

工程力学 总复习

答疑：时间：2017年1月6日，8:00-10:00

地点：教5-201



《公式说明》

梁弯曲变形的挠度转角公式会附上。

2

关于《工程力学》

如何设计结构尺寸？

用多少材料(经济性)

+

会不会破坏(安全性)

- 变形：构件尺寸与形状的变化

弹性变形：外力解除后可消失的变形

塑性变形：外力解除后不能消失的变形

- 破坏——显著的塑性变形和断裂。

- 失稳——原有平衡形式的丧失。

载荷作用下结构的响应

破坏

变形

失稳

强度

刚度

稳定性

3

课程内容

静力学

- 基本概念
- 汇交力系
- 力偶系
- 平面任意力系
- 空间任意力系
- 专题

材料力学

- 绪论
- 轴向拉压
- 扭转
- 弯曲
- 应力状态
- 强度分析
- 压杆稳定
- 疲劳强度

4

	材料力学	静力学
研究对象	变形体（弹性体）	刚体
研究任务	构件在外力作用下的变形、受力与破坏的规律，为合理设计构件提供 强度 、 刚度 与 稳定性 分析的基本理论与方法。	受力物体 平衡 时作用力所应满足的条件、物体受力的分析方法、以及力系简化的方法。

5

静力学

1). 静力学基本概念

- 力、刚体概念
- 静力学公理
- 约束与约束反力**
- 分离体和受力图**

2). 平面汇交力系

- 平面汇交力系合成的几何法、解析法
- 平面汇交力系的**平衡条件**和**平衡方程**
- 三力平衡定理

3). 平面一般力系

- 力对点的矩、力偶和力偶矩、力偶系的合成和平衡、力的平移、向一点简化、合力矩定理
- 平衡条件和平衡方程**

4). 空间一般力系

- 力在空间坐标的投影、力对轴的矩、重心。
- 空间一般力系的**平衡方程**

6

材料力学

❖ 基本概念

力学响应

- 变形：弹性变形、塑性变形
- 破坏：显著的塑性变形、断裂
- 失稳：构件突然发生不能保持原有平衡形式

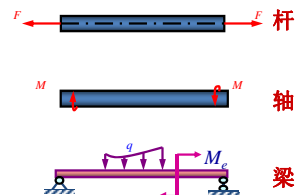
构件安全工作的基本要求：

具有足够的强度、刚度与稳定性

- 强度** — 构件(或构件材料)在外力作用下抵抗破坏的能力；
- 刚度** — 构件在外力作用下抵抗变形的能力；
- 稳定性** — 构件在外力作用下保持原有平衡形式的能力。

❖ 研究对象

- 杆件**：一个方向的尺寸远大于另外两个方向尺寸的构件



7

材料力学

❖ 基本假设

连续性假设：认为材料变形前后无空隙地充满于整个构件。

均匀性假设：构件内每一处的力学性能相同。且材料的力学性能与其体积大小无关

各向同性假设：构件某一处材料沿各个方向的力学性能相同。

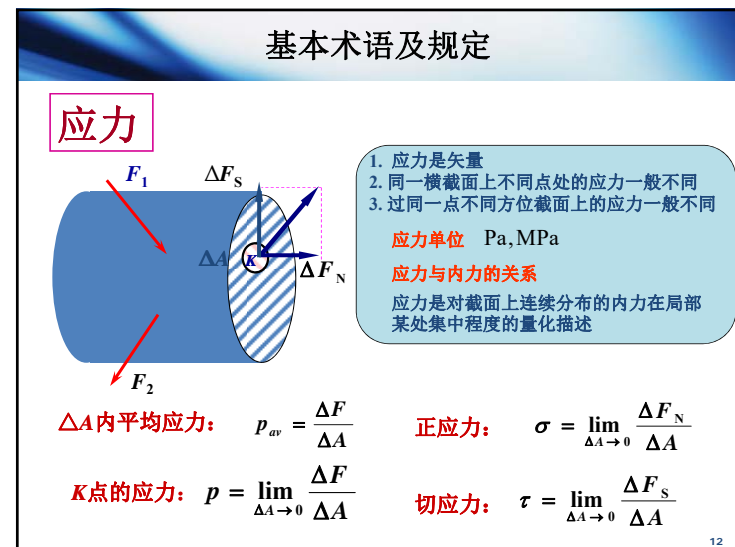
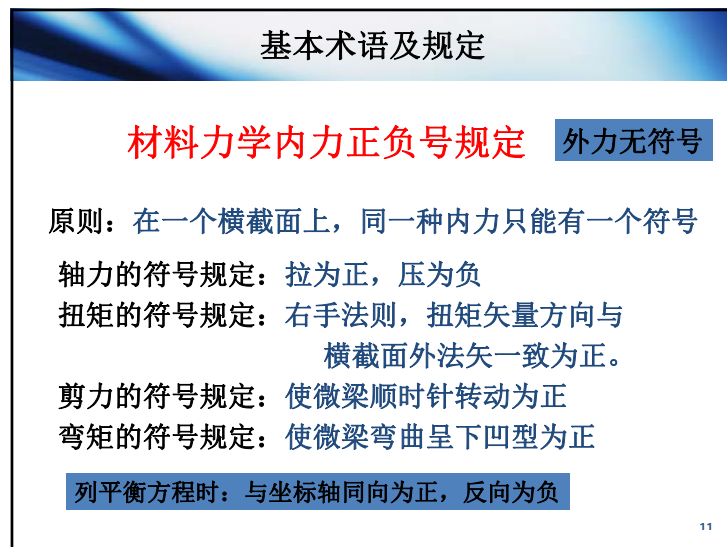
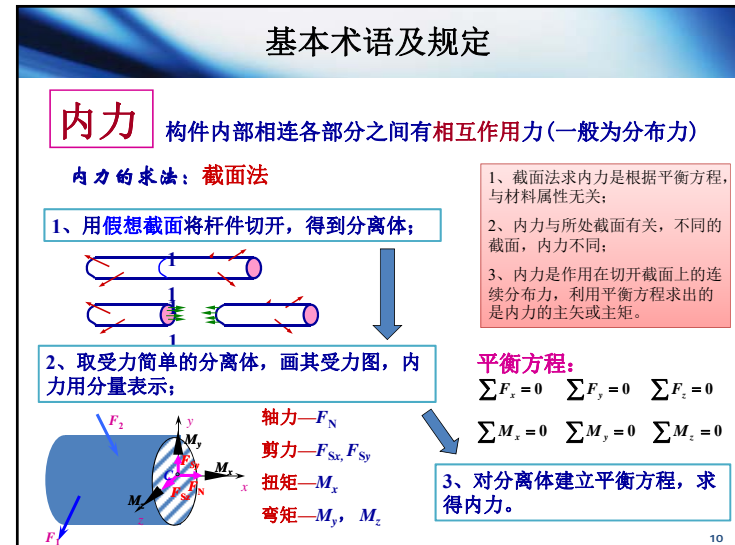
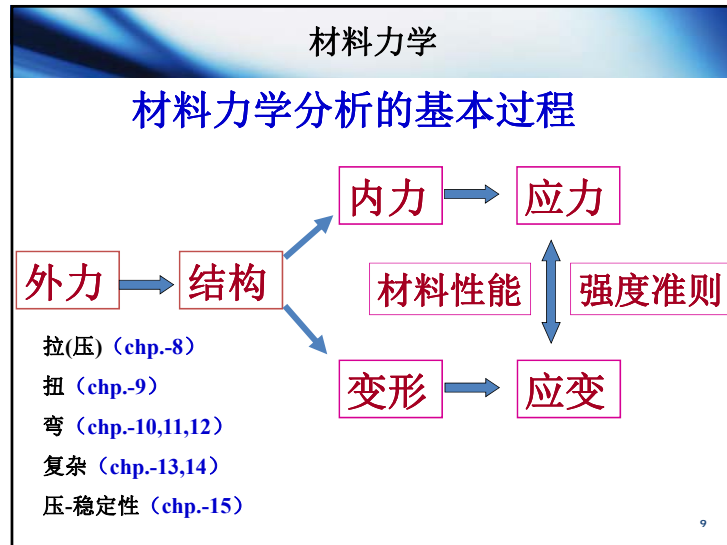
❖ 补充假设

线弹性假设：物体的变形与外力的关系是线性的，且外力移除后，变形可恢复。

小变形假设：物体的变形远小于物体的几何尺寸，在建立方程时，可以按未变形的位形考虑，并可略去二阶以上的高阶小量。



8

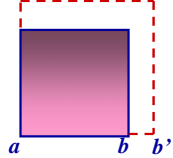


基本术语及规定

应变

衡量构件变形程度的力学量

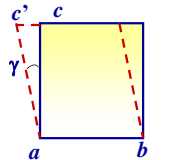
正应变定义



$$\varepsilon = \lim_{ab \rightarrow 0} \frac{\Delta ab}{ab} \quad a \text{ 点沿 } ab \text{ 方向的正应变}$$

- 正应变是无量纲量
- 过同一点, 不同方位的正应变一般不同

切应变定义



直角bac的改变量——直角bac的切应变

$$\gamma \approx \tan \gamma \quad \cdot \text{切应变为无量纲量}$$

• 切应变单位为 rad

13

基本术语及规定

应力 ↔ 应变

- 胡克定律 试验表明: 比例极限内, 正应力与正应变成正比

$$\sigma = E \varepsilon \quad (\sigma \leq \sigma_p)$$

- 剪切胡克定律 $\tau = G \gamma$

- 泊松效应 试验表明: 对传统材料, 在比例极限内, $\varepsilon' \propto \varepsilon$ 且异号。

$$\mu = -\frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \quad (0 \leq \mu \leq 0.5), \quad \mu \text{ —— 泊松比}$$

- 广义胡克定律

14

基本术语及规定

应力 ↔ 应变

- 广义胡克定律

平面应力状态

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\mu \sigma_y}{E} & \sigma_x &= \frac{E}{1-\mu^2} (\varepsilon_x + \mu \varepsilon_y) \\ \varepsilon_y &= \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\mu \sigma_x}{E} & \sigma_y &= \frac{E}{1-\mu^2} (\varepsilon_y + \mu \varepsilon_x) \\ \gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G} & \tau_{xy} &= G \gamma_{xy} \end{aligned}$$

三向应力状态

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\mu \sigma_y}{E} - \frac{\mu \sigma_z}{E} & \gamma_{xy} &= \tau_{xy} / G \\ \varepsilon_y &= \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\mu \sigma_x}{E} - \frac{\mu \sigma_z}{E} & \gamma_{yz} &= \tau_{yz} / G \\ \varepsilon_z &= \frac{\sigma_z}{E} - \frac{\mu \sigma_x}{E} - \frac{\mu \sigma_y}{E} & \gamma_{xz} &= \tau_{xz} / G \end{aligned}$$

成立的条件:

- 各向同性材料;
- 线弹性范围内;
- 小变形。

15

基本术语及规定

应力、应变、变形、位移、方位角的符号

应力符号的规定

正应力: 与截面外法线相同为正(拉为正, 压为负);

切应力: 与截面外法线顺时针90°为正。

应变符号的规定: 由变形正负决定

变形的符号规定: 由内力正负决定

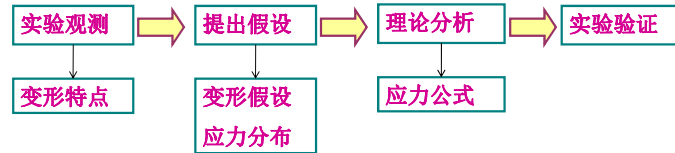
正应变伸长为正, 切应变以直角变大为正

位移的符号: 由坐标方向决定

方位角符号的规定: x轴为起点, 逆时针为正

16

基本研究方法



17

变形特点→基本假设

❖ 拉压

变形前: 横线垂直于轴线。
变形后: 横线仍为直线, 且垂直于杆件轴线, 间距增大

拉压平面假设:
变形后, 原横截面仍保持平面且与轴线垂直, 横截面间只有相对平移。

❖ 扭转

圆周线: 形状、大小与间距均不改变, 仅绕轴线相对旋转。
纵线: 倾斜同一角度并保持直线。

扭转平面假设:
各横截面如同刚性圆片, 仅绕轴线作相对旋转。

❖ 弯曲

横线: 仍为直线, 仍与纵线正交, 两横线相对转动。
纵线: 变为曲线, 上缩短, 下伸长。
中性层、中性轴:
横截面: 上宽度变宽, 下宽度变窄(泊松效应)。

1、平面假设:
变形后, 横截面仍为平面, 且仍与纵线正交
2、单向受力假设:
梁内各纵向纤维仅受轴向应力

18

内力

❖ 拉压

轴力: 作用线通过截面形心且沿杆轴线的内力分量。

符号规定: 拉力为正, 压力为负。

❖ 扭转

扭矩: 矢量方向垂直于横截面的内力偶矩, 并用T表示。

符号规定: 矢量方向(按右手定则)与横截面外法线方向一致的扭矩为正, 反之为负。

❖ 弯曲

剪力: 作用线沿所切横截面的内力分量

弯矩: 矢量沿所切横截面的内力偶矩分量

符号规定:
剪力: 使微段有沿顺时针方向转动趋势为正
弯矩: 使微段弯曲呈下凹形为正

19

应力

❖ 拉压

$$\sigma = \frac{F_N}{A}$$

适用范围:
1. 等截面直杆受轴向载荷;(一般也适用于锥度较小($\leq 5^\circ$)的变截面杆)
2. 若轴向载荷沿横截面非均匀分布, 则所取截面应远离载荷作用区域

圣维南原理:
力作用于杆端的分布方式, 只影响杆端局部范围的应力分布, 影响区的轴向范围约离杆端1~2个杆的横向尺寸。

❖ 扭转

薄壁圆管 \Rightarrow 切应力互等

圆截面轴

$$\gamma_\rho = \rho \frac{d\varphi}{dx} \quad \frac{d\varphi}{dx} = \frac{T}{GI_P}$$

$$\tau_\rho = \frac{T\rho}{I_P} \quad \tau_{\max} = \frac{T}{W_P}$$

• 基础是平面假设
• 仅适用于圆轴和空心圆轴
• 线弹性

❖ 弯曲

正应力

$$\sigma(y) = \frac{My}{I_z}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{W_z}$$

该公式基于特定的坐标系(中性轴z轴, 纵向对称轴为y轴, 向下为正)

➤ 应用条件:
 $\sigma_{\max} \leq \sigma_p$
对称弯曲
纯弯与非纯弯

20