题1 理想气体处于平衡态时，根据麦克斯韦速率分布函数 $\frac{dN}{N} = f(v)dv = 4\pi(\frac{m}{2\pi kT})^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^2 dv$

可导得分子平动动能在ε到ε+dε区间的概率为f(ε)dε = ？

其中 $\varepsilon = \frac{1}{2}mv^2$。 在根据这一分布式，可导得分子平动动能的最可几值 ε_p =

$$\varepsilon = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow d\varepsilon = mvdv$$

$$\frac{dN}{N} = f(v)dv = 4\pi(\frac{m}{2\pi kT})^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^2 dv$$

$$= \frac{2}{\sqrt{\pi}}(kT)^{-3/2}\sqrt{\varepsilon}e^{-\frac{\varepsilon}{kT}}d\varepsilon$$

$$\frac{df(\varepsilon)}{d\varepsilon} = 0 \Rightarrow \varepsilon = \frac{1}{2}kT$$

2、在下列四种情况中，何种将一定能使理想气体分子的平均碰撞频率增大？（ ）

A增大压强,提高温度； B增大压强,降低温度；C降低压强,提高温度；D降低压强，保持温度不变

$$\bar{z} = \sqrt{2}\pi d^2 \bar{v} n \qquad \left(\bar{v} = 1.60\sqrt{\frac{RT}{M}}, p = nkT \right)$$

$$= \sqrt{2}\pi d^2 1.60\sqrt{\frac{RT}{M}} \cdot \frac{p}{kT}$$

3、如果理想气体的温度保持不变，当压强降为原来的一半时，分子的碰撞频率为原值的（ ），分子的平均自由程程为原值的（ ）。

$$\bar{z}=\sqrt{2}\pi d^2\bar{v}n\propto\frac{p}{\sqrt{T}}$$

1/2

$$\bar{\lambda}=\frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p}$$

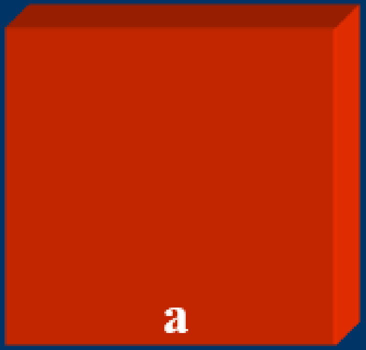
2

4 – 竞赛题扩展

4、有一个边长为10cm的立方容器，内盛有标准状态下的He气，则单位时间内原子碰撞一个器壁面的次数的数量级为（ ）

（a)$10^{20}s^{-1}$ （b)$10^{26}s^{-1}$ （c)$10^{32}s^{-1}$

析：单位时间内一个原子与一个器壁碰撞的次数：$\frac{1}{6}\cdot\frac{\bar{v}}{a}$



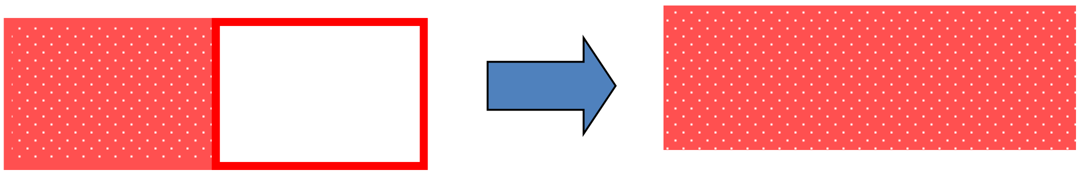
单位时间内所有原子与一个器壁碰撞的次数：

$$N_m=\left(\frac{1}{6}\frac{\bar{v}}{a}\right)\cdot na^3=7.49\times10^{25}/s$$

1、一定的理想气体从体积V的初状态，变到体积为2V的末状态，则不论经历什么过程，系统必然对外做正功。

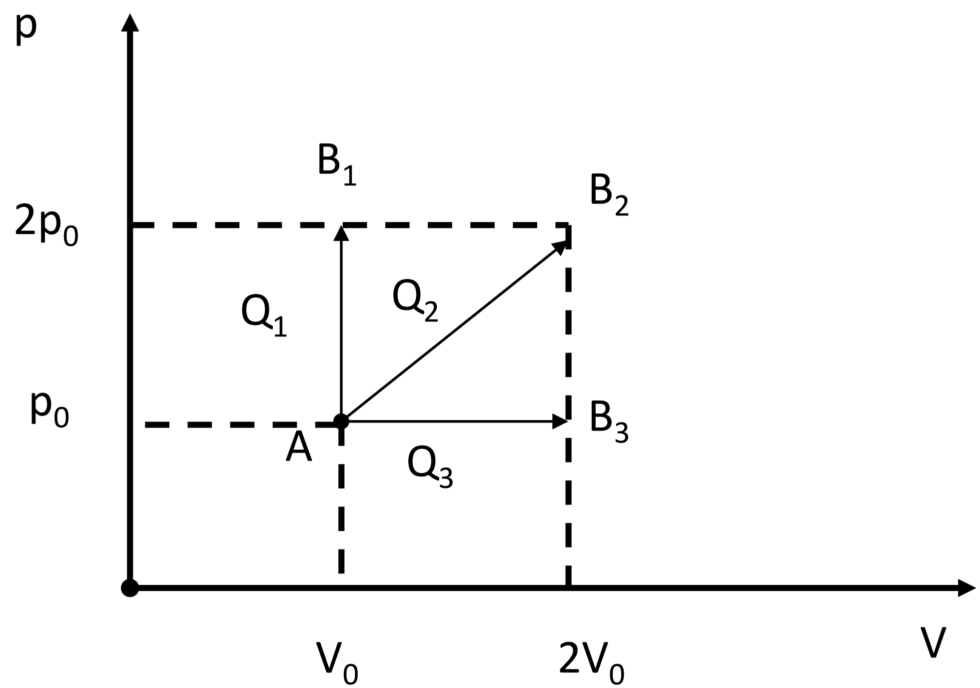
错

W=0



理想气体
自由膨胀

2、单原子分子理想气体经历的三个准静态过程AB_1，AB_2，AB_3如图所示，这三个过程的吸热量依次为Q_1，Q_2，Q_3,其中最大者为_______。这三个过程的摩尔热容量依次记为C_{m1}，C_{m2}，C_{m3}，其中最大者为_________。



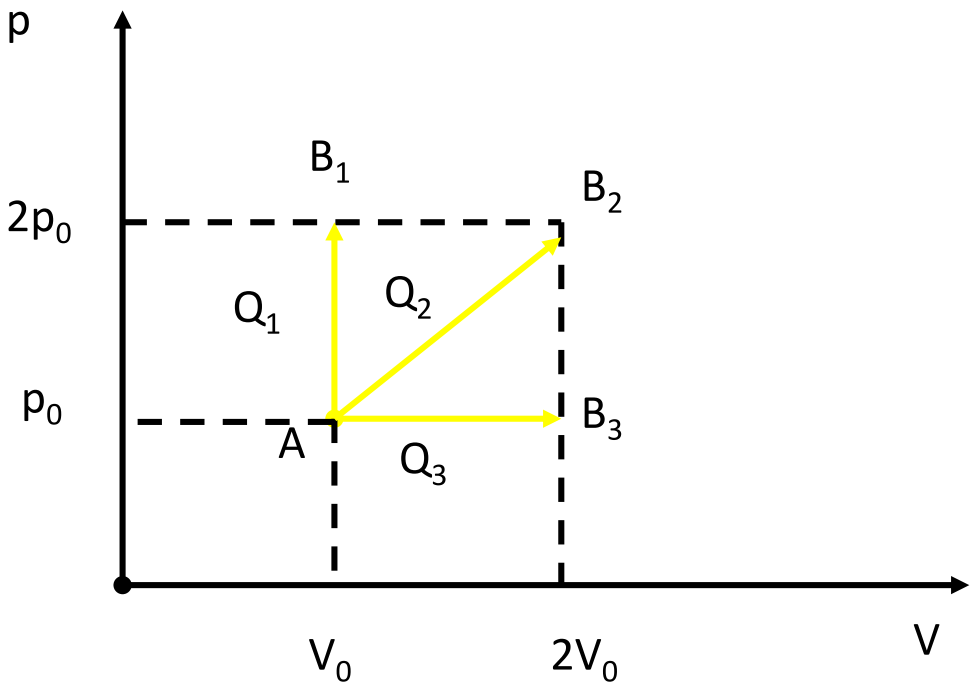
解：过程AB_1吸热：

$$Q_1 = \Delta E = \gamma C_V \Delta T$$

$$= \gamma \frac{3}{2} R T_0 = \frac{3}{2} p_0 V_0$$

$$C_{m1} = \frac{3}{2} R$$

过程AB_2吸热：



$$Q_2 = \Delta E + W$$

$$= \gamma C_V \Delta T + \frac{3}{2} p_0 V_0$$

$$= \gamma \frac{9}{2} R T_0 + \frac{3}{2} p_0 V_0$$

$$= 6\gamma R T_0 = 6 p_0 V_0$$

$$C_{m2} = 2R$$

过程AB_3吸热：

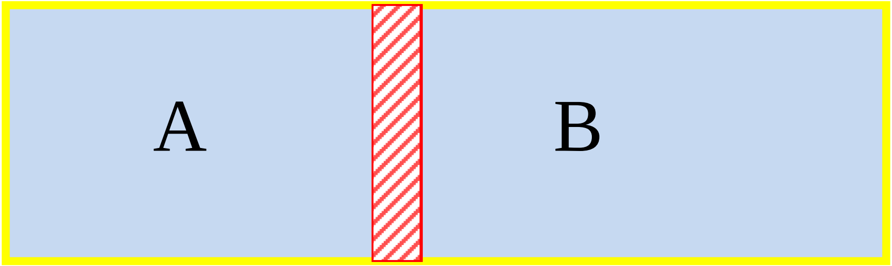
$$Q_3 = \gamma C_p \Delta T = \gamma \frac{5}{2} R T_0 = \frac{5}{2} p_0 V_0$$

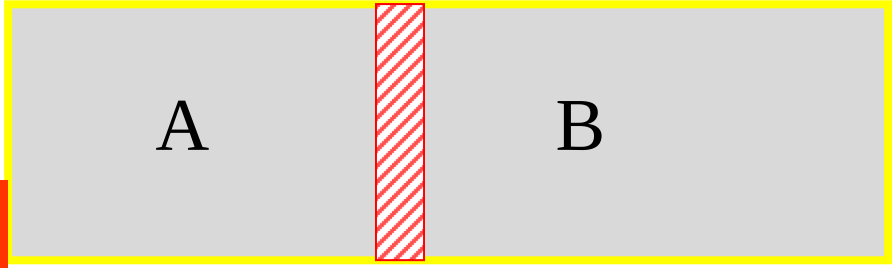
$$C_{m2} = \frac{5}{2} R$$

Q_2最大

C_{m3}最大

3、用一**不导热**的活塞，把气室分成A、B两部分，内有理想气体。活塞和气室间无摩擦。开始时$t_A=27^0C$，$t_B=37^0C$，活塞最终达平衡状态。现将活塞固定，同时使A、B的温度各升高10^0C，然后撤去对活塞的固定，活塞将向（）侧运动。





初始条件:

$T_A = 300K; T_B = 310K; p_A = p_B$

末态: $T'_A = 310K; T'_B = 320K$

V_A保持不变；V_B保持不变

$$\frac{p_A}{T_A} = \frac{p'_A}{T'_A} \Rightarrow p'_A = \frac{310}{300} p_A$$

$$\frac{p_B}{T_B} = \frac{p'_B}{T'_B} \Rightarrow p'_B = \frac{320}{310} p_B$$

$$\Rightarrow \frac{p'_A}{p'_B} = \frac{961}{960}$$

活塞将向（ B）侧运动。

4、图中MN为某理想气体的绝热过程曲线， ABC是任意过程，箭头表示过程进行的方向。ABC过程结束后气体的温度（增加、减小或不变）（ ）；气体所吸收的热量为（正、负或零）（ ）。

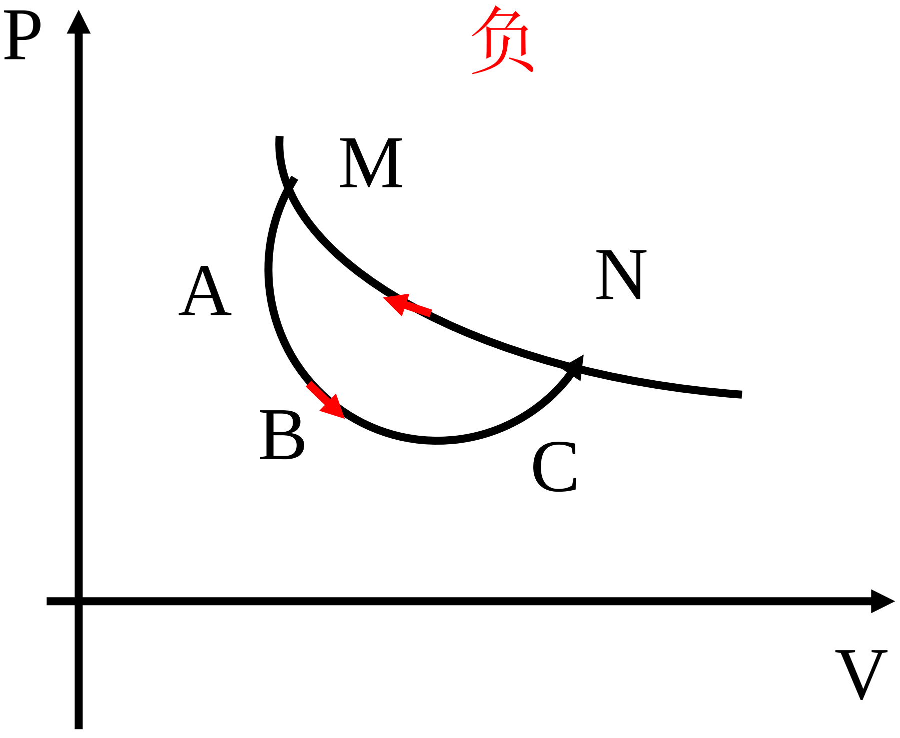
减小

负

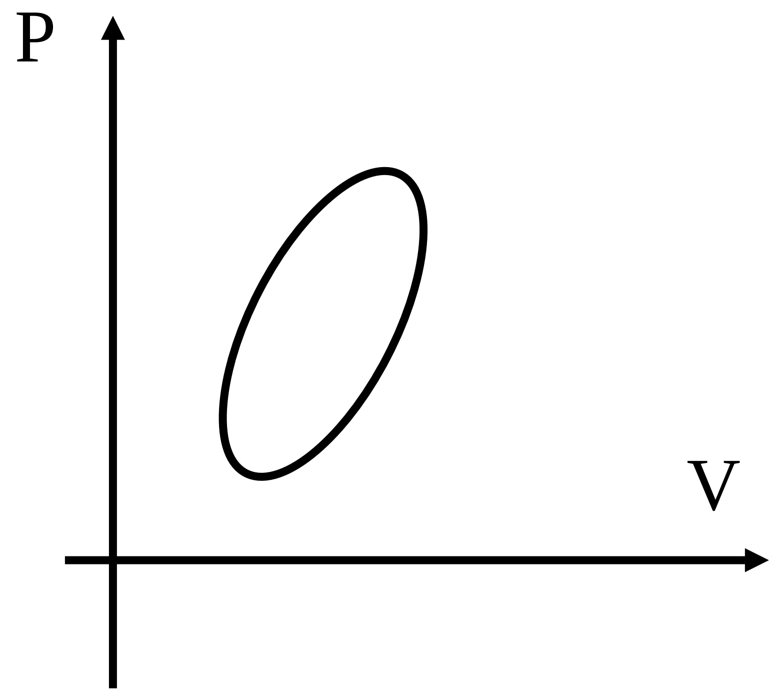
解:(1)MN绝热过程Q=0
A经MN到达C,W>0
内能降低,$T_C<T_A$

(2)设一循环过程
ABCNM:$W<0,Q_{NM}=0$

$Q_{ABC}<0$



5、某气体系统在p–V图上的一条循环曲线如图所示，试求证该系统在对应的循环过程中其摩尔热容量不能为恒量。



反证法：

设循环过程中摩尔热容量是常量C，则循环过程中吸收的热量：

$$Q = \oint dQ = \oint \gamma C_V dT = 0$$

循环后系统恢复原态，其内能增量：

但系统对外做功不为零，与热一律矛盾

6、四个恒温热源之间关系为$T_1=\alpha T_2=\alpha^2T_3=\alpha^3T4$，其中常数$\alpha>1$。工作于其中两个任选热源之间的可逆卡诺热机的循环效率最大可取值η_{max}=__________；

由这四个热源共同参与的某个可逆循环如图所示，途中每一条实线或为T1、T2、T3、T4等温线，或为绝热线，中间两条实线与其间辅助虚线同属一条绝热线。此循环效率为η=

$$\eta=1-\frac{T_2}{T_1}$$

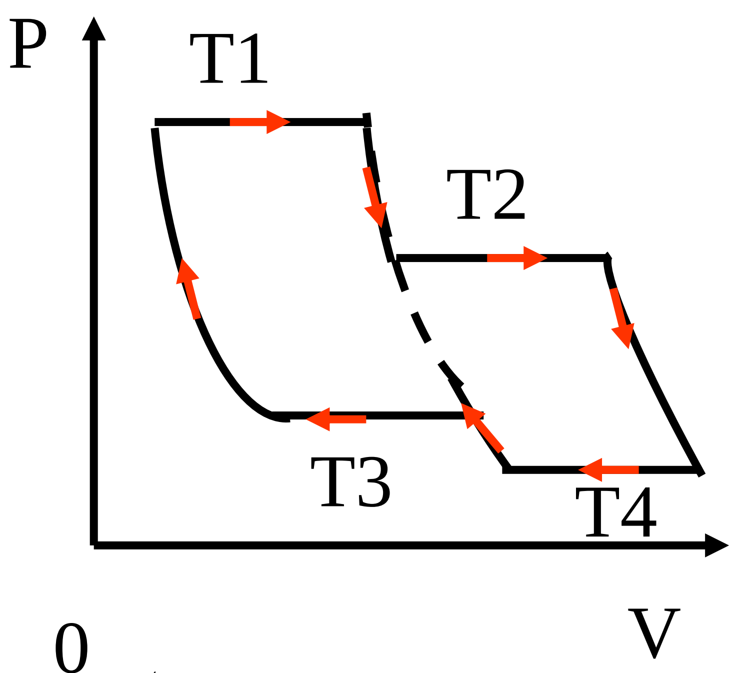
$$\eta_{\max}=1-\frac{T_4}{T_1}\ (\alpha>1)$$

$$\eta_{\max}=1-\frac{1}{\alpha^3}$$

$$\eta_1=1-\frac{1}{\alpha^2}$$

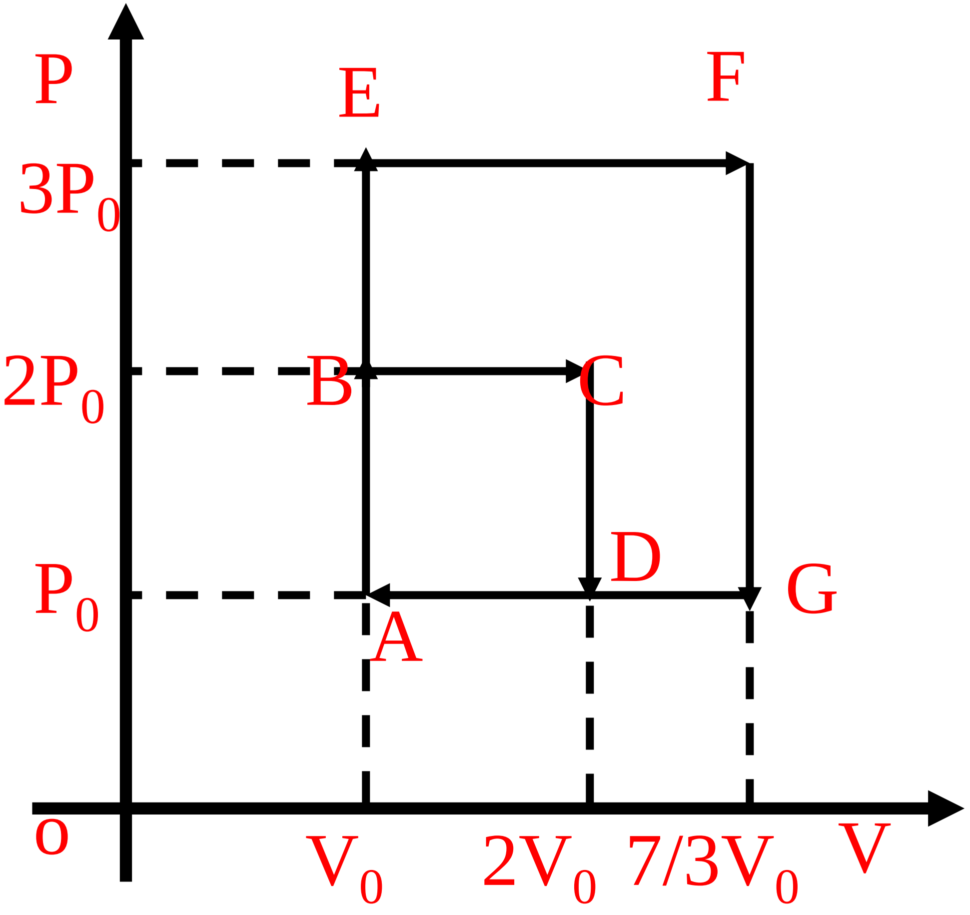
$$\eta_2=\eta_1=1-\frac{1}{\alpha^2}$$

$$\eta=\frac{W_1+W_1'}{Q_1+Q_1'}=\frac{\eta_1Q_1+\eta_2Q_1'}{Q_1+Q_1'}=1-\frac{1}{\alpha^2}$$



7、某理想气体经历的正循环过程 ABCDA和正循环过程AEFGA如图所示，有关特征态的状态参量在图中已经给出，各自效率分别记为η_1和η_2，

试证： η_2： η_1 =4：3



解：设理想气体的摩尔数为n,态A温度T_0,

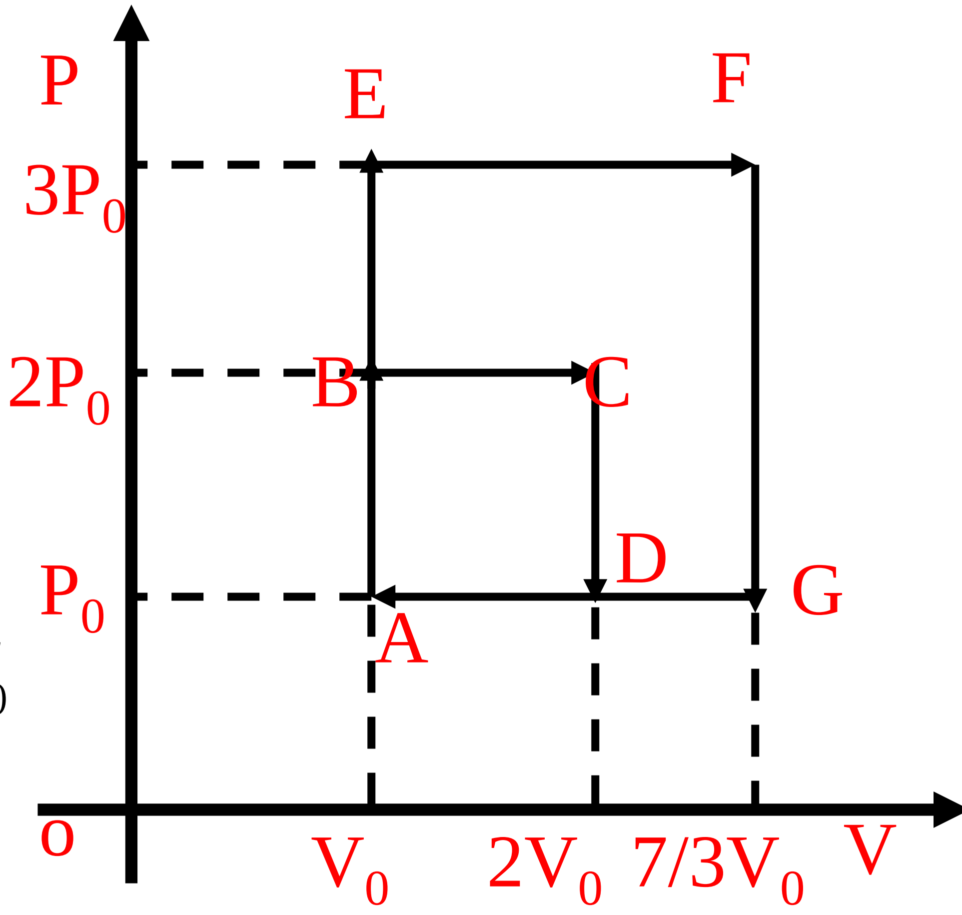
（1）根据状态方程：

$$pV = nRT$$

$$T_B = 2T_0;\ T_C = 4T_0;$$

$$T_D = 2T_0;\ T_E = 3T_0;\ T_F = 7T_0$$

（2）ABCDA循环效率



$$Q_1 = Q_{AB} + Q_{BC} = n\left(C_V + 2C_p\right)T_0$$

$$W_1 = p_0V_0 = nRT_0$$

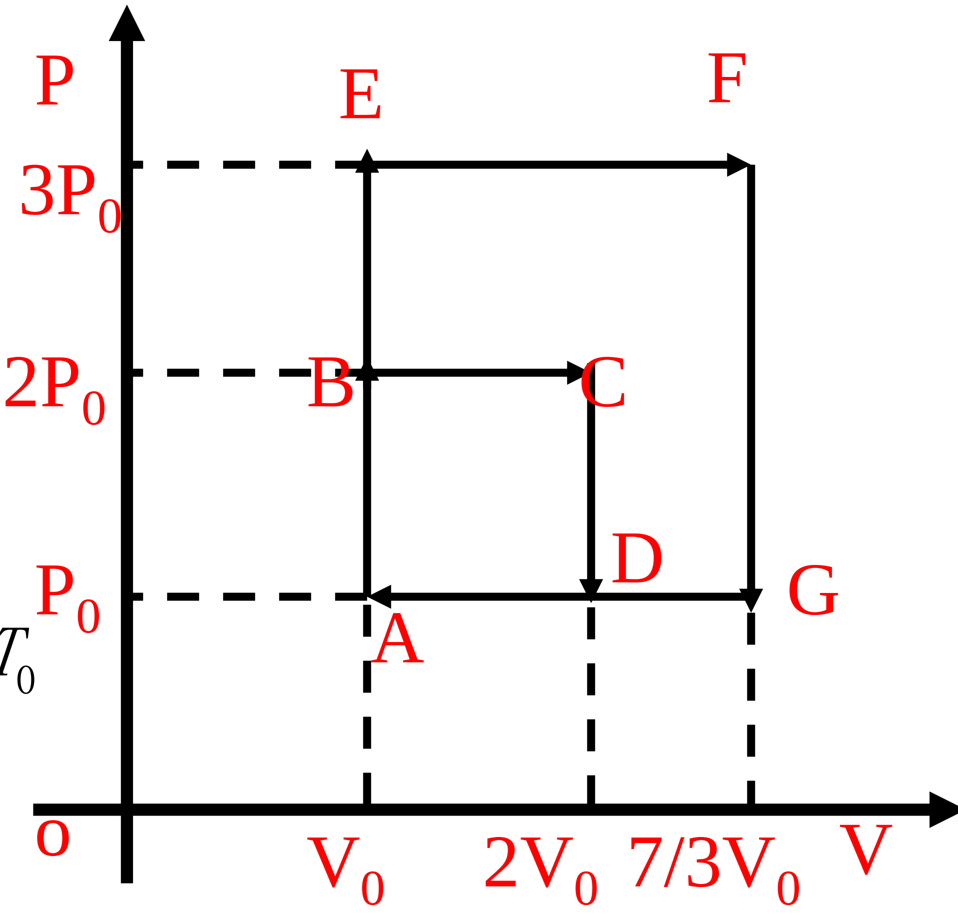
ABCDA循环效率：

$$\eta_1 = \frac{W_1}{Q_1} = \frac{R}{C_V + 2C_p}$$

（3）AEFGA循环效率

$$Q_1' = Q_{AE} + Q_{EF} = 2n(C_V + 2C_p)T_0$$

$$W_1' = 2p_0 \times \frac{4}{3}V_0 = \frac{8}{3}nRT_0$$



AEFGA循环效率

$$\eta_2 = \frac{W_1'}{Q_1'} = \frac{4R}{3(C_V + 2C_p)}$$

所以

$$\frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{4}{3}$$