



## 上次课内容

**拉压杆：**外力或其合力的作用线沿杆件轴线的(直)杆件。

**拉压杆的内力：**轴力与轴力图(符号规定, 轴力图画法)

**拉压杆的应力：**横截面上  $\sigma = \frac{F_N}{A}$

平面假设：变形后, 原横截面仍保持平面且与轴线垂直, 横截面间只有相对平移。

横截面上各点处只存在正应力, 且沿截面均匀分布。

**圣维南原理：**

力作用于杆端的分布方式, 只影响杆端局部范围的应力分布, 影响区的轴向范围约离杆端1~2个杆的横向尺寸。

1



## 上次课内容

**拉压杆的应力：**横截面上  $\sigma = \frac{F_N}{A}$   
斜截面上



$$p_\alpha = \sigma \cos \alpha$$

$$\sigma_\alpha = \sigma \cos^2 \alpha$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma}{2} \sin 2\alpha$$

$$\alpha = 0^\circ, \sigma_{\max} = \sigma$$

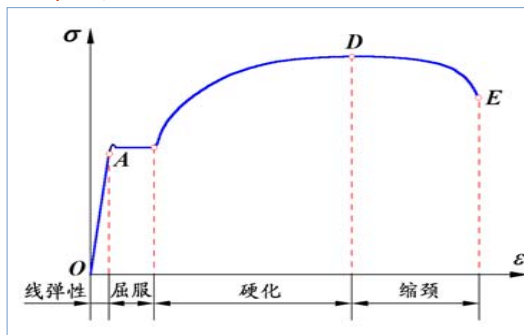
$$\alpha = 45^\circ, \tau_{\max} = \frac{\sigma}{2}$$

2



## 上次课内容

**低碳钢拉伸力学性能**



四个阶段、三个应力特征量、塑性特征量

3



## § 8-5 应力集中的概念

## •灾难性事故

1954年, 英国海外航空公司的两架“彗星”号大型喷气式客机接连失事, 通过对飞机残骸的打捞分析发现, 失事的原因是由于气密舱窗口处铆钉孔边缘的微小裂纹发展所致, 而这个铆钉孔的直径仅为3.175mm。



飞机的舷窗

4

工程力学 第八章 轴向拉伸与压缩

### 一、应力集中

思考：A-A截面上的正应力？

$$\sigma_n = \frac{F}{(b-d)\delta}$$
 $\sigma_n$  一名义应力  
 $b$ : 板宽  $d$ : 孔径  $\delta$ : 板厚

实际应力分布—应力集中

应力集中因数

$$K = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_n}$$
 $\sigma_{\max}$  一最大局部应力  
 $K$  一应力集中因素

5

工程力学 第八章 轴向拉伸与压缩

常见的容易发生应力集中的杆件形式

6

工程力学 第八章 轴向拉伸与压缩

应力集中系数  $K$  (查表)

标准拉伸试件

7

工程力学 第八章 轴向拉伸与压缩

思考：

下面受力杆件，哪个截面上的应力可以采用公式  $\sigma = \frac{F_N}{A}$  计算

答：2

8

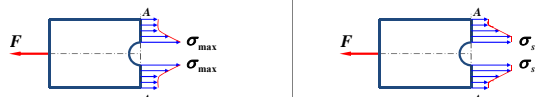
工程力学 一第八章 轴向拉伸与压缩

## 二、应力集中对构件强度的影响

● 静载荷作用的强度问题

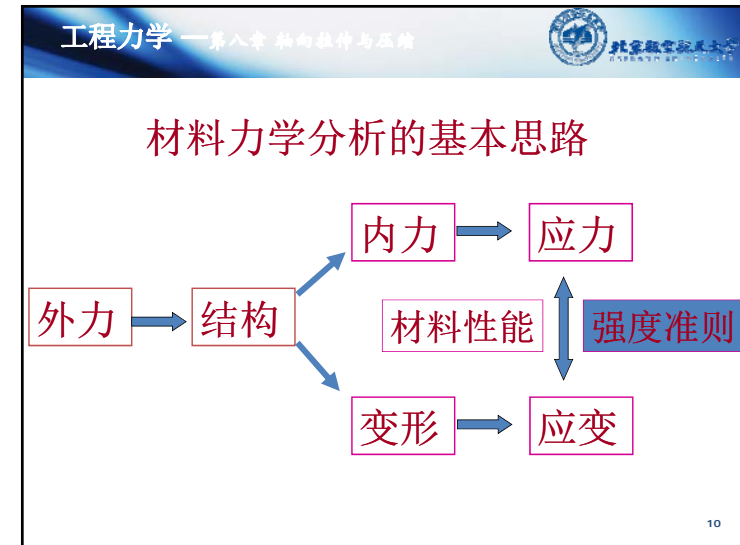
脆性材料：在  $\sigma_{\max} = \sigma_b$  处首先破坏。

塑性材料：应力分布均匀化。



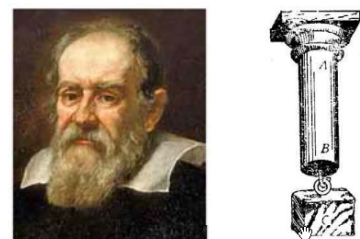
● 结论

塑性材料的静强度问题可不考虑应力集中  
脆性材料的强度问题需考虑应力集中



工程力学 一第八章 轴向拉伸与压缩

## § 8-6 许用应力与强度条件



伽利略指出：

- 1) 如果C的重量越来越大，杆件最后总会像绳索一样断开；
- 2) 同样粗的麻绳、木杆、石条、金属棒承载能力各不相同；
- 3) 相同材料的杆件，承载能力与横截面积成正比，与长度无关。

工程力学 一第八章 轴向拉伸与压缩

## 一、失效与许用应力

**失效：**断裂、屈服或显著的塑性变形，使材料不能正常工作。

**极限应力  $\sigma_u$ ：**

- 强度极限  $\sigma_b$ （脆性材料）
- 屈服应力  $\sigma_s$ （塑性材料）

**工作应力：**构件实际承载所引起的应力。

**许用应力：**工作应力的最大容许值  $[\sigma]$

$$[\sigma] = \frac{\sigma_u}{n} \quad n - \text{安全因数(子)}, n > 1$$

安全因数的来历：几何尺寸、载荷条件与材料缺陷。

一般工程中  $n_s = 1.5 \sim 2.2$ ,  $n_b = 3.0 \sim 5.0$



## 二、强度条件

**强度条件：**保证结构或构件不致因强度不够而破坏的条件。

**拉压杆强度条件：**

$$\text{变截面杆: } \sigma_{\max} = \left( \frac{F_N}{A} \right)_{\max} \leq [\sigma]$$

$$\text{等截面杆: } \frac{F_{N,\max}}{A} \leq [\sigma]$$

拉/压载荷下的强度条件可能有所不同(因材料而异)

**思考：**•强度条件有何应用？

•安全因数设计方法有何优缺点？

13



## 三、强度条件的应用

✚ 三类常见的强度问题

•校核强度：已知外力,  $[\sigma]$ ,  $A$ , 判断

$$\sigma_{\max} = \left( \frac{F_N}{A} \right)_{\max} \stackrel{?}{\leq} [\sigma] \quad \text{是否能安全工作?}$$

•截面设计：已知外力,  $[\sigma]$ , 确定

$$A \geq \frac{F_{N,\max}}{[\sigma]}$$

•确定承载能力：已知 $A$ ,  $[\sigma]$ , 确定

$$[F_N] = A[\sigma]$$

不同的问题对应不同的工程师类型。

材料的 $[\sigma_t]$ 和 $[\sigma_c]$ 一般不相同, 需分别校核。



✚ 强度条件的应用举例1 已知 $F$ ,  $\alpha$ ,  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $[\sigma_t]$ ,  $[\sigma_c]$

校核结构是否安全？

(1) 求内力(节点A平衡)

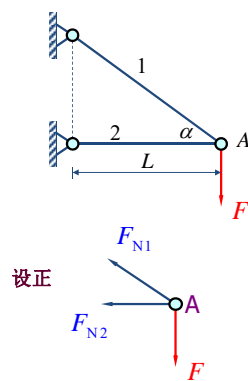
$$F_{N1} = F / \sin \alpha$$

$$F_{N2} = -F / \tan \alpha$$

(2) 求应力( $A_1$ ,  $A_2$ 横截面积)

$$\sigma_1 = \frac{F}{A_1 \sin \alpha}$$

$$\sigma_2 = -\frac{F}{A_2 \tan \alpha}$$



设正

15



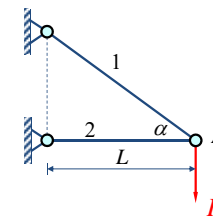
$$\sigma_1 = \frac{F}{A_1 \sin \alpha}$$

$$\sigma_2 = -\frac{F}{A_2 \tan \alpha}$$

解：

$$\sigma_1 = \frac{F}{A_1 \sin \alpha} \leq [\sigma_t] ?$$

$$|\sigma_2| = \frac{F}{A_2 \tan \alpha} \leq [\sigma_c] ?$$



16

工程力学 第八章 轴向拉伸与压缩

2. 确定许用载荷 (结构承载能力)

已知  $\alpha, A_1, A_2, [\sigma_t], [\sigma_c]$

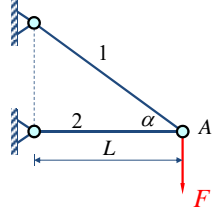
求  $[F]$

$$[\sigma_1] = \frac{F}{A_1 \sin \alpha}$$

$$[\sigma_2] = -\frac{F}{A_2 \tan \alpha}$$

$$[F_1] = [\sigma_t] A_1 \sin \alpha$$

$$[F_2] = [\sigma_c] A_2 \tan \alpha$$

$$[F] = \min([F_1], [F_2])$$


17

工程力学 第八章 轴向拉伸与压缩

3. 设计截面

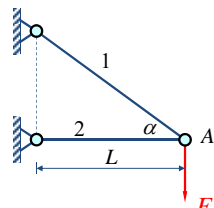
已知  $F, \alpha, [\sigma_t], [\sigma_c]$

设计各杆截面 (材料相同)

$$A_1 \geq F / ([\sigma_t] \sin \alpha)$$

$$A_2 \geq F / ([\sigma_c] \tan \alpha)$$

设计: 圆杆  $d_1 = \sqrt{4A_1 / \pi}$



18

工程力学 第八章 轴向拉伸与压缩

强度条件的应用举例2

图a所示两段胶接杆, 横截面积  $A = 10^4 \text{ mm}^2$ , 胶接面上  $[\sigma] = 30 \text{ MPa}$ ,  $[\tau] = 10 \text{ MPa}$ , 杆的自重不计。

(1)  $\theta = 45^\circ$ , 求许用载荷  $[F]$

解: 图(b) 胶接面上的应力为  $p = \frac{F \cos \theta}{A}$

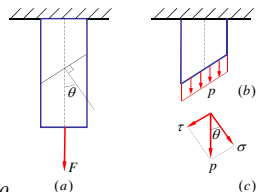
图(c) 胶接面上的切应力和正应力分别为

$$\tau = p \sin \theta = \frac{F \sin 2\theta}{2A} \leq [\tau]$$

$$\sigma = p \cos \theta = \frac{F \cos^2 \theta}{A} \leq [\sigma]$$

$$F \leq \frac{2A[\tau]}{\sin 2\theta} = 2 \times 10^5 \text{ N}$$

$$F \leq \frac{A[\sigma]}{\cos^2 \theta} = 6 \times 10^5 \text{ N}$$

$$[F] = \min(2 \times 10^5, 6 \times 10^5) = 2 \times 10^5 \text{ N}$$


19

工程力学 第八章 轴向拉伸与压缩

强度条件的应用举例2(续)

2. 设  $\theta$  能在  $0^\circ \sim 45^\circ$  内变动, 许用载荷能提高多少百分比? 此时  $\theta$  之值为多大?

胶接面所受正应力和切应力均达到许用值时, 许用载荷最大

$$\frac{F \sin 2\theta}{2A} = [\tau]$$

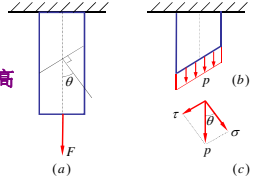
$$\frac{F \cos^2 \theta}{A} = [\sigma]$$

$$\theta = \arctan \frac{1}{3} = 18.4^\circ$$

$$[F]_{\theta=45^\circ} = 2 \times 10^5 \text{ N}$$

$$[F] = 3.3 \times 10^5 \text{ N}$$

许用载荷提高了65%!



20

## 工程力学 第八章 轴向拉伸与压缩



## 四、强度条件的进一步应用

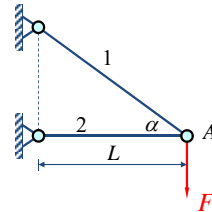
## 1. 重量最轻设计

已知:  $L, [\sigma_t] = [\sigma_c] = [\sigma], F$  大小与方向, 材料相同

可设计量:  $\alpha, A_1, A_2$

目标: 使结构最轻 (不考虑失稳)

分析: 利用强度条件,  $A_1, A_2$  可表为  $\alpha$  的函数, 结构重量可表为  $A_1, A_2$  的函数, 并进一步表为  $\alpha$  的单变量函数, 于是可以由求极值的方法设计。



21

## 工程力学 第八章 轴向拉伸与压缩



解: 设材料重量为  $\gamma$

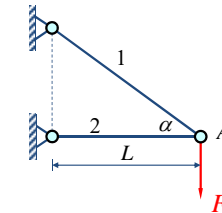
$$L_1 = L / \cos \alpha, L_2 = L$$

$$A_1 = \frac{F}{[\sigma] \sin \alpha}, A_2 = \frac{F}{[\sigma] \tan \alpha}$$

结构重量

$$W = \gamma (A_1 L_1 + A_2 L_2) = \frac{\gamma F L}{[\sigma]} \left( \frac{2}{\sin 2\alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \right)$$

$$\frac{dW}{d\alpha} = 0 \Rightarrow \sin \alpha = \sqrt{\frac{2}{3}} \quad \alpha = 54^\circ 44'$$



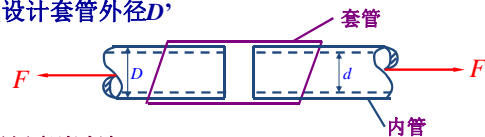
22

## 工程力学 第八章 轴向拉伸与压缩



## 2. 工程设计中的等强度原则

例:  $d=27\text{mm}, D=30\text{mm}, \sigma_s=850\text{MPa}$ , 套管  $\sigma'_s=250\text{MPa}$ , 试设计套管外径  $D'$



设计原则讨论:

如果套管太薄, 强度不够; 但是如果设计得太厚, 则套管没坏时可能内管已坏, 浪费材料没提高强度。因此合理的设计是套管和内管强度相等。

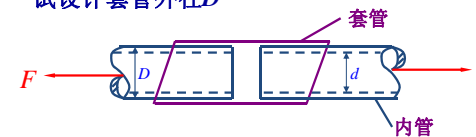
上述原则称为等强原则, 在工程设计中广泛使用。

23

## 工程力学 第八章 轴向拉伸与压缩



例:  $d=27\text{mm}, D=30\text{mm}, \sigma_s=850\text{MPa}$ , 套管  $\sigma'_s=250\text{MPa}$ , 试设计套管外径  $D'$




解:  $[F]_{\text{管}} = [F]_{\text{套}} \quad (\text{依据等强原则})$

$$\frac{A \sigma_s}{n} = \frac{A' \sigma'_s}{n} \quad \frac{\pi (D^2 - d^2) \sigma_s}{4n} = \frac{\pi (D'^2 - D^2) \sigma'_s}{4n}$$

$$D' = 39\text{mm}$$

24

工程力学 第八章 轴向拉伸与压缩

 清华大学

**作业**

8- 11, 14, 17

25