

《光的衍射》内容概要

理论内容总结:

- | | |
|--------------------------|----------------|
| § 3.1 衍射现象 | § 3.6 X射线衍射 |
| § 3.2 惠更斯-菲涅耳原理 | § 3.7 全息术原理 |
| § 3.3 夫琅禾费单缝衍射 | § 3.8 相衬显微镜 |
| § 3.4 夫琅禾费圆孔衍射和光学仪器的分辨本领 | § 3.9 纹影法 |
| § 3.5 衍射光栅 | § 3.10 傅里叶光学大意 |

本章主要内容总结

一、衍射现象的定义: 波传播→障碍物→偏离直线传播(绕射)

二、影响衍射现象的因素: 障碍物的尺寸和波长

三、衍射现象的分类: 菲涅尔衍射和夫琅禾费衍射

本章主要研究内容: 夫琅禾费衍射

四、衍射现象的基本原理: 惠更斯-菲涅耳原理

五、夫琅禾费单缝衍射

1、细长孔

① 装置

② 衍射花样: 细长斑亮暗交替分布

③ 强度分布公式

首尾两窄条在 P 点引起的光程差为: $\Delta = \overline{CN} = b \sin \theta$

强度分布公式: $I = I_0 \frac{\sin^2 \beta}{\beta^2}$, $\beta = \frac{\pi}{\lambda} b \sin \theta$

$\therefore I = I_0 \frac{\sin^2 \beta}{\beta^2}$, $\beta = \frac{\pi}{\lambda} b \sin \theta$

④ 衍射斑位置

主极大: $\theta = 0$, 即接收屏中心, 强度为 I_0 。绝大部分能量集中在零级主极大衍射斑内

极小: $b \sin \theta = k\lambda$; $k = \pm 1, \pm 2, \dots$, $x = k \frac{f\lambda}{b}$

次极大: 相邻的两个极小之间有一个次极大。

$\frac{dI}{d\beta} = 0 \Rightarrow \sin \theta = \pm 1.430 \frac{\lambda}{b}$, $\pm 2.459 \frac{\lambda}{b}$, $\pm 3.471 \frac{\lambda}{b}$, ...

次极大的强度比主极小的多得多。

⑤ 主极大的半角宽度: 第一个极小到主极大的中心所张的衍射角 $\Delta\theta \approx \sin \theta = \frac{\lambda}{b}$

次极大的角宽度：相邻的两个极小所张的衍射角 $\Delta\theta_k \approx \sin\theta_{k+1} - \sin\theta_k = \frac{\lambda}{b}$

⑥ 拓展

采用缝光源(平行于狭缝)，圆斑→条纹(平行于缝光源)，强度分布不变

采用白光，每种波长的光形成各自的衍射图案。其中，0级主极大重合
单缝上下平行移动，衍射图案和光强分布不变

光源上下移动，衍射花样平行上下移动 $\Delta x = f \sin i$

2、圆孔

① 装置：障碍物是圆孔，半径为 a ，直径为 d 。

② 衍射花样：亮暗交替的圆形环纹。

③ 强度分布公式(复杂，略)

$$I_p(m) = C^2 \pi^2 a^4 \left[1 - \frac{1}{2}(m)^2 + \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2!}m^2\right)^2 - \frac{1}{4}\left(\frac{1}{3!}m^3\right)^2 + \frac{1}{5}\left(\frac{1}{4!}m^4\right)^2 + \dots \right]^2 \quad \text{④ 衍射斑位置}$$

中间是一个圆形亮斑，称为爱里斑，像点。

第一个强度极小值位置： $\sin\theta = 0.61 \frac{\lambda}{a} = 1.22 \frac{\lambda}{d}$

⑤ 爱里斑的半角宽度： $\Delta\theta = 0.61 \frac{\lambda}{a} = 1.22 \frac{\lambda}{d}$

⑥ 拓展——光学仪器的分辨本领

➤ 成像光学仪器的最小分辨角(瑞利判据)： $\varphi_{\min} = 1.22 \frac{\lambda}{d}$ ，物的最小分辨距离是：

$$l_{\min} = 1.22 \frac{L\lambda}{d}, \quad L \text{ 是物镜的焦距}$$

➤ 分辨率或分辨本领 R ：等于最小分辨角的倒数，即： $R = \frac{d}{1.22\lambda}$

六、多缝衍射——一维光栅

1、光栅定义

是一种具有周期性结构，从而能够等宽、等间隔地分割入射波面的光学器件。

光栅常数 d ： a 是透光(或反光)部分的宽度(缝宽)， b 是不透光(或不反光)部分的宽度， $d=a+b$ 。
总缝数为 N 。

2、分类：透射式、反射式

3、透射式——多缝夫琅禾费衍射

① 装置

② 衍射花样

单色光：在黑暗背景上一些很细锐的亮线

复色光：形成各自一套主亮线→彩色光谱。0级主亮线重叠，其余各级相互错开，波长的靠外。

③ 强度分布公式

$$I = I_0 \left(\frac{\sin^2 \beta}{\beta^2} \right) \left(\frac{\sin^2 N\gamma}{\sin^2 \gamma} \right), \quad \gamma = \frac{\delta}{2} = \frac{\pi}{\lambda} d \sin \theta, \quad \beta = \frac{\pi}{\lambda} b \sin \theta$$

④ 衍射斑位置

➤ 主极大位置(缝间干涉): $d \sin \theta = k\lambda$ $k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ 。此强度值为单缝的 N^2 倍。

可能缺级(单缝衍射) $d \sin \theta = k'\lambda$, $b \sin \theta = n\lambda$, $k' = \frac{d}{b}n = \frac{a+b}{b}n$, 第 k' 、 $2k'$ 、 $3k'$

---级主极大缺级

➤ 极小值位置: $Nd \sin \theta = m\lambda$, $d \sin \theta = (m/N)\lambda \neq k\lambda$

➤ 次极大值: 相邻两个极小值之间是一个次极大。在第 k 与 $k+1$ 级主极大之间有: $N-1$ 个极小值; $N-2$ 个次极大值。

⑤ 应用——分光仪

角色散率 D : 单位波长差的两条谱线分开的角距离, $D = \frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{k}{d \cos \theta}$

色分辨本领 R : $\Delta\lambda$ 为刚好能分辨的波长差, $\lambda + \Delta\lambda$ 的极大紧邻 λ 的极小, $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN$

4、反射式——闪耀光栅

① 装置

闪耀角 θ_b : 槽面与光栅平面的夹角; 槽面宽度: b ; 光栅常数: $d \approx b$

② 衍射花样

除 k 级外, 其它全缺级

单色光: 在黑暗背景上一根很细锐的亮线

复色光: 形成 k 级彩色光谱。

③ 强度分布公式

$$I = I_0 \left(\frac{\sin^2 \beta}{\beta^2} \right) \left(\frac{\sin^2 N\gamma}{\sin^2 \gamma} \right), \quad \gamma = \frac{\delta}{2} = \frac{\pi}{\lambda} d \sin \theta, \quad \beta = \frac{\pi}{\lambda} (b \sin \theta - b \sin \theta_b)$$

④ 衍射斑位置

衍射的零级是在 $\theta = 2\theta_b$ 的反射方向上, 此处对应槽面之间的干涉 k 级主极大: $d \sin 2\theta_b = k\lambda$

其它全缺级

⑤ 应用: 目前分光计普遍采用反射式闪耀光栅。

七、X 射线衍射——三维光栅(晶体光栅)

1、装置

对应有不同的晶面间距 d 和掠射角 α

2、原理

同层晶面上只有满足反射定律的光线才是等光程的, 可视为多缝零级衍射

相邻层间的反射线的光程差满足(布拉格公式): $2d \sin \alpha = k\lambda$, ($k=1, 2, \dots$), 相干加强

3、观察 X 射线衍射的两种方法

① 老厄(M.von Laue)法

连续调节波长使 $2d \sin \alpha = k\lambda$

由斑点位置 α 求 d 。

② 德拜 (P.J.W.Debye) 法

用单一波长照射多晶或旋转的单晶。

不同圆环斑对应不同的晶面族。

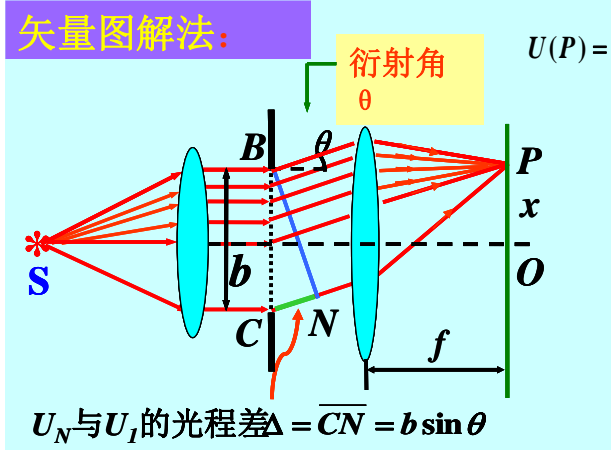
练习题总结

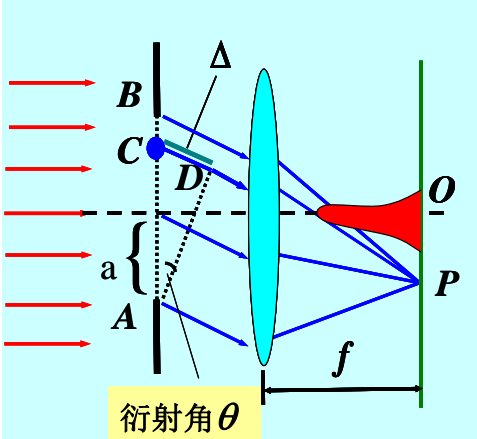
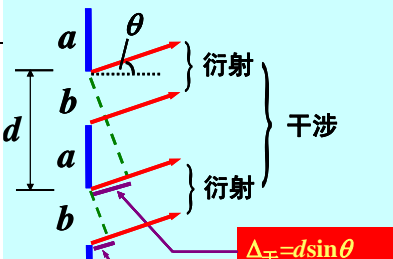
第一类

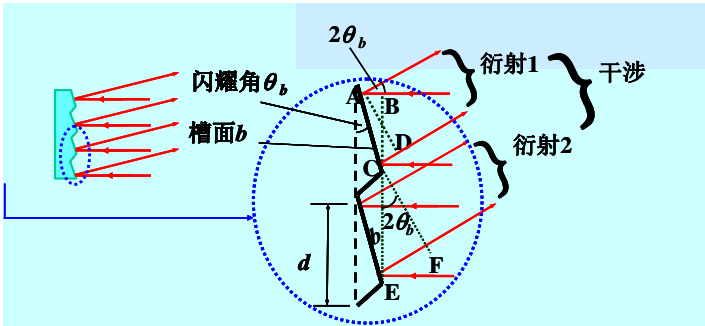
夫琅禾费单缝衍射，包括矩形孔，细缝，圆孔

第二类

多缝夫琅禾费衍射，包括透射光栅、反射光栅、晶体光栅。

细长孔	光路图	<p>矢量图解法:</p>  <p>U_N与U_I的光程差$\Delta = \overline{CN} = b \sin \theta$</p>	
	强度分布公式	$I = I_0 \frac{\sin^2 \beta}{\beta^2}, \quad \beta = \frac{\pi}{\lambda} b \sin \theta$	
	图案特点	细长斑亮暗交替分布(亮度、间隔皆不均匀)	
	条纹位置	主极大	$\theta = 0$ ，即接收屏中心，强度为 I_0 。绝大部分能量集中在零级主极大衍射斑内
		极小	$b \sin \theta = k\lambda; \quad k = \pm 1, \pm 2, \dots, \quad x = k \frac{f\lambda}{b}$
		次极大	<p>相邻的两个极小之间有一个次极大。$\frac{dI}{d\beta} = 0 \Rightarrow$</p> <p>$\sin \theta = \pm 1.430 \frac{\lambda}{b}, \quad \pm 2.459 \frac{\lambda}{b}, \quad \pm 3.471 \frac{\lambda}{b}, \dots$</p>

	主极大的半角宽度	第一个极小到主极大的中心所张的衍射角 $\Delta\theta \approx \sin\theta = \frac{\lambda}{b}$	
	次极大的角宽度	相邻的两个极小所张的衍射角 $\Delta\theta_k \approx \sin\theta_{k+1} - \sin\theta_k = \frac{\lambda}{b}$	
	拓展	采用缝光源 (平行于狭缝)	细长斑→条纹 (平行于缝光源), 强度分布不变
		采用白光	每种波长的光形成各自的衍射图案。其中, 0 级主极大重合
		单缝上下平行移动	衍射图案和光强分布不变
		光源上下移动	衍射花样平行上下移动 $\Delta x = f \sin i$
圆孔	光路图	<p>障碍物是圆孔, 半径为 a, 直径为 d。</p> 	
	衍射花样	亮暗交替的圆环纹。中间是一个圆形亮斑, 称为爱里斑, 像点。	
	衍射斑位置	中间是一个圆形亮斑, 称为爱里斑, 像点。 第一个强度极小值位置: $\sin\theta = 0.61 \frac{\lambda}{a} = 1.22 \frac{\lambda}{d}$	
	爱里斑的半角宽度	$\Delta\theta = 0.61 \frac{\lambda}{a} = 1.22 \frac{\lambda}{d}$	
	拓展——光学仪器	成像光学仪器的最小分辨角 (瑞利判据)	$\varphi_{\min} = 1.22 \frac{\lambda}{d}$, 物的最小分辨距离是: $l_{\min} = 1.22 \frac{L\lambda}{d}$, L 是物镜的焦距
		分辨率或分辨本领 R	等于最小分辨角的倒数, 即: $R = \frac{d}{1.22\lambda}$
透	光路图		

射 光 栅	a 是透光(或反光)部分的宽度(缝宽), b 是不透光(或不反光)部分的宽度。 总缝数为 N 。 光栅常数 $d=a+b$	
	衍射 花样	单色光: 在黑暗背景上一些很细锐的亮线 复色光: 形成各自一套主亮线→彩色光谱。0 级主亮线重叠, 其余各级相互错开, 波长的靠外。
	强度 分布 公式	$I = I_0 \left(\frac{\sin^2 \beta}{\beta^2} \right) \left(\frac{\sin^2 N\gamma}{\sin^2 \gamma} \right), \quad \gamma = \frac{\delta}{2} = \frac{\pi}{\lambda} d \sin \theta, \quad \beta = \frac{\pi}{\lambda} b \sin \theta$
	衍射 斑位 置	主极大位置 $d \sin \theta = k\lambda \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ 。此强度值为单缝的 N^2 倍。(缝间干涉) 可能缺级(单缝衍射) $d \sin \theta = k'\lambda, b \sin \theta = n\lambda$, $k' = \frac{d}{b}n = \frac{a+b}{b}n$, 第 k' 、 $2k'$ 、 $3k'$ ---级主极大缺级
		极小值位置 $Nd \sin \theta = m\lambda, d \sin \theta = (m/N)\lambda \neq k\lambda$
		次极大值 相邻两个极小值之间是一个次极大。在第 k 与 $k+1$ 级主极大之间有: $N-1$ 个极小值; $N-2$ 个次极大值。
	应用 —— 分光 仪	角色散率 D 单位波长差的两条谱线分开的角距离, $D = \frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{k}{d \cos \theta}$
反 射 式 —— 闪 耀 光 栅	色分辨本领 R	$\Delta\lambda$ 为刚好能分辨的波长差, $\lambda + \Delta\lambda$ 的极大紧邻 λ 的极小, $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN$
	光路图 闪耀角 θ_b : 槽面与光栅平面的夹角; 槽面宽度: b ; 光栅常数: $d \approx b$	
		
	衍射花 样	除 k 级外, 其它全缺级 单色光: 在黑暗背景上一根很细锐的亮线 复色光: 形成 k 级彩色光谱。
	强度分 布公式	$I = I_0 \left(\frac{\sin^2 \beta}{\beta^2} \right) \left(\frac{\sin^2 N\gamma}{\sin^2 \gamma} \right), \quad \gamma = \frac{\delta}{2} = \frac{\pi}{\lambda} d \sin \theta,$

		$\beta = \frac{\pi}{\lambda}(b \sin \theta - b \sin \theta_b)$	
	衍射斑位置	衍射的零级是在 $\theta = 2\theta_b$ 的反射方向上，此处对应槽面之间的干涉 k 级主极大： $d\sin 2\theta_b = k\lambda$ 其它全缺级	
X 射线衍射——三维光栅（晶体光栅）（反射式）			
	原理		
	观察 X 射线衍射的两种方法	劳厄法	
德拜法			