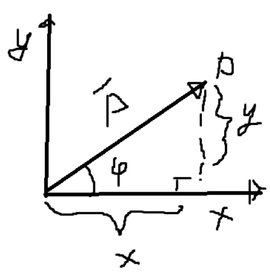
Подобные вектора называется свободными векторами если, есть точка из которой он начинается, то он называется связанным

Угол вектора (r, φ)
Угол ветора против часовой стрелки



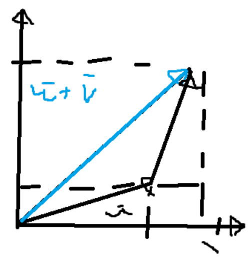


Радиус вектор точка P
$\bar{P}(x, \varphi)$
$x = rcos\varphi$
$y = rsin\varphi$

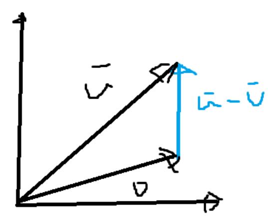


Сложение векторов(сумма)
$\bar{u}u\bar{v}$
$\bar{u} + \bar{v}$
$\bar{u} = (u_x, u_y)$

$\bar{v} = (v_x, v_y)$
$\bar{u} + \bar{v} = (u_x + v_x, u_y + v_y)$

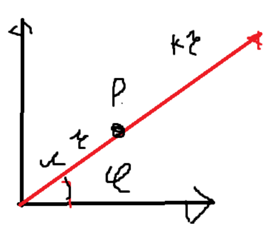


Разность векторов $\bar{u}u\bar{v}$
$\bar{u} - \bar{v}$
$\bar{u} - \bar{v} = (u_x - v_x, u_y - v_y)$



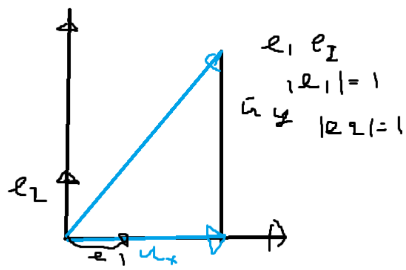
пупуп

$\bar{u}$ $k > 0$

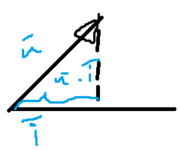


$k\bar{u} = (ku_x, ku_y)$
Скалярное произведение векторов

$\bar{u}\bar{v}$
$\bar{u}*\bar{v}=|\bar{u}||\bar{v}|cos\widehat{\bar{u}\bar{v}}$
$\bar{u}=(r,\varphi)$
$|\bar{u}|=r$
$\bar{u}=u_x\bar{+}\bar{u_y}$
$\bar{u}*\bar{v}=(u_x\bar{+}\bar{u_y})*(\bar{v_x}+\bar{v_y})=(|u_x|e_1+|u_y|e_2)*(|v_x|e_1*|v_x|e_1)$
$\bar{u}*\bar{v}=|\bar{u_x}||\bar{v_x}||\bar{u_x}+|\bar{v_y}|$ - основная формула

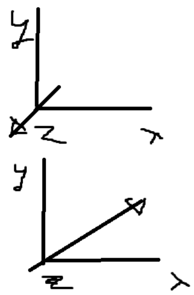


$\bar{u}\bar{i}$
$\bar{u}*\bar{i}=|\bar{u}||\bar{i}|cos\widehat{\bar{u}\bar{i}}=|\bar{u}|cos\widehat{\bar{u}\bar{i}}$

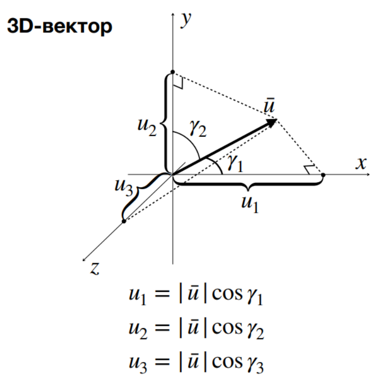


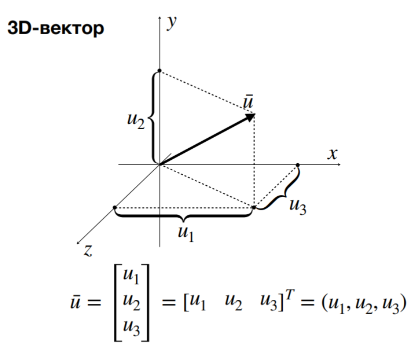
dot-prodect - Скалярное произведение
Псевдоскалярное произведение
$\bar{u}\bar{v}$
$\bar{u}x\bar{v}=|\bar{u}|\bar{v}|sin<\bar{u}\bar{v}$
$\bar{u}x\bar{v}=-\bar{u}x\bar{v}$
$e_1xe_1=0e_1xe_2=1e_2xe_1=-1e_2xe_2=0=u_xv_y-u_yv_x>\bar{u}x\bar{v}=\begin{bmatrix}u_x & u_y\\ v_x & v_y\end{bmatrix}$
cross-prodect - Псевдоскалярное произведение

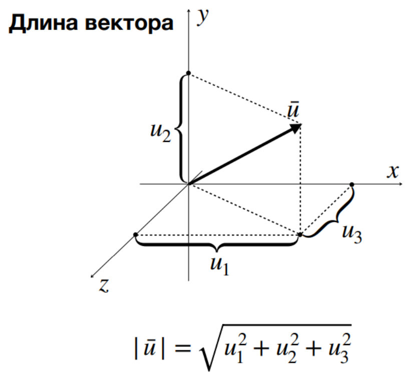
9.2 Трехмерные вектора

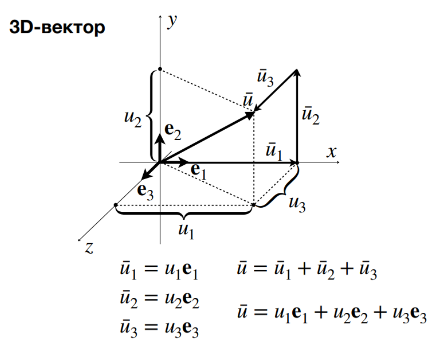


Левосторонняя и правостороняя



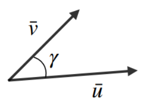






Сложение вектора по координатам

!Скалярное произведение аналогично двухмерному



$$\bar{u} \cdot \bar{v} = |\bar{u}||\bar{v}|\cos\gamma$$

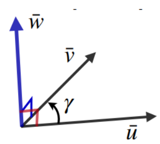
$$\bar{u} \cdot \bar{v} = u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3$$

$$\bar{u} \cdot \bar{v} = [u_1 \quad u_2 \quad u_3] \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \bar{u}^T \bar{v}$$

$$\bar{u} \cdot \bar{v} = [v_1 \quad v_2 \quad v_3] \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \bar{v}^T \bar{u}$$

Через матрицу

Векторное произведение

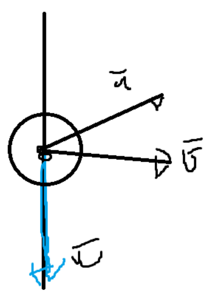


$$\bar{w} = \bar{u} \times \bar{v}$$

$$|\bar{u} \times \bar{v}| = |\bar{u}||\bar{v}|\sin\angle\gamma$$

$$\bar{w} \perp \bar{u} \qquad \bar{w} \cdot \bar{u} = 0$$
$$\bar{w} \perp \bar{v} \qquad \bar{w} \cdot \bar{v} = 0$$

Угол может быть как положительным, так и отрицательным
Не важно в какую сторону отмереяться угол
Если положительный результат, то вверх, отрицательный же вниз



$$\bar{u} \times \bar{v} = M\bar{v} = \begin{bmatrix} 0 & -u_3 & u_2 \\ u_3 & 0 & -u_1 \\ -u_2 & u_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix}$$

$$[\bar{u}]_\times = \begin{bmatrix} 0 & -u_3 & u_2 \\ u_3 & 0 & -u_1 \\ -u_2 & u_1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[\bar{u}]_\times \bar{v} = \bar{u} \times \bar{v}$$

Матрица векторного произведения

17.03.25