

АСА лекция

silvia.lesnaia

February 2025

11.02.25

1 Введение в теорию алгоритмов

2 Примеры интуитивного понятия алгоритма

Алгоритм - точный набор инструкций, описывающих порядок действий исполнителя для достижения результата решения задачи за конечное время

Алгоритм - это понятные и точные предписания исполнителю совершить конечное число шагов, направленных на решение поставленной задачи

Алгоритм - это конечный набор правил, который определяет последовательность операций

Основные свойства алгоритмов

Дискретность

Детерминированность

Понятность

Завершаемость

Массовость

Однозначность результата

2.1 Основные задачи теории алгоритмов

формализация понятия «алгоритм» и исследование формальных алгоритмических систем;

формальное доказательство алгоритмической неразрешимости ряда задач;

классификация задач, определение и исследование сложных классов;

асимптотический анализ сложности алгоритмов;

исследование и анализ рекурсивных алгоритмов;

получение явных функций трудоемкости в целях сравнительного анализа алгоритмов;

разработка критериев сравнительной оценки качества алгоритмов.

2.2 Схема определения понятия «алгоритм»:

Понятие данных

Память

Элементарный шаг

Детерминированность

Результативность

2.3 Основные типы алгоритмических моделей

Алгоритм как некое детерминированное устройство - абстрактные машины. Машина Тьюринга и машина Поста.

Алгоритм как процедура вычисления некой числовой функции. Рекурсивные функции Черча.

Алгоритм как последовательность преобразований цепочек в каком-либо алфавите. (Комбинаторные операции над словами). Нормальные алгоритмы Маркова.

3 Машина Поста

Тезис Поста - "Всякий алгоритм представим в форме машины Поста".

Алгоритм (по Посту) — программа для машины Поста, приводящая к решению поставленной задачи.

Если задача имеет алгоритмическое решение, то она представима в форме команд для машины Поста.

3.1 Варианты окончания выполнения программы на машине Поста

останов по команде "стоп". Такой останов называется результативным и указывает на корректность алгоритма;

останов при выполнении недопустимой команды. Случай, когда указатель должен записать метку там, где она уже есть, или стереть метку там, где ее нет;

машина не останавливается никогда. Уход в бесконечность, закликивание.

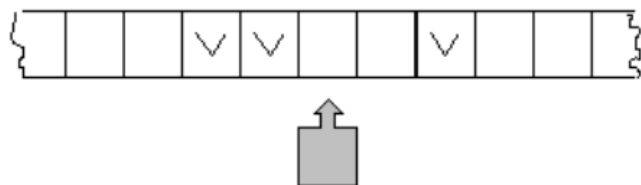
3.2 Примеры

Пример: покажем, как можно воспользоваться командой условного перехода для организации циклического процесса. Пусть на ленте имеется запись из нескольких меток подряд, и головка находится над самой крайней меткой справа. Требуется перевести головку влево до первой пустой позиции.

1 ← 2

2 ? 3; 1

3 !



Всего для машины Поста существует шесть типов команд:

→	Шаг вправо
←	Шаг влево
✓	Записать отметку
X	Стереть отметку
? $a; b$	Просмотреть ячейку; если в ячейке находится 0, то перейти на команду с номером a , иначе на команду с номером b
!	Останов

Пример: увеличить число 3 на единицу (изменить значение в памяти с 3 на 4). Допустим, точно известно, что каретка стоит где-то слева от меток и обозревает пустую ячейку. Тогда программа увеличения числа на единицу может выглядеть так:

```
1 -> 2
2 ? 1;3
3 <- 4
4 V 5
5 !
```

Пример: на ленте машины Поста расположен массив из n меток. Составить программу, действуя по которой машина выяснит, делится ли число n на 3. Если да, то после массива через одну пустую ячейку поставить метку.

```
1 → 2
2 ? 3;4
3 !
4 → 5
5 ? 3;6
6 → 7
7 8;1
8 → 9
9 V 3
```

Пример: заикливание.

```
1 → 2
2 ← 1
6 вариант
```

18.02.25

4 Машина Тьюрингита

4.1 Формальное описание машины Тьюрингита

4.2 Способы задания МТ

Граф переходов

4.3 Конфигурация МТ

Совокупность состояний ленты, указаний на ленте

Протоколы -

Выяснить, применимы ли программы к заданным состояниям машины Поста, указать результат работы машины Поста для каждого состояния. В начальный момент времени каретка оботрывает ячейку с самой левой меткой.

a)
 1 ? 5; 2 6 → 7 Начальное состояние ленты:
 2 → 1 7 ? 8, 9 1) $1^0 0^1 1^2$
 3 → 4 8 ? 2) $1^0 0^1 1^3$
 4 ? 6; 5 9 → 4 3) $10 [01]^2 1$
 5 ← 1

b)
 1 ? 4; 2 7 ∇ 8 Начальное состояние ленты:
 2 X 5 8 ← 9 1) $1^0 0^1$
 3 → 9 9 ? 11; 10 2) $1^0 0^1 1^2$
 4 ∇ 5 10 → 1 3) 1^4
 5 → 6 11 ?
 6 ? 7; 6

c)
 1 ? 4; 2 7 ← 8 Начальное состояние ленты:
 2 X 3 8 ? 9; 11 1) $10 1^2$
 3 → 6 9 ∇ 10 2) $1^0 0^1 1^3$
 4 ∇ 5 10 ← 1 3) $110 1^2 1$
 5 → 1 11 ?
 6 ? 4; 7

Ответ: 01010110

4.4 Приведений конфигураций к стандартному виду

4.5 Определение вычислимости по Тьюрингу

1	2	3	4	5
(1)	L_1^4	(2)	{120, 011, 112}	(3)
(4)	L_2^2	(5)	{1}	

25.02.25

5 Принцип суперпозиции

6 Оператор примитивной рекурсии