



北京航空航天大学
BEIHANG UNIVERSITY

第一章 几何光学的基本定理与成像概念

Chapter 1 Basic Principles of Geometrical and Image Concept

冯丽爽 博士

仪器科学与光电工程学院光电工程系

北京航空航天大学



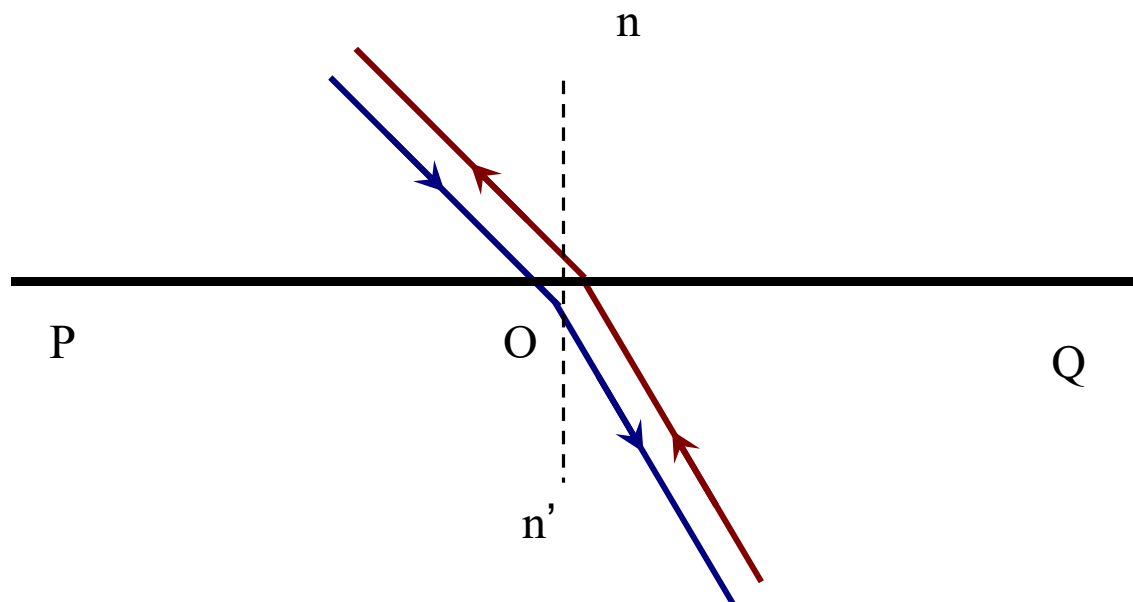
目 录 Contents

- 几何光学的基本定律和原理
- 成像的基本概念和完善成像条件
- 光路计算和近轴光学系统
- 球面光学成像系统



光路的可逆性

Reversibility of ray paths and total internal reflection



举例：光线在玻璃块中的折射和反射



全反射现象

Conditions for total internal reflection

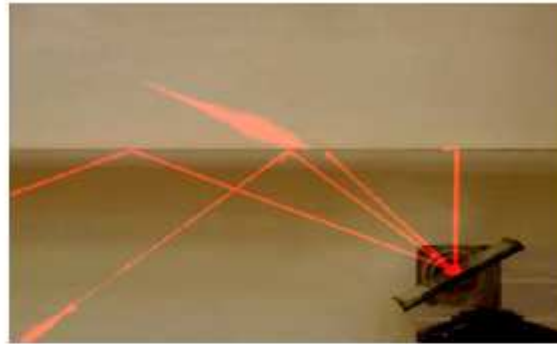


Figure 14

Internal reflection. We took three exposures of a laser beam reflecting off an underwater mirror set at different angles. In the first case the laser beam makes it back out of the water and strikes a white cardboard behind the water tank. In the other two cases, there is total internal reflection at the under side of the water surface. In the final exposure we used a flash to make the mirror visible.

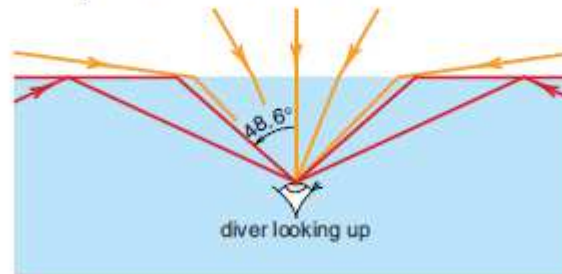


Figure 14a

When you are swimming under water and look up, you see the outside world through a round hole. Outside that hole, the surface is a silver mirror.



全反射现象

Conditions for total internal reflection

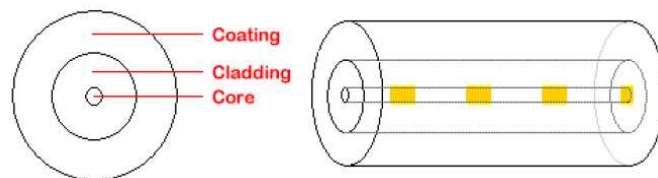
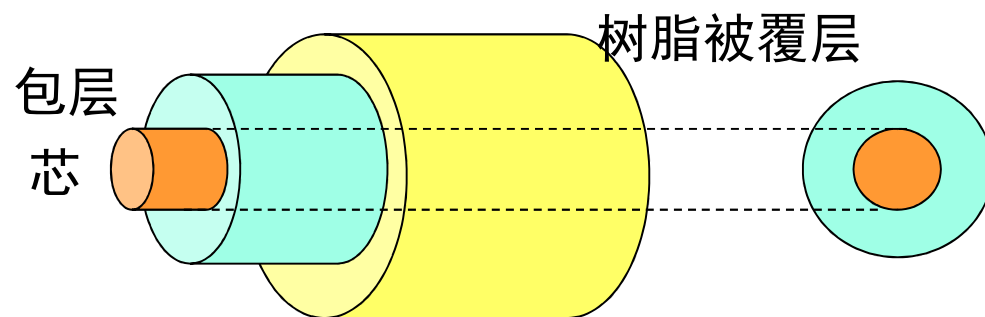


Figure 16a
Because of internal reflections, light can travel down a glass fiber, even when the fiber is bent.

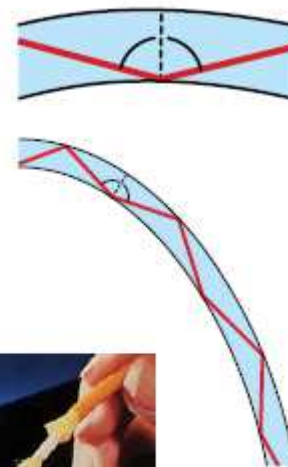


Figure 16b
A single glass fiber can carry the same amount of information as a fat cable of copper wires.



全反射现象

Conditions for total internal reflection

数值孔径 NA

$$NA = \sin \theta = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = n_1 \sqrt{2\Delta}$$

$$\Delta = \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1^2} \approx \frac{n_1 - n_2}{n_1}$$

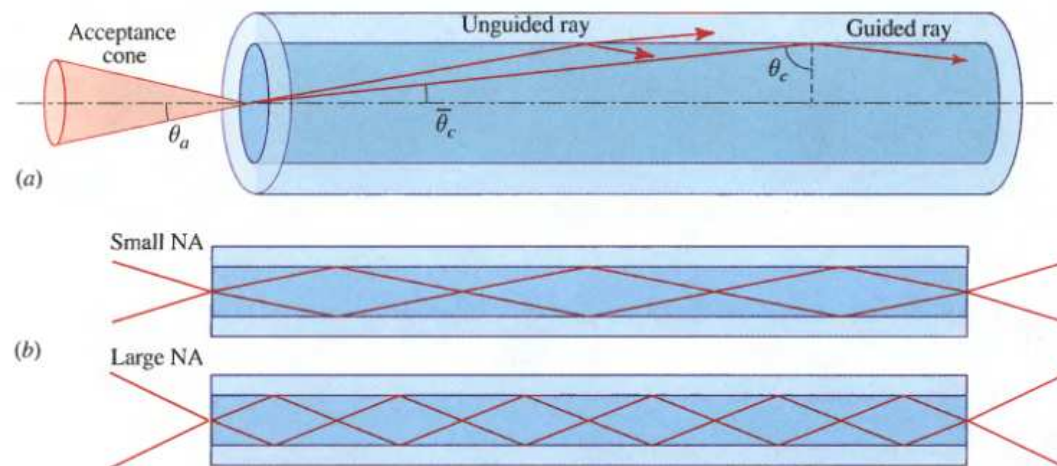


Figure 9.1-3 (a) The acceptance angle θ_a of a fiber. Rays within the acceptance cone are guided by total internal reflection. The numerical aperture $NA = \sin \theta_a$. The angles θ_a and $\bar{\theta}_c$ are typically quite small; they are exaggerated here for clarity. (b) The light-gathering capacity of a large NA fiber is greater than that of a small NA fiber.

(入射、出射光的角度，与耦合效率有关)



Medical Imaging

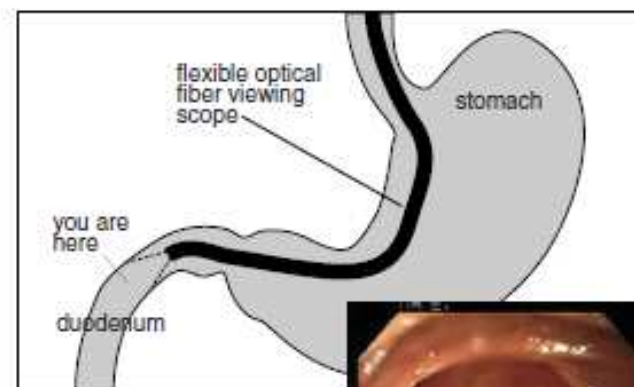


Figure 18
Close-up view of the author taken by photographer Dr. Richard Rothstein.

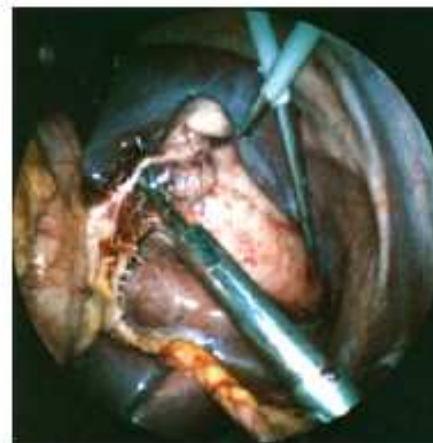
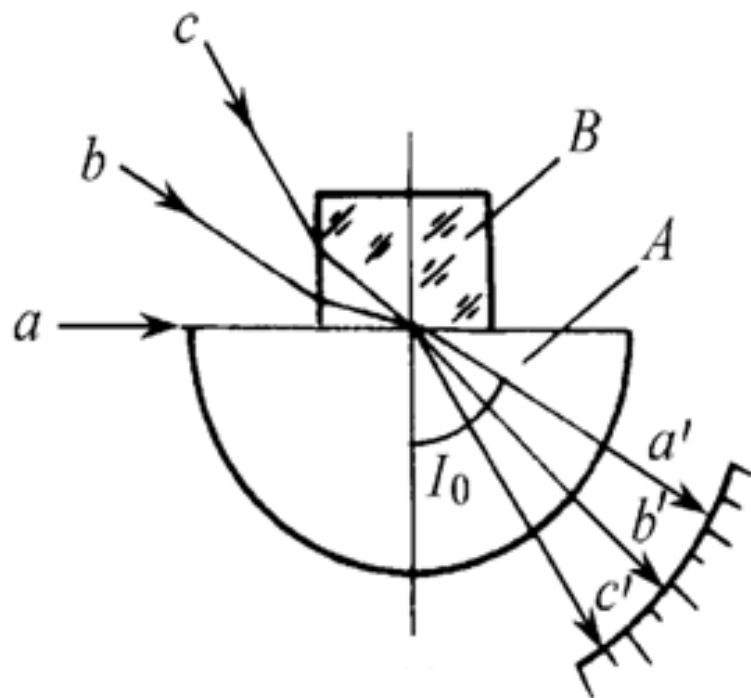


Figure 19
Gallbladder operation in progress, being viewed by the rigid laparoscope shown on the right. Such views are now recorded by high resolution television.



◆ Measuring of the refractive index of a medium



$$\sin I_0 = \frac{n_B}{n_A}$$

$$n_B = n_A \sin I_0$$





第一节 几何光学的基本定律和原理

Section 1 Basic Principles of Geometrical Optics

三、费马原理 Fermat's Principle

几何光学的四大基本定律，说明了光从一点传播到另一点的传播规律，而费马原理则从光程的角度阐述光的传播规律

- 费马原理，不是建立在实验基础上的定律，也不是从数学上导出的定理，而是一个最基本的假设。
- 费马原理是几何光学中光传播的理论基础。很多定律和对事物总图像的描述，均可由其得到正确的结果，但不是一种计算工具。



第一节 几何光学的基本定律和原理

Section 1 Basic Principles of Geometrical Optics

三、费马原理 Fermat's Principle

□ 光程：光在介质中传播的几何路程与所在介质的折射率的乘积。

$$s = nl = nvt = ct$$

光在某种介质中的光程等于在相同的时间内，光在真空中传播的几何路程。

- 只要光经过不同介质中的传播时间相同，则光程也相同
- 在任意两个波面之间的所有光线，光程也相同，（波面是相同时间到达点的曲面）
- 光经过若干种介质时，光程为各介质折射率与几何路径乘积之和。

$$L = \sum_{i=1}^m n_i l_i$$

- 若介质为非均匀，折射率连续变化，则 $L = \int_A^B n(l) dl$



三、费马原理

Fermat's Principle

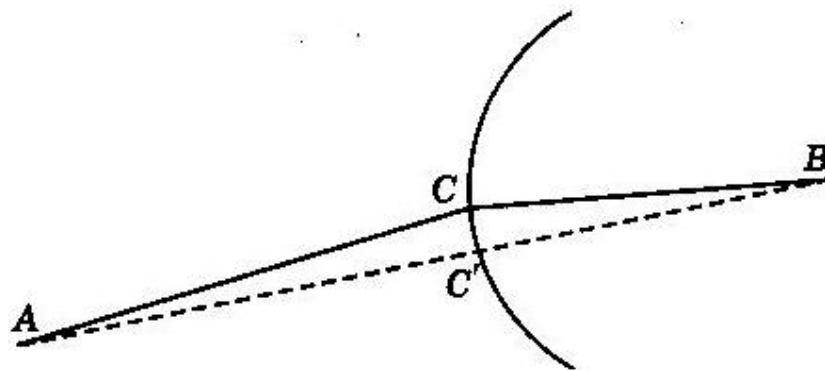
□ 费马原理 P. de Fermat

光从一点传播到另一点，实际路径是沿着光程为极值（极大、极小或常量）的路径传播的。

$$\delta(AB) = \delta \int_A^B n dl = 0$$

变分——微分

- 光程为平稳路径。
- 极小——小于附近所有路径的光程；
极大——大于附近所有路径的光程；
常量——具有恒定值。





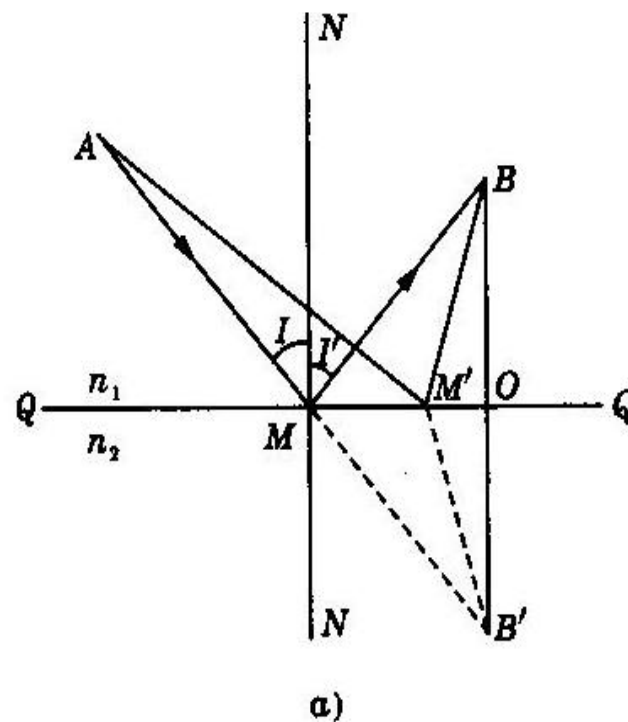
费马原理具有更高的概括性，可以推出几何光学的三大基本定律。

费马原理的应用：

1、由费马原理导出反射定律

$$AM+MB = (AB) = (AM+MB') = (AB')$$

$$I = I'$$





2、费马原理导出折射定律

(AOB)

$$= n_1 \overline{AO} + n_2 \overline{OB}$$

$$= n_1 \sqrt{a_1^2 + x^2} + n_2 \sqrt{a_2^2 + (b-x)^2}$$

$\frac{d(AOB)}{dx}$

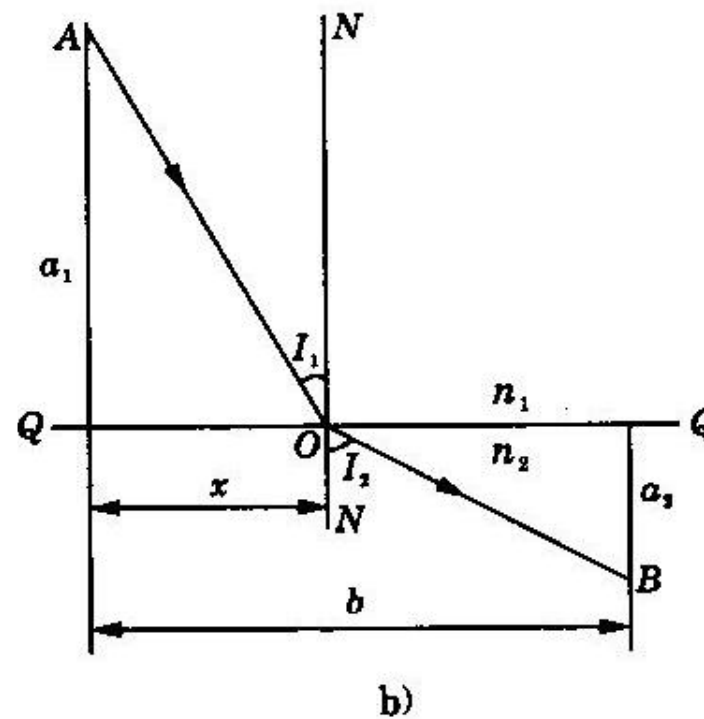
$$= \frac{n_1 x}{\sqrt{a_1^2 + x^2}} - \frac{n_2 (b-x)}{\sqrt{a_2^2 + (b-x)^2}}$$

$$= n_1 \sin I_1 - n_2 \sin I_2$$

$$= n_1 \sin I - n_2 \sin I'$$

$$= 0$$

$$n_1 \sin I_1 = n_2 \sin I_2$$





四、马吕斯定律 Theorem of Malus

光束在各向同性的均匀媒质中传播时，始终保持着与波面正交性，并且入射波面与出射波面对应点之间的光程为定值。

正交性表明：垂直于波面的入射光线束经过任意多次折、反射后，无论折、反射面型如何，出射光线仍垂直于出射波面。



第一节 几何光学的基本定律和原理

Section 1 Basic Principles of Geometrical Optics

- 折射（反射）定律
- 费马定理
- 马吕斯定律

三者之一均可以作为几何光学的基本定律；

三者之间可以相互推导。



目 录 Contents

- 几何光学的基本定律和原理
- 成像的基本概念和完善成像条件
- 光路计算和近轴光学系统
- 球面光学成像系统

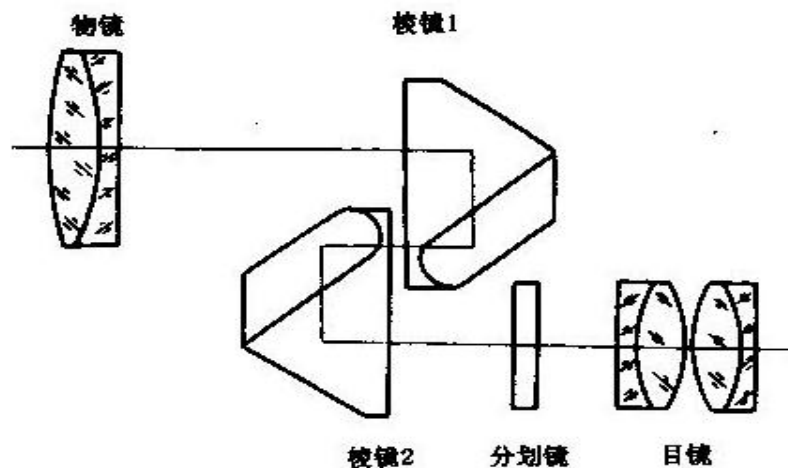


第二节 成像的基本概念和完善成像条件

Section 2 Basic Concept of Imaging

■ 光学系统

- 基本：由一系列光学零件所组成的系统。
- 作用：把物体成像供人眼观察或光电器件接收。
- 组成：折射元件：透镜、平行平板、折射棱镜等
反射元件：平面反射镜、反射棱镜。



光轴：光学零件各表面曲率中心的连线。

望远镜：两个透镜组（物镜和目镜）和两个棱镜



一、光学系统 Optical Systems

■ 分类 Classification

按照光轴来分

- 共轴系统 (Symmetrical system) : 有一条轴线
- 非共轴系统 (Non-symmetrical system)

按照界面形状

- 球面光学系统 (Spherical system)
- 非球面光学系统 (Aspheric system)

■ 共轴球面系统 (Symmetrical spherical system) :

光学系统的每一个零件表面的曲率中心均在一条直线上的光学系统。

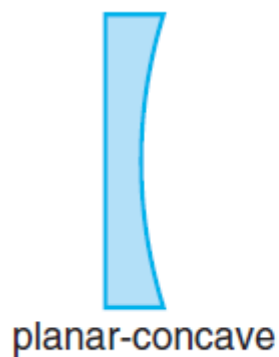
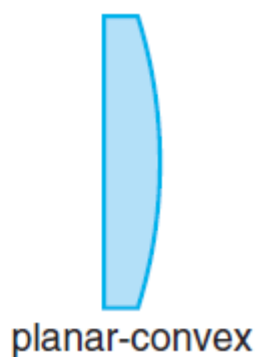
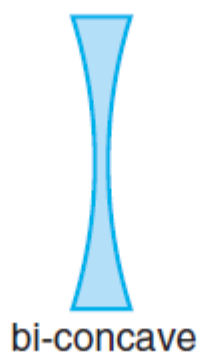
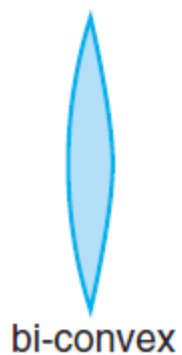
■ 研究重点---共轴球面系统和平面镜、棱镜系统。



一、光学系统 Optical Systems

透镜分类 (Classification of lens)

- 会聚透镜或正透镜 (焦距 >0)，特点是边薄心厚；
- 发散透镜或负透镜，特点是心薄边厚。



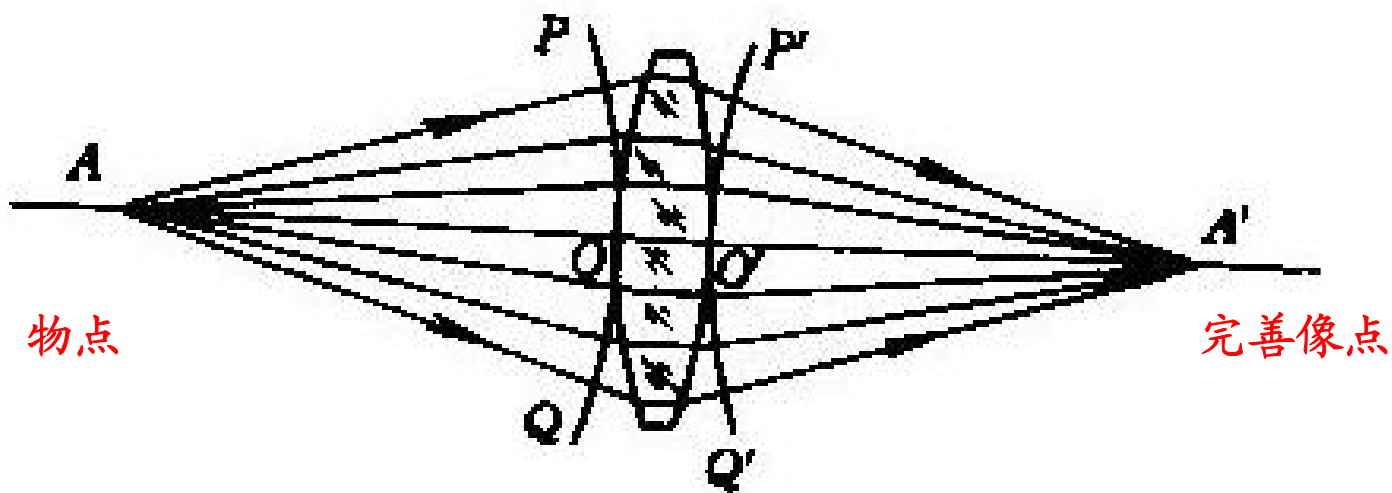








二、完善成像条件 Ideal Imaging



正透镜的成像

完善像点的集合就是该物体经过光学系统后的完善像。

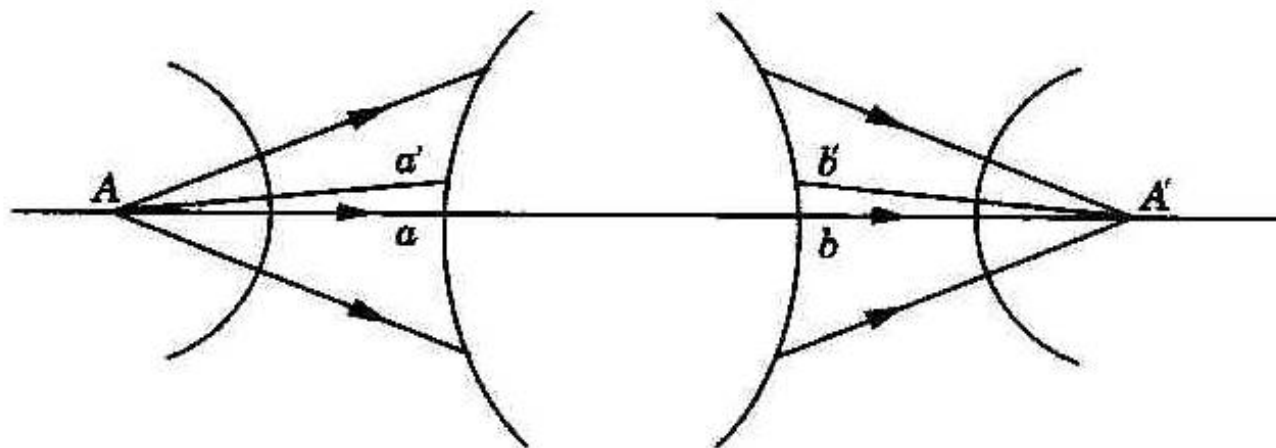


二、完善成像条件 Ideal Imaging

表述一：入射波面为球面波时，出射波面也是球面波。

表述二：入射光是同心光束时，出射光也是同心光束。

表述三：物点及其像点之间任意两条光路的光程相等。



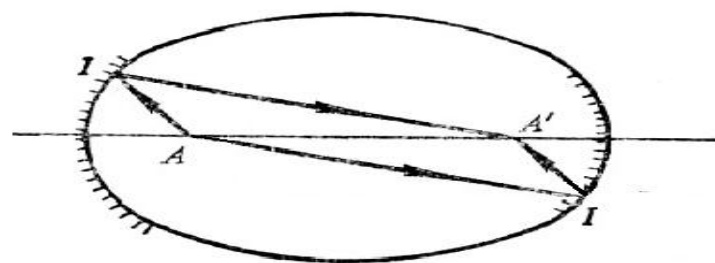


二、完善成像条件 Ideal Imaging

等光程面的例子：

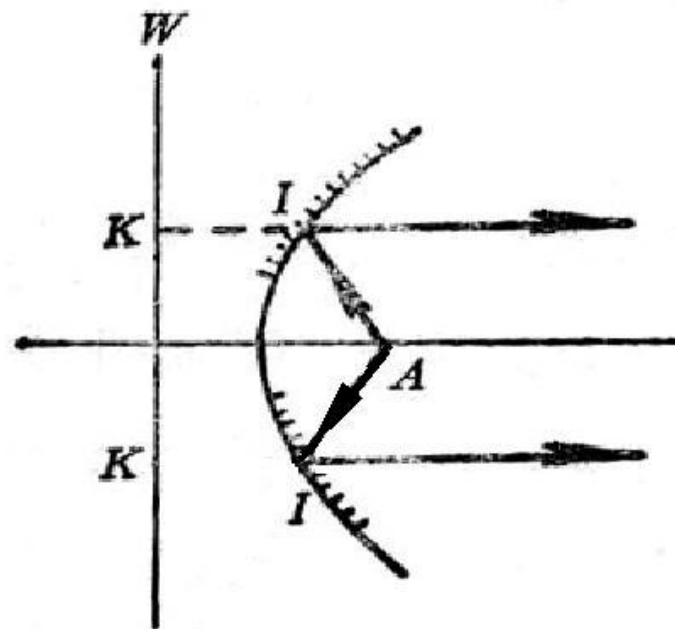
(1) 椭球面

椭球面对 A 、 A' 这一对特殊点来说是等光程面，故是完善成像。



(2) 抛物面反射镜等光程面是以为 A 焦点的抛物面。

无穷远物点相应于平行光，全交于（或完善成像于）抛物面焦点。



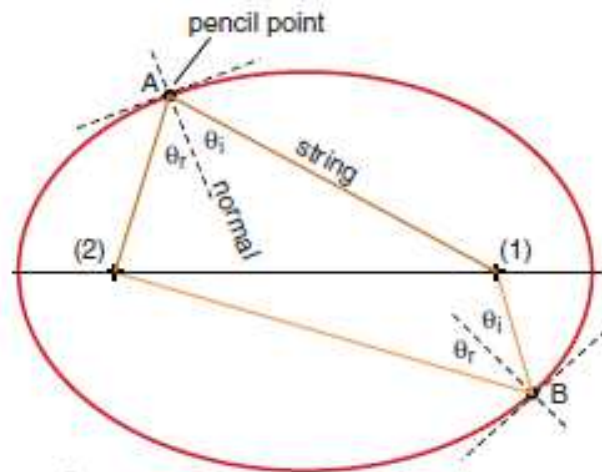


Figure 2
Drawing an ellipse using a string and two thumbtacks.



Figure 2a
A superposition of the top half of Figure 2 on Figure 1.

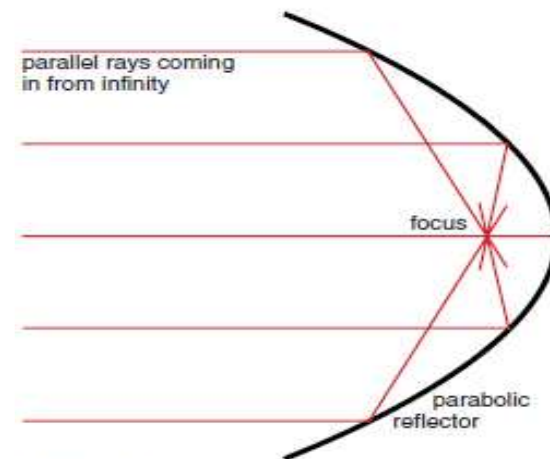


Figure 4a
Parallel rays, coming down the axis of the parabola, focus to a point.

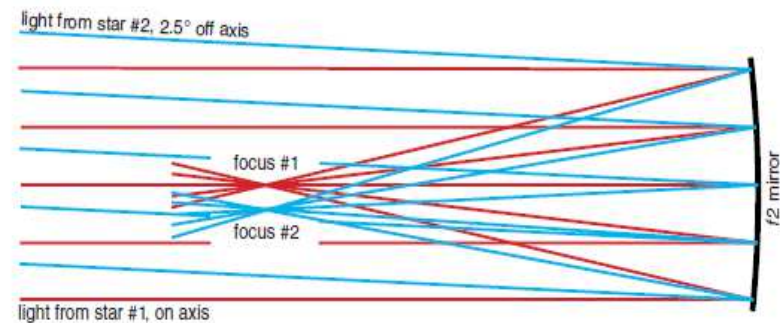
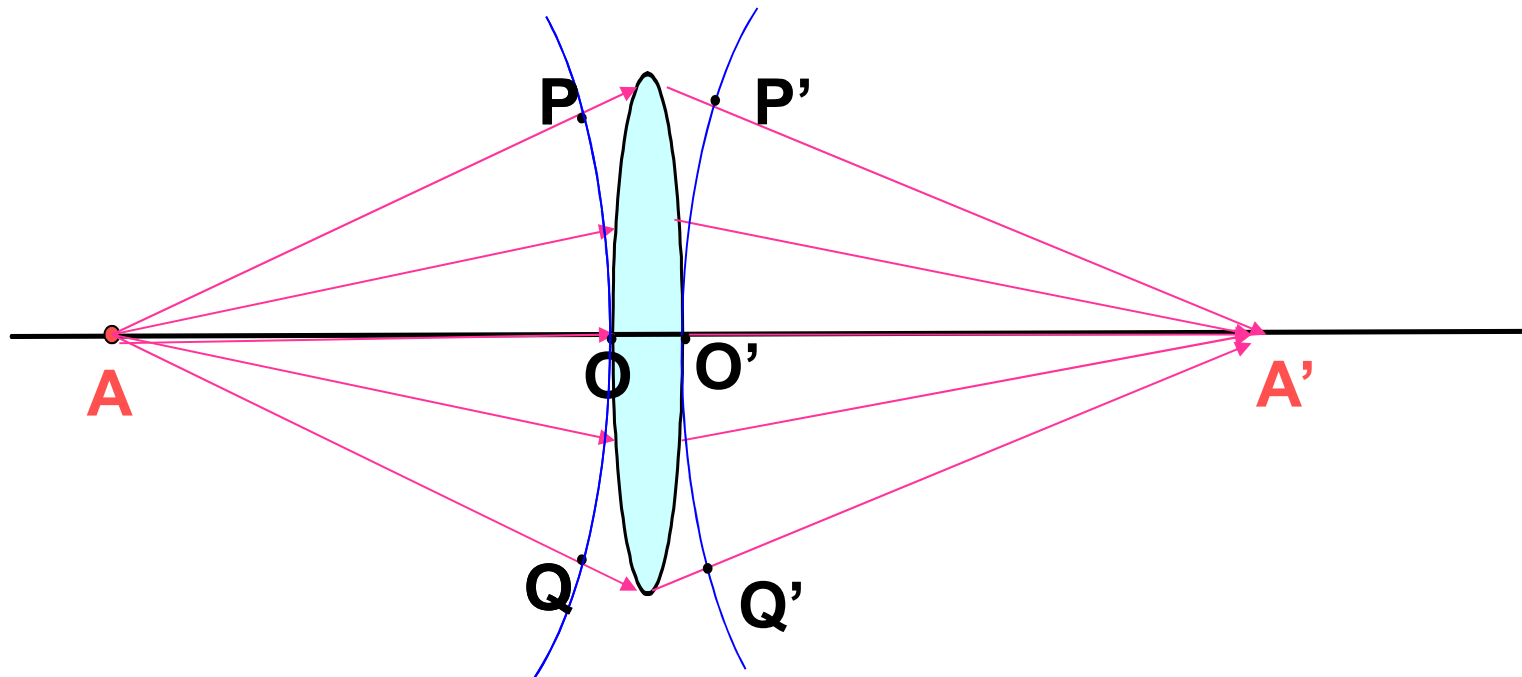


Figure 4d
We can think of this drawing as representing light coming in from a red star at the center of the field of view, and a blue star 2.5° (5 full moon diameters) away. Separate images are formed, which could be recorded on a photographic film. With this shallow dish, the off axis image is sharp (but not quite a point).



三、物、像的虚实 (Real/Virtual Object/Image)

- 实际光线相交所形成的点为实物点或实像点

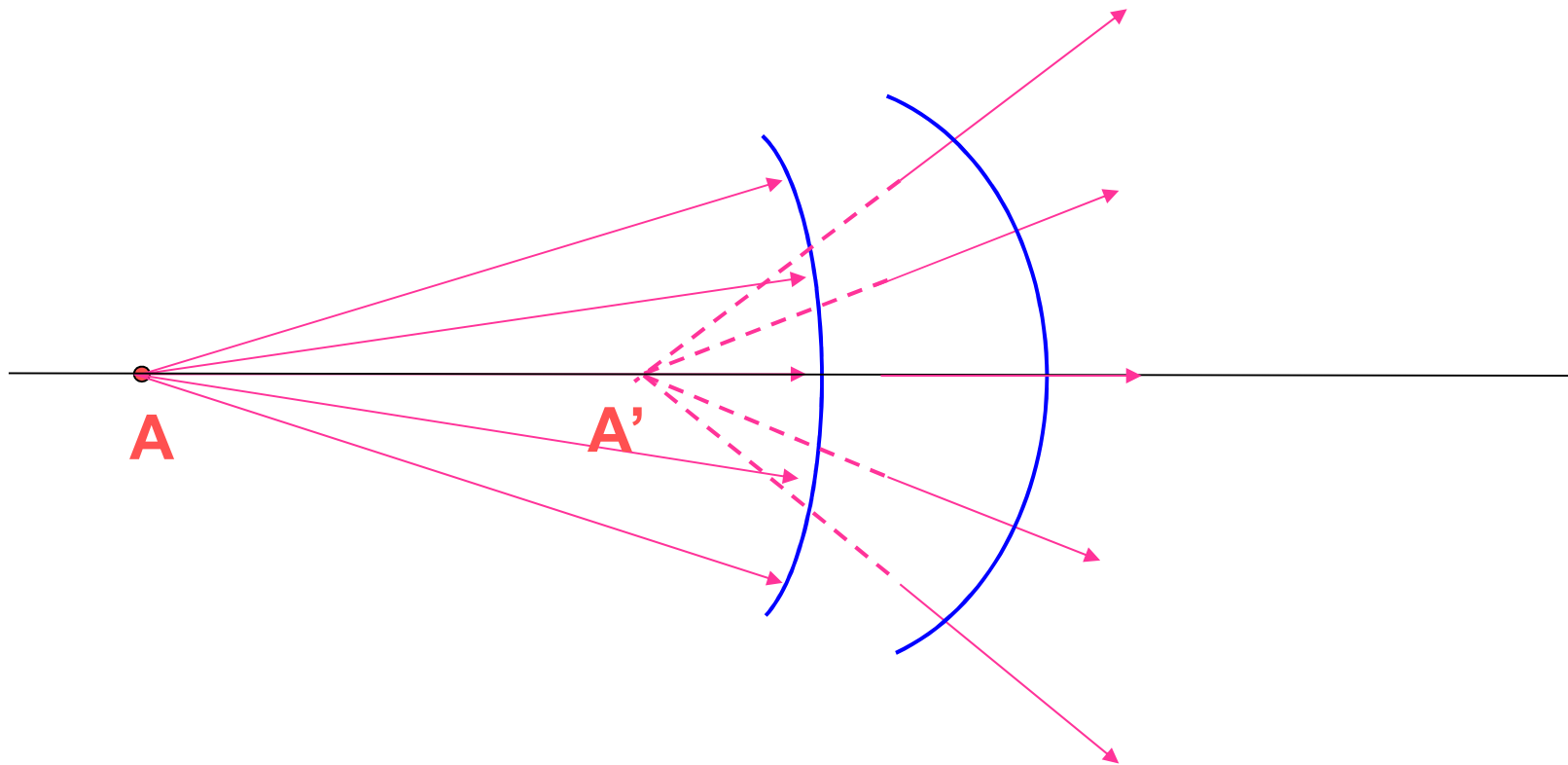


Forms a real image



三、物、像的虚实

- 光线的延长线相交所形成的点为虚物点或虚像点



Forms a virtual image



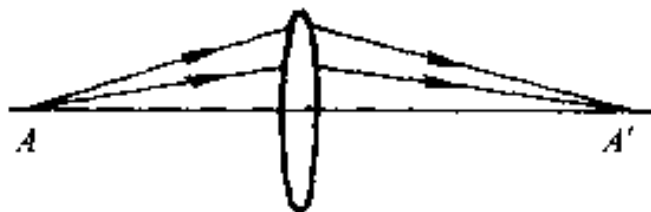
三、物、像的虚实

a) 实物成实像

b) 实物成虚像

c) 虚物成实像

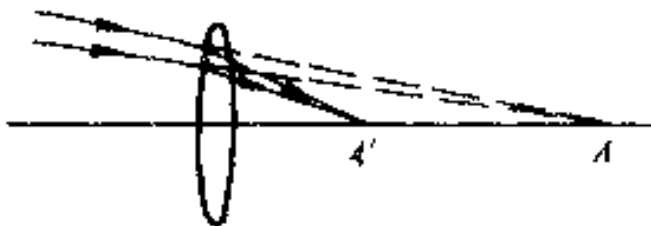
d) 虚物成虚像



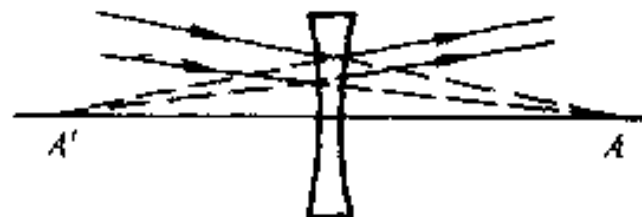
a)



b)



c)



d)



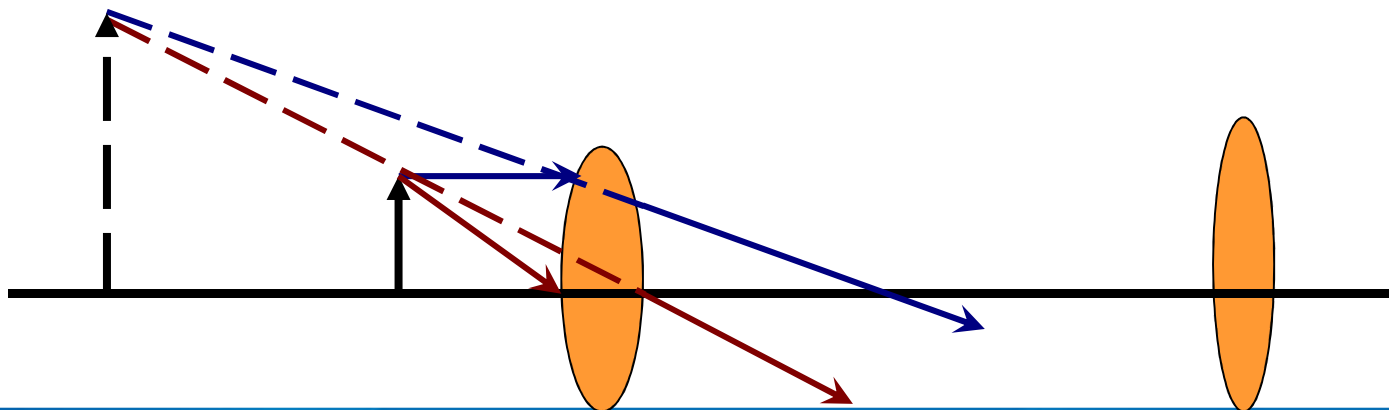
几点小结

(1) 物像虚实：

- 实物、虚物
- 实像、虚像。实像能用屏幕或胶片记录，而虚像只能为人眼所观察，不能被记录。

问题：客观世界存在虚物吗？

在客观世界不存在，但如有两个系统，相对而言存在虚物。





几点小结

(2) 物像共轭:

物体位置固定后，可以在一个相应位置上成清晰像。

(3) 物空间：物体所在的空间

像空间：像所在的空间

二者之间并无明确界限



目 录 Contents

- 几何光学的基本定律和原理
- 成像的基本概念和完善成像条件
- 光路计算和近轴光学系统
- 球面光学成像系统



第三节 光路计算和近轴光学系统

共轴球面光学系统

- 由折、反射球面或平面组成的；
- 平面 - 球面半径 r 无穷大的特例；
- 反射 - 折射在 $n' = -n$ 时的特例。

折射球面系统具有普遍意义。



Figure 25
Nikon zoom lens.



第三节 光路计算和近轴光学系统

一、光线经单个球面的折射

例：已知物高 $AB=10\text{mm}$ ，距球面 240mm ，球面半径 $r=36.48\text{mm}$ ， $n'=1.5163$ ，求像 $A'B'$ 的位置。

- 问题实质：由入射光线和系统结构参数 r , n , n' , 计算出射光线的方向和位置。
 - 解法： 四大定律和几何学知识。
 - 理解要点：球面是轴对称的，只研究在包含物点和光轴的截面内少数几条光线的光路，就可了解整个光束的传播情况。
- 子午面（含轴面）：包含物点（物体）和光轴的截面。



□ 解题方法:

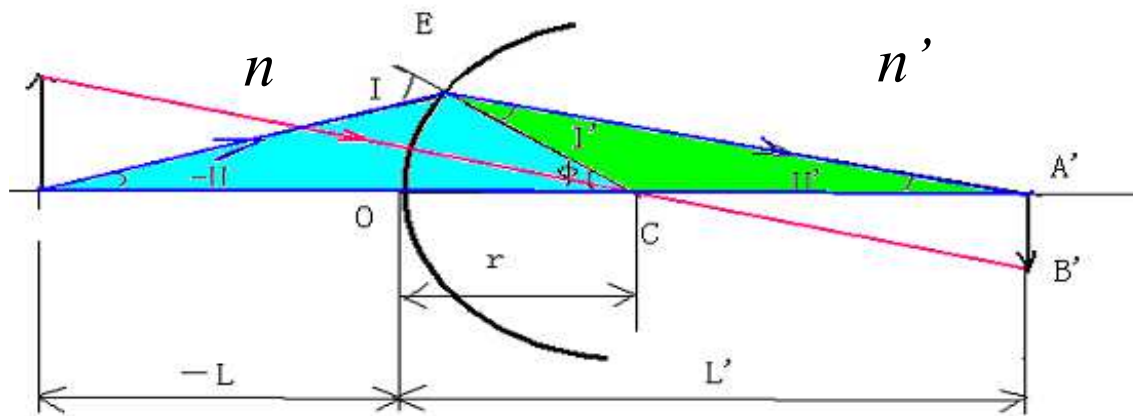
1) 对轴上点A: 求A发出的任两条光线折射后的交叉点, 既可确定像点A'的位置。

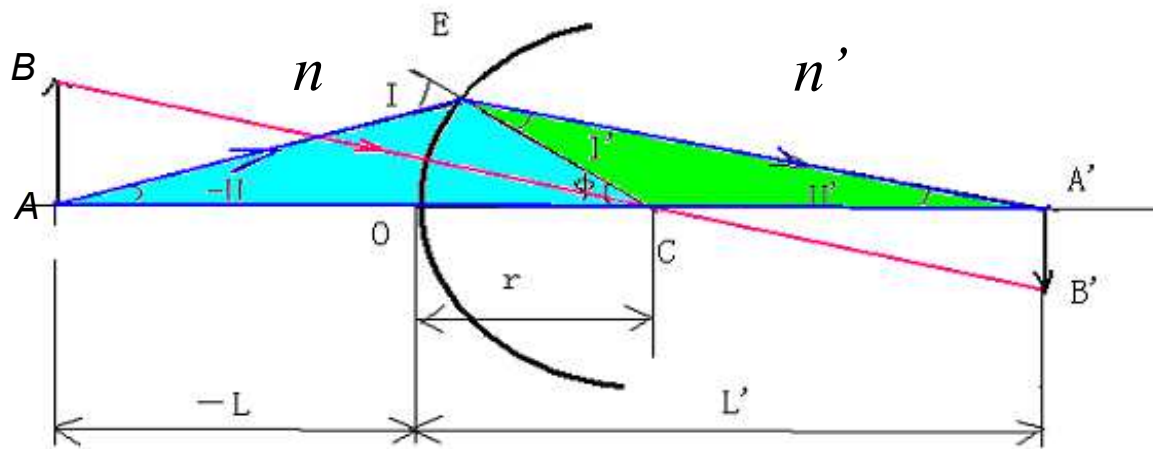
光线AO, $I=0$, 沿光轴出射;

光线AE, 任意一条光线, $I \neq 0$, 交光轴于A'

2) 对轴外点B: 光线BC, $I=0$, 沿原方向出射;

A'B'同AB一样垂直于光轴。





光线经单个折射球面的折射

□ 光线位置表示：物像共轭，——对应

光线：AO—— L

OA'—— L'

AE—— L, U

EA'—— L', U'

物高： y

像高 y' 像，加撇

物空间： n

像空间 n'

还有一些辅助量： I, I', ϕ, h_o 。



□符号规则：

光路方向：

光线传播方向由左向右为正向光路，反之反向光路

线段：

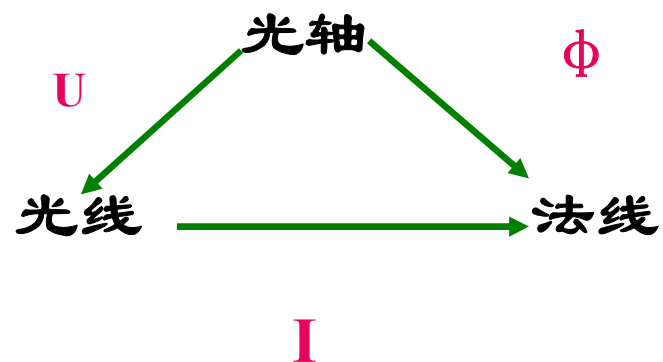
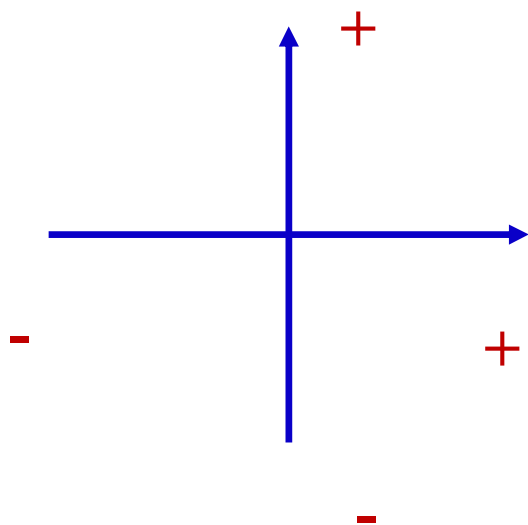
- 沿轴线段：由规定起点到终点的方向和光线传播方向一致时为正。
- 垂轴线段：以光轴为界，上正下负。

角度：以锐角衡量。由规定的起始边顺时针转成者为正。

- 物方、像方倾斜角 U 和 U' —— 光轴转向光线；
- 入射角 I 和折射角 I' —— 光线转向法线；
- 球心角（入射点法线和光轴的交角）—— 光轴转向法线。



□ 记忆法

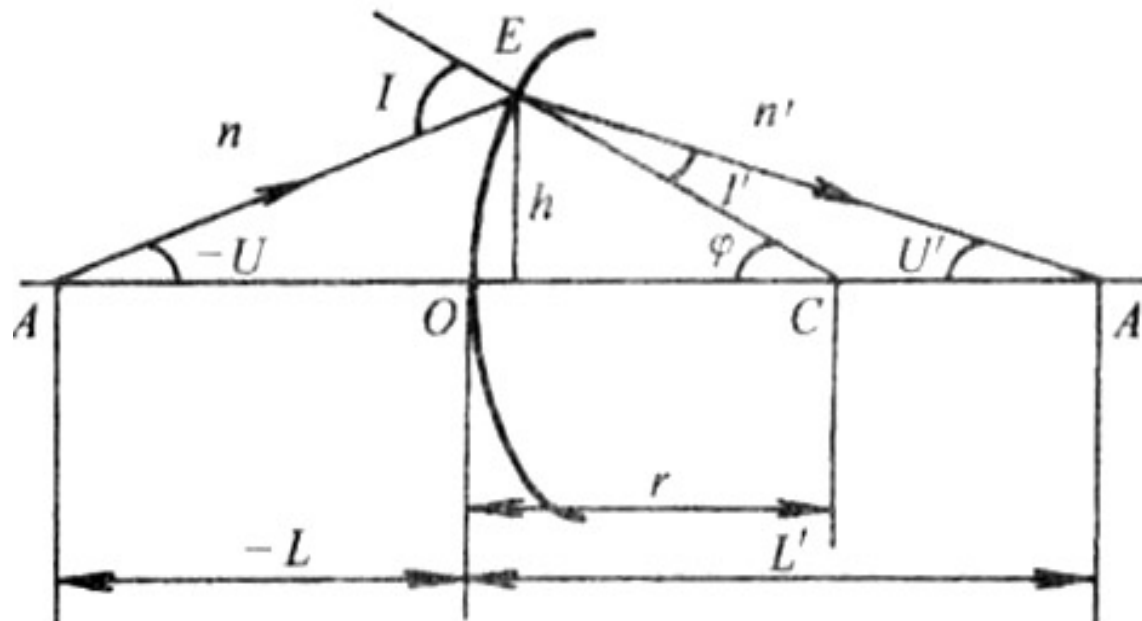




一、基本概念与符号规则

问题：

如何理解 -200mm ？在客观世界存在吗？

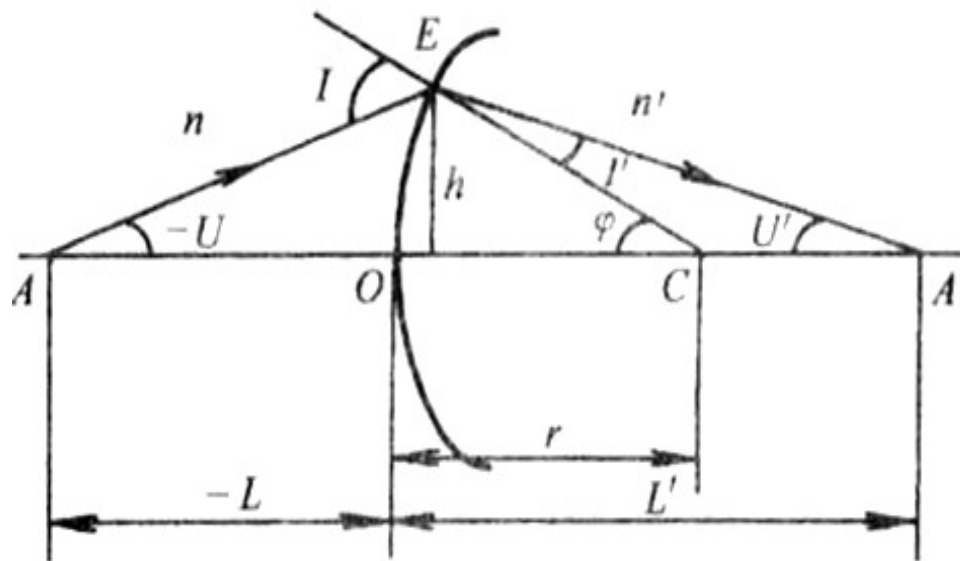




二、实际光线的光路计算

已知：折射球面曲率半径 r ，介质折射率 n 和 n' ，及物方坐标 L 和 U 。

求：像方 L' 和 U' 。





二、实际光线的光路计算（大L计算公式）

已知：折射球面曲率半径 r ，介质折射率 n 和 n' ，及物方坐标 L 和 U 。

求：像方 L' 和 U' 。

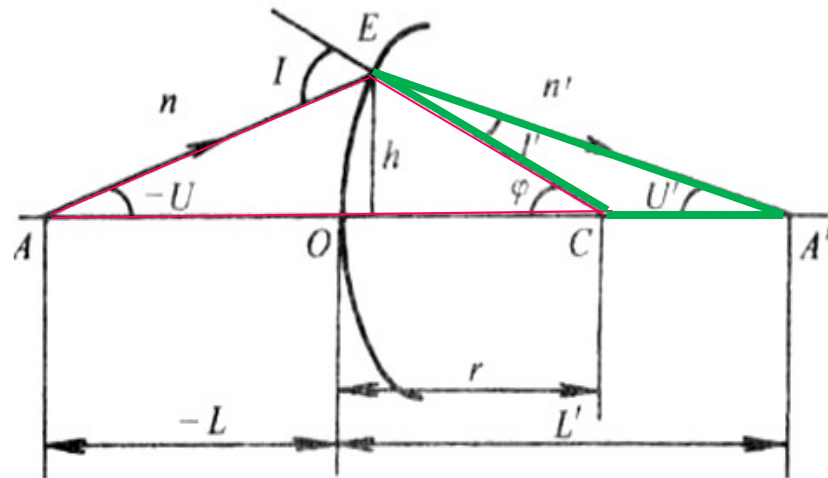
方法：（正弦定理）几何关系和折射定律。

$$\frac{\sin(180^\circ - I)}{r - L} = \frac{\sin(-U)}{r}; \sin I = \frac{L - r}{L} \sin U$$

$$n \sin I = n' \sin I', \sin I' = \frac{n}{n'} \sin I$$

$$U' = I + U - I'$$

$$\frac{\sin I'}{L' - r} = \frac{\sin U'}{r}; L' = r + r \frac{\sin I'}{\sin U'}$$

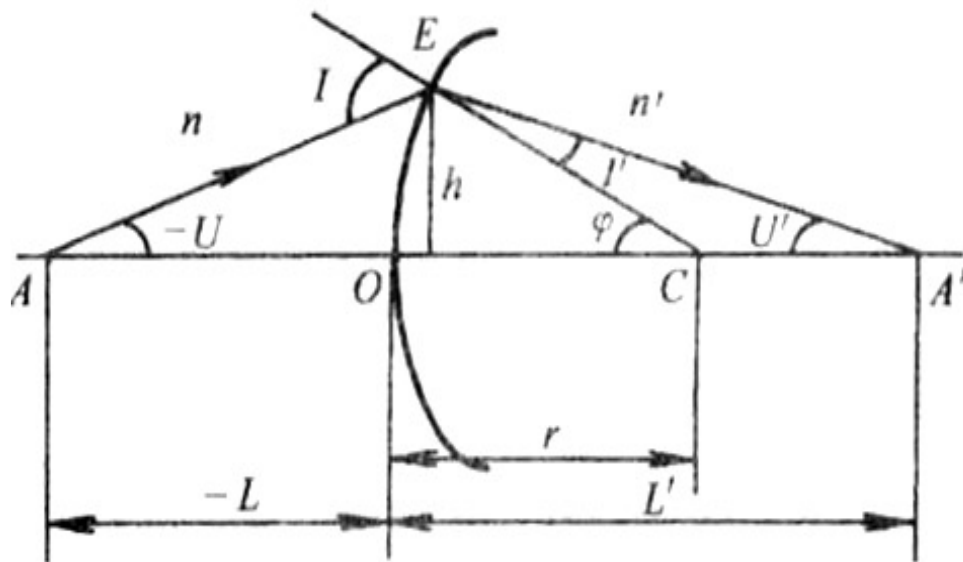




二、实际光线的光路计算

已知：折射球面曲率半径 r ，介质折射率 n 和 n' ，及物方坐标 L 和 U 。

求：像方 L' 和 U' 。



$$\sin I = \frac{L - r}{r} \sin U$$

$$\sin I' = \frac{n}{n'} \sin I$$

$$U' = I + U - I'$$

$$L' = r + \frac{r \sin I'}{\sin U'}$$



二、实际光线的光路计算（大L计算公式）

□ 讨论

$$L' = f(I, I', U', U)$$

而 U', I, I' 是隐性函数，是 U 的函数，所以，当 L 一定时， $L' = f(U)$

例：已知一折射球面其 $r = 36.48\text{mm}$, $n' = 1.5163$. 轴上点A的截距 $L = -240\text{mm}$, 由它发出一同心光束，今取 $U = -1^\circ$ 、 -2° 、 -3° 的三条光线，分别求它们经折射球面后的光路，即 L', U' 。

方法：用公式1~4求解。

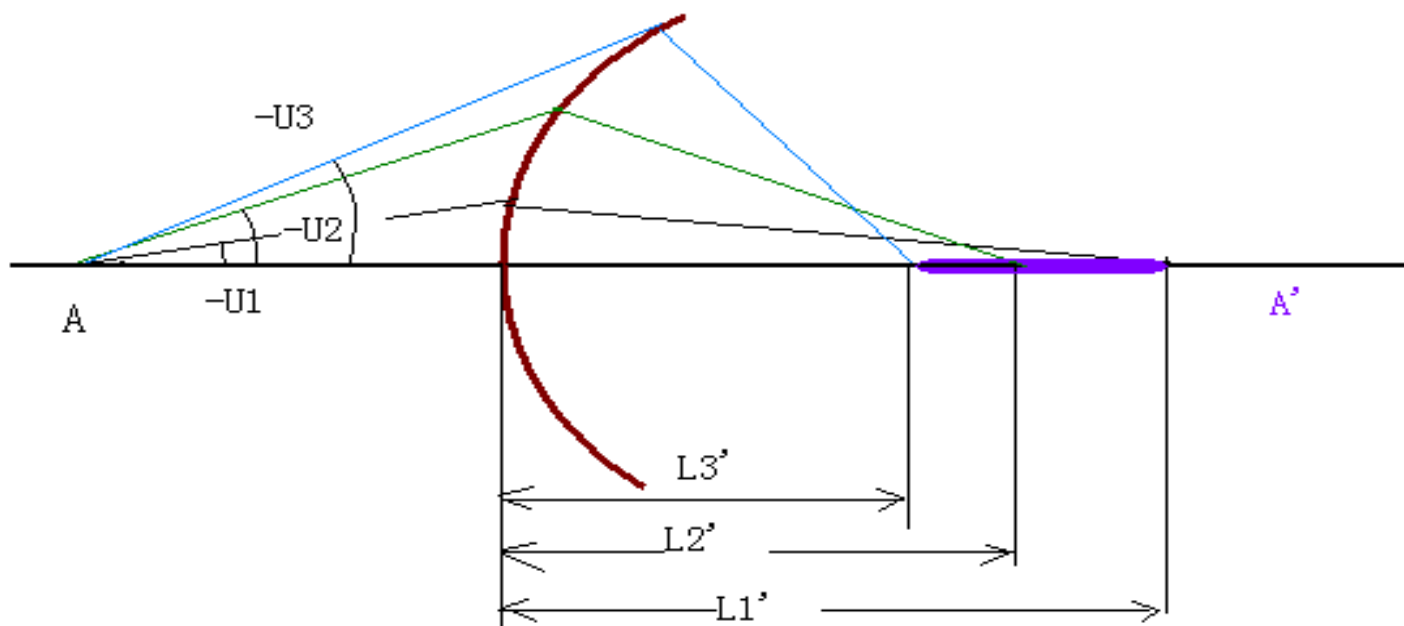
答案： $U = -1^\circ$, $U' = 1.596415^\circ$, $L' = 150.7065\text{mm}$

$U = -2^\circ$, $U' = 3.291334^\circ$, $L' = 147.3177\text{mm}$

$U = -3^\circ$, $U' = 5.204484^\circ$, $L' = 141.6813\text{mm}$



二、实际光线的光路计算（大L计算公式）



轴上点成像的不完善性



二、实际光线的光路计算（大L计算公式）

□ 结论：

1. 光轴上一点发出的光线, 经球面折射后并不交于一点。即同心光束经单个折射球面后不是同心光束.
2. 轴上点以宽光束经球面成像, 像是不完善的, 这种成像缺陷叫像差。

□ ?



二、实际光线的光路计算（大L计算公式）

- 延伸思考：

光学研究的任务之一：如何减小像差，使像接近完善像，以满足使用要求，保证光学系统的工作性能。

两种途径：

- 近轴光成像：光轴附近的细光束成像；
- 宽光束成像：利用多个透镜或透镜组，甚至非球面透镜以减小像差。



Perhaps the most famous aberration in history is the spherical aberration in the primary mirror of the orbiting Hubble telescope. The aberration was caused by an undetected error in the complex apparatus used to test the surface of the mirror while the mirror was being ground and polished. The ironic part of the story is that the aberration could have easily been detected using the same simple apparatus all amateur telescope makers use to test their mirrors (the so called Foucault test), but such a simple minded test was not deemed necessary.

What saved the Hubble telescope is that the engineers found the problem with the testing apparatus, and could therefore precisely determine the error in the shape of the lens. A small mirror, only a few centimeters in diameter, was designed to correct for the aberration in the Hubble image. When this correcting mirror was inserted near the focus of the main mirror, the aberration was eliminated and we started getting the many fantastic pictures from that telescope.

Another case of historical importance is the fact that Issac Newton invented the reflecting telescope to avoid the chromatic aberration present in all lenses at that time. With a parabolic reflecting mirror, all parallel rays entering the mirror focus at a point. The location of the focal point does not depend on the wavelength of the light (as long as the mirror surface is reflecting at that wavelength). You also do not get spherical aberration either because a parabolic surface is the correct shape for focusing, no matter how big the diameter of the mirror is compared to the radius of curvature of the surface.

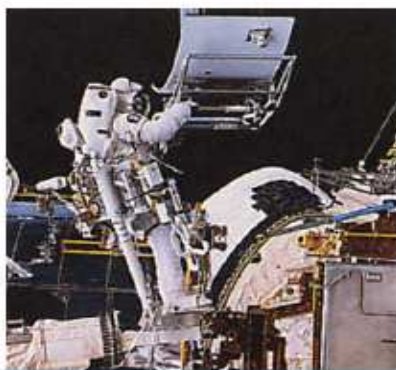


Figure 28

Correction of the Hubble telescope mirror. Top: before the correction. Bottom: same galaxy after correction. Left: astronauts installing correction mirror.



三、近轴区物点经单个折射球面成像

□ 举例： 近视眼

当没有眼镜时，人们习惯眯着眼睛，这样才能看清楚：利用了人眼光学系统中靠近光轴的一部分光线，这部分光与光轴的交点相互之间间隔不远，在像面的弥散斑较小，所以成像也比较清晰。

□ 延伸：普通光学系统也是这样限制参与成像光束的范围



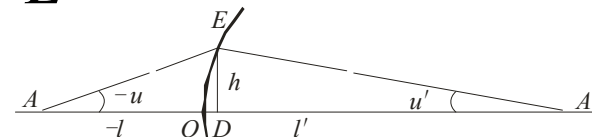
小L计算公式:

□ 前提: 孔径角 U 很小, 所以 U' , I , I' 都很小。

$$\begin{aligned} u &\sim \sin U & u' &\sim \sin U' \\ i &\sim \sin I & i' &\sim \sin I' \end{aligned}$$

$$l \sim L$$

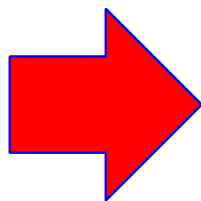
$$l' \sim L'$$



2-4

□ 结果:

$$\begin{aligned} \sin I &= \frac{L-r}{r} \sin U \\ \sin I' &= \frac{n}{n'} \sin I \\ L' &= r + \frac{r \sin I'}{\sin U'} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} i &= \frac{l-r}{r} u \\ i' &= \frac{n}{n'} i \\ u' &= u + i - i' \\ l' &= r + \frac{r i'}{u'} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n' \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{l'} \right) &= n \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{l} \right) = Q \\ \frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} &= \frac{n' - n}{r} \\ n' u' - n u &= \frac{h}{r} (n' - n) \end{aligned}$$

近轴区 $lu = l'u' = h$



小L计算公式:

$$n'(\frac{1}{r} - \frac{1}{l'}) = n(\frac{1}{r} - \frac{1}{l}) = Q$$

$$\frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = \frac{n' - n}{r}$$

$$n'u' - nu = \frac{h}{r}(n' - n)$$

阿贝不变式

“距度”（距离倒数）变化式
（物像位置关系）

孔径变化式



□ 讨论：

近轴区成像， l 与 u 无关

□ 概念：

➤ 高斯像（近轴区以细光束成的像）和高斯平面（通过高斯像点且垂直于光轴的平面）。

➤ 近轴含义：

1) 物点发出的近轴光线： $u \rightarrow 0, h \rightarrow 0$;

2) 垂直于光轴的小线段： $y \rightarrow 0, u \rightarrow 0$

近轴范围取决于成像误差要求。

➤ 近轴局限性：光能太少，范围由所要求的相对误差所决定。

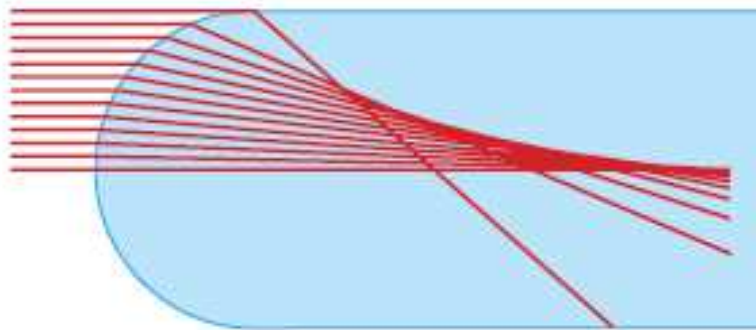


Figure 26a
Focusing properties of a spherical surface. (Not good!)

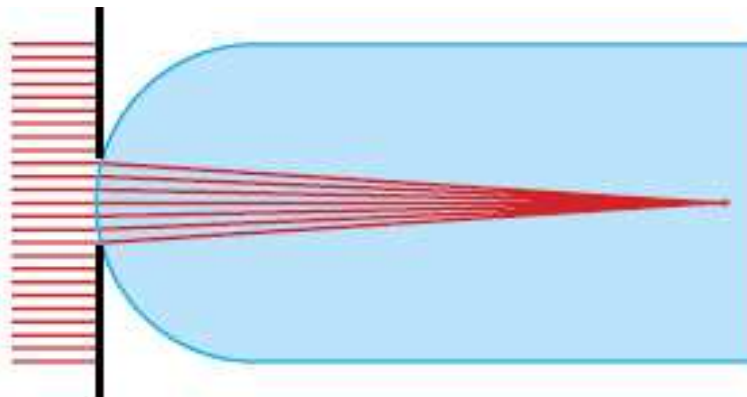


Figure 26b
We get a much better focus if we use only a small part of the spherical surface.

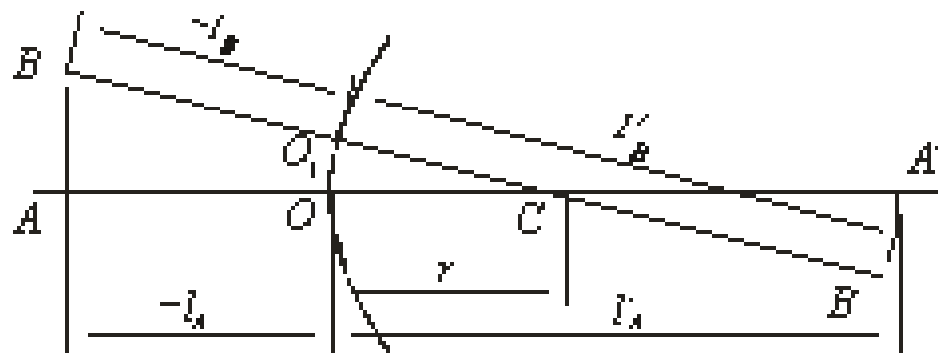


请提前预习“1.4 球面成像系统”，下节课提问。



作业：自由选做，平时加分

1. 已知一折射球面其 $r = 36.48\text{mm}$, $n' = 1.5163$ 。轴上物点A的截距 $L = -240\text{mm}$ ，由它发出一同心光束，今取 $U = -0.1^\circ$ 、 -0.3° 、 -0.5° 、 -0.8° 、 -1° 、 -3° 、 -5° 的七条光线，分别求它们经折射球面后的光路，即 L' ， U' ；并作图画出 $U = -0.5^\circ$ 、 -1° 、 -3° 、 -5° 时像点A'的位置。
1. 已知物高 $AB = 10\text{mm}$ ，物点B是距离光轴10mm处的垂轴物面上的轴外物点，。由它发出一同心光束，今取 $U = -0.1^\circ$ 、 -0.3° 、 -0.5° 、 -0.8° 、 -1° 、 -3° 、 -5° 、的七条光线，分别求它们经折射球面后的光路，即 L' ， U' ；并作图 画出 $U = -0.5^\circ$ 、 -1° 、 -3° 、 -5° 时像点B'的位置。





作业提交格式

1. 纸版的作业，写在作业本上，上课时提交给老师：

- 1) 习题内容；
- 2) 解题步骤；
- 3) 解题结果。

2. Word电子版的作业（命名规则“班号_学号_姓名_提交日期_章节.第几次”，例如14_17141008_王爱光_20160308_2.1 表示14班的学号17141008王爱光同学在2016年3月8日提交的第二章第一次作业）。把在周二8:00以前提交给课代表，由课代表在周二中午14:00以前发给助教马弘昊老师Mahonghao@buaa.edu.cn：

- 1) 习题内容；
- 2) 编程解题步骤；
- 3) 解题结果展示。

这部分内容，大家可以自由发挥，通过图最大效果地展示仿真效果，重点考核大家提出问题、解决问题和分析问题的能力。比如，设置更多的入射光线，求解对应的输出情况；以 $U = -1^\circ$ 为特征点，画出横轴为不同的入射孔径角 U 条件下，像点偏离特征像点的误差等；也可以自由发挥，设置题目，给出数据计算和分析结果，得出的结论。