



上节课内容

扭转：载荷特征，变形特征

扭矩：扭矩图

动力传递与扭矩：已知传动构件的转速与所传递的功率，计算轴所承受的扭矩。

切应力互等定理：在微体的互垂截面上，垂直于截面交线的切应力数值相等，方向均指向或离开交线。

剪切胡克定律：当 τ 小于比例极限时， $\tau = G\gamma$

※圆轴扭转截面上的应力

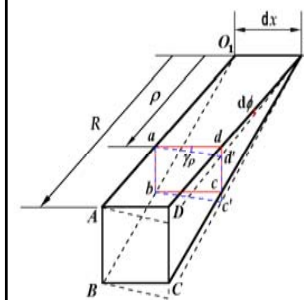
扭转平面假设：各横截面如同刚性圆片，仅绕轴线作相对旋转。

1



圆轴扭转横截面应力小结

① **研究方法：**从实验、假设入手，综合考虑几何、物理与静力学三方面



几何方面： $\gamma_\rho = \rho \frac{d\varphi}{dx}$

物理方面： $\tau_\rho = G\gamma_\rho$

静力学方面： $\int_A \rho \tau_\rho dA = T$

扭转变形基本公式： $\frac{d\varphi}{dx} = \frac{T}{GI_p}$



圆轴扭转横截面应力小结

① **研究方法：**从实验、假设入手，综合考虑几何、物理与静力学三方面

② 扭转变形基本公式： $\frac{d\varphi}{dx} = \frac{T}{GI_p}$

③ 扭转切应力公式： $\tau_\rho = \frac{T\rho}{I_p}$

④ 最大扭转切应力： $\tau_{\max} = \frac{T}{W_p}$

⑤ 公式的适用范围：圆截面轴（包括空心圆轴）； $\tau_{\max} \leq \tau_p$

3



圆轴扭转强度条件

强度条件： $\tau_{\max} = \left(\frac{T}{W_p} \right)_{\max} \leq [\tau]$ 许用切应力： $[\tau] = \frac{\tau_s}{n}$

圆轴合理截面与减缓应力集中

1. 用料一定的情况下，使承载最大化
2. 承载一定的情况下使用料最省
3. 在承载和用料都一定的情况下，使结构有最大安全系数

4

工程力学 一第十章 弯曲内力

圆轴扭转变形

相距 l 的两横截面的扭转角 $\varphi = \int_l d\varphi = \int_l \frac{T}{GI_p} dx$

长 l 常扭矩等截面圆轴 $\varphi = \frac{Tl}{GI_p}$

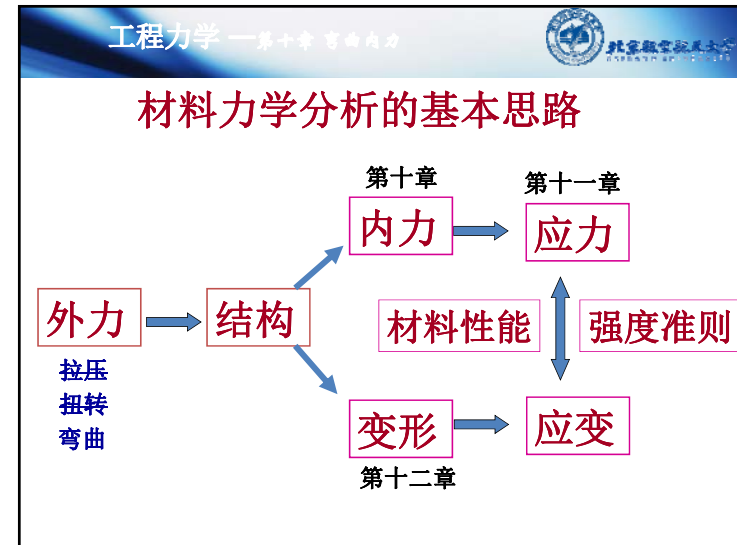
圆轴扭转刚度变形

$\theta = \frac{d\varphi}{dx} = \frac{T}{GI_p}$

$\frac{d\varphi}{dx}$: 扭转角沿轴线的变化率 单位 rad/m

刚度条件: $\left(\frac{T}{GI_p}\right)_{\max} \leq [\theta]$ 等截面圆轴: $\frac{T_{\max}}{GI_p} \leq [\theta]$

5



工程力学 一四版

第十章 弯曲内力

§ 10-1 引言

§ 10-2 梁的外力与计算简图

§ 10-3 剪力与弯矩

§ 10-4 剪力、弯矩方程与剪力、弯矩图

7

工程力学 一第十章 弯曲内力

§ 10-1 引言

• 弯曲实例

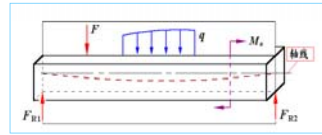
工程力学 一第十章 弯曲内力



10

工程力学 一第十章 弯曲内力

•弯曲与梁的定义、梁的力学特征



外力特征：外力或外力偶的矢量垂直于杆轴

变形特征：杆轴由直线变为曲线

弯曲与梁：以轴线变弯为主要特征的变形形式称为弯曲
以弯曲为主要变形的杆件称为梁。

10

工程力学 一第十章 弯曲内力



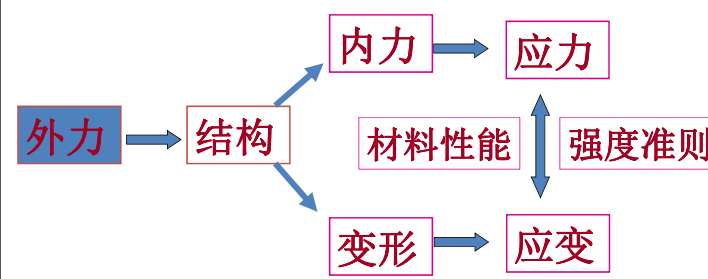
Q1: 什么样的截面最好? 圆的? 方的? 异形的?

Q2: 屋顶大梁上的孔为什么开在中间? 上、下两边各开一个半圆孔可以吗?

11

工程力学 一第十章 弯曲内力

材料力学分析的基本思路



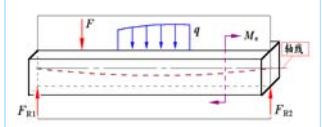
11

工程力学 一第十章 弯曲内力

§ 10-2 梁的外力与计算简图


上图：梁及其外力：

集中载荷：
集中力偶：
分布载荷：



为了方便地表示梁的受力情况并进行受力分析，通常以轴线代表梁，将各种载荷画在轴线上 — 计算简图

下图：计算简图

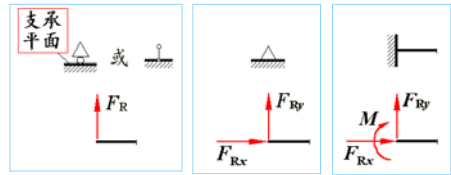


13

工程力学 一第十章 弯曲内力

梁的约束与梁的类型

• 主要约束形式与反力

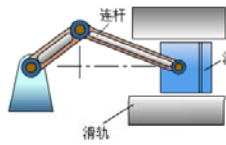
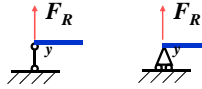


- 可动铰支座：垂直于支承平面的支反力 F_R
- 固定铰支座：支反力 F_{Rx} 与 F_{Ry}
- 固定端：支反力 F_{Rx} , F_{Ry} 与矩为 M 的支反力偶


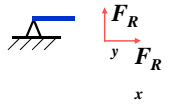
14

工程力学 一第十章 弯曲内力


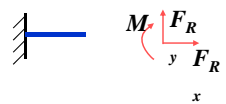
可动铰支座：

固定铰支座：

固定端：

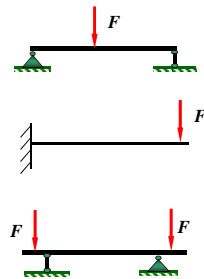



15

工程力学 一第十章 弯曲内力

• 常见静定梁

- 简支梁：一端固定铰支、另一端可动铰支的梁
- 悬臂梁：一端固定、另一端自由的梁
- 外伸梁：具有一个或两个外伸部分的简支梁



• 静不定梁

约束反力数超过有效平衡方程数的梁

16

工程力学 第十章 弯曲内力

吊车梁: 载重, 支柱

简支梁:

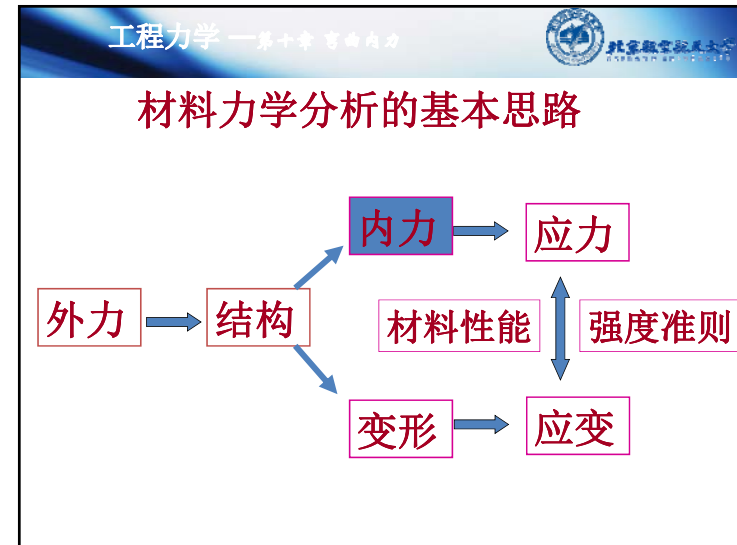
悬臂梁:

空气动力, 机身, 机翼

外伸梁:

火车轮轴, 载重

17



工程力学 第十章 弯曲内力

Q1—截面上存在哪些应力分量?

Q2—用什么办法获得这些应力分量? ——截面法

Q3—这些应力分量是否会发生变化? 如何描述?

Diagram showing a beam cross-section with internal forces F_1 , F_2 , F_{Sx} , F_{Sy} , F_N and moments M_x , M_y , M_z acting on it.

工程力学 第十章 弯曲内力

§ 10-3 剪力与弯矩

• 梁的内力

分析方法: 截面法

剪力—作用线沿所切横截面的内力分量

弯矩—矢量沿所切横截面的内力偶矩分量

由梁左段平衡求得在m-m截面:

$$F_S = F_{Ay} - F_1$$

$$M = F_{Ay}b - F_1(b-a)$$

20