

工程力学 一四课

上次课内容

	材料力学	静力学
研究对象	变形体（弹性体）（杆、板）	刚体
研究任务	构件在外力作用下的变形、受力与破坏的规律，为合理设计构件提供 强度 、 刚度 与 稳定性 分析的基本理论与方法。	受力物体 平衡 时作用力所应满足的条件、物体受力的分析方法、以及力系简化的方法。

材料力学的基本假设：连续性、均匀性、各向同性
线弹性、小变形

1

工程力学 一四课

上次课内容

	外力	内力
作用方式	分布力 集中力	一般为分布力
求法	主动力：已知 约束反力：平衡方程	截面法 ↓ 内力分量 (轴力、剪力、扭矩、弯矩) ↓ 平衡方程求解



概念：正应力、切应力、正应变、切应变

2

工程力学 一第八章 轴向拉伸与压缩

课程内容

第八章

外载荷
拉 压
扭 转
弯 曲
复杂力

杆件

响应
变 形
破 坏
失 稳

3

工程力学 一第八章 轴向拉伸与压缩

材料力学分析的基本过程



4



第八章 轴向拉伸与压缩

- § 8-1 引言
- § 8-2 轴力与轴力图
- § 8-3 拉压杆的应力与圣维南原理
- § 8-4 材料拉伸时的力学性能
- § 8-5 应力集中的概念
- § 8-6 许用应力与强度条件
- § 8-7 胡克定律与拉压杆的变形
- § 8-8 简单拉压静不定问题
- § 8-9 连接部分的强度计算

5



§ 8-1 引言

拉压杆工程实例



房屋支撑结构



飞机起落架

6



§ 8-1 引言

拉压杆定义与力学特征



外力特点：外力或其合力的作用线沿杆件轴线。

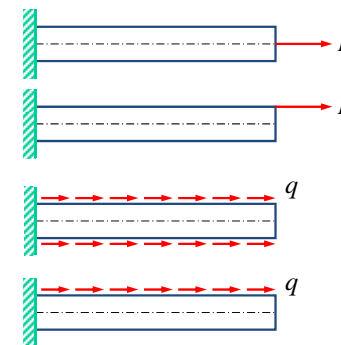
变形特点：轴向伸长或缩短为主要变形。

拉压杆：外力或其合力的作用线沿杆件轴线的(直)杆件。

7



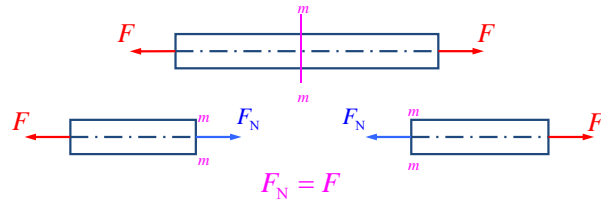
判断：下列杆件是不是拉压杆？



8



§ 8-2 轴力与轴力图



轴力定义：作用线通过截面形心且沿杆轴线的内力分量。

思考：取左段轴力向右，右段轴力向左，符号不是相反吗？

符号规定：拉力为正，压力为负。

9



• 轴力图：表示轴力沿杆轴变化的图。

例：画轴力图。

解：（以外力作用点来）分段计算轴力

• 设正法：将未知轴力设定为拉力

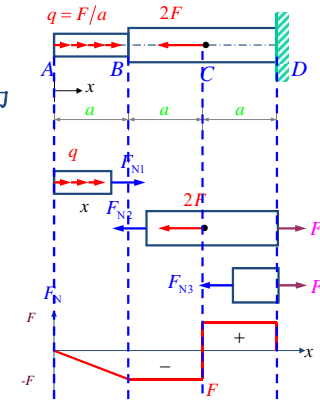
由平衡方程：

$$AB段 \quad F_{N1} = -qx = -F \frac{x}{a}$$

$$BC段 \quad F_{N2} = -F$$

$$CD段 \quad F_{N3} = F$$

画轴力图



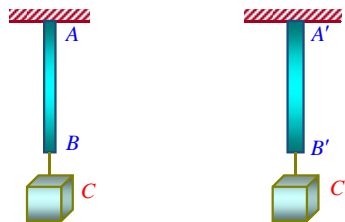
10



§ 8-3 拉压杆的应力与圣维南原理

思考：AB 杆、A'B' 杆材料相同，A'B' 杆截面面积大于 AB 杆，挂相同重物，哪根杆危险？

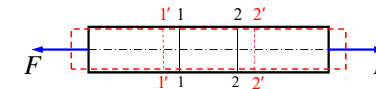
若 $W_C' > W_C$ 哪根杆危险？



11



一、拉压杆横截面上的应力



研究方法

实验观测 → 提出假设 → 理论分析 → 实验验证

1. 实验观测（动画）

变形前：横线垂直于轴线。

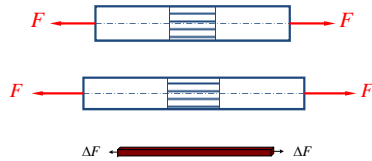
变形后：横线仍为直线，且垂直于杆件轴线，间距增大。

12

工程力学 第八章 轴向拉伸与压缩



2. 平面假设: 变形后, 原横截面仍保持平面且与轴线垂直, 横截面间只有相对平移。



设想杆件由无数相同尺寸的纵向纤维组成。由于每根纤维的伸长相同, 其端面的拉力(内力合力) ΔF 必相同, 且与轴线平行。

$$\Delta F / \Delta A \rightarrow \sigma$$

即: 横截面上各点处只存在正应力, 且沿截面均匀分布。

13

工程力学 第八章 轴向拉伸与压缩



3. 理论分析 - 横截面正应力公式

$$\sigma = \frac{F_N}{A}$$

σ ——正应力; A ——杆件横截面面积; F_N ——轴力。

符号规定: 拉应力为正, 压应力为负。

4. 实验验证: 如光弹试验

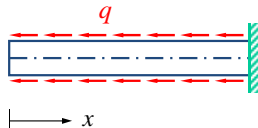


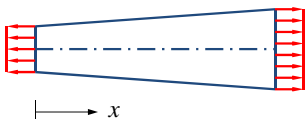
14

工程力学 第八章 轴向拉伸与压缩



例: 求下列杆件横截面上的应力。

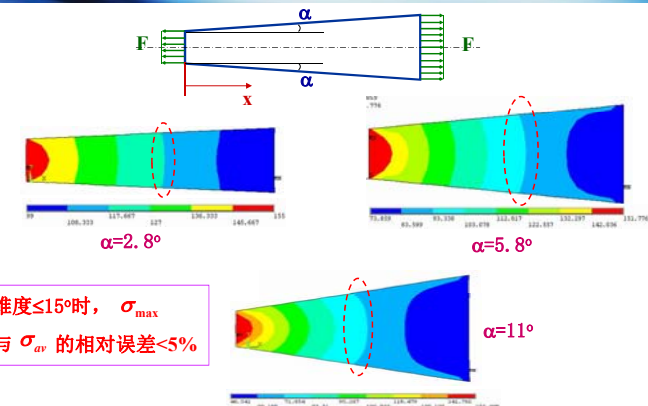
(1) 
$$\sigma(x) = \frac{F_N(x)}{A} = \frac{2qx}{A}$$

(2) 合力 F 
$$\sigma(x) = \frac{F}{A(x)}$$

一般地, 锥度 $\leq 5^\circ$

15

工程力学 第八章 轴向拉伸与压缩



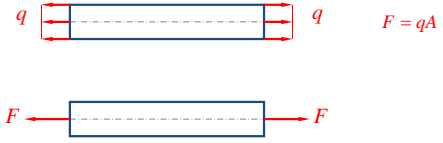
锥度 $\leq 15^\circ$ 时, σ_{\max} 与 σ_{av} 的相对误差 $< 5\%$

两端受均匀分布载荷时锥形杆 x 方向正应力分布情况

16

工程力学 一第八章 轴向拉伸与压缩

二、圣维南原理



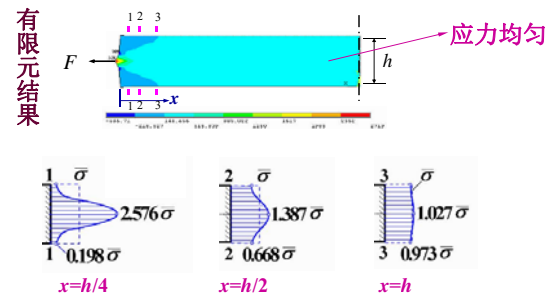
q $F = qA$

F

- **问题：**杆端作用均布力，横截面应力均匀分布；
杆端作用集中力，横截面应力均匀分布吗？

17

工程力学 一第八章 轴向拉伸与压缩



有限元结果

应力均匀


$x=h/4$ $x=h/2$ $x=h$

圣维南原理(局部效应原理):
力作用于杆端的分布方式，只影响杆端局部范围的应力分布，影响区的轴向范围约离杆端1~2个杆的横向尺寸。

18

工程力学 一四 顾

圣维南生平



圣维南
de Saint-Venant
(1797~1886) 法国科学家

- 十六岁考入法国工业学院，表现出卓越数学才能；
- 1814年的政变对圣维南事业的影响，“我的良心不愿为剥削者作战……”，之后的八年在火药厂当助手，1823年政府批准他不考试进入桥梁道路学院；
- 1825~1834年运河上工作，向科学院提交两篇论文出名；
- 1868年被选为法国科学院的会员，到他去世为止一直是该院的力学权威；
- 弹性理论、塑性力学与冲击动力学方面卓越贡献，提出弹性力学半逆解法；
- 主编纳维的《课程总结》(1864年出版)，与克列布希所著的《固体弹性理论》(1883年出版)；加注的内容大大超过原书。

19

工程力学 一第八章 轴向拉伸与压缩

$$\sigma = \frac{F_N}{A}$$

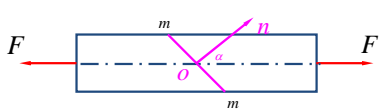
该公式的适用范围小结：

1. 等截面直杆受轴向载荷；
(一般也适用于锥度较小($\leq 5^\circ$)的变截面杆)
2. 若轴向载荷沿横截面非均匀分布，则所取截面应远离载荷作用区域。


20

工程力学 一 第八章 轴向拉伸与压缩

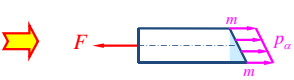
三、拉压杆斜截面上的应力



分析:




横截面上正应力分布均匀 \Rightarrow 横截面间的纤维变形相同 \Rightarrow 斜截面间的纤维变形相同 \Rightarrow 斜截面上应力均匀分布



21

工程力学 一 第四章



$$\sum F_x = 0: p_\alpha \frac{A}{\cos \alpha} - F = 0 \quad \sigma_\alpha = p_\alpha \frac{A}{\cos \alpha} \cos \alpha / \frac{A}{\cos \alpha} = \sigma \cos^2 \alpha$$

$$p_\alpha = \frac{F \cos \alpha}{A} = \sigma \cos \alpha \quad \tau_\alpha = p_\alpha \frac{A}{\cos \alpha} \sin \alpha / \frac{A}{\cos \alpha} = \frac{\sigma}{2} \sin 2\alpha$$

应力最大值: $\alpha = 0^\circ, \sigma_{\max} = \sigma$

$\alpha = 45^\circ, \tau_{\max} = \frac{\sigma}{2}$

注意角度的正负定义

22

工程力学 一 第四章

问题：结构破坏与应力有何关联？



达·芬奇的金属丝拉伸实验

探求铁丝所能负担的重量与长度的关系



伽里略的梁强度实验

探求木梁所能负担的重量与几何尺寸的关系

23

工程力学 一 第四章



马略特的材料试验设备

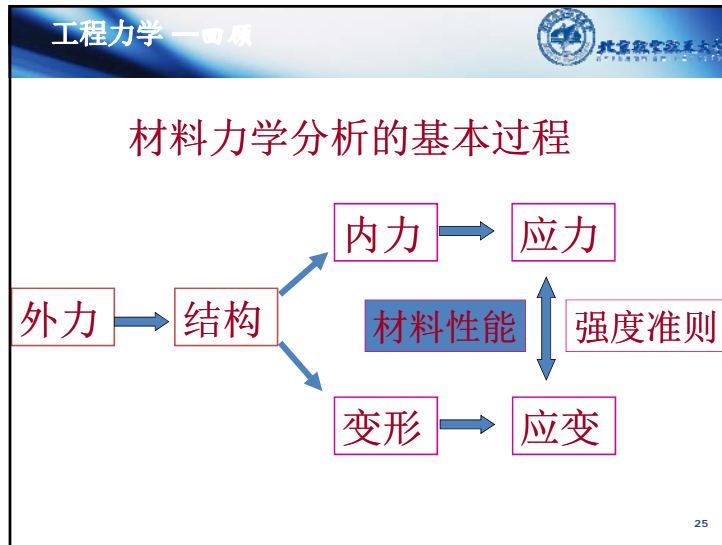
马略特负责设计通往凡尔赛宫的一条供水管线，为此开发了材料试验设备，对木材、纸与金属丝进行实验。



十九世纪初的铁铸压缩实验

英国工程师费尔班恩和霍尔肯逊设计材料实验设备，其结果用于铁质舰船与箱式桥的制造。

24



工程力学 一 第八章 轴向拉伸与压缩

§ 8-4 材料拉伸与压缩时的力学性能

构件的强度、刚度与稳定性不仅与其形状、尺寸及外载有关，而且与构件材料的力学性能有关。

BUAA微控电子万能试验机

26

工程力学 一 第八章 轴向拉伸与压缩

一、拉伸试验

研究材料力学最基本、最常用的试验

1. 标准拉伸试样 GB/T6397-1986《金属拉伸试验试样》

$l = 10d$ 或 $l = 5d$

$l = 11.3\sqrt{A}$ 或 $l = 5.65\sqrt{A}$

27

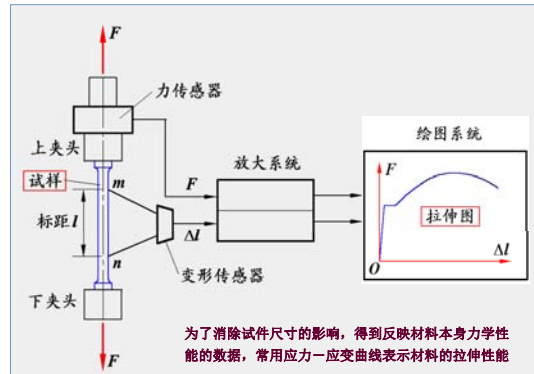
工程力学 一 第八章 轴向拉伸与压缩

2. 试验装置

实验装置的载荷量程与分辨率要与试件匹配

注意选择加载速度、试件的变形测量方法与分辨率

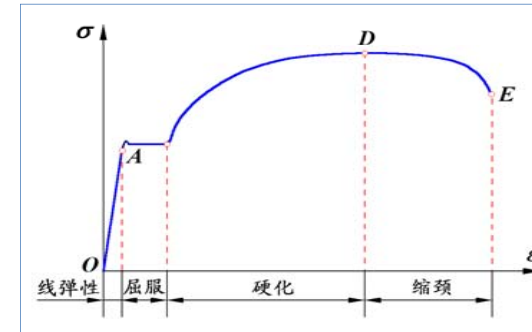
28

3. 拉伸试验与拉伸图 ($F-\Delta l$ 曲线)

29



二、低碳钢拉伸力学性能

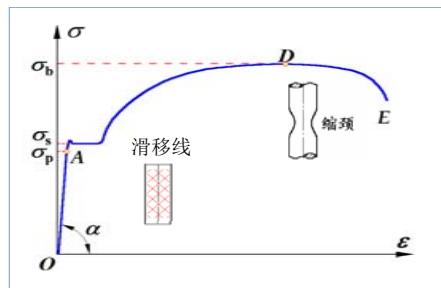


低碳钢拉伸的四个阶段

30



低碳钢试件拉伸过程中的三个应力特征点

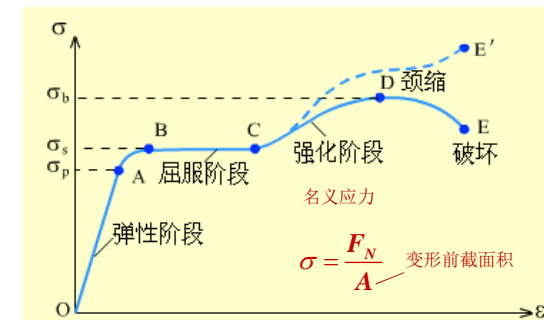
 σ_p -比例极限 σ_s -屈服极限 σ_b -强度极限

思考：颈缩阶段后，图中应力为什么会上下降？

31



真实应力示意图

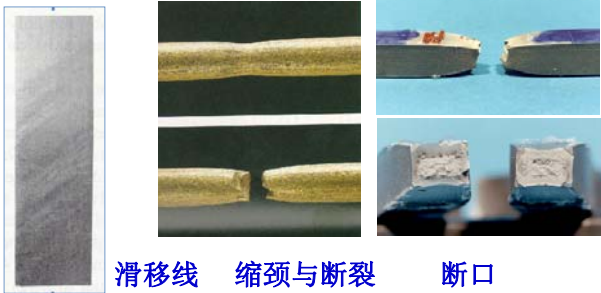


颈缩阶段载荷减小，但真实应力继续增加

32

工程力学 一第八章 轴向拉伸与压缩

低碳钢试件在拉伸过程中的力学现象

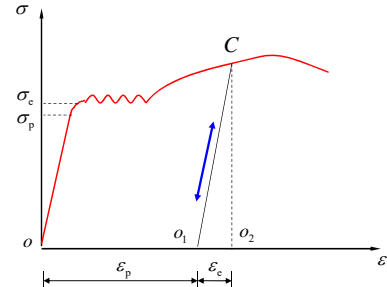


滑移线 缩颈与断裂 断口

33

工程力学 一第八章 轴向拉伸与压缩

三、材料在卸载与再加载时的力学行为



σ_c
 σ_p

ε_c —弹性应变
 ε_p —塑性应变

冷作(应变)硬化: 预加塑性变形使材料的比例极限或弹性极限提高的现象。
固定无线电发射塔的钢丝绳...

34

工程力学 一第八章 轴向拉伸与压缩

四、材料的塑性



塑性: 材料能经受较大塑性变形而不破坏的能力, 亦称延性。

伸长率: $\delta = \frac{\Delta l_0}{l} \times 100\%$

l —试验段原长(标距)
 Δl_0 —试验段残余变形

35

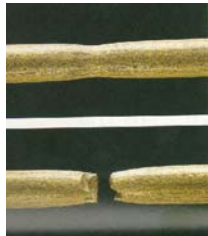
工程力学 一第八章 轴向拉伸与压缩

断面收缩率: $\psi = \frac{A - A_1}{A} \times 100\%$

A —试验段横截面原面积
 A_1 —断口的横截面面积

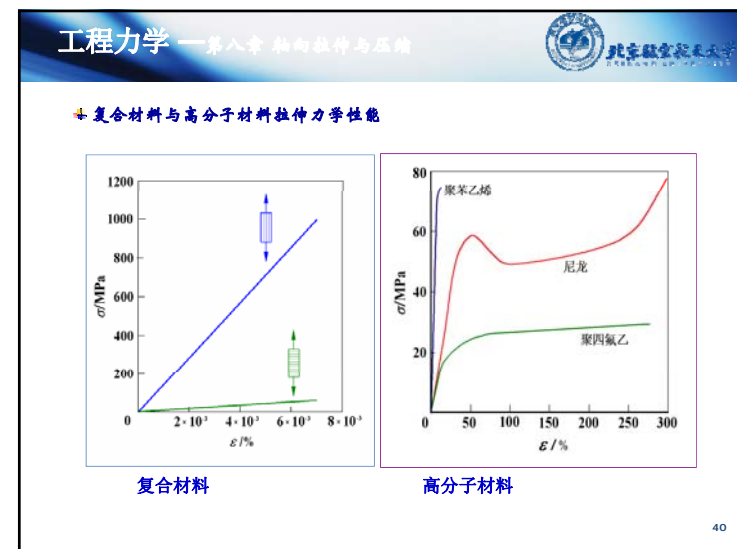
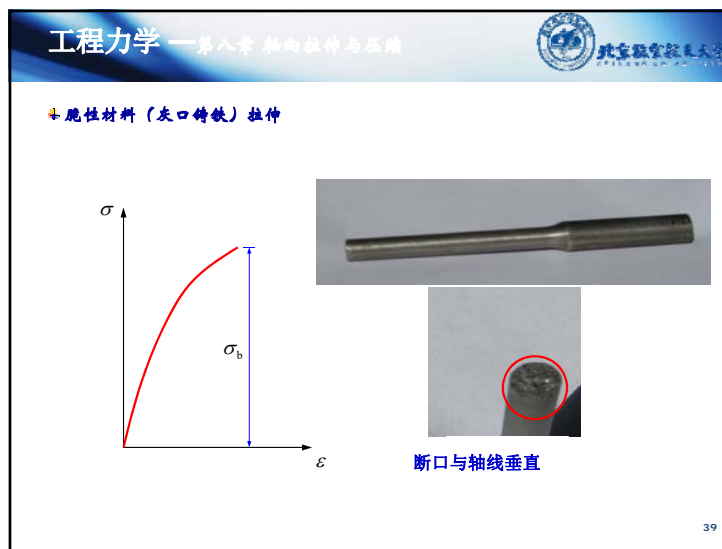
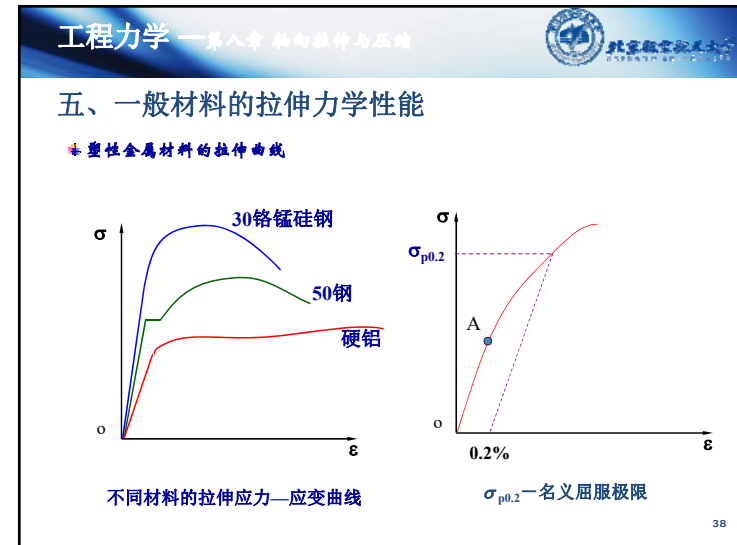
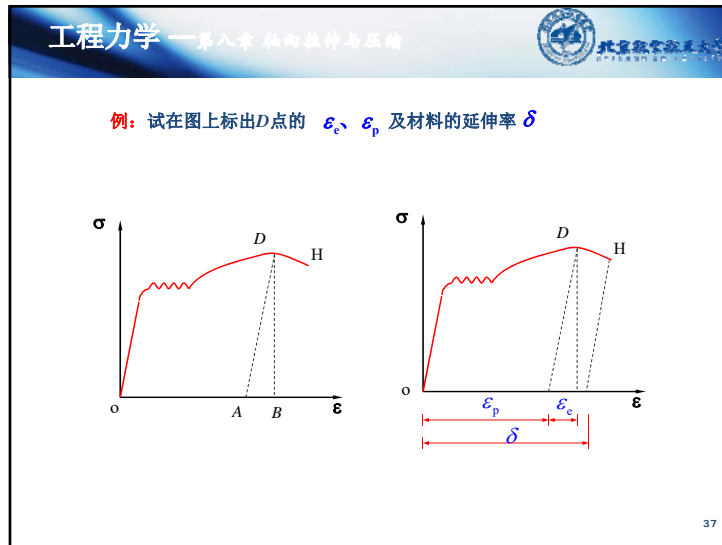
● 塑性与脆性材料

塑性材料: $\delta \geq 5\%$
脆性材料: $\delta < 5\%$



塑性材料抗拉断能力好, 常做成抗冲击构件。
塑性材料强度指标一般采用屈服极限; 脆性材料的强度指标一般用强度极限
塑性/脆性材料的界限并非一成不变。

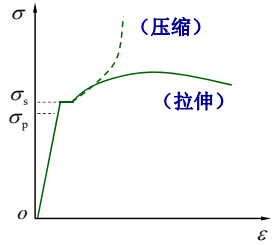
36



工程力学 一第八章 轴向拉伸与压缩

六、材料在压缩时的力学性能

✦ 低碳钢




(压缩)

(拉伸)

σ_p

σ_s

$E_t \approx E_c$ $\sigma_{ts} \approx \sigma_{cs}$


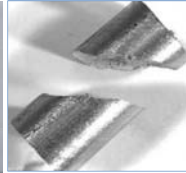
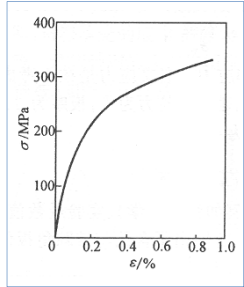


愈压愈扁

41

工程力学 一第八章 轴向拉伸与压缩

✦ 灰口铸铁压缩

断口与轴线约成55-60° (剪断)

$\sigma_{cb} = 3 \sim 4 \sigma_{tb}$

42

工程力学 一第八章 轴向拉伸与压缩

作业

8-2 (c,d), 4, 5, 7

43