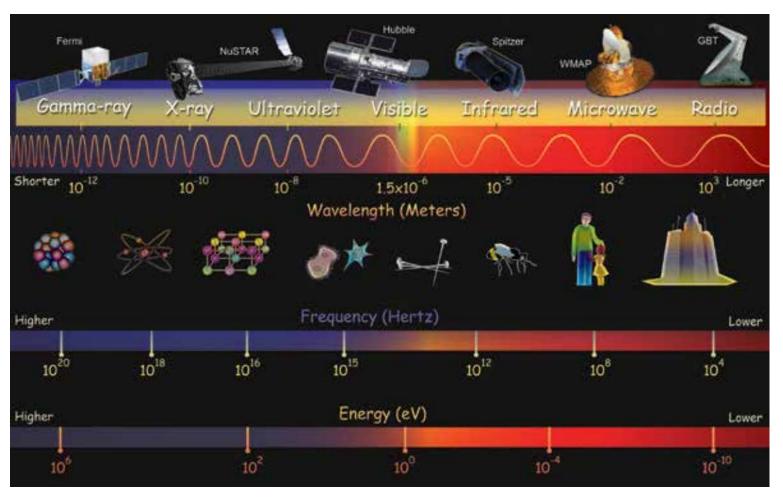
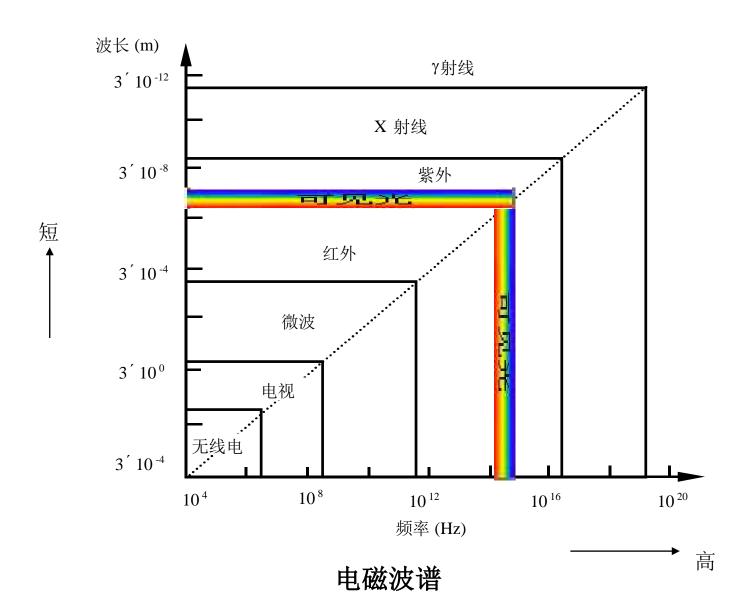
# 第十一章 光的电磁理论基础

- 两种波动理论
- 光的电磁理论的建立
  - 安培(Ampere)
  - 法拉第(Faraday)
  - 麦克斯韦(Maxwell)
  - 赫兹(Hertz)
- 现代物理光学的两种理论基础

# 光波是特定波段的电磁波



可见光波长约为380---760nm,光频为8×10<sup>14</sup>--- 4×10<sup>14</sup>Hz



# 光波谱

		L外	$1 \text{ mm} \sim 20 \mu\text{m}$
红外线(1 mm~0.76 μm)	中红外		20 $\mu$ m $\sim$ 1.5 $\mu$ m
	近红	L外	1.5 $\mu$ m $\sim$ 0.76 $\mu$ m
	红	色	760 nm~650 nm
可见光(760 nm~380 nm) <	橙	色	650 nm~590 nm
	黄	色	590 nm∼570 nm
	绿	色	570 nm∼490 nm
	青	色	490 nm~460 nm
	蓝	色	460 nm∼430 nm
	紫	色	430 nm~380 nm
紫外线(400 nm~10 nm)	近紫	外	380 nm∼300 nm
	中紫	外	300 nm∼200 nm
	真空	紫外	200 nm~10 nm

# 携带的科学仪器 "嫦娥二号







VIS



Near

IR

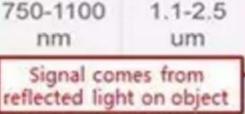
750-1100

nm



"Reflective IR"

	Н
SWIR	
Short Wave	
1.1-2.5 um	



#### "Thermal IR"





MWIR	LWIR
Mid Wave	Long Wave
3.0-5.0 um	7.0-14 um

Signal comes from object temperature





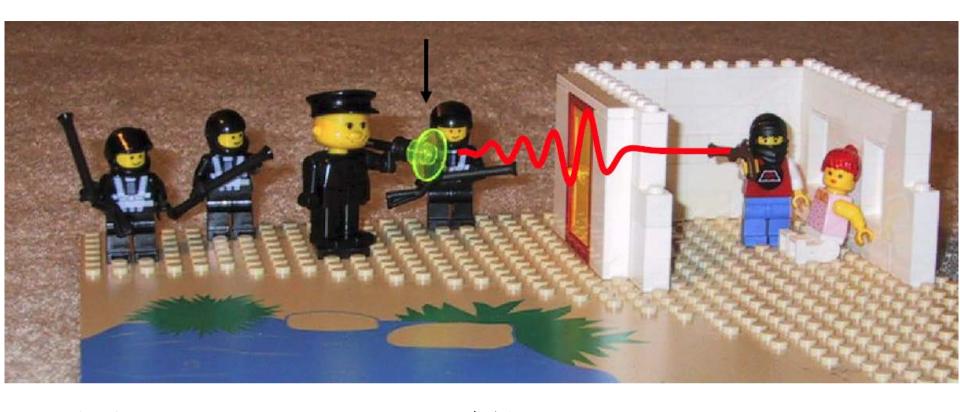
Ultra Violet	Visible		
10-400	400–750		







# THz—穿墙看



频率: 0.1THz —10 THz 波长: 0.03 mm —3 mm

# 第十一章 光的电磁理论基础

- § 11-1 光的电磁波性质
- § 11-2 光在电介质界面上的反射和折射
- § 11-5 光波的叠加

# §11-1 光的电磁波性质

- 一、麦克斯韦方程组
- 二、物质方程
- 三、波动方程
- 四、波动方程的平面波解(平面波、简谐波解 的形式和意义,物理量的关系,电磁波的性 质)
- 五、波动方程的球面波解和柱面波解(定义、 方程表达式)
- 六、光波的辐射

## 一、麦克斯韦方程组

## 1、麦克斯韦方程组的积分形式

高斯定理:

$$\iint_{S} \vec{\mathbf{D}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = Q$$

$$\iint_{S} \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = 0$$

$$\iint_{\mathcal{T}} \vec{\mathbf{E}} \bullet d\vec{\mathbf{1}} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\iint_{\partial t} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \bullet d\vec{\mathbf{s}}$$

$$\iint_{I} \vec{\mathbf{H}} \cdot d\vec{\mathbf{l}} = I + \iint_{I} \frac{\partial \vec{\mathbf{D}}}{\partial t} \cdot d\vec{\mathbf{s}}$$

D: 电感强度

B: 磁感强度

Ē: 电场强度

H: 磁场强度

 $\vec{\Phi}$ : 磁通量

传导电流一电荷的流动

位移电流一电场的变化

变化的磁场产生涡旋电场

变化的电场产生涡旋磁场

后两个公式反映了磁场和电场之间的相互作用。

## 2、麦克斯韦方程组的微分形式

- $\vec{\mathbf{D}}$ : 电感强度,电位移矢量, $\vec{\mathbf{D}} = \boldsymbol{\varepsilon}_0 \vec{\mathbf{E}} + \vec{\mathbf{P}}$ , $\vec{\mathbf{P}}$ 为介质的电极化强度矢量;
- $\vec{B}$ : 磁感强度, 大小 $\vec{B}=\vec{F}_{mmax}/q\vec{v}$ ,方向 $\vec{B}$   $\vec{F}_{mmax}$   $\vec{v}$ 为正交右手系;
- $\vec{E}$ : 电场强度矢量, 电场力/电荷  $\vec{E}=\vec{F}_e/q$ ,电场方向和电场力的方向一致;
- $\vec{H}$ : 磁场强度矢量,磁矢量,  $\vec{H}=\vec{B}/\mu_0$ - $\vec{M}$   $\vec{M}$ 为介质的磁化强度矢量;
- $\rho$ : 封闭曲面内的电荷密度;
- j: 积分闭合回路上的传导电流密度;
- $\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ : 位移电流密度。

## 3、麦克斯韦方程的意义

方程①: 电场的高斯定律: 电场可以是有源场:

 $\nabla \bullet \vec{\mathbf{D}} = \rho$ 电力线必须从正电荷出发终止于负电荷。

磁通连续定律:磁场是无源场; 方程②:

 $\nabla \bullet \vec{\mathbf{B}} = 0$ 通过闭合面的磁通量等于零,磁力线是闭合的。

方程③: 法拉第电磁感应定律: 变化磁场产生感应

 $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial B}{\partial t}$  电场(涡旋场),其电力线是闭合的。

方程④:安培环路定律:传导电流和位移电流都对

 $\nabla \times \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$  磁场的产生有贡献。

方程⑤: 电荷守衡定律: 场中某一点传导电流密度的散度等

 $\nabla \cdot \vec{j} = \frac{\partial \rho}{\partial t}$  于该点单位时间内电荷密度的减少,即系统的总电 描述故识性不正 荷严格保持不变。

麦克斯韦方程揭示了电场、磁场的性质及电、磁场之间的联系。

## 二、物质方程(描述物质在场作用下特性的方程)

- 2.1 各向同性介质的物质方程
- 2.1.1 D与E关系

$$\vec{\mathbf{D}} = \boldsymbol{\varepsilon}_0 \vec{\mathbf{E}} + \vec{\mathbf{P}} \qquad \text{电极化强度}$$
 
$$\vec{\mathbf{P}} = \boldsymbol{\varepsilon}_0 \left( \chi_1 \mathbf{E} + \chi_2 \mathbf{E}^2 + \chi_3 \mathbf{E}^3 + \cdots \right) \vec{\mathbf{E}} / \mathbf{E}$$
 真空介电常数 电极化率

电磁场所在 物质的性质

线性光学 
$$\vec{\mathbf{D}} = \boldsymbol{\varepsilon}_0 (1 + \chi_1) \vec{\mathbf{E}} = \boldsymbol{\varepsilon} \vec{\mathbf{E}}$$

D与 E 同方向

$$\varepsilon = \varepsilon_0 (1 + \chi_1) = \varepsilon_0 \varepsilon_r$$

$$\vec{\mathbf{D}} = \boldsymbol{\varepsilon}_0 \vec{\mathbf{E}}$$
 真空中

 $\varepsilon_0 = 8.8542 \times 10^{-12} C^2 / N \cdot m^2 ( \text{ \chi}^2 / + \cdot \text{\chi}^2 )$ 

#### 2.1.2 B与H的关系



$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{M} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \kappa \vec{H} = \mu_0 (1 + \kappa) \vec{H} = \mu \vec{H}$$

真空磁导率

 $\mu = \mu_0 (1 + \kappa)$  磁极化率

介质磁导率

非磁性介质  $\kappa = 0$  或很小,M几乎等于零

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

 $\vec{B}$  与  $\vec{H}$  方向一致

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \, \mathbf{N} \cdot \mathbf{S}^2 / \mathbf{C}^2$$
牛·秒²/库²

2.1.3 J与E的关系

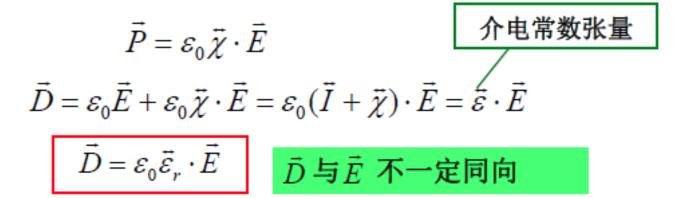
$$\vec{j} = \sigma \vec{E}$$
 电导率

欧姆定律的微分形式

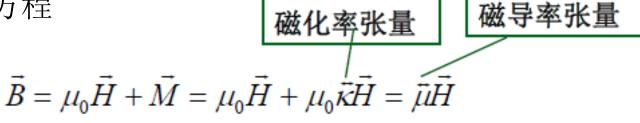
在真空中, $\sigma\!\!=\!\!0$ 

## 2.2 各向异性介质的物质方程

2.2.1 电场物质方程和介电常数张量



2.2.2 磁场物质方程



非磁性介质  $\vec{\kappa} \approx 0$   $\vec{M} \approx 0$ 

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

 $\bar{B}$  与  $\bar{H}$  方向一致

# 物质方程的物理意义:

- 若物质的电导率 $\sigma ≠ 0$  —物质具有导电性
  - 电磁波在这种物质中传播时要衰减,因为电磁波的部分能量会转化为焦耳热而被消耗掉。
- $若 \sigma = 0$  —透明介质对光没有吸收,是绝缘体
  - (水、玻璃、石英晶体等透明物质,物质方程中**J**=0)。
- -E、D 相互联系: 由物质相对介电常数  $\varepsilon_r$ 决定。
- -B、H 相互联系: 由物质相对磁导率 $\mu_r$ 决定。
  - 对光波透明的电介质其  $\mu_r = 1$  , 即  $\mu = \mu_0$  。
- 对于色散介质,介质的介电常数ε是电磁波频率ω的函数,不同频率的单色波,介电常数ε数值不同;

## 三、电磁场的波动性

(一)、电磁场的传播

随时间变化的电场在周围空间产生一个涡旋磁场

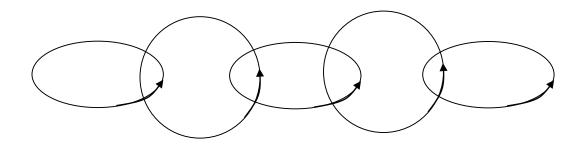
随时间变化的磁场在周围空间产生一个涡旋电场



互相激发,交替产生,在空间形成统一的场—电磁场



交变电磁场在空间以一定的速度由近及远地传播—电磁波



#### (二)、电磁场波动方程

对于电磁场远离辐射源(无限大均匀介质):  $\rho$ =0, j=0

$$\nabla \bullet E = 0$$
  $\nabla \bullet B = 0$  点积为零,叉积与时间偏导成正比

结果: 
$$\nabla^2 E - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0$$
 (11-13)

$$\nabla^2 \mathbf{B} - \frac{1}{\mathbf{v}^2} \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} = 0 \qquad (11-14)$$

结果: 
$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0$$

$$\nabla^2 \mathbf{B} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} = 0$$

表明电场和磁场是 以波动形式进行的

#### (三)、电磁波

电磁波的传播速度:  $V = 1/\sqrt{\varepsilon\mu}$ 

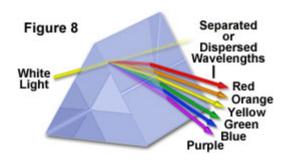
真空中传播速度 光速:  $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} = 2.99794 \times 10^8 \text{ m/s}$ 

$$\mathbf{\varepsilon}_r = \mathbf{\varepsilon}/\mathbf{\varepsilon}_0$$
;  $\mathbf{\mu}_r = \mathbf{\mu}/\mathbf{\mu}_0$ 

和电磁波的折射率:  $n = c/v = \sqrt{\varepsilon_r \mu_r}$ 

- 关于折射率
- 折射率是关于介质材料光学性能的重要参数。
- 一种介质对不同波长的光具有不同的折射率,这被称作色散-----白光经界面折射被分散为不同颜色的光束。  $n = A + B/\lambda^2 + C/\lambda^4$
- 折射率与光速比:介质折射率等于真空中光速与该介质中光速的比值:n=c/v

例如:水的折射率为4/3,光在水中的传播速度为 $v=3\times10^8 m/s\times3/4\approx2.25\times10^8 m/s$ 



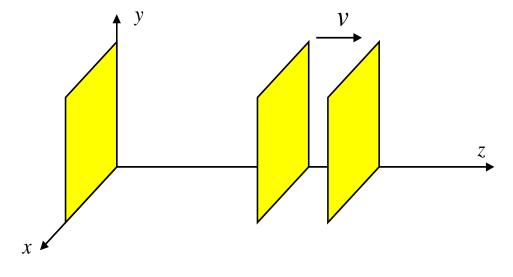
## 波动方程的平面波解

平面电磁波是在与传播方向正交的平 面上各点电场或磁场具有相同值的波

- (一) 波动方程的平面波解
  - 1、方程求解:

$$\nabla = \mathbf{x_0} \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{y_0} \frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{z_0} \frac{\partial}{\partial z}$$
$$= \mathbf{z_0} \frac{\partial}{\partial z}$$

结果: 
$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0$$
  $\Rightarrow \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0$ 



$$\Rightarrow \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow$$
  $\delta$ 

$$\delta \Box \frac{z}{v} - t \qquad \eta = \frac{z}{v} + t$$

 $\delta \Box \frac{z}{v} - t$   $\eta = \frac{z}{v} + t$  应用数理方法中行波法求解方程得

$$E = f_1(\frac{z}{v} - t) + f_2(\frac{z}{v} + t) \quad \text{fl} \quad B = f_1(\frac{z}{v} - t) + f_2(\frac{z}{v} + t)$$

#### 2、解的意义:

$$E\Box f_1(\frac{z}{v}-t)+f_2(\frac{z}{v}+t)$$

$$B \square f_1(\frac{z}{v} - t) + f_2(\frac{z}{v} + t)$$

$$f_1 \quad \Box \quad f_2 \quad \Box \quad (\frac{z}{v} - t) \Box \quad (\frac{z}{v} + t)$$

取正向传播:  $E \square f_1(\frac{z}{z}-t)$ 

$$E\Box f_1(\frac{z}{v}-t)$$

$$B\Box f_1(\frac{z}{v}-t)$$

 $B \square f_1(\frac{z}{v} - t)$  这是行波的表示式,表示 源点的振动经过一定的时 阅维记式传播到坛点 间推迟才传播到场点。

#### (二) 平面简谐电磁波的波动公式

$$E = A\cos\left[\omega(\frac{z}{v} - t)\right] \qquad A \square \square \square \square$$

$$B = A' \cos \left[ \omega \left( \frac{z}{v} - t \right) \right]$$

$$\omega$$
  $\square$   $\square$   $\square$ 

$$\left[\boldsymbol{\omega}(\frac{z}{v}-t)\right]\square \square \square \square$$

等相面或波面

某一时刻位相为常数的位置的轨迹

位相是时间和空间坐标的函数,表示平面波在不同时刻空间各点的振动状态。

#### 平面波的等相面是平面

波矢量k

等相面法线方向,波能量的传播方向(各向同性介质),大小—波数等于 $2\pi/\lambda$ 

波数:  $k = 2\pi / \lambda$  (每2 $\pi$ 长度内波长的数量)

波的频率(单位时间内场周期变化的次数):

$$\gamma = \frac{1}{T} = \frac{V}{\lambda}$$

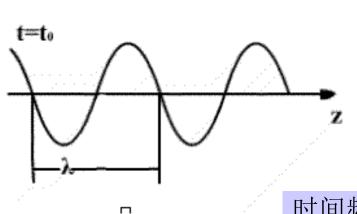
T为周期(场一次周期变化所需的时间),并把  $2\pi\gamma$  称为 角频率  $\omega$ 

$$\omega = 2\pi\gamma$$

因此波数

$$k = 2\pi / \lambda = \omega / v$$

固定某一时刻 $\mathbf{t}_{\mathbf{I}}$ ,看波在空间的分布:



空间周期: λ

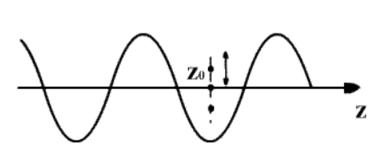
空间频率:1/1

 $\sim$  空间角频率:  $k=2\pi/\lambda$ 

表示波的空间周期性

时间频率  $--\gamma = \frac{\nu}{2}$ 

固定空间某点 Zo, 随时间周期振动:



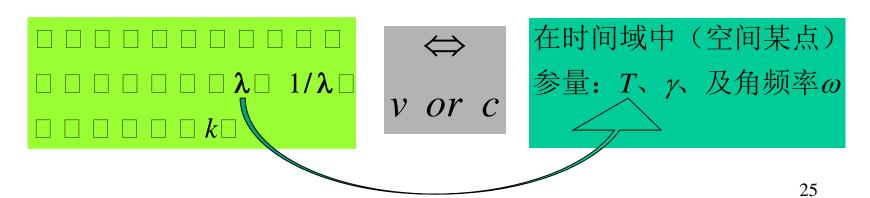
时间周期: T

时间频率:  $\gamma = 1/T$  表示波的时间周期性 角频率:  $\omega = 2\pi/T$ 

$$\omega=2\pi\gamma=2\pi/T$$
  $\gamma$ : 振动频率  $\lambda=vT$ ,  $\lambda_0=cT$   $\lambda$ : 波长  $\lambda=\lambda_0/n$   $k=2\pi/\lambda=\omega/v$   $k$ : 波数/空间角频率  $k_0=2\pi/\lambda_0=\omega/c$ 

波动公式: 
$$E \square A \cos \left[ 2\pi \left( \frac{z}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \right]$$
 (11-25) 
$$E \square A \cos \left( kz - \omega t \right)$$

上式是一个具有单一频率、在时间和空间上无限延伸的波。



## 沿空间任一方向k传播的平面波

$$E = A\cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)$$

$$E = A\cos[k(x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma) - \omega t]$$

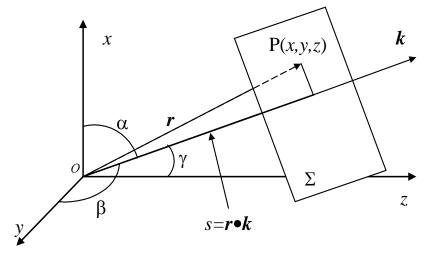
平面波的复数形式:

$$E = A \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)]$$

#### 复振幅:

$$E = A \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$$

复振幅: 只关心光波在空间的分布。



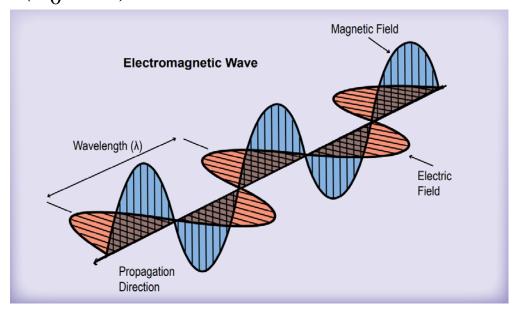
#### (三) 平面电磁波的性质

- 1、横波特性: 电矢量和磁矢量的方向均垂直波的传播方向。
- 2、E、B、k 互成右手螺旋系。

$$\boldsymbol{B} = \frac{1}{v}(\boldsymbol{k}_0 \times \boldsymbol{E}) = \sqrt{\varepsilon \mu}(\boldsymbol{k}_0 \times \boldsymbol{E})$$

3、*E和B同相* 

$$\frac{\left|E\right|}{\left|B\right|} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = v$$



对人眼、光敏材料和光检测器起作用的是电矢量而不是磁矢量,所以只考虑光波电场的作用,此时电矢量就代表光矢量

# 例1 求波前函数

- 某一列平面波,其传播方向平行xoz平面, 且与z轴夹角为θ,参见右图,试写出其在 z=0平面上的波前函数。
- 解: 先分析波矢k<sub>1</sub> 的三个分量

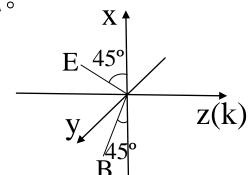
 $k_{1x}=k\sin\theta$ ,  $k_{1y}=0$ ,  $k_{1z}=k\cos\theta$ 

 $E = A \exp(i kx \sin \theta)$ 

共轭波:  $E = A \exp[i kx \sin(-\theta)]$ 

## 例2写E和B的表达式

- 一平面简谐电磁波在真空中沿z轴正向传播,其频率为 6×10<sup>14</sup>Hz, 电场振幅为42.42V/m, 如果该电磁波的电场振动面与xz面成45°, 试写出E和B的表达式。
- 解: 电场振幅在x和y方向上的分量为  $A_x = A\cos 45^\circ = (42.42 \times 0.707)V/m = 30V/m$   $A_y = A\sin 45^\circ = (42.42 \times 0.707)V/m = 30V/m$



• 因此,电场的表达式就为

$$E_{x} = E_{y} = A_{x} \cos \left[\omega \left(\frac{z}{v} - t\right)\right] = 30 \cos \left[2\pi \times 6 \times 10^{14} \left(\frac{z}{3 \times 10^{8}} - t\right)\right] V / m, E_{z} = 0$$

• 
$$B_y = -B_x = \frac{E_x}{c} = \frac{30}{3 \times 10^8} = 1 \times 10^{-7} T$$

• 所以磁场的表达式

$$B_{y} = -B_{x} = (1 \times 10^{-7}) \cos \left[ 2\pi \times 6 \times 10^{14} \left( \frac{z}{3 \times 10^{8}} - t \right) \right] T, B_{z} = 0$$

## 五、波动方程的球面波解和柱面波解

#### 1、球面波

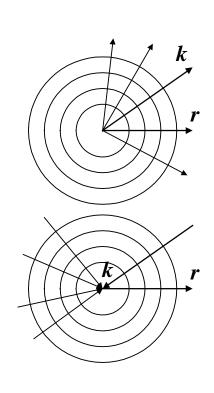
公式的推导

公式的意义

$$E \Box \frac{A}{r} \exp[i(kr - \omega t)]$$

发散的球面波:  $E = \frac{A}{r} \exp(ikr)$ ,

会聚的球面波:  $E = \frac{A}{r} \exp(-ikr)$ 



#### 球面波的等相面是r=常量的球面

#### 2、柱面波

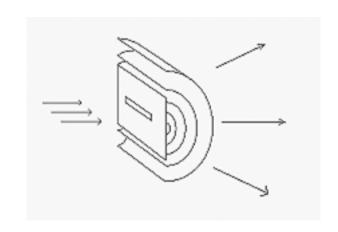
公式的推导

公式的意义

$$E \Box \frac{A}{\sqrt{r}} \exp[i(kr - \omega t)]$$

发散的柱面波:  $E = \frac{A}{\sqrt{r}} \exp(ikr)$ ,

会聚的柱面波:  $E = \frac{A}{\sqrt{r}} \exp(-ikr)$ 



#### 柱面波的等相面是r=常量的柱面

## 六、光波的辐射

光源的辐射产生光波。

光源: 任何发光的物体。

分类:

热光源 气体放电电源 激光器









热光源灯具

钠灯

汞灯

激光

#### (一) 电偶极子辐射

#### 经典电磁理论:

在外界能量激发下,物体中的原子成为一个振荡电偶极子,从而在周围空间产生交变的电磁场,以一定速度传播,并伴随着能量的传递。

理论基础: 麦克斯韦方程组求取电偶极子辐射的电磁场的规律.

假设电偶极子作直线简谐振荡,电偶极矩为  $p = p_0 \exp(-i\omega t)$ 

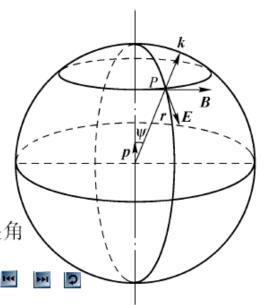
式中, $p_0$  是电偶极矩的振幅(电偶极矩的最大值), $\omega$  是角频率。

#### 则远离偶极子中心的某点M的场为:

$$E = \frac{\omega^2 p_0 \sin \psi}{4\pi \varepsilon v^2 r} \exp\left[i(kr - \omega t)\right]$$

$$B = \frac{\omega^2 p_0 \sin \psi}{4\pi \varepsilon v^3 r} \exp\left[i\left(kr - \omega t\right)\right]$$

式中,r 是电偶极子到P 点的距离, $\psi$  是r 与电偶极子轴线之间的夹角

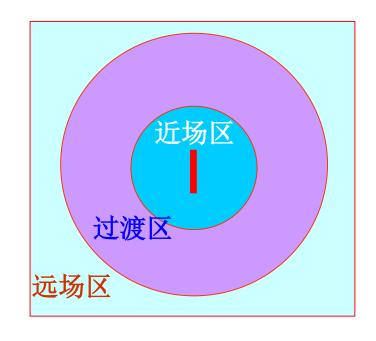


# 电偶极子周围的空间划分为三个区域:

近场区: kr <<1

远场区: kr >> 1

过渡区:



#### ■ 电偶极子远区场的特点:

- (1) 远区场是横电磁波, 电场、磁场和传播方向相互垂直;
- (2) 远区电场和磁场的相位相同;
- (3) 电场、磁场的振幅与1/r 成正比;
- (4) 远区场具有方向性,按 sinψ变化。

#### (二) 实际光波

#### 由一段段有限长波列组成

实际光波的波列形式存在非单一频率的简谐波

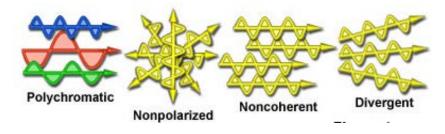
波列长度取决于原子两次 碰撞的时间间隔10-9s

电偶极子的辐射

实际光波无偏振性

波列的**振动方向**和相位的 无规则性,光源由无数独 立原子组成

观测者在一个较长观测时间 $T(T>> T_{t}$  波列存在时间) 内接收这类光的组合时, 各个波列的振动方向和相位被完全平均成为均匀包含任何方位振动的光——自然光,这就是实际光源发出的光波



#### (三)辐射能

#### 电磁波的传播过程伴随着能量在空间的传递

辐射强度矢量或坡 印亭矢量

$$S = \omega \upsilon = \frac{\upsilon}{2} (\varepsilon E^2 + \frac{1}{\mu} B^2) = \upsilon \varepsilon E^2 = \frac{1}{\mu} EB$$

用于描述电磁能量的传播,第一项为电场的能量密度(电能 密度),第二项是磁能密度

- •S方向表示能量流动的方向
- •其大小表示单位时间垂直通过单位面积的能量

$$S = \frac{1}{\mu}E \times B$$
 S与E和B互相垂直,  
组成右手螺旋系

光强度 
$$I = \overline{S} \propto A^2$$

(光学中可直接测量)

# 本课内容回顾

- 1、麦克斯韦方程组
- 2、物质方程
- 3、波动方程
- 4、电磁波的平面波解(平面波、简谐波解的 形式和意义,物理量的关系,电磁波的性质)
- 5、球面波和柱面波(定义、方程表达式)
- 6、光波的辐射

# 练习题

• 在玻璃中传播的一个线偏振光可以表示为,

$$E_{x} = 10^{2} \cos \pi 10^{15} (\frac{z}{0.65c} - t)$$
  $E_{y} = 0$   $E_{z} = 0$ 

试求: (1) 光的频率和波长; (2) 玻璃的折射率。

• 平面电磁波的表达为  $E = (-2x_0 + 2\sqrt{3}z_0) \exp[i(\sqrt{3}x + z + 6 \times 10^8 t)]$  式中时间以s为单位,电场度以V/m为单位。试分别求它的振幅( )、偏振方向( )、传播方向( )、频率( )。

# 作业

- P351页
- 第1、3、4、6题