# 第三章

4、解：

$T=T_4T_3T_2T_1$

(a) $$T=\begin{pmatrix}1 & 0\\ -\frac{2}{R_1} & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & L\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0\\ -\frac{2}{R_2} & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & L\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}A & B\\ C & D\end{pmatrix}$$

$$A=1-\frac{2L}{R_2} \qquad D=\frac{4L^2}{R_1R_2}-\frac{4L}{R_1}-\frac{2L}{R_2}+1 \qquad A+D=\frac{4L^2}{R_1R_2}-\frac{4L}{R_1}-\frac{4L}{R_2}+2$$

(b) $$T=\begin{pmatrix}1 & 0\\ -\frac{2}{R_2} & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & L\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0\\ -\frac{2}{R_1} & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & L\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}A & B\\ C & D\end{pmatrix}$$

$$A=1-\frac{2L}{R_1} \qquad D=\frac{4L^2}{R_1R_2}-\frac{4L}{R_2}-\frac{2L}{R_1}+1 \qquad A+D=\frac{4L^2}{R_1R_2}-\frac{4L}{R_1}-\frac{4L}{R_2}+2$$

所以，两种情况下的 (A+D)/2 相等。

5、解：

将谐振腔内长度为 L 的“空气-工作物质-空气”的结构等效为长度为 $L^1$ 的“均匀工作物质”的结构。

(注：书上稳定性条件式(3-60)是由图 3-15 的均匀物质腔推出来的)

则：

$$g_1=1-\frac{L^1}{R_1}=L^1+1 \quad , \quad g_2=1-\frac{L^1}{R_2}=1-\frac{L^1}{2}$$

所以，$g_1g_2=\left(L^1+1\right)\left(1-\frac{L^1}{2}\right)$

由稳定性条件：$0<g_1g_2<1$，可得：$1<L^1<2$

长度为 $L^1$ 的“均匀工作物质”的光线变换矩阵为：

$$\begin{bmatrix}1 & L^1\\ 0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & l_2\\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & n\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & l\\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & \frac{1}{n}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & l_1\\ 0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & l_1+\frac{l}{n}+l_2\\ 0 & 1\end{bmatrix}$$

所以，$L^1=l_1+\frac{l}{n}+l_2$ ，且：$L=l_1+l+l_2$，$l=0.5$

所以，$1<l_1+\frac{l}{n}+l_2=L-0.5+\frac{0.5}{1.52}<2$

解得：$1.171 < L < 2.171$

即，腔长在 1.171m~2.171m 范围内是稳定腔。

6、解：

$$g_1 = 1 - \frac{L}{R_1} = L + 1 \ ,\quad g_2 = 1 - \frac{L}{R_2} = 1 - \frac{2}{3}L$$

所以，$g_1 g_2 = \left(L+1\right)\left(1 - \frac{2L}{3}\right)$

由稳定性条件：$0<g_1 g_2 < 1$，可得：$0.5 < L < 1.5$

即，腔长在 0.5m~1.5m 范围内是稳定腔。

16、解：

(1)

$$g_1 = 1 - \frac{L}{R_1} = 0.4 \ ,\quad g_2 = 1 - \frac{L}{R_2} = 2$$

所以，$g_1 g_2 = 0.8$ 满足稳定性条件。

即，此腔为稳定腔。

(2)

$$z_1 = \frac{L(R_2 - L)}{(L - R_1) + (L - R_2)} = -0.45m$$

$$z_2 = \frac{-L(R_1 - L)}{(L - R_1) + (L - R_2)} = -0.15m$$

$$f = \sqrt{\frac{L(R_2 - L)(R_1 - L)(R_1 + R_2 - L)}{\left[(L - R_1) + (L - R_2)\right]^2}} = 0.15m$$

激光波长 $\lambda = 6.328*10^{-7} m$

$$w_0 = \sqrt{\frac{\lambda f}{\pi}} = 1.738*10^{-4} m$$

(3)

$$\theta_0 = 2\left[\frac{\lambda^2(2L - R_1 - R_2)^2}{\pi^2 L(R_1 - L)(R_2 - L)(R_1 + R_2 - L)}\right]^{\frac{1}{4}} = 2.318*10^{-3} rad$$

18.
解：

(1) $\omega_{s1}=\omega_{s2}=\sqrt{\frac{\lambda L}{\pi}}=\sqrt{\frac{10.6\times10^{-6}\times2}{\pi}}=2.598mm$

(2)

$$\omega_s=\sqrt{\frac{\lambda L}{\pi}}\left[\frac{R^2(R-L)}{L(R-L)(2R-L)}\right]^{\frac{1}{4}}$$
$$=\sqrt{\frac{\lambda L}{\pi}}[\frac{R^2}{L(2R-L)}]^{\frac{1}{4}}=2.598\times[\frac{R^2}{2\times(2R-2)}]^{\frac{1}{4}}=3*10^{-3}$$
$$\Rightarrow R\approx5.91m$$

$$f=\sqrt{\frac{L(R-L)(R-L)(2R-L)}{(2R-2L)^2}}=\sqrt{\frac{2\times(2\times5.911-2)}{4}}=2.216m$$

$$w_0=\sqrt{\frac{\lambda f}{\pi}}=\sqrt{\frac{10.6\times10^{-6}\times2.216}{\pi}}=2.734mm$$