理想导体边界条件

$$\vec{e}_n\cdot\vec{D}=\rho_S$$
$$\vec{e}_n\times\vec{E}=0$$
$$\vec{e}_n\cdot\vec{B}=0$$
$$\vec{e}_n\times\vec{H}=\vec{J}_s$$

理想介质边界条件

$$\vec{e}_n\times(\vec{E}_1-\vec{E}_2)=0$$
$$\vec{e}_n\cdot(\vec{D}_1-\vec{D}_2)=0$$
$$\vec{e}_n\times(\vec{H}_1-\vec{H}_2)=0$$
$$\vec{e}_n\cdot(\vec{B}_1-\vec{B}_2)=0$$

麦克斯韦方程积分形式

$$\begin{cases}\oint_C \vec{H}\cdot d\vec{l}=\int_S(\vec{J}+\dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t})\cdot d\vec{S}\\ \oint_C \vec{E}\cdot d\vec{l}=-\int_S\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}\\ \oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}=0\\ \oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}=\int_V \rho dV=q\end{cases}$$

波动方程

$$\nabla^2\vec{E}-\mu\varepsilon\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}=0$$
$$\nabla^2\vec{H}-\mu\varepsilon\frac{\partial^2\vec{H}}{\partial t^2}=0$$

$\dfrac{\partial}{\partial t}\to j\omega$ $\quad \dfrac{\partial^2}{\partial t^2}\to-\omega^2$

复波动方程

$$\begin{cases}\nabla^2\vec{E}+k^2\vec{E}=0\\ \nabla^2\vec{H}+k^2\vec{H}=0\end{cases}\qquad k=\omega\sqrt{\mu\varepsilon}$$

$$\vec{e}_n\times(\vec{E}_2-\vec{E}_1)=0$$
$$\vec{e}_n\cdot(\vec{D}_1-\vec{D}_2)=\rho$$
$$\vec{e}_n\cdot(\vec{B}_1-\vec{B}_2)=0$$
$$\vec{e}_n\times(\vec{H}_1-\vec{H}_2)=\vec{J}_S$$

麦克斯韦方程微分形式

电磁感应定律

$$\nabla\times\vec{E}=-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla\cdot\vec{D}=\rho$$

$$\nabla\cdot\vec{J}=-\frac{\partial\rho}{\partial t}$$

$$\vec{J}_d=\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$$

引入位移电流

$$\begin{cases}\nabla\times\vec{H}=\vec{J}+\dfrac{\partial\vec{D}}{\partial t}\\ \nabla\times\vec{E}=-\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}\\ \nabla\cdot\vec{B}=0\\ \nabla\cdot\vec{D}=\rho\end{cases}$$

无源

$$\vec{J}=0,\quad \rho=0$$

$$\vec{D}=\varepsilon\vec{E},\quad \vec{B}=\mu\vec{H},\quad \vec{J}=\sigma\vec{E}$$

坡印廷矢量

$$\vec{S}=\vec{E}\times\vec{H}$$

时谐电磁场平均坡印廷矢量

$$\vec{S}_{av}=\frac{1}{2}\mathrm{Re}[\vec{E}\times\vec{H}^*]$$

微分形式

$$-\nabla\cdot(\vec{E}\times\vec{H})=\frac{\partial}{\partial t}(\frac{1}{2}\vec{H}\cdot\vec{B}+\frac{1}{2}\vec{E}\cdot\vec{D})+\vec{E}\cdot\vec{J}$$

电磁守恒定律

积分形式

$$-\oint_S(\vec{E}\times\vec{H})\cdot d\vec{S}=\frac{d}{dt}\int_V(\frac{1}{2}\vec{H}\cdot\vec{B}+\frac{1}{2}\vec{E}\cdot\vec{D})dV+\int_V\vec{E}\cdot\vec{J}\,dV$$

$\dfrac{\partial}{\partial t}\to j\omega$

复麦克斯韦方程微分形式

$$\begin{cases}\nabla\times\vec{H}=\vec{J}+j\omega\vec{D}\\ \nabla\times\vec{E}=-j\omega\vec{B}\\ \nabla\cdot\vec{D}=\rho\\ \nabla\cdot\vec{B}=0\end{cases}$$

$$\vec{B}=\nabla\times\vec{A}$$
$$\vec{E}=-\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}-\nabla\varphi$$

$$\nabla\cdot\vec{A}+\mu\varepsilon\frac{\partial\varphi}{\partial t}=0$$

达朗贝尔方程

$$\nabla^2\vec{A}-\varepsilon\mu\frac{\partial^2\vec{A}}{\partial t^2}=-\mu\vec{J}$$
$$\nabla^2\phi-\varepsilon\mu\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2}=-\frac{\rho}{\varepsilon}$$

$\dfrac{\partial}{\partial t}\to j\omega$

引入洛伦兹规范

$$\nabla\cdot\vec{A}+j\omega\mu\varepsilon\varphi=0$$

$$\begin{cases}\vec{B}=\nabla\times\vec{A}\\ \vec{E}=-j\omega\vec{A}-\nabla\varphi\end{cases}$$

$\dfrac{\partial}{\partial t}\to j\omega$

复达朗贝尔方程

$$\begin{cases}\nabla^2\vec{A}+k^2\vec{A}=-\mu\vec{J}\\ \nabla^2\varphi+k^2\varphi=-\dfrac{\rho}{\varepsilon}\end{cases}$$

$$\vec{E}=-j\omega(\vec{A}+\frac{\nabla\nabla\cdot\vec{A}}{k^2})$$

复坡印廷定理

$$-\oint_S\frac{1}{2}(\vec{E}\times\vec{H}^*)\cdot d\vec{S}=\int_V(\frac{1}{2}\omega\mu''\vec{H}\cdot\vec{H}^*+\frac{1}{2}\omega\varepsilon''\vec{E}\cdot\vec{E}^*+\frac{1}{2}\sigma\vec{E}\cdot\vec{E}^*)dV+j2\omega\int_V(\frac{1}{4}\mu'\vec{H}\cdot\vec{H}^*-\frac{1}{4}\varepsilon'\vec{E}\cdot\vec{E}^*)dV$$