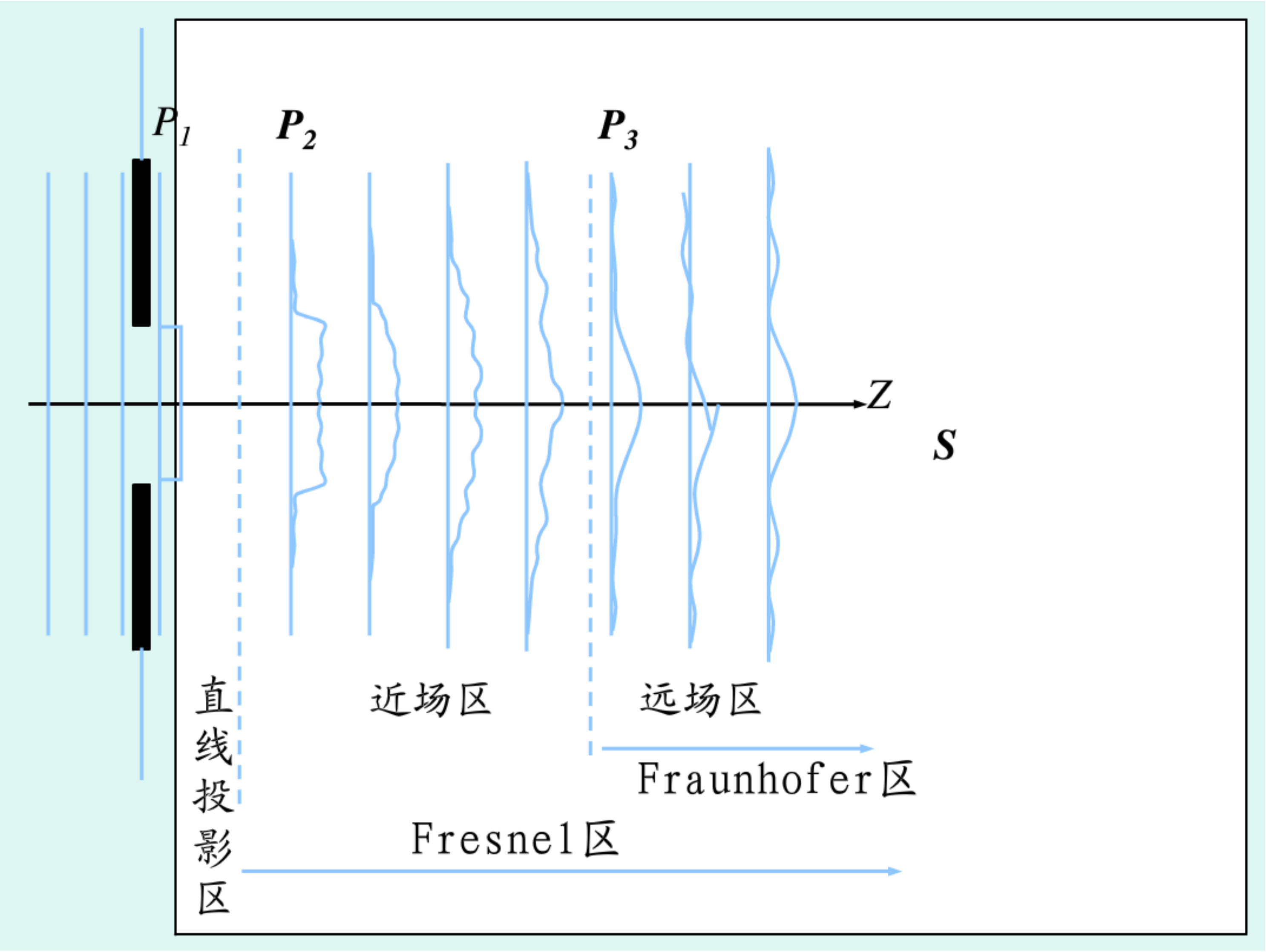
衍射区的划分



夫琅和费衍射公式的意义（总结）

$$\tilde{E}(x,y)=C\iint \tilde{E}(x_1,y_1)\exp\left[-ik\left(x_1\frac{x}{f'}+y_1\frac{y}{f'}\right)\right]dx_1dy_1$$

$$C=\frac{1}{i\lambda f'}\exp[ik(f'+\frac{x^2+y^2}{2f'})]$$

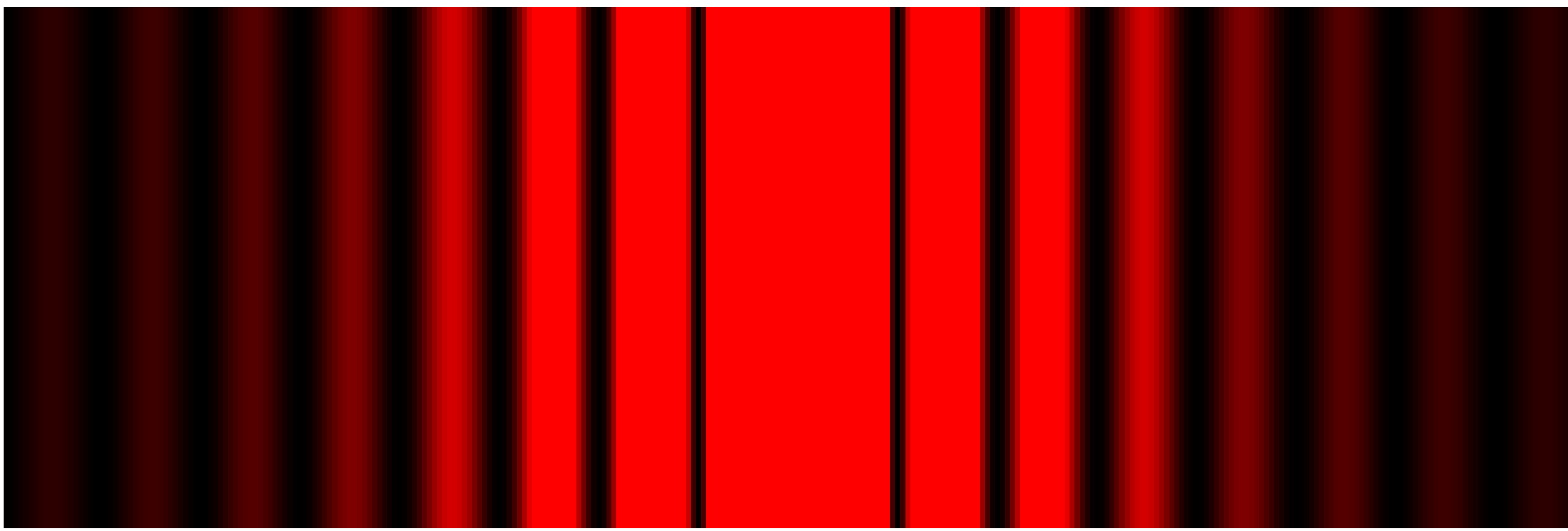
C点到P点的位相延迟

孔径上其它点发出的子波与C 点发出的子波的到达P点的的位相差。

积分中是孔径上各点发出的子波在方向余弦l和w代表的方向上的相干叠加。叠加结果取决于各点发出的子波与中心点发出子波的位相差。由于透镜的作用，l和w代表的方向上的子波聚焦在透镜焦面上的P点。

第十三章　光的衍射

§13－3 夫琅和费衍射与傅立叶变换



对于夫琅和费衍射

$$E(x,y)=C\int\int_{-\infty}^{\infty}E(x_1,y_1)\exp[-ik(xx_1+yy_1)/f]dx_1dy_1$$

其中 $C=\frac{1}{i\lambda f}\exp[ik(f+\frac{x^2+y^2}{2f})]$

若设： $u=\frac{x}{\lambda f}$， $v=\frac{y}{\lambda f}$

则有：

$$E(u,v)=C\int\int_{-\infty}^{\infty}E(x_1,y_1)\exp[-i2\pi(ux_1+vy_1)]dx_1dy_1$$

比较傅里叶变换公式

$$F(u,v)=\int\int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)\exp[-i2\pi(xu+yv)]dxdy$$

和夫琅和费衍射

$$E(u,v)=C\int\int_{-\infty}^{\infty} E(x_1,y_1)\exp[-i2\pi(ux_1+vy_1)]dx_1dy_1$$

除常数项外，夫琅和费衍射的复振幅分布$E(x,y)$是衍射物体复振幅分布$E(x_1,y_1)$的傅里叶变换。

结论：光学衍射可以用傅里叶变换这个数学工具来描述(计算）。傅立叶变换的模拟运算可以利用光学的方法实现

例：

矩孔的复振幅透射系数

$$t(x_1,y_1)=rect\left(\frac{x_1}{a}\right)rect\left(\frac{y_1}{b}\right)=\begin{cases}1 & x_1\le a, y_1\le b\\ 0 & x_1>a, y_1>b\end{cases}$$

式中，a，b分别为矩孔的长和宽

根据衍射场与衍射屏的傅立叶变换关系式

$$E(x,y)=CF[t(x_1,y_1)]=Cab\sin c(au)\sin c(bv)$$

其中 $u=\dfrac{x}{\lambda f},\quad v=\dfrac{y}{\lambda f}$

相应的光分布为

$$I(x,y)=\left|\widetilde{E}(x,y)\right|^2=I_0\left[\frac{\sin\pi\left(\frac{ax}{\lambda f}\right)}{\pi\left(\frac{ax}{\lambda f}\right)}\right]^2\left[\frac{\sin\pi\left(\frac{by}{\lambda f}\right)}{\pi\left(\frac{by}{\lambda f}\right)}\right]^2=I_0\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2\left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)^2$$

$$I_0=\left|\widetilde{E}_0\right|^2=\left|Cab\right|^2\qquad \alpha=\pi\frac{ax}{\lambda f}=\frac{kal}{2},\quad \beta=\pi\frac{by}{\lambda f}=\frac{kbw}{2}$$

夫琅和费衍射的特点：

（1）衍射现象扩散程度与孔径大小成反比

傅立叶变换缩放定理（相似定理）

$$\mathcal{F}[f(ax)] = \frac{1}{|a|} F\left(\frac{u}{a}\right)$$

（2）孔径在自身平面内移动不改变衍射图样的位置和形状

傅立叶变换位移定理

$$\mathcal{F}[f(x - x_0)] = F(u)\exp[-i2\pi u x_0]$$

（3）倾斜平面波照明孔径，使衍射图样产生平移

傅立叶变换相移定理

$$\mathcal{F}[f(x_1)]\exp[i2\pi u_0 x_1] = F(u - u_0)$$

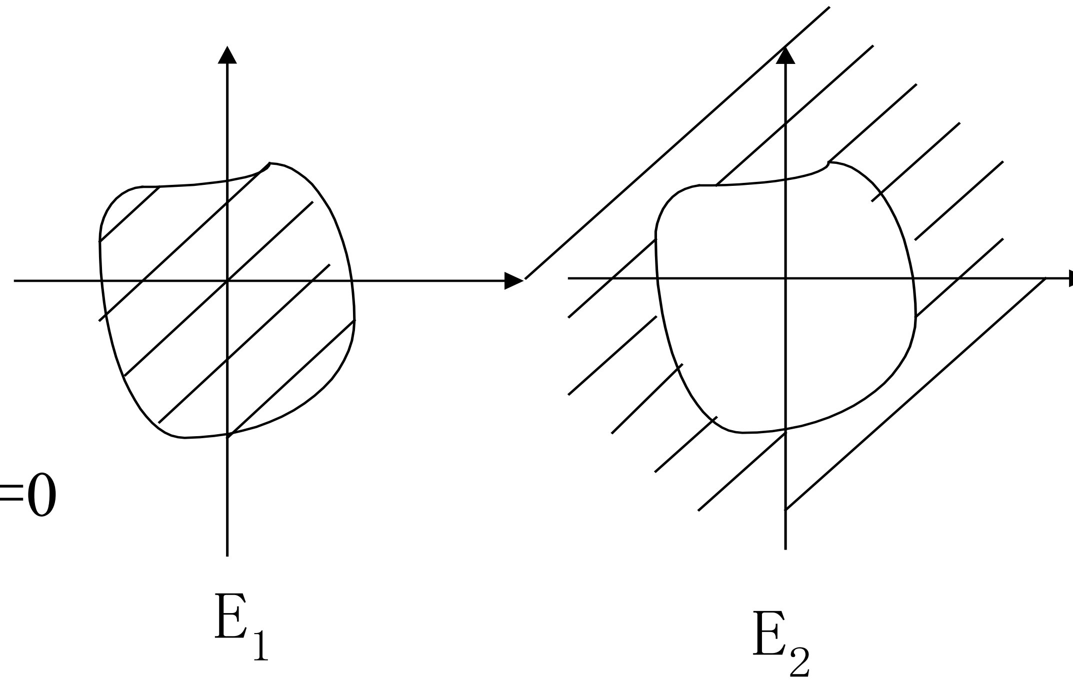
（4）巴比涅（Babinet)原理

设有两个互补屏：

$E_1 + E_2 =$ 无屏

产生的衍射：

$$\tilde{E}(P) = \tilde{E}_1(P) + \tilde{E}_2(P)$$



除中心点P＝0，$\tilde{E}(P) = 0$

则 $\tilde{E}_1(P) = -\tilde{E}_2(P)$

光强：$\left|\tilde{E}_1(P)\right|^2 = \left|\tilde{E}_2(P)\right|^2$

所以形状大小一样的*屏*和*孔*产生的衍射图样是一样的，

一个形状相等的*狭缝*和*细丝*的衍射图形也是一样。

本课内容回顾

1 、光学衍射可以用傅里叶变换这个数学工具来描述

2、由傅立叶变换的定理得出夫琅和费衍射的特点

- 衍射现象扩散程度与孔径大小成反比
- 孔径在自身平面内移动不改变衍射图样的位置和形状
- 倾斜平面波照明孔径，使衍射图样产生平移
- 形状大小一样的屏和孔产生的衍射图样是一样的