

Компьютерная графика

silvia.lesnaia

February 2025

17.02.25

1 Субъективно-ориентированное программирование

Это парадигма программирования которая представляет отрезок времени во время которого возникают определенные события. Программа выполняется не линейно, программа описывается как набор обработчиков/ обработчик события.

Некоторые события происходят автоматически, какие то нужно/можно инициализировать.

Примеры обработчиков:

Paint

Load

Resize

Некоторые обработчики могут быть инициализированы

Refresh

2 Полигональная КГ

Объект описывается с помощью вершин/точек, которые соединены отрезками. Перед описанием объекта нужно знать и задать координаты точек.

3 Модели

Модель строится набором отрезков, которые определенным образом соединены в точках, в некоторой системе координат. **Модельная система координат, объектная система координат, локальная система координат**

Правая система координат - система повернута против часовой стрелки под 90 градусов

Система координат экрана - (нужно заполнить тут)
 Правая декартова СК (мировая система координат) - "виртуальный мир в котором существуют модели.

4 Кадрирование

Операция кадрирования - совмещение одного кадра с другим, преобразования одного кадра

Кадр - прямоугольник, стороны которого параллельны осям координат и у которого есть параметры

Размер по горизонтали - V_x

Размер по вертикали - V_y

Координаты нижнего угла - V_{cx} , V_{cy}

Исходный кадр обозначается как - W_x , W_y , W_{cx} , W_{cy}

Безразмерные координаты :

$$\begin{aligned} x_1 &= x - V_{cx} & y_1 &= y - V_{cy} \\ x_2 &= \frac{x - V_{cx}}{V_x} & y_2 &= \frac{y - V_{cy}}{V_y} \\ x_3 &= \frac{x - V_{cx}}{V_x} * W_x & y_3 &= \frac{y - V_{cy}}{V_y} * W_y \\ x' &= \frac{x - V_{cx}}{V_x} * W_x + W_{cx} & y' &= \frac{y - V_{cy}}{V_y} * W_y + W_{cy} \end{aligned}$$

Если умножить на - 1 единицу, то картинка перевернется (касается перевернутых картинок)

$$\begin{aligned} x_4 &= \frac{x - V_{cx}}{V_x} * W_x + W_{cx} & y_4 &= \frac{y - V_{cy}}{V_y} * W_y - W_{cy} \\ x_5 &= \frac{x - V_{cx}}{V_x} * W_x + W_{cx} & y_5 &= \frac{y - V_{cy}}{V_y} * W_x + 2W_{cy} \\ x' &= \frac{x - V_{cx}}{V_x} * W_x + W_{cx} & y' &= W_{cy} - \frac{x - V_{cx}}{V_x} * W_y \end{aligned}$$

24.02.25

Продолжение

$$x' = \frac{x - V_{cx}}{V_x} * W_x + W_{cx}$$

$$y' = W_y - \frac{y - V_{cy}}{V_y} * W_y$$

5 Преобразование изображения

5.1 Элементарные преобразования

1. Перенос/Сдвиг

Смысл преобразования: объект в одной системе координат нужно сдвинуть в "другую систему координат".

Пример:

$x_1 \implies x'_1$ между ними расстояние T_x $y_1 \implies y'_1$ между ними расстояние T_y

$x_2 \implies x'_2$ между ними расстояние V_x $y_2 \implies y'_2$ между ними расстояние V_y

Итого: $x' = x + T_x$ $y' = y + T_y$

2. Масштабирование относительно начала координат

Это означает, все точки преобразуются за исключением начальной точки. На месте остается только точка начала координат.

Пример:

$3 \implies 4.5$ и т.д

Итого: $x' = x * S_x$ $y' = y * S_y$

3. Поворот относительно начала координат против часовой стрелки на угол ϑ

Нужно соединить лучом точку с началом координат. Преобразовать точку означает, повернуть этот отрезок на заданный угол ϑ . В результате получается новая точка.

$$x' = r \cos(\alpha + \vartheta)^x = r \cos \alpha \cos \vartheta - r \sin \alpha \sin \vartheta = x \cos \vartheta - y \sin \vartheta$$

$$y' = r \sin(\alpha + \vartheta)^x = r \sin \alpha \cos \vartheta + r \cos \alpha \sin \vartheta = y \cos \vartheta + x \sin \vartheta$$

Итого: $x' = x \cos \vartheta - y \sin \vartheta$ $y' = y \cos \vartheta + x \sin \vartheta$

4. Зеркальное отражение. Частный случай масштабирования

$$x' = x * -1 \quad y' = y * -1$$

6 Совмещение преобразований

Пример: поворот на угол ϑ против часовой стрелки относительно т. $A(x_a, y_a)$

$$x^{(1)} = x - x_a \quad y^{(1)} = y - y_a$$

$$x^{(2)} = x^{(1)} \cos \vartheta - y^{(1)} \sin \vartheta \quad y^{(2)} = x^{(1)} \sin \vartheta + y^{(1)} \cos \vartheta$$

$$x' = x^{(2)} + x_a = (x - x_a) \cos \vartheta - (y - y_a) \sin \vartheta + x_a$$

$$y' = y^{(2)} + y_a = (x - x_a) \sin \vartheta + (y - y_a) \cos \vartheta + y_a$$

$$* \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} *$$

6.1 Однородные координаты

6.1.1 Евклидовые координаты

В однородных координатах координаты объекта задается с точностью какого то множителя. Например, для прямой вида $A_x + B_y + C = 0$. Можно сказать, что координаты прямой задаются тройкой (A, B, C) . В таком случае, если домножить эту тройку, то она все еще будет указывать на исходную прямую.

Для евклидовой точки (x, y) выберем некоторую произвольную

Переход от однородных в евклидовые координаты

Предположим были однородные координаты (χ, γ, α) и нам нужно получить $(\chi', \gamma', \alpha')$

6.2 Однородные преобразования

Формула для масштабирования

$$\chi' = \chi S_\chi$$

$$\gamma' = \gamma S_\gamma$$

$$\alpha' = \alpha$$

Матрица масштабирования

$$* \begin{bmatrix} \chi' \\ \gamma' \\ \alpha' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \chi \\ \gamma \\ \alpha \end{bmatrix} *$$

Матрица поворота

$$* \begin{bmatrix} \chi' \\ \gamma' \\ \alpha' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\vartheta & -\sin\vartheta & 0 \\ \sin\vartheta & \cos\vartheta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \chi \\ \gamma \\ \alpha \end{bmatrix} *$$

$$\chi' = \alpha x' = \alpha x + Y_x \alpha$$

$$\gamma' = \gamma x' = \gamma x + Y_x \alpha$$

$$\alpha' = \alpha$$

Матрица для переноса

$$* \begin{bmatrix} \chi' \\ \gamma' \\ \alpha' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & T_x \\ 0 & 1 & T_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \chi \\ \gamma \\ \alpha \end{bmatrix} *$$

Универсальная формула

$$* \begin{bmatrix} \chi' \\ \gamma' \\ \alpha' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\vartheta & -\sin\vartheta & 0 \\ \sin\vartheta & \cos\vartheta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & T_x \\ 0 & 1 & T_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \chi \\ \gamma \\ \alpha \end{bmatrix} *$$

03.03.25

$P' = MP$ В таком виде записывается матричное преобразование

P - столбец

M - матрица

$$P = * \begin{bmatrix} \chi \\ \gamma \\ \alpha \end{bmatrix} * \quad P' = * \begin{bmatrix} \chi' \\ \gamma' \\ \alpha' \end{bmatrix} *$$

M' - обратная матрица

$$P = M'(MP)$$

$$Rightarrow M' = M^{-1}$$

6.3 Преобразование перенос

$$\text{Translate } (T_x, T_y) = * \begin{bmatrix} 1 & 0 & T_x \\ 0 & 1 & T_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -T_x \\ 0 & 1 & -T_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} *$$

$$T(T_x, T_y)$$

6.4 Преобразование масштабирование

$$\text{Scale } (S_x, S_y) * \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/S_x & 0 & 0 \\ 0 & 1/S_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} *$$

$$S(S_x, S_y)$$

6.5 Преобразование поворот

$$\text{Rotate}(\vartheta) = * \begin{bmatrix} \cos\vartheta & -\sin\vartheta & 0 \\ \sin\vartheta & \cos\vartheta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\vartheta & \sin\vartheta & 0 \\ -\sin\vartheta & \cos\vartheta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} *$$

7 Совмещенное преобразование

Смысл:

$$P' = (M_2 \dots M_3, M_2, M_1)P$$

$$E = M'(M_3, M_2, M_1)$$

$$M' = M'(M_{\Delta}^{-1}, M_2^{-1}, M_3^{-1})$$

8 Принцип двойственности

Двойственное преобразование

У нас есть матрица

$$* \begin{bmatrix} 1 & 0 & T_x \\ 0 & 1 & T_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} *$$

Масштабирование равно преобразованию....

Напоминание: Операция кордирования $x' = \frac{x - V_{cx}}{V_x} W_x + W_{cx}$

$$y' = \frac{y - V_{cy}}{V_y} W_y + W_{cy}$$

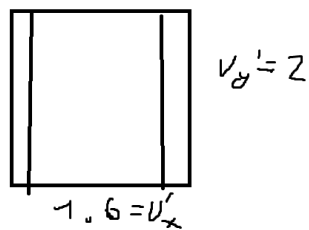
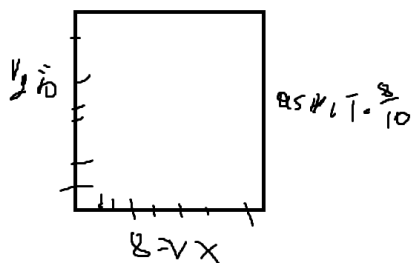
$$\frac{W_x}{V_x} < \frac{W_y}{V_y}$$

$$\frac{2}{V_x} < \frac{2}{V_y}$$

$$1 = \frac{2}{2} < \frac{V_x}{V_y} - \text{aspect} - \text{соотношение сторон}$$

Если соотношение сторон больше 1 масштабируем по x, если же наоборот то по y. (Для вписания картинки в квадрат)

$$\begin{array}{l}
 \frac{W_x}{V_x} \text{ или } \frac{W_y}{V_y} \\
 \frac{2}{V_x} \text{ или } \frac{2}{V_y} \\
 * \left\{ \begin{array}{l} V'_x \\ V'_y \end{array} \right. \quad \text{Размеры модели после вписания в квадрат } 2 \times 2 \quad *
 \end{array}$$



Команды:

translate x y

rotate ϑ

scale S

figure

Вспомогательные команды

popTransform - забираем из стека

pushTransform - добавляем в стек

scale 1.25

pushTransform

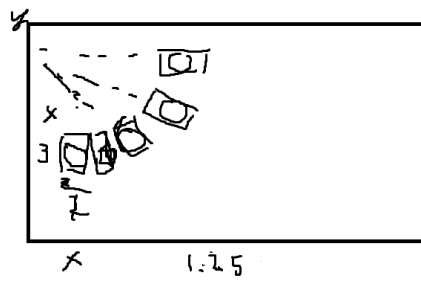
translate 0 -R

translate x y

```

translate -x -y
rotate 22.5
translate x y

```



Сокращение картинки:

```

scale 1.25
translate 0 -R
pushTransform
translate x y
figure
popTransform
rotate 22.5
pushTransform
translate x Y
figure
* {
  pushTransform
  rotate 22.5
  pushTransform
  translate x y
  figure
}
popTransform

```