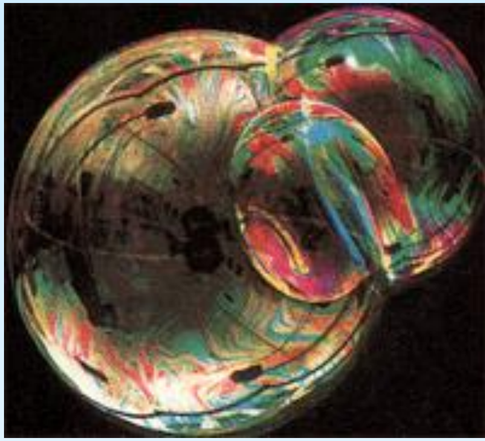
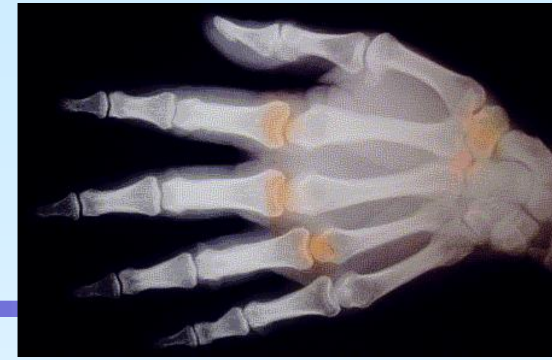
北京航空航天大學
BEIHANG UNIVERSITY





光学

第一章. 光学导言

第二章. 光的干涉

第三章. 光的衍射

第四章. 光的偏振

第一章．光学导言

§1.1 光学发展简史

§1.2 光的电磁特性、波的数学描述

§1.3 费马原理、透镜的等光程性

重点：光程、光程差、惠更斯原理

理论内容总结

光学发展简史
波的相关知识
基本原理

- 光学发展简史：微粒说 波动说
- 波的基本知识
  - 光矢量、光速、波长、光强、折射率
  - 光波数学表达形式
- 基本原理
  - 费马原理：直线传播、反射定律、折射定律、凸透镜成像

光程、光程差

定义光程：$L = nr$

真空中：光程 =几何路程

光程差 ：$\delta = L_2 - L_1$

相位差和光程差的关系：

$$\boxed{\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0}\delta}$$

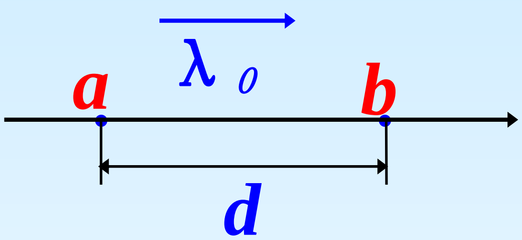
λ_0——光在真空中波长

相位差和光程差的关系

1. 一束光传播到不同点

- 真空中

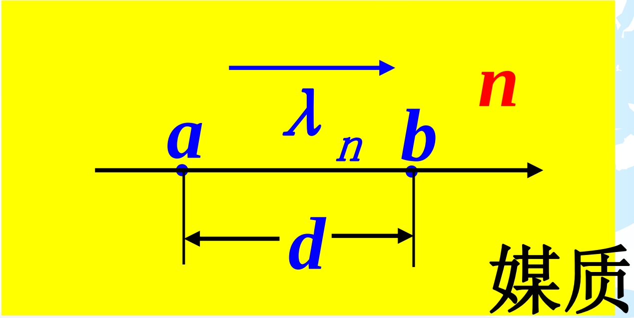
$$\Delta\varphi = \varphi_b - \varphi_a = \frac{2\pi}{\lambda_0} d = \frac{2\pi}{\lambda_0}\delta$$



- 媒质中

$$\Delta\varphi = \varphi_b - \varphi_a = \frac{2\pi}{\lambda_n} d = \frac{2\pi}{\frac{1}{n}\lambda_0} d = \frac{2\pi}{\lambda_0} nd = \frac{2\pi}{\lambda_0}\delta$$

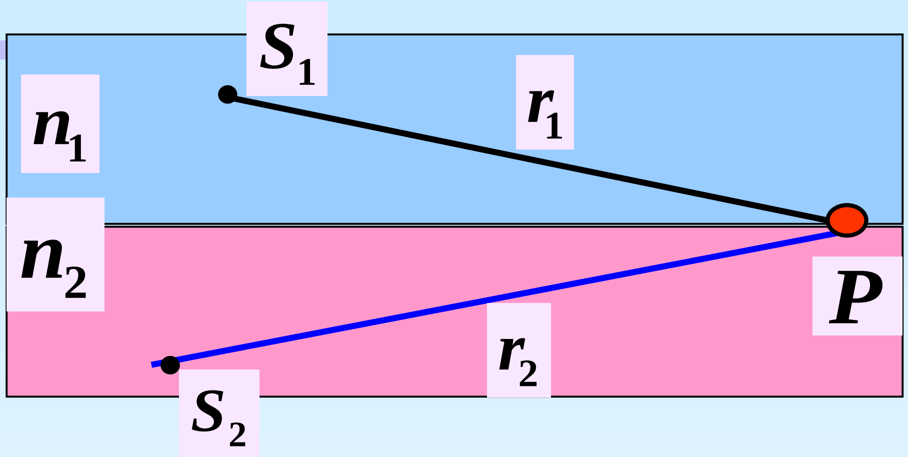
$$\boxed{\therefore \quad \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0}\delta}$$



λ_0 —真空中波长

2.两列相干光波经不同路径相遇在同一点

P点的光程差



$$\delta = n_2 r_2 - n_1 r_1$$

若 S_1，S_2 两相干光源初相相同，则两束光在 P 点的位相差

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_2} r_2 - \frac{2\pi}{\lambda_1} r_1 = \frac{2\pi}{\lambda_0}\left(n_2 r_2 - n_1 r_1\right) = \frac{2\pi}{\lambda_0}\delta$$

总之:

$$\boxed{\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0}\delta}$$

λ_0——光在真空中波长

补充题

（07-08-1）

一、选择题（将正确答案的字母填在空格内，每题3分, 共30分）

*4、 在真空中波长为λ的单色光，在折射率为n的透明介质中从A沿某路径传播到B，若A、B两点相位差为3π，则此路径AB的光程为

(A) $1.5\,\lambda$.　　(B) $1.5\,\lambda/n$.

(C) $1.5\,n\,\lambda$.　　(D) $3\,\lambda$.

[A]

1.1 频率为 4.5×10^{14} Hz 的红光在真空中的波长是多少？在折射率为 1.5 的玻璃中的速率是多大？

解 $$\lambda=\frac{c}{\nu}=\frac{3.0\times10^{8}}{4.5\times10^{14}}\ \mathrm{m}=6.7\times10^{-7}\ \mathrm{m}=6.7\times10^{2}\ \mathrm{nm},$$

$$v=\frac{c}{n}=\frac{3.0\times10^{8}}{1.5}\ \mathrm{m/s}=2.0\times10^{8}\ \mathrm{m/s}.$$

本题旨在通过具体计算熟悉有关光波传播的基本公式.

1.3 对眼睛最灵敏的光波($\lambda=5500$ Å[1])穿过厚度为 0.11 mm 的空气层时，在空气层厚度内包含多少个完整波形？同样的光波穿过同样厚度的熔凝石英片时，在石英片厚度范围内大约包含多少个完整的波形？熔凝石英的折射率 $n=1.46$.

解 $$N=\frac{l}{\lambda}=\frac{1.1\times10^{-4}}{5.5\times10^{-7}}=200,$$

$$N'=\frac{l}{\lambda/n}=\frac{1.1\times10^{-4}\times1.46}{5.5\times10^{-7}}=292.$$

本题旨在通过计算加深认识，光波在不同介质中的波长是不同的.

1.5 已知一平面波的波动表示式为

$$U = A\cos\left[\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{1}{2}z\right)\right],$$

(1) 求该平面波传播方向与 x,y,z 轴的夹角；

(2) 空间一点 $P(2\sqrt{3}\lambda,5\lambda,9\lambda)$ 的振动相位比原点落后多少？当原点振动的瞬时值是最大时，P 点的瞬时值等于多少？

波的传播方向

解：(1) $U = A\cos(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r} + \varphi) = A\cos(\omega t - (k_x x + k_y y + k_z z) + \varphi)$

$k_x = k\cos\alpha,\quad k_y = k\cos\beta,\quad k_z = k\cos\gamma$　　波矢：$\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda}\vec{n}$

$$\therefore\ U = A\cos\left[\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}(\cos\alpha\, x + \cos\beta\, y + \cos\gamma\, z) + \varphi\right]$$

$$\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2},\quad \cos\beta = 0,\quad \cos\gamma = \frac{1}{2},$$

所以 $\alpha = 30°, \beta = 90°, \gamma = 60°$.

(2) P 点振动比原点落后的相位为

$$k\cdot r=\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot 2\sqrt{3}\lambda+0+\frac{1}{2}\cdot 9\lambda\right)=15\pi.$$

原点瞬时值最大时，$\omega t=2k\pi$，P 点振动的瞬时值为

$$U_P=A\cos[\omega t-k\cdot r]=A\cos(2k\pi-15\pi)=-A.$$

本题旨在熟悉波动数学表示式以及它能告诉我们些什么信息.

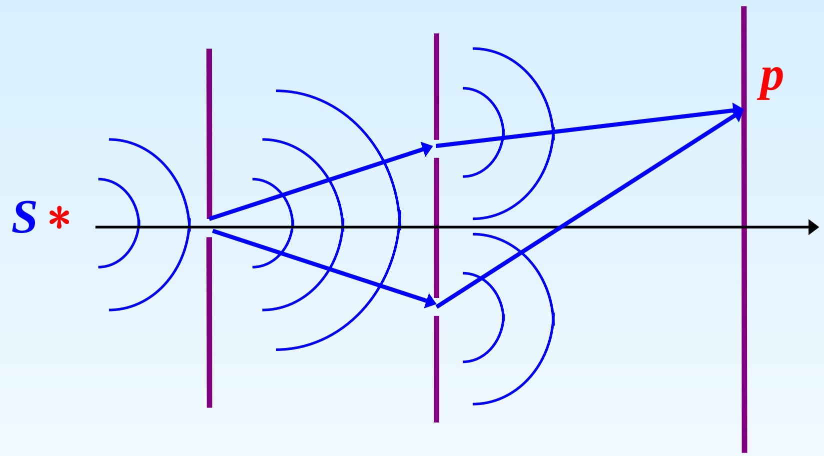
理论内容总结

- 光的干涉装置现象、应用
  - 基本原则：相干叠加（相干光源）
  - 分波前法
    - 典型：杨氏双缝实验，装置，条纹特点、影响因素、应用
    - 其他类似装置：菲涅耳双面镜、双棱镜、平面镜实验
    - 限制：横向相干性，孔径角，应用
  - 分振幅法
    - 干涉条纹的定域：点光源、扩展光源
    - 两类薄膜干涉
      - 等倾干涉：装置、条纹特点
      - 等厚干涉：装置、条纹特点
        - 劈尖干涉、牛顿环
    - 应用
      - 工件的平整度、细丝直径、长度、半径
      - 迈克耳逊干涉仪、马赫曾德尔干涉仪
    - 限制：纵向相干性，波列长度

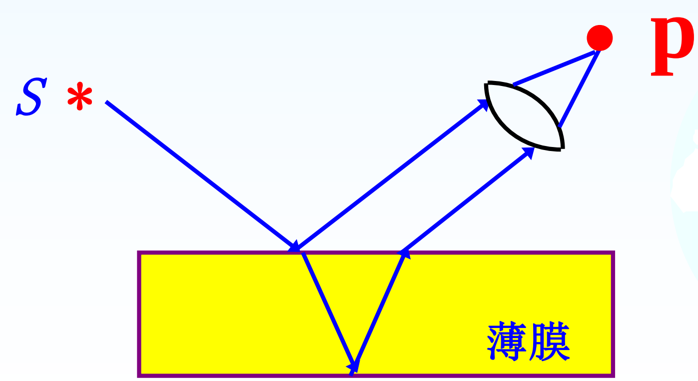
一.光的干涉

1.获得相干光的方法

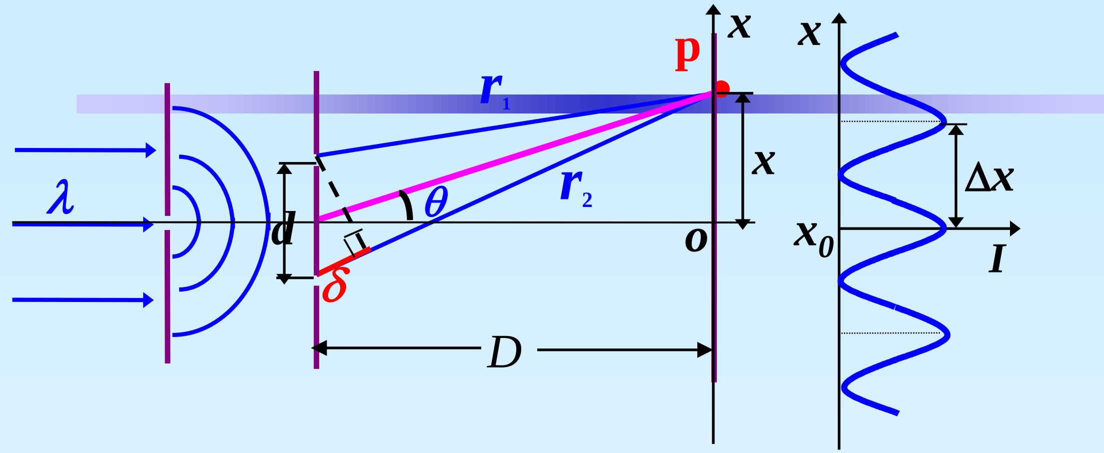
- 分波面方法



- 分振幅方法



2. 杨氏双缝干涉



光程差

$$\delta = r_2 - r_1 = d \cdot \frac{x}{D}$$

明纹 $\delta = \pm k\lambda,\qquad x_{\pm k} = \pm k\dfrac{D}{d}\lambda,\ k = 0,1,2\cdots$

暗纹 $\delta = \pm(2k-1)\dfrac{\lambda}{2},\qquad x_{\pm(2k-1)} = \pm(2k-1)\dfrac{D}{2d}\lambda,\ k = 1,2,\cdots$

条纹间距 $\Delta x = \dfrac{D}{d}\lambda$

光强 $I = 4I_0\cos^2\left(\dfrac{\pi}{\lambda}\delta\right) = 4I_0\cos^2\left(\dfrac{\pi d}{\lambda D}x\right)$

缝光源S位置偏移对称轴的情况

光源S→S’，偏移量为ξ，条纹何

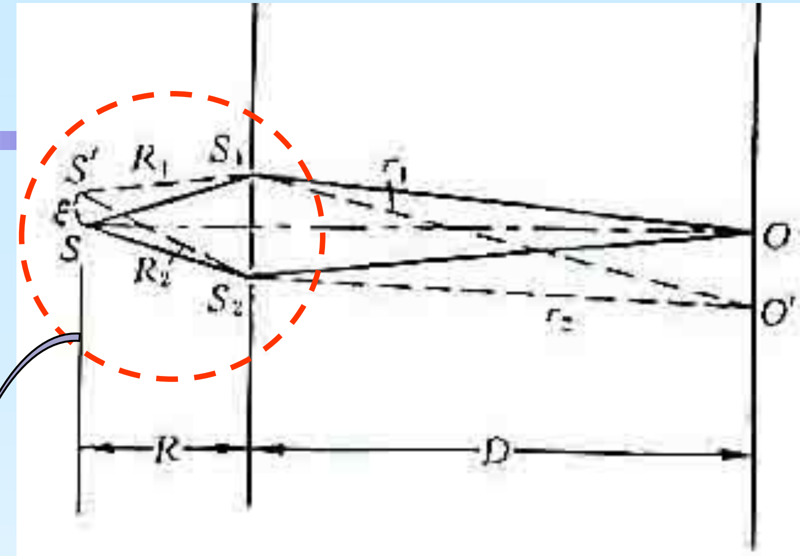


图 2-6 光源横向移动对干涉条纹的影响

关键：计算光线1, 2之间的光程差 （注：S_1和S_2不在同一波面上）

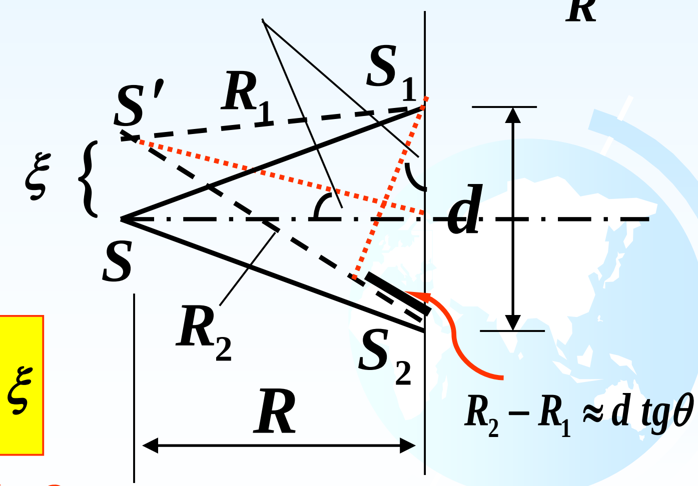
$$\Delta=(R_2+r_2)-(R_1+r_1)$$

$$=(R_2-R_1)-(r_2-r_1)\ \approx d\frac{\xi}{R}+d\frac{x}{D}$$

零级亮纹位置: $\Delta=0$

$$\therefore\ d\frac{\xi}{R}+d\frac{x}{D}=0\rightarrow\boxed{x=-\frac{D}{R}\xi}$$

两θ约等= $tg\theta=\dfrac{\xi}{R}$



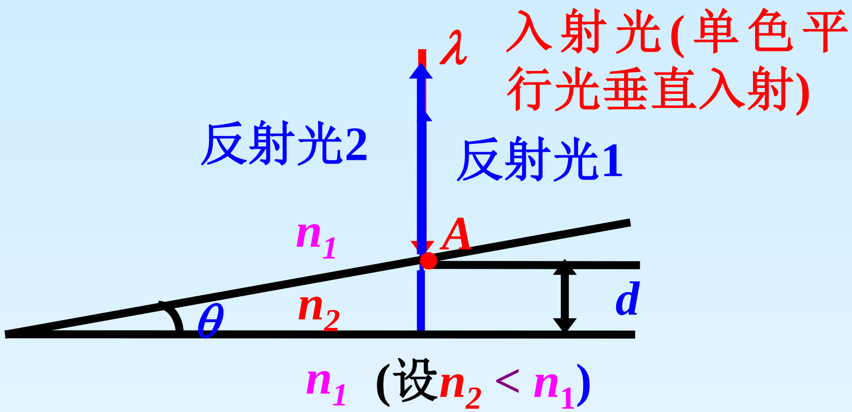
表明:新零级亮纹在x=−Dξ/R处

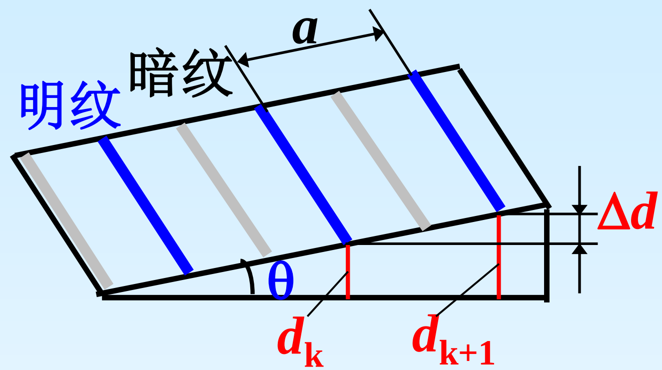
当S→S’时，条纹整体向下平移 $\boxed{x=-\frac{D}{R}\xi}$

条纹间距不变，为什么？

3. 薄膜干涉

(1)劈尖干涉 (空气层 $n_2=1$)





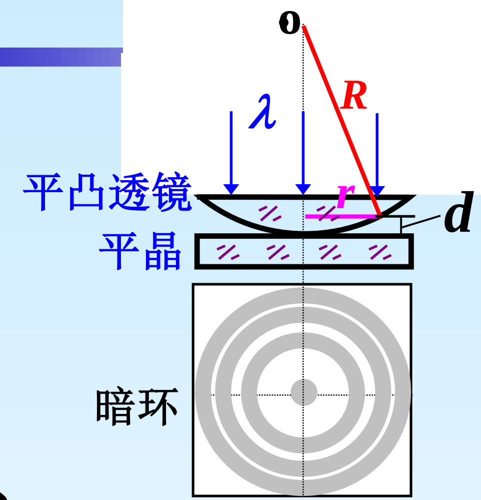
A点的光程差：$\delta = 2d + \dfrac{\lambda}{2}$

$$\delta = 2d + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} 2k \cdot \dfrac{\lambda}{2} & k = 1,2,3\cdots \quad \text{明纹} \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & k = 1,2,3\cdots \quad \text{暗纹} \end{cases}$$

$$\Delta d = d_{k+1} - d_k = \frac{\lambda}{2}$$

(2) 牛顿环

光程差：$\delta = 2d + \dfrac{\lambda}{2}$　　$d = \dfrac{r^2}{2R}$



$$\delta = 2d + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} 2k \cdot \dfrac{\lambda}{2} & k = 1,2,3\cdots \quad \text{明纹} \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & k = 1,2,3\cdots \quad \text{暗纹} \end{cases}$$

第k个明环半径

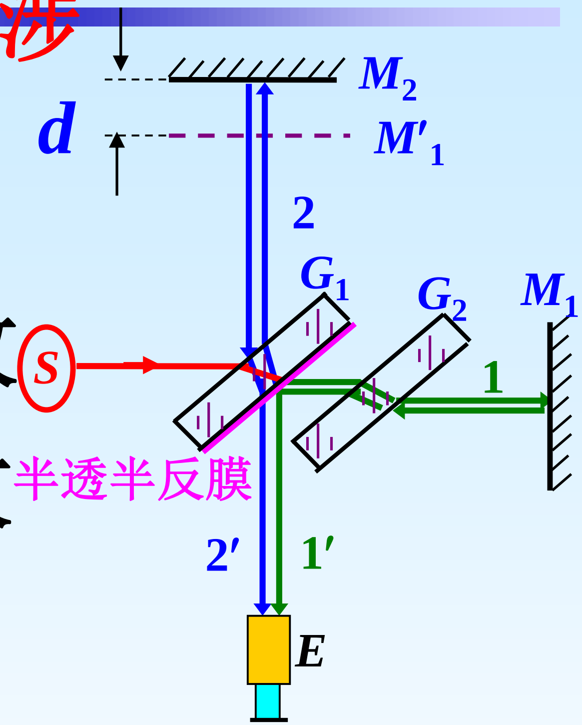
$$r_k = \sqrt{(2k-1)\frac{R\lambda}{2}} \qquad (k = 1, 2, \cdots)$$

第k个暗环半径

$$r_k = \sqrt{kR\lambda} \propto \sqrt{k} \qquad (k = 0, 1, 2, \cdots)$$

(3) 迈克耳逊干涉仪

1. $M_1 \perp M_2 \Rightarrow M_1' /\!/ M_2,\quad \Rightarrow$ 等倾干涉



$$\delta = 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2 i}$$

$$\delta = 2d\cos\gamma = \begin{cases} k\lambda & \text{明纹} \\ (2k+1)\lambda/2 & \text{暗纹} \end{cases}$$

$\Rightarrow$干涉条纹是一组同心圆.

2. $M_1 \not\perp M_2 \Rightarrow M_1' \nparallel M_2 \quad \Rightarrow$ 等厚干涉

$$\delta = 2d = \begin{cases} k\lambda & \text{明纹} \\ (2k+1)\lambda/2 & \text{暗纹} \end{cases}$$

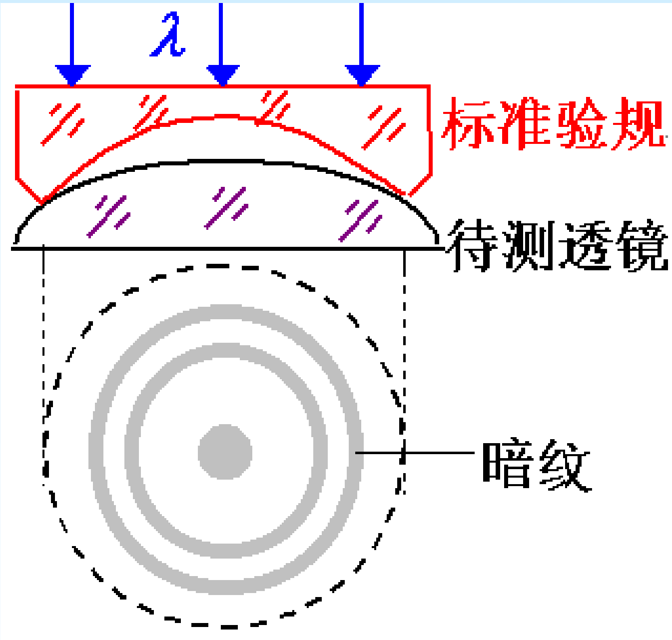
$\Rightarrow$干涉条纹是一组平行条纹.

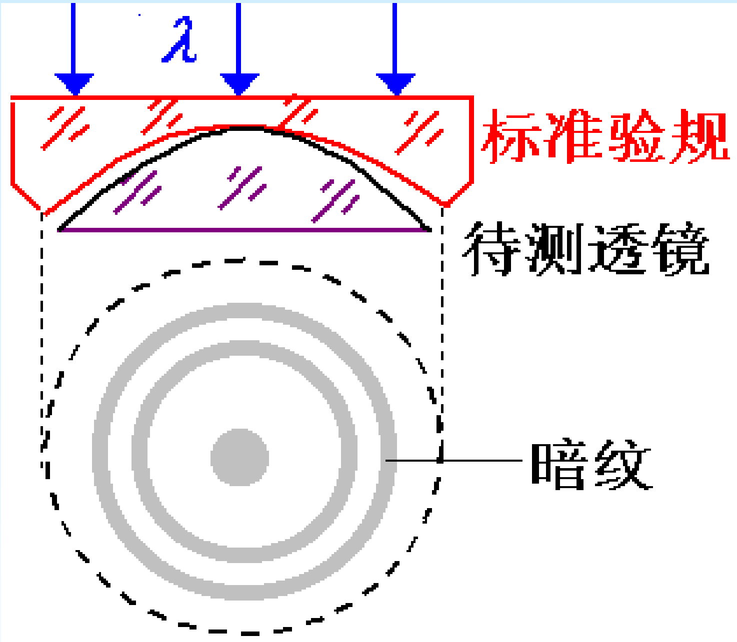
例题：若把牛顿环实验装置(都是用折射率1.52的玻璃制成的)由空气搬入折射率为1.33的水中，则干涉条纹 [C]

(A)中心暗斑变亮斑　(B) 变疏

(C) 变密　(D) 间距不变

思考: 若待测透镜表面已确定是球面,现检测其半径大小是否合乎要求,如何区分如下两种情况?





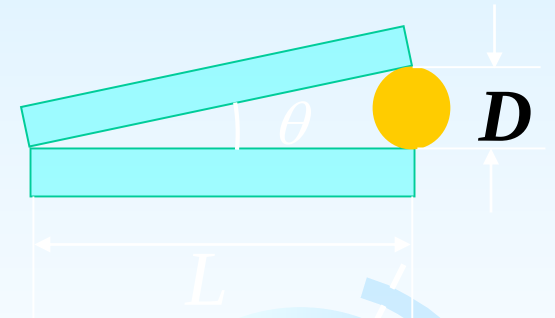
轻轻加压

若环变小 ⇒ 磨边缘;

若环变大 ⇒ 磨中间。

例 为了测量一根细的金属丝直径D，按图办法形成空气劈尖，用单色光照射形成等厚干涉条纹，用读数显微镜测出干涉明条纹的间距，就可以算出D。已知 单色光波长为589.3nm，测量结果是：金属丝与劈尖顶点距离L=28.880mm，第1条明条纹到第31条明条纹的距离为4.295mm

求 金属丝直径 D



解 $\sin\theta \approx \dfrac{D}{L}$ $\quad a\cdot\dfrac{D}{L}=\dfrac{\lambda}{2}$ $\quad D=\dfrac{L}{a}\cdot\dfrac{\lambda}{2}$

由题知 $\quad a=\dfrac{4.295}{30}=0.143\,17\,mm$

直径 $$D=\frac{L}{a}\cdot\frac{\lambda}{2}=\frac{28.880}{0.143\,17}\times\frac{1}{2}\times 0.589\,3\times10^{-3}\,mm$$

$$=0.05944mm$$

例 一平面单色光波垂直照射在厚度均匀的薄油膜上，油膜覆盖在玻璃板上，所用光源波长可连续变化，观察到500*nm*和700*nm*这两个波长的光在反射中消失。油的折射率为1.30，玻璃的折射率为1.50

求 油膜的厚度

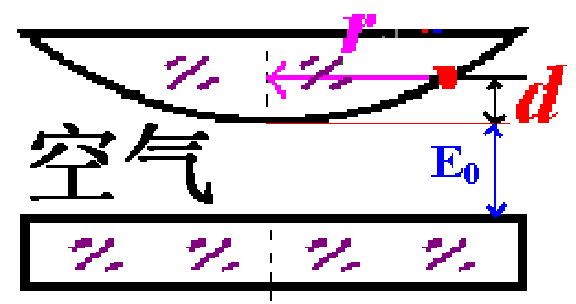
解 根据题意，不需考虑半波损失，暗纹的条件为

$$\begin{cases} 2nd = (2k+1)\dfrac{\lambda_1}{2} \\ 2nd = [2(k+1)+1]\dfrac{\lambda_2}{2} \end{cases}$$

$$d = \frac{\lambda_1\lambda_2}{2n(\lambda_1-\lambda_2)} = \frac{500\times 700}{2\times 1.30\times(700-500)}$$

$$= 6.73\times 10^2(\mathrm{nm})$$

例　如图牛顿环装置,单色光垂直入射,已知λ,R,E_0(凸镜底到平面镜间距离),求:反射干涉所形成的牛顿环各暗纹半径。



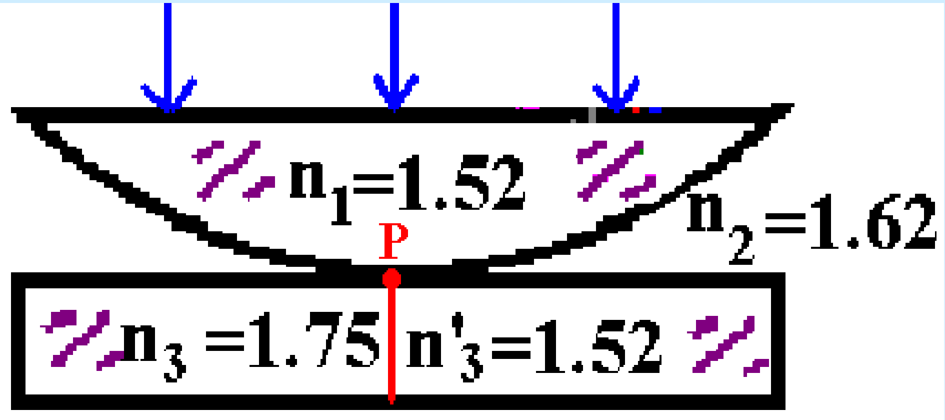
解:注意本题与牛顿环有区别

$$\because \delta = 2(d+E_0)\cdot 1 + \lambda/2 = (2k+1)\cdot\lambda/2$$

$$\text{又} \because r^2 = 2Rd$$

$$\therefore r = \sqrt{k\lambda R - 2E_0 R}$$

例 如图:一单色光垂直入射牛顿环,则在顶点P所形成的圆环为:



A、全明

B、全暗

C、左暗右明

D、左明右暗

解:因左边有两个半波损,相当于无半波损,故为明,右边只有一个半波损,故为暗,所以选D。

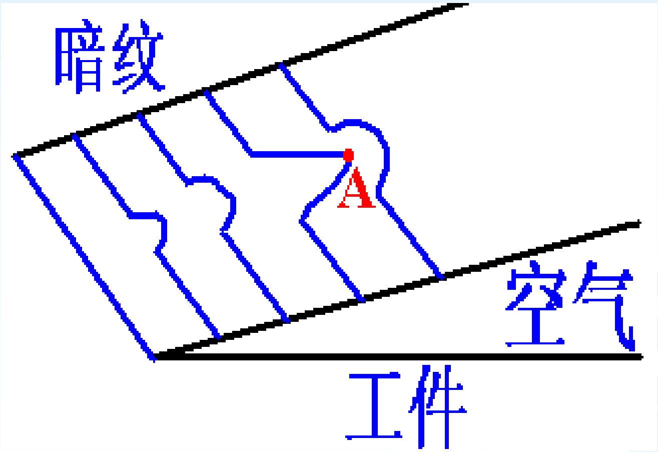
例：以λ=500nm的单色光垂直入射劈尖,看到如图反射条纹,变形最大处正好与其右边条纹直线部相切,则工件表面缺陷为_____,变形最大高度为______,A点所对应的空气膜厚度d_A=_______.

解:

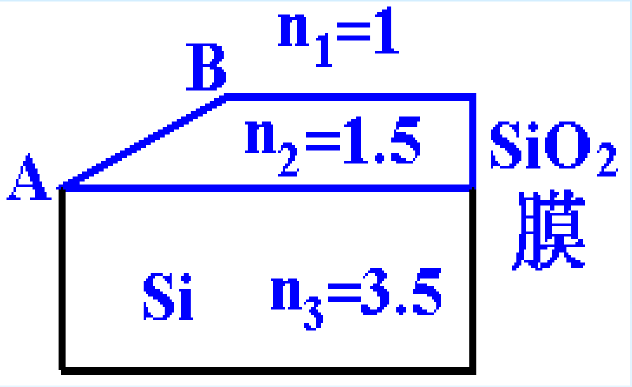
A、凸型的

B、500/2 nm

C、3*500/2=750 nm



例：如图λ=6000Å垂直入射,表面形成反射干涉,观察到AB段共有8条暗纹,且B处正好为一暗纹,求：膜厚度。



解：　因$k=7$,

$$\therefore 2dn_2=(2k+1)\lambda/2$$

$$\therefore d=\frac{(2\cdot 7+1)\cdot 6000\cdot 10^{-10}/2}{2\cdot 1.5}$$

$$\therefore d=1.5\times 10^{-6}m$$

[例题] 迈克耳孙干涉仪用波长为589.3nm的钠黄光观察，视场中心为亮点，此外还能看到10个亮环。今移动一臂中的反射镜，发现有10个亮环向中心收缩而消失，即中心级次减小10，此时视场中除中央亮点外还剩5个亮环。试求开始时中央亮点的干涉级，反射镜移动的距离，以及反射镜移动后视场中最外那个亮环的干涉级。

[解] 设θ_{max}表示相应于视场中所能看到的最外那个亮环的光线的倾角，视场中该亮环的级别是最低的，上述过程表明：

$$2nd_1=k_1\lambda \quad 2nd_1\cos\theta_{max}=(k_1-10)\lambda$$

$$2nd_2=k_2\lambda=(k_1-10)\lambda$$

$$2nd_2\cos\theta_{max}=(k_2-5)\lambda=(k_1-15)\lambda$$

$$2nd_1=k_1\lambda \quad 2nd_1\cos\theta_{max}=(k_1-10)\lambda$$

$$2nd_2=k_2\lambda=(k_1-10)\lambda$$

$$2nd_2\cos\theta_{max}=(k_2-5)\lambda=(k_1-15)\lambda$$

得： $\dfrac{k_1}{k_1-10}=\dfrac{k_1-10}{k_1-15}$ 即 $k_1=20, \quad k_2=10$

$2n(d_1-d_2)=10\lambda$ 即 $d_1-d_2=\dfrac{10\lambda}{2n}=2.947\ \mu m$

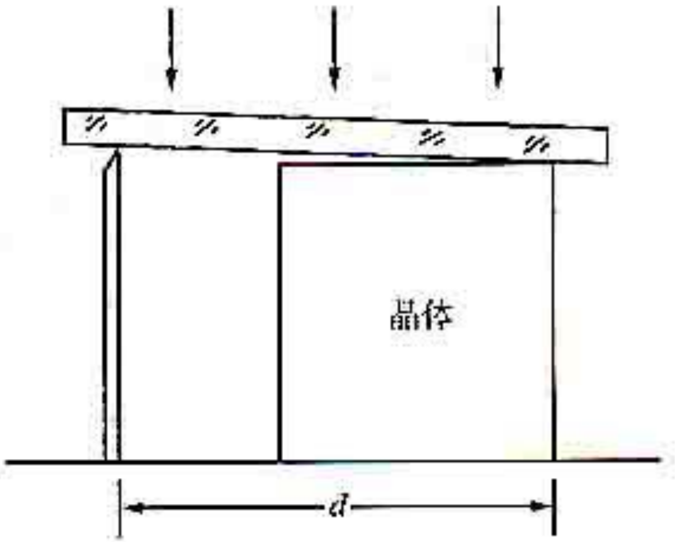
所以，开始时中央亮点的干涉级为**20**，反射镜移动的距离为**2.947**μ**m**，反射镜移动后视场中最外那个亮环的干涉级为**5**.

2.5 用单色光垂直照射到两块玻璃板构成的楔形空气薄膜上观察反射光形成的等厚干涉条纹. 入射光为钠黄光($\lambda=5893$ Å)时测得相邻两暗纹间的距离为 0.22 mm. 当以未知波长的单色光照射时,测得相邻两暗纹间的距离为 0.24 mm,求未知波长.

解 根据楔形薄膜上形成等厚干涉条纹间距公式 $l=\frac{\lambda}{2n\alpha}$,条纹间距与波长成正比,因此

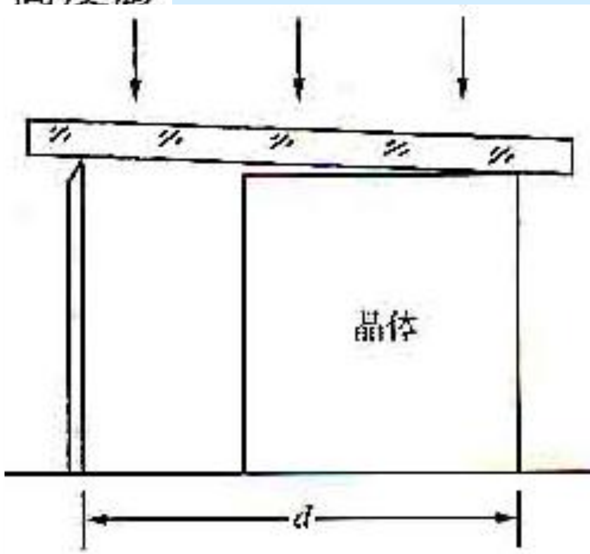
$$\lambda_2=\frac{l_2}{l_1}\lambda_1=\frac{0.24}{0.22}\times 5.893\times 10^{-7}\ \text{m}=6.4\times 10^2\ \text{nm}.$$

2.7 如图所示，玻璃平板的右侧放置在长方体形晶体上，左侧架于高度固定不变的刀刃上，于是在玻璃平板与晶体表面间形成一空气尖劈．玻璃板与晶体的接触线至刀刃的距离 $d=5.00\,\mathrm{cm}$．今以波长 $\lambda=6000\,\text{Å}$ 的单色光垂直入射，观察由空气尖劈形成的等厚条纹．当晶体由于温度上升而膨胀时，观察到条纹间距从 0.96 mm 变到 1.00 mm，问晶体的高度膨胀了多少？



题 2.7

解 设刀刃的高度为 H，晶体原来的高度为 h_1，并令 $x_1=H-h_1$，晶体温度上升膨胀后的高度为 h_2，并令 $x_2=H-h_2$. 晶体高度膨胀的距离为 $h_2-h_1=x_1-x_2$. 根据空气薄膜中的比例关系有



$$\frac{x_1}{d}=\frac{\lambda/2}{l_1},\qquad \frac{x_2}{d}=\frac{\lambda/2}{l_2},$$

所以
$$x_1=\frac{\lambda d}{2l_1},\qquad x_2=\frac{\lambda d}{2l_2},$$

所以

$$h_2-h_1=x_1-x_2=\frac{\lambda d}{2}\left(\frac{1}{l_1}-\frac{1}{l_2}\right)$$
$$=\frac{6.0\times10^{-7}\times5.00\times10^{-2}}{2}\cdot\left(\frac{1}{0.96\times10^{-3}}-\frac{1}{1.00\times10^{-3}}\right)\text{m}$$
$$=0.63\ \mu\text{m}.$$

本题介绍了干涉计量法的另一种实际应用.

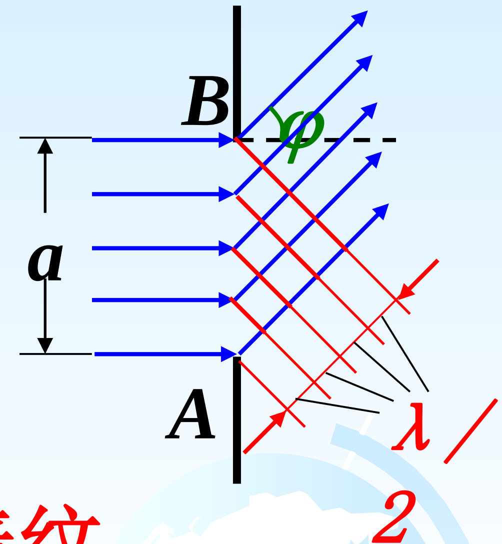
理论内容总结

- 光的衍射现象、应用
  - 衍射现象、产生条件及理论基础
  - 单缝（圆孔）衍射
    - 单缝衍射
      - 光强分布、条纹特点
      - 几个影响因素：缝宽度、缝位置、入射光波长、点光源位置
      - 菲涅尔半波带理论的解释
    - 圆孔衍射
      - 条纹特点、爱里斑半角宽度
      - 应用：光学仪器的最小分辨角及分辨本领
  - 光栅衍射
    - 透射光栅
      - 光强分布、条纹特点
      - 应用—光栅光谱、角分辨率及色分辨本领
    - 反射光栅—条纹特点. $b\sin 2\theta_b = \mathrm{k}\lambda, \mathrm{k} \neq 0$
  - X射线
    - 主极大：$2d\sin\alpha = k\lambda$
    - 应用
      - 劳厄法—测单晶
      - 德拜法—测多晶
  - 补充

1. 惠更斯——菲涅耳原理

从同一波前上各点发出的子波是相干波，经传播而在空间某点相遇时的叠加是相干叠加。

2. 单缝的夫琅禾费衍射、半波带法

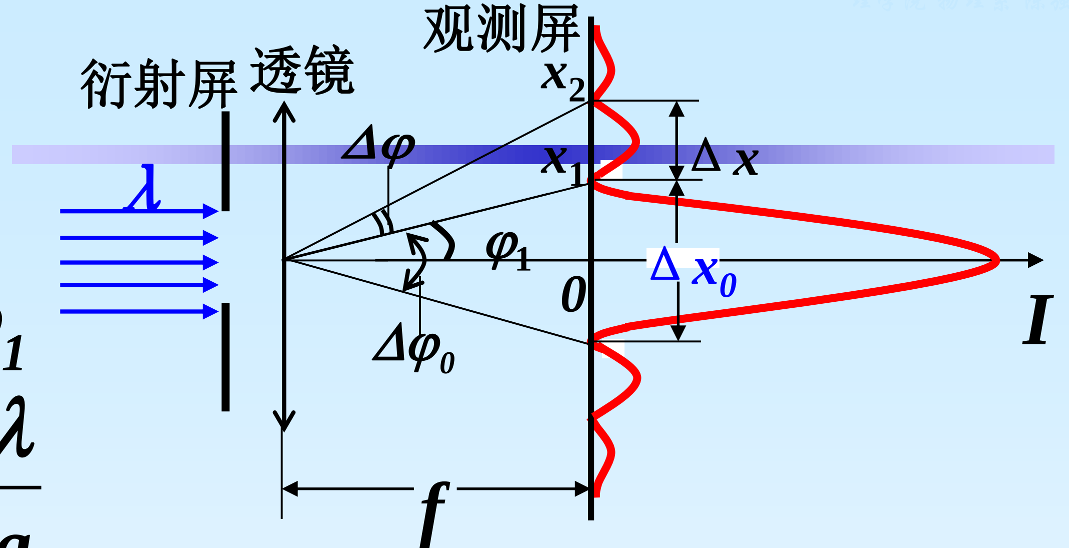


$$a\sin\varphi = 0$$ ——中央明纹(中心)

$$a\sin\varphi = \pm 2k\frac{\lambda}{2},\quad k = 1,2,3\cdots$$ ——暗纹

$$a\sin\varphi = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2},\quad k = 1,2,3\cdots$$ ——明纹(中心)

•衍射条纹宽度



(1) 中央明纹:

$a >> \lambda$ 时, $\sin\varphi_1 \approx \varphi_1$

角宽度 $\Delta\varphi_0 = 2\varphi_1 \approx 2\dfrac{\lambda}{a}$

线宽度 $\Delta x_0 = 2f \cdot tg\varphi_1 = 2f\varphi_1 = 2f\dfrac{\lambda}{a} \propto \dfrac{\lambda}{a}$

(2) 其他明纹(次极大)

$$\Delta x \approx \frac{f\lambda}{a} = \frac{1}{2}\Delta x_0$$

•衍射光强 $I = I_0\left(\dfrac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2$, 其中 $\alpha = \dfrac{\pi a}{\lambda}\sin\varphi$

3. 衍射光栅

光栅衍射是多缝干涉和单缝衍射的综合结果。

$d=a+b$ —— 光栅常数

●光栅衍射明纹(主极大)的位置和条件:

$$\boxed{d\sin\varphi=\pm k\lambda}\qquad k=0,1,2,3\cdots$$

——光栅方程

φ很小时，$x=f\ tg\varphi\approx f\sin\varphi$

●当$d=(a+b)$与a成整数比时，将产生缺级现象:

缺级级次: $$\boxed{k'=\frac{a+b}{a}k\quad(k=1,2,3,\cdots)}$$

- 光栅衍射暗纹条件：

$$\boxed{d\sin\varphi = \frac{\pm k'}{N}\lambda} \quad (k' \neq Nk, \quad k \neq 0)$$

相邻主极大间有$N-1$个暗纹和$N-2$个次极大。

- 光栅衍射光强：

$$\boxed{I = I_0\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2\left(\frac{\sin N\beta}{\sin\beta}\right)^2}$$

其中$\alpha = \dfrac{\pi a}{\lambda}\sin\varphi$, $\beta = \dfrac{\pi(a+b)}{\lambda}\sin\varphi$.

暗条纹位置(极小值)

$N d\sin\theta = m\lambda,\quad d\sin\theta = (m/N)\,\lambda \neq k\lambda$

干涉因子 $\dfrac{\sin^2(N\frac{\pi}{\lambda}d\sin\theta)}{\sin^2(\frac{\pi}{\lambda}d\sin\theta)} \Rightarrow \dfrac{0}{\neq 0} = 0$

$m \neq 0$

$m = \pm 1, \pm 2, \ldots, \pm(N-1),$ $m \neq \pm N$

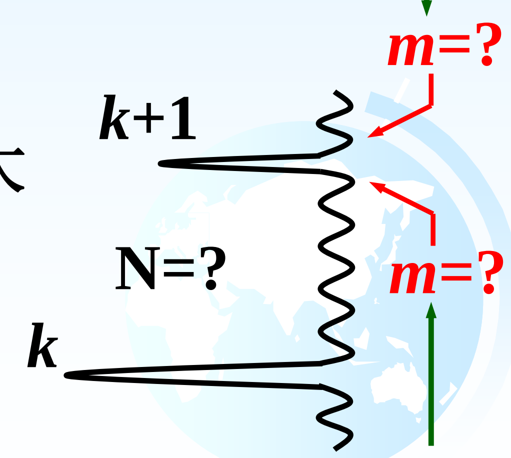
前提：$\left(\dfrac{\sin^2\beta}{\beta^2}\right) \neq 0$

$\pm(N+1), \pm(N+2), \ldots, \pm(2N-1),$ $m \neq \pm 2N$

$\pm(2N+1), \pm(2N+2), \ldots, \pm(3N-1),$ $m \neq \pm 3N$

…… $m \neq \pm kN$

$m = (k+1)N+1$



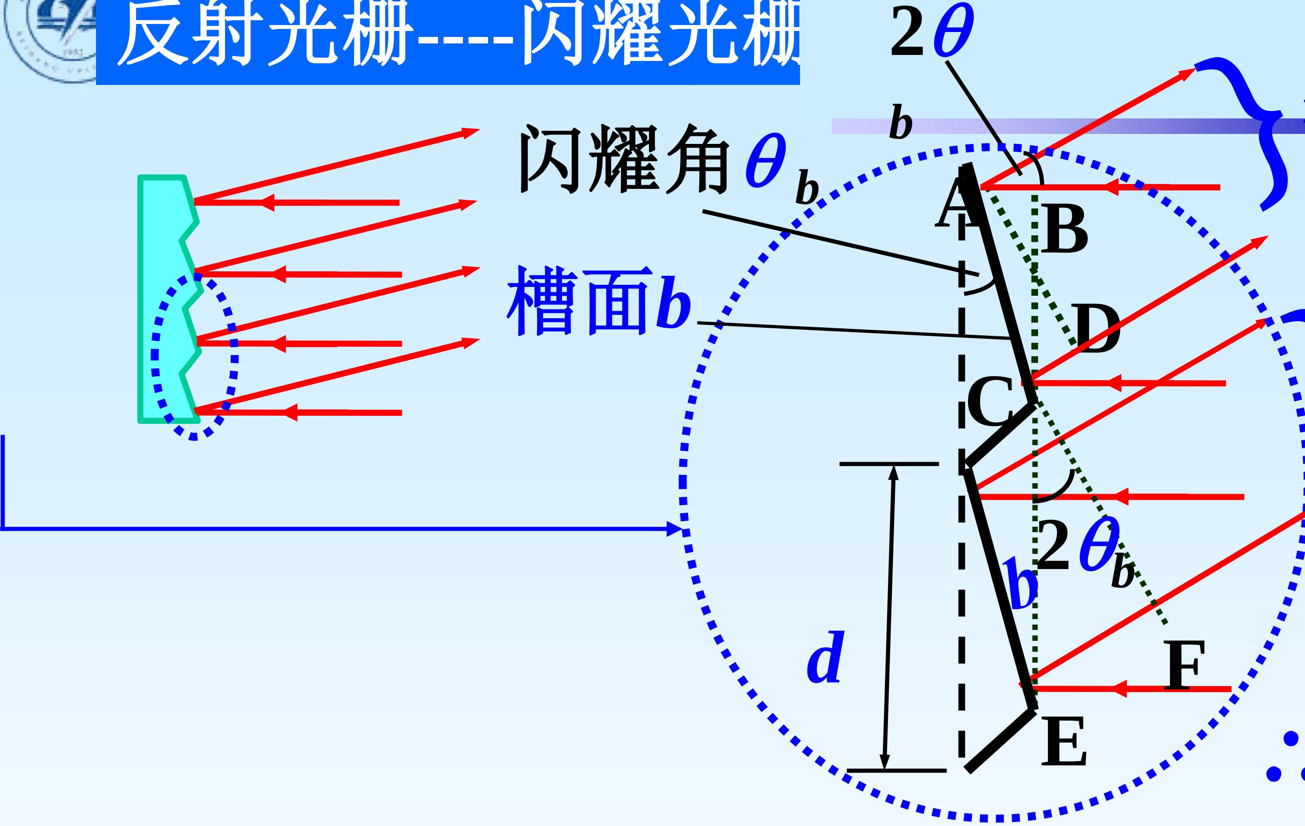
$m = (k+1)N-1$

若 $m = kN \rightarrow d\sin\theta = k\lambda$ 这正是第k级主极大

这表明在第k与k+1级主极大之间有：

N-1个极小值；N-2个次极大值。

反射光栅----闪耀光栅



易证：$\angle ECF=2\theta_b$

$\therefore$衍射角$2\theta_b$方向的

衍射束1, 2光程差：

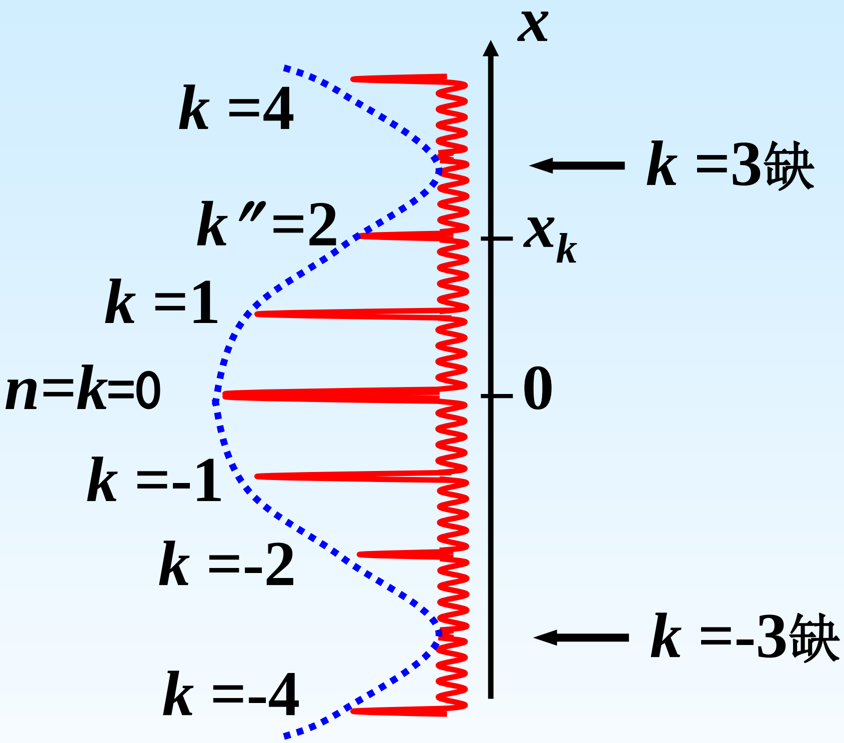
$$\Delta=\overline{EF}=d\sin 2\theta_b$$

若$\Delta=d\sin 2\theta_b=k'\lambda$,

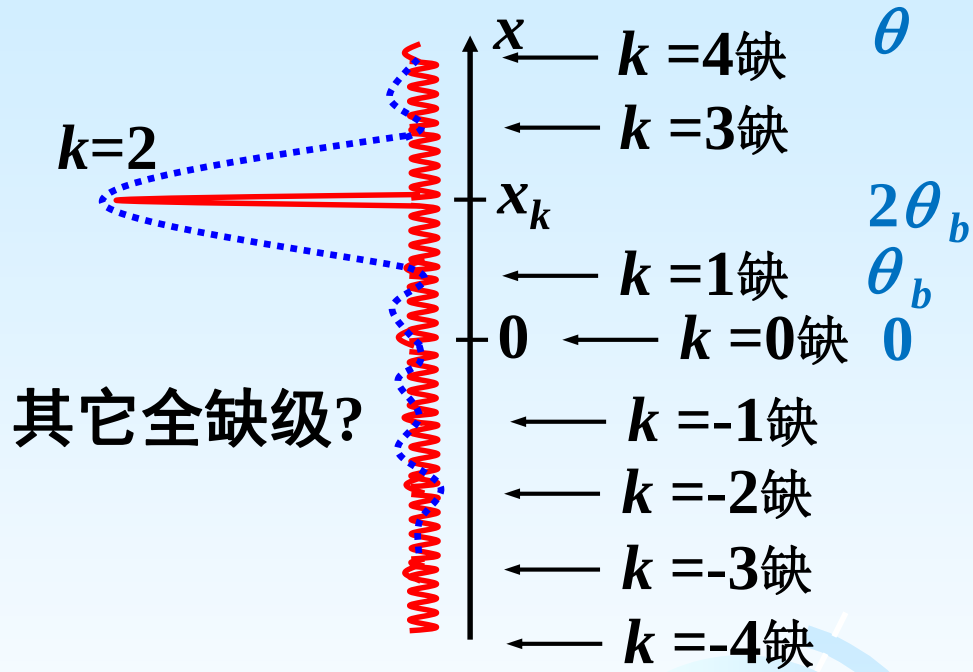
则k'级干涉条纹能量多

表明k’级外,其它主极大全缺级。

透射光栅衍射光谱



反射光栅衍射光谱

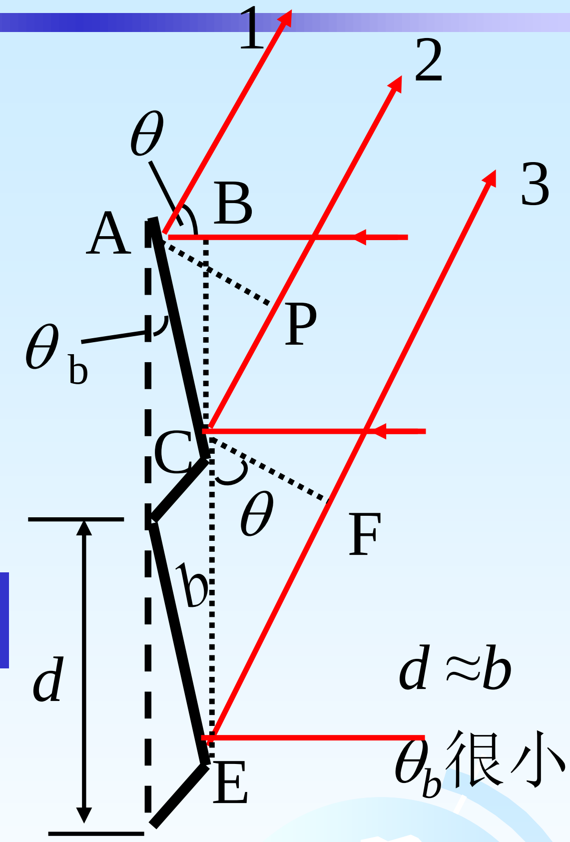


可见:反射光栅使大部分能量集中在感兴趣的k级条纹上了，并因反射而无紫外吸收。

北京航空航天大學 BEIHANG UNIVERSITY

证明：除k’级外，其它全缺级。

观察从槽面b反射出的衍射光如图→



光线1、2属衍射光，其光程差：

$$\Delta = \overline{CP} - \overline{AB} = \overline{CP} - b\tan\theta_b \approx \overline{CP}$$

$$\Delta_{衍} \approx b\sin\angle CAP \approx b\sin\theta$$

∴衍射光的n级暗纹条件：$\Delta_{衍} \approx b\sin\theta = n\lambda$

光线2、3属干涉光，其光程差：

$\Delta = \overline{EF}$　　$\Delta_{干} = d\sin\theta$　　$\because d \approx b$　　$\therefore\ \Delta_{干} \approx b\sin\theta$

∴干涉光的k级主极大条件：$\Delta_{干} = d\sin\theta = k\lambda$

仅对上述λ来说

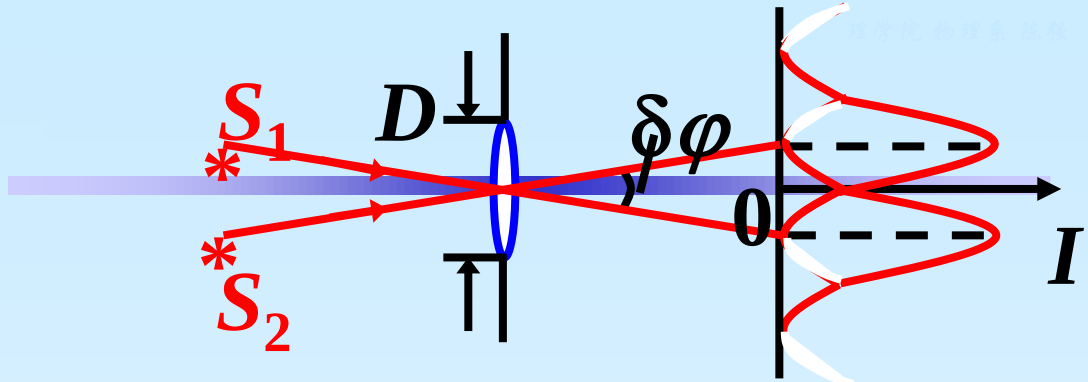
$\therefore\ \Delta_{干} \approx \Delta_{衍} \rightarrow k \approx n$

表明k’级外,其它主极大全缺级。

4. 瑞利判据

- 最小分辨角：

$$\boxed{\delta\varphi = \varphi_1 \approx 1.22\frac{\lambda}{D}}$$



- 光学仪器的分辨本领

$$\boxed{R \equiv \frac{1}{\delta\varphi} = \frac{D}{1.22\lambda}}$$

- 光栅的色分辨本领

$$\boxed{R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN}$$

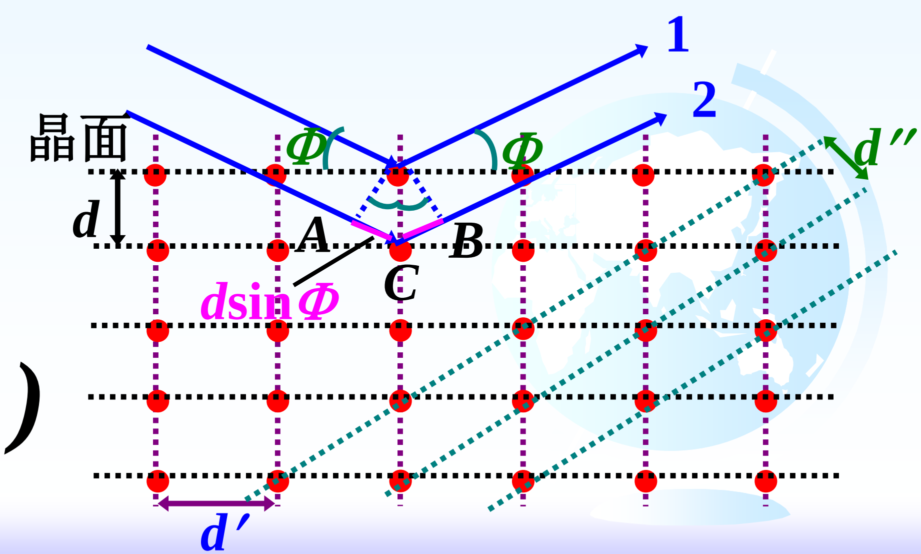
- X射线的衍射

散射光干涉加强条件：

$$\boxed{2d\sin\Phi = k\lambda}$$

$$(k = 1,2,\cdots)$$

—布喇格公式



[例题]一般照相机对远近不同物点拍摄时，其象距总是和镜头焦距f 很接近，因此照相机物镜恰好能分辨的两个象点的最小间距为 $\delta y = f\,\delta\theta' = \frac{1.22\lambda f}{D}$

其中D是照相机物镜的有效孔径，其大小可以调节。通常把 D/f 称为物镜的相对孔径，而将其倒数f/D称为光圈。由此可见，照相机底片处每毫米能分辨的最多刻痕数为 $N = \frac{1}{\delta y'} = \frac{1}{1.22\lambda}\frac{D}{f}$

这里的 $\delta y'$和 λ 等都是以mm为单位的。假如用光圈2.8来进行拍摄，并用 $\lambda = 550\,nm$ 来计算，则照相机底片处每毫米所能分辨的刻痕数是多少？一般胶卷颗粒度大小只能分辨每毫米200刻痕左右，试问这时感光胶片所能分辨的最小间距是多少？这要求照相机使用的光圈必须多大?

[解] 当光圈为2.8时，

$$N_1 = \frac{1}{1.22\lambda}\frac{D_1}{f} = 5.3\times 10^2$$

若 $N_2 = 200$，则胶片能分辨的最小间距 $\delta y_2'$ 和照相机应使用的光圈分别为：

$$\delta y_2' = \frac{1\text{mm}}{N_2} = 5.0\ \mu\text{m}$$

$$\frac{f}{D_2} = \frac{1\text{mm}}{1.22\lambda N_2} = 7.5 \approx 8$$

例：单缝衍射中 $a=20\mu m$，$f=30cm$，光正入射，$\lambda_1=0.8\ \mu m$，$\lambda_2=0.4\mu m$，问这两种光的衍射图样是否有衍射极小相重合？是哪些级别的衍射极小重合。

解：当 $a\sin\phi = k_1\lambda_1 = k_2\lambda_2$ 时，

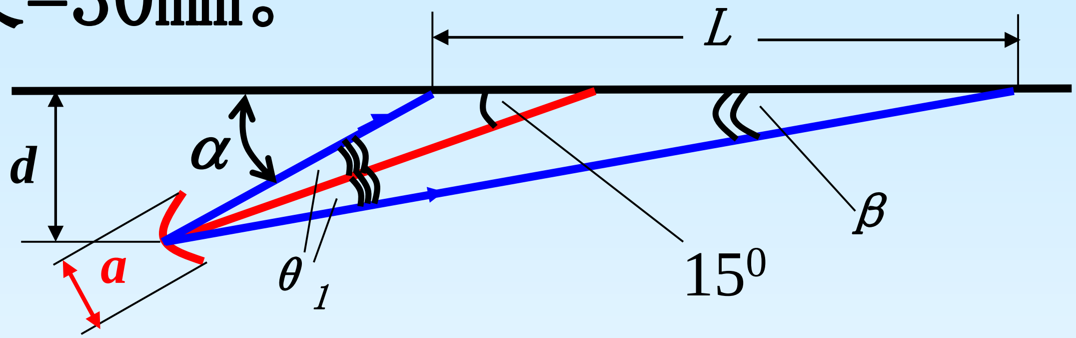
两光束的衍射极小重合

由题知 $\lambda_1 = 2\lambda_2$

$\therefore\ k_2=2k_1$

即波长为 λ_1 的光衍射的第 k 级暗纹，都与波长为 λ_2 的光衍射的第 $2k$ 级暗纹重合。

[例题] 已知：一雷达位于路边 d =15m处，射束与公路成15° 角，天线宽度 a = 0.20m，射束波长=30mm。



求：该雷达监视范围内公路长 L =?

解：将雷达波束看成是单缝衍射的0级明纹

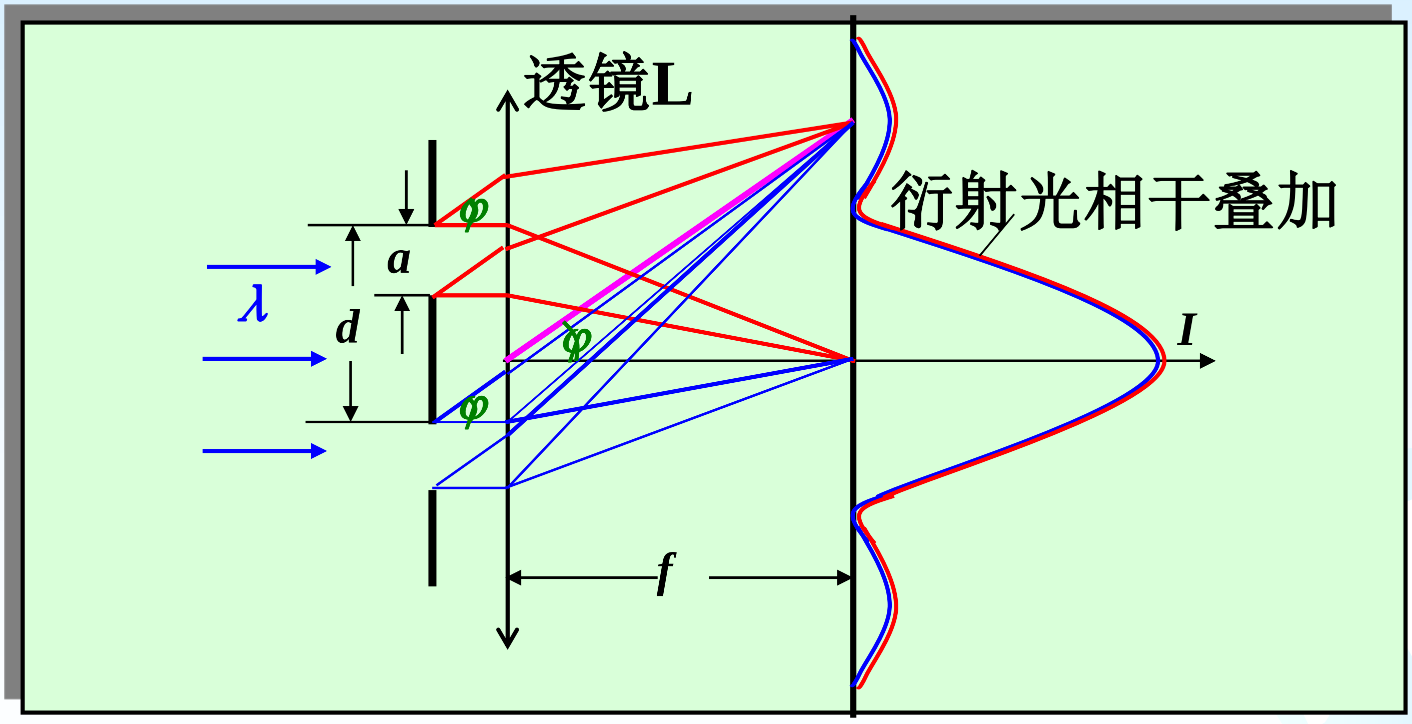
由 $a\cdot\sin\theta_1=\lambda$ 有 $\sin\theta_1=\dfrac{\lambda}{a}=\dfrac{30mm}{0.20m}=0.15$ $\theta_1\approx 8.63°$

如图：$\alpha=15°+\theta_1=23.63°$ $\beta=15°-\theta_1=6.37°$

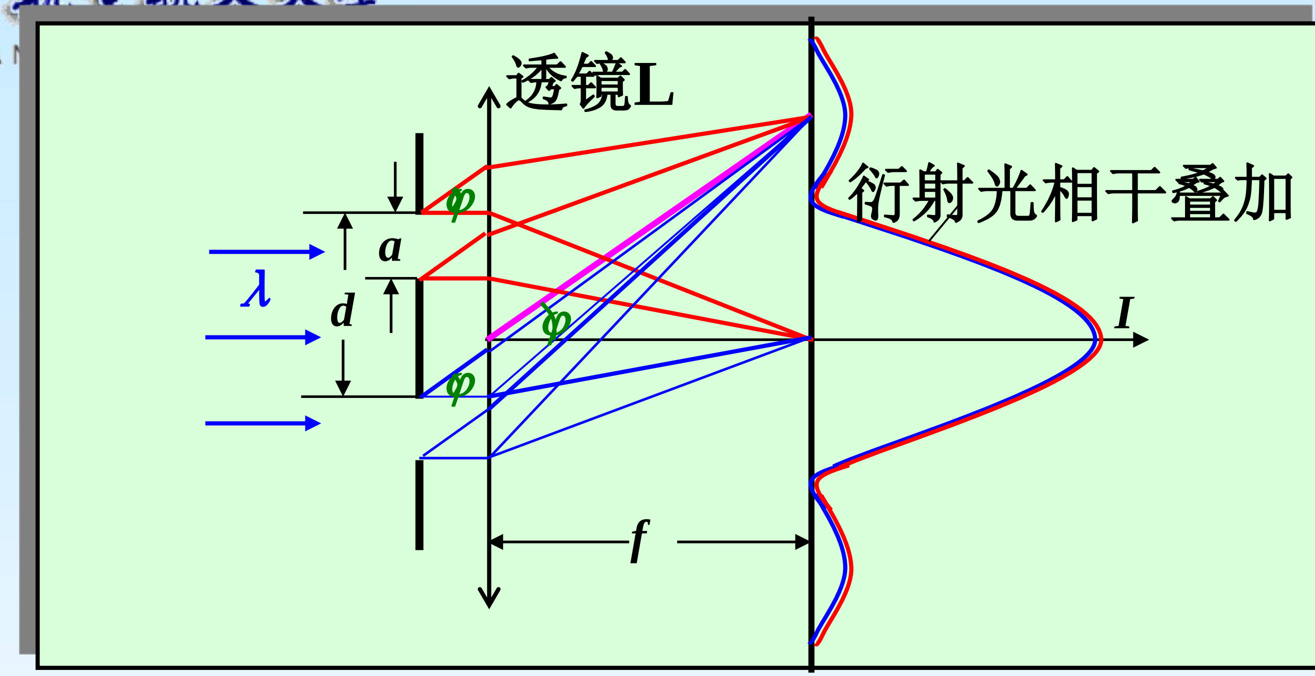
$$\therefore\ L=d(ctg\beta-ctg\alpha)=15(ctg6.37°-ctg23.63°)$$

$$\approx 100m$$

思考(1)： 在单缝衍射中，缝后透镜的主光轴与缝的中垂线重合时，中央明纹刚好落在焦平面与主光轴的交点附近。若缝宽不变，将缝上、下平移，但仍使缝的法线方向与透镜主光轴平行，这时单缝衍射的中央明纹中心和其它各级衍射条纹**位置**如何变化？



答：单缝衍射图样中各级条纹位置只与衍射角φ有关，而与单缝在主光轴的上、下方等无关。



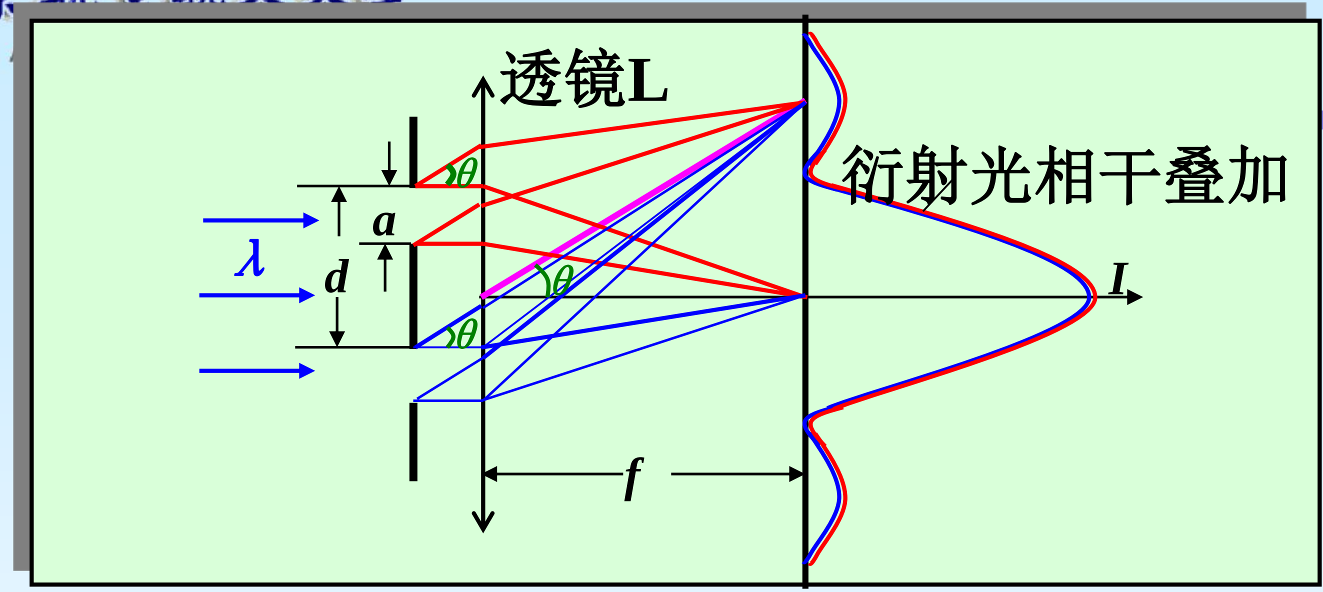
答：单缝衍射的中央明纹中心仍在透镜的主光轴上, 凡具有相同衍射角φ的衍射光线都汇聚于焦平面上同一点

即：单缝衍射图样中各级条纹位置只与衍射角φ有关，而与单缝在主光轴的上、下方等无关。

思考(2)： 在前面双缝干涉中，如果双缝干涉的装置也符合夫琅和费衍射的条件，那么这时的双缝干涉图样将怎样变化？

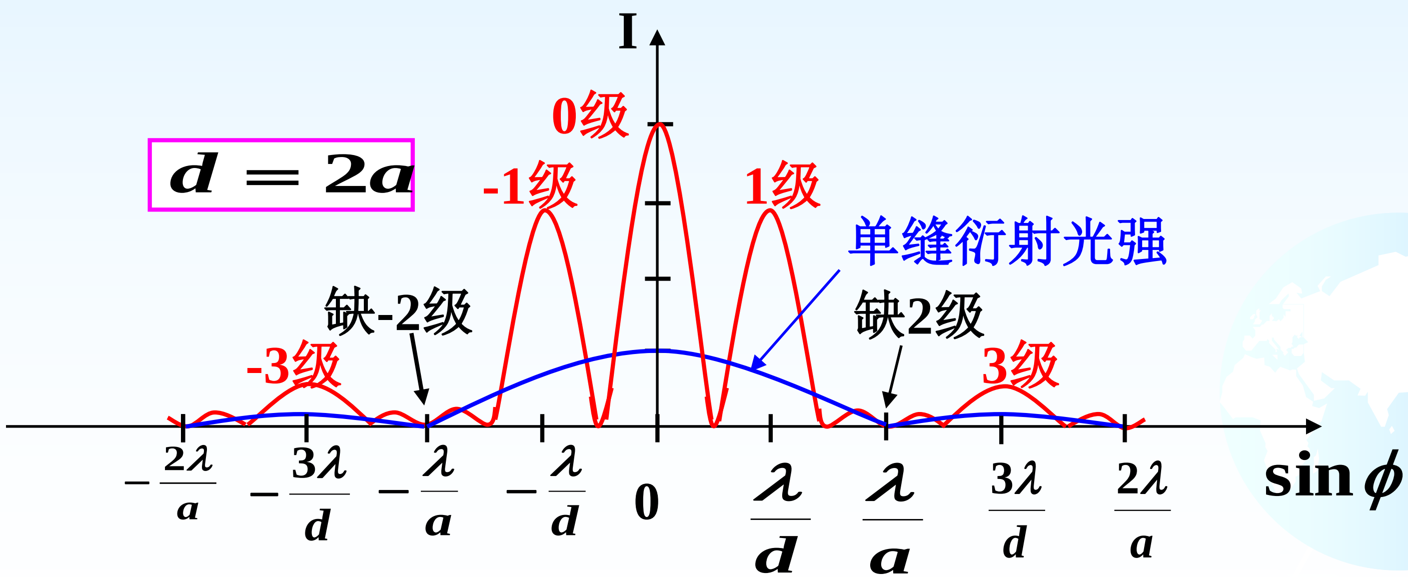
答：先假设每次只打开一个缝，则由于两个缝单独形成的衍射条纹都在同一位置上。因此，当两个缝同时打开时，那么两套完全一样的单缝衍条纹就会重叠在一起，而且是相干叠加。

即这时在原来单缝衍射的明纹处，叠加后又会出现明、暗相间的干涉条纹；但在原来是单缝衍射极小的地方，两束光叠加后依然是极小，即依然是暗纹。



透镜L
衍射光相干叠加
λ
a
d
θ
f
I

$\boxed{d = 2a}$



I
0级
-1级
1级
单缝衍射光强
缺-2级
缺2级
-3级
3级
$-\frac{2\lambda}{a}$
$-\frac{3\lambda}{d}$
$-\frac{\lambda}{a}$
$-\frac{\lambda}{d}$
0
$\frac{\lambda}{d}$
$\frac{\lambda}{a}$
$\frac{3\lambda}{d}$
$\frac{2\lambda}{a}$
$\sin\phi$

3.1 在夫琅禾费单缝衍射实验中，以钠黄光为光源，$\lambda=589\,\mathrm{nm}$，平行光垂直入射到单缝上.

(1) 若缝宽为 0.10 mm，问第一级极小出现在多大的角度上？

(2) 若要使第一级极小出现在 0.50°的方向上，则缝宽应多大？

解 (1) 根据原书单缝衍射强度极小的位置公式

$$b\sin\theta=k\lambda,$$

$$\sin\theta=\frac{k\lambda}{b}=\frac{5.89\times10^{-7}}{0.10\times10^{-3}}=0.00589.$$

所以 $$\theta=0.34°.$$

(2) $b=\dfrac{k\lambda}{\sin\theta}=\dfrac{5.89\times10^{-7}}{\sin 0.50°}\,\mathrm{m}=6.7\times10^{-5}\,\mathrm{m}=67\,\mu\mathrm{m}.$

本题只是通过简单的练习熟悉夫琅禾费单缝衍射的基本公式，并对现象的数量级有一个初步印象.

3.3 钠黄光的波长 $\lambda=5893$ Å，用作夫琅禾费单缝衍射实验的光源，测得第二级极小至衍射花样中心的线距离为 0.30 cm. 当用波长未知的光作实验时，测得第三级极小离中心的线距离为 0.42 cm，求未知波长.

解 设钠黄光的波长为 λ_1，未知波长为 λ_2，根据单缝衍射基本公

式有

$$b\sin\theta_1 = k_1\lambda_1, \qquad b\sin\theta_2 = k_2\lambda_2,$$

所以

$$\frac{k_2\lambda_2}{k_1\lambda_1} = \frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1} = \frac{0.42}{0.30},$$

$$\lambda_2 = \frac{k_1\lambda_1}{k_2}\frac{0.42}{0.30} = \frac{2\times 5.89\times 10^{-7}\times 0.42}{3\times 0.30}\ \mathrm{m}$$

$$= 5.5\times 10^{-7}\ \mathrm{m} = 5.5\times 10^{2}\ \mathrm{nm}.$$

3.5 为使望远镜能分辨角间距为 3.00×10^{-7} rad 的两颗星，其物镜的直径至少应多大？为了充分利用此望远镜的分辨本领，望远镜应有多大的角放大率？假定人眼的最小分辨角为 2.68×10^{-4} rad，光的有效波长为 550 nm.

解　根据圆孔衍射分辨本领基本公式，有

$$\varphi = 1.22\frac{\lambda}{D} = 3.00\times10^{-7},$$

所以

$$D = \frac{1.22\lambda}{\varphi} = \frac{1.22\times5.50\times10^{-7}}{3.00\times10^{-7}}\text{ m} = 2.24\text{ m}.$$

该望远镜的角放大率 B 应为

$$B = \frac{2.68\times10^{-4}}{3.00\times10^{-7}} = 893.$$

3.7 画出缝数 $N=6$，$d=1.5b$ 的平面透射光栅的强度分布曲线，并指出缺级. 假定单色光垂直入射.

解 根据光栅强度分布公式，各缝间干涉主极大位置

$$\sin\theta = \frac{k\lambda}{d}, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots;$$

极小值位置

$$\sin\theta = \frac{m\lambda}{Nd}, \quad m \text{ 为整数}, \ m \neq kN.$$

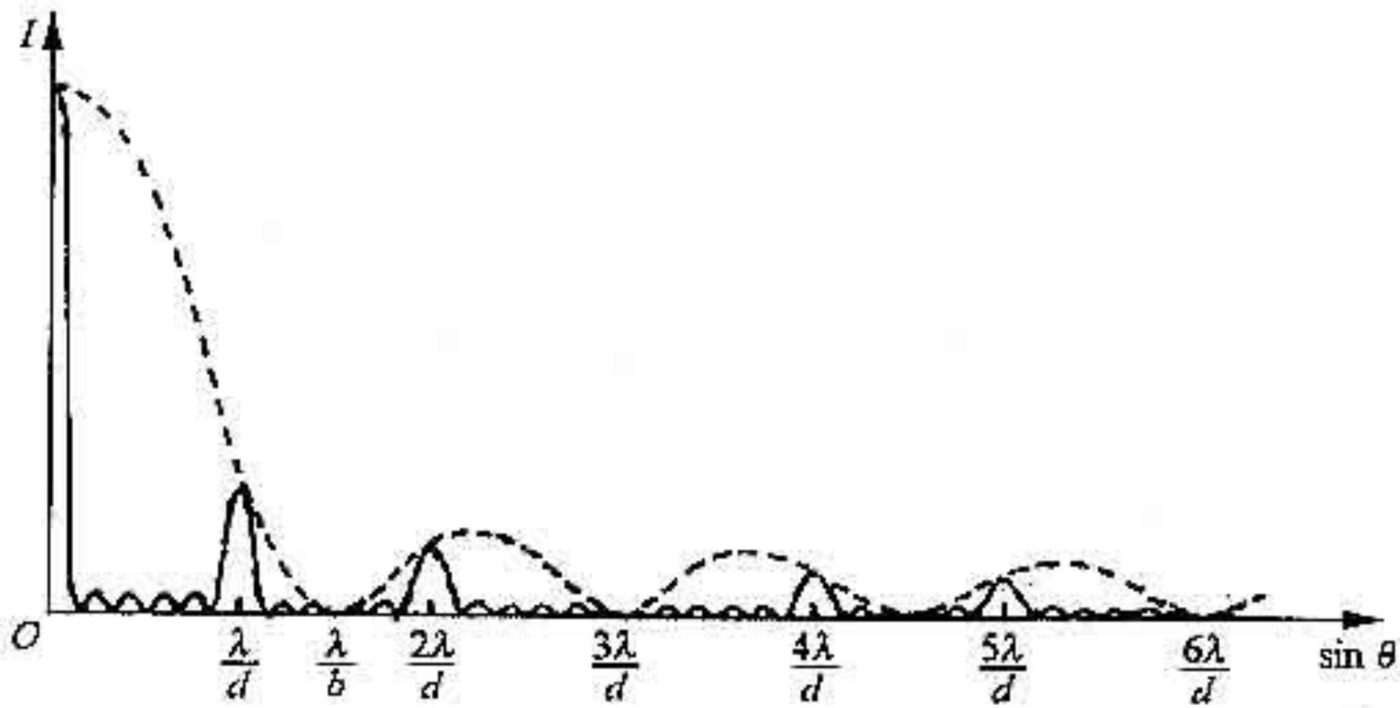
因此在两个相邻的主极大之间共有等间隔的 $N-1$ 个极小值，其强度为零；在两个相邻的极小值之间有一个次极大，在两个相邻的主极大之间共有 $N-2$ 个次极大；各缝间干涉强度分布受到单缝衍射强度分布的调制，单缝衍射的极小值位置

$$\sin\theta=\frac{n\lambda}{b},\quad n=\pm 1,\pm 2,\cdots;$$

当光栅常数 d 与缝宽 b 成简单整数比时，会产生主极大的缺级.

对于题给情形，$N=6$，$d=1.5b$，两个主极大之间有 5 个极小值，4 个次极大；由于 $\frac{k}{n}=\frac{d}{b}=\frac{3}{2}$，因而缺级情况是 $k=\pm 3,\pm 6,\pm 9,\cdots$

缺级. 作出的光栅强度分布图如图. 由于此强度分布图左右两边是对称的，因此只需画出一半就可以了.



题 3.7

这是一道关于光栅强度分布的习题，它把有关光栅强度分布的概念都概括在内了，这对于学生掌握光栅强度分布颇多裨益.

3.9 He-Ne 激光器发出的红光，$\lambda = 6328$ Å，垂直入射到一平面透射光栅上，观察其夫琅禾费衍射花样. 测得第一级极大出现在 38°的方向上，求光栅常数. 能否看到其二级光谱？

解 根据光栅方程 $d\sin\theta = k\lambda$，得

$$d = \frac{k\lambda}{\sin\theta} = \frac{1 \times 6.328 \times 10^{-7}}{\sin 38^\circ}\ \mathrm{m} = 1.03 \times 10^{-6}\ \mathrm{m} = 1.03\ \mu\mathrm{m},$$

$$\sin\theta = \frac{2\lambda}{d} = 1.229 > 1, \quad \text{无解}.$$

故不可能看到其二级光谱.