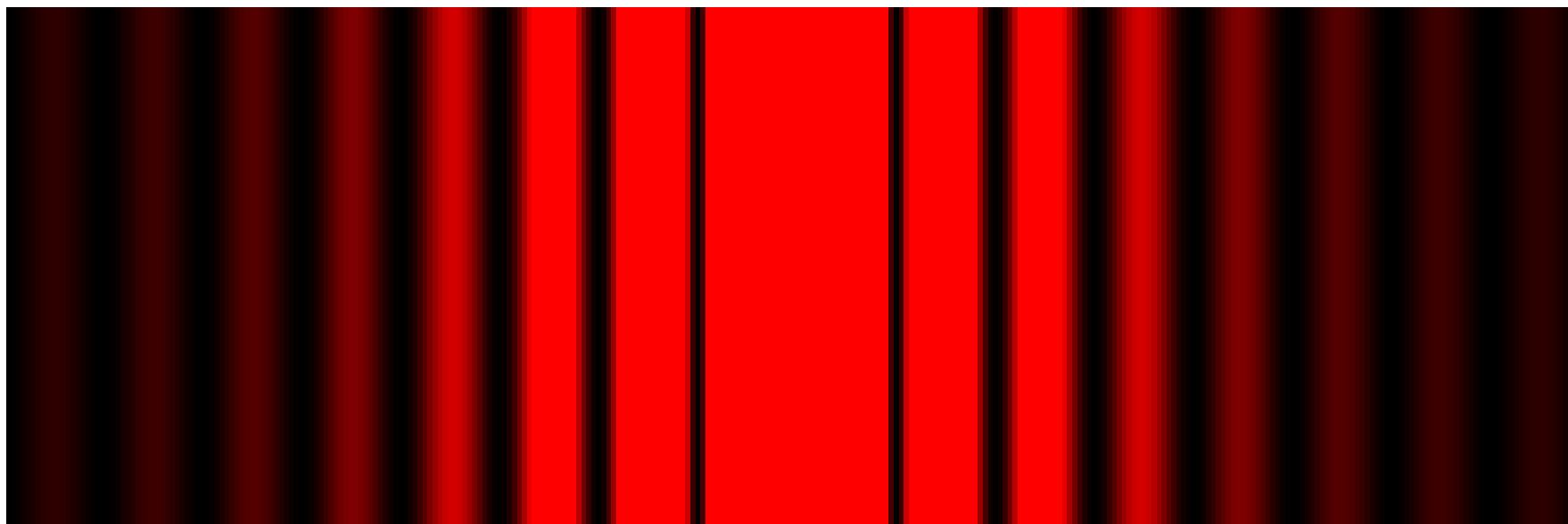


第十三章 光的衍射

§ 13-6 衍射光栅



一、概述：

衍射光栅：通常把由大量（数千个乃至数万个）等宽等间距的狭缝构成的光学元件叫做衍射光栅。

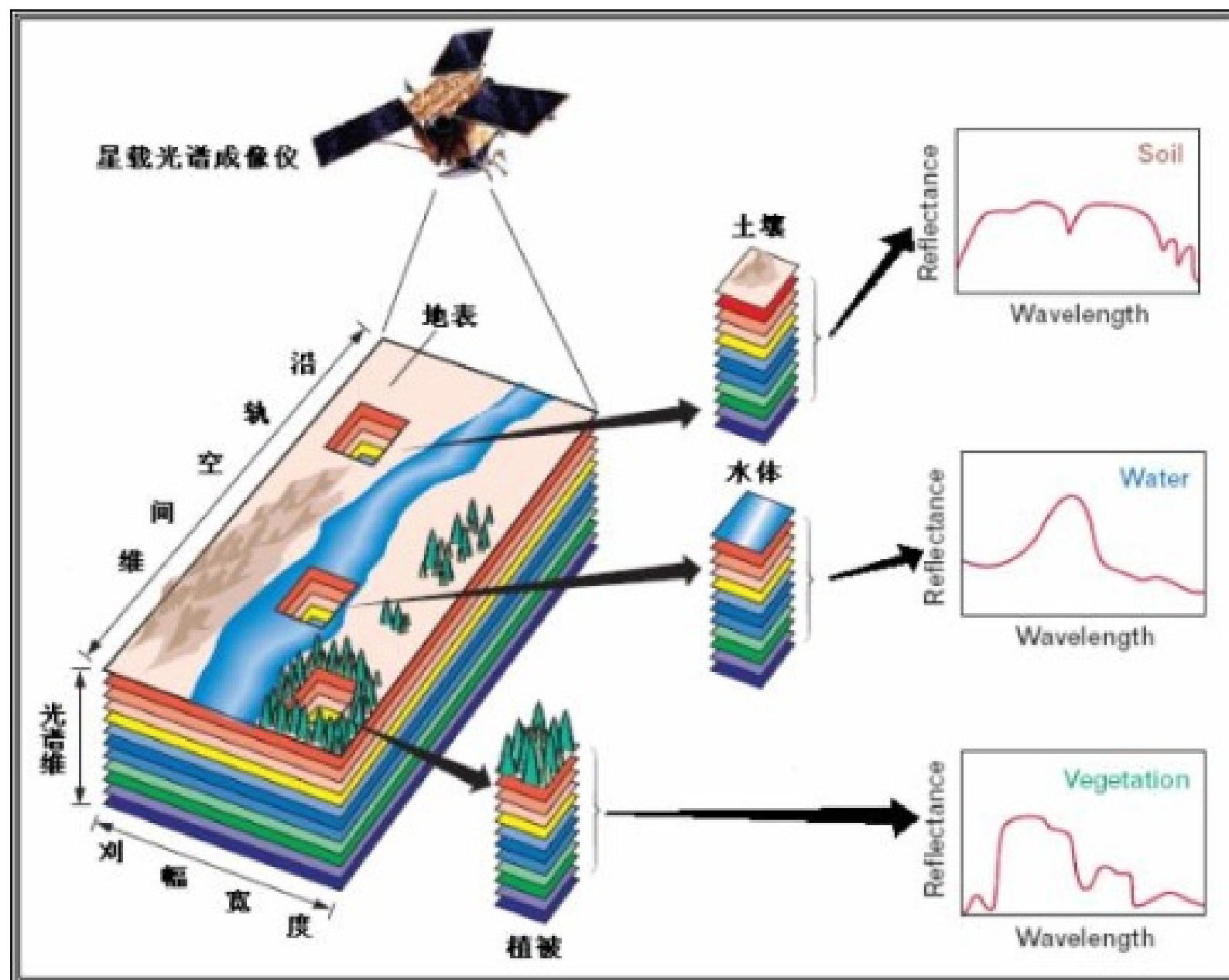
光栅：能对入射光波的振幅或相位进行空间周期性调制，或对振幅和相位同时进行空间周期性调制的光学元件。

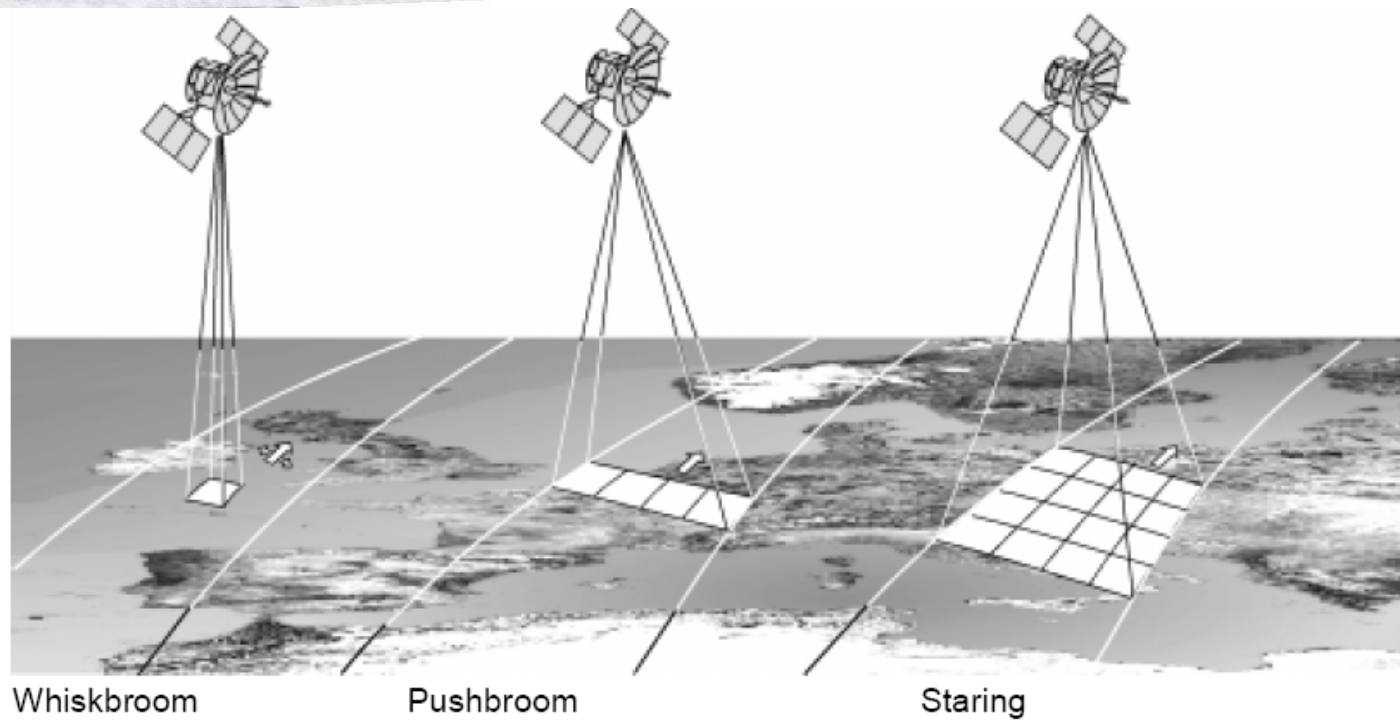
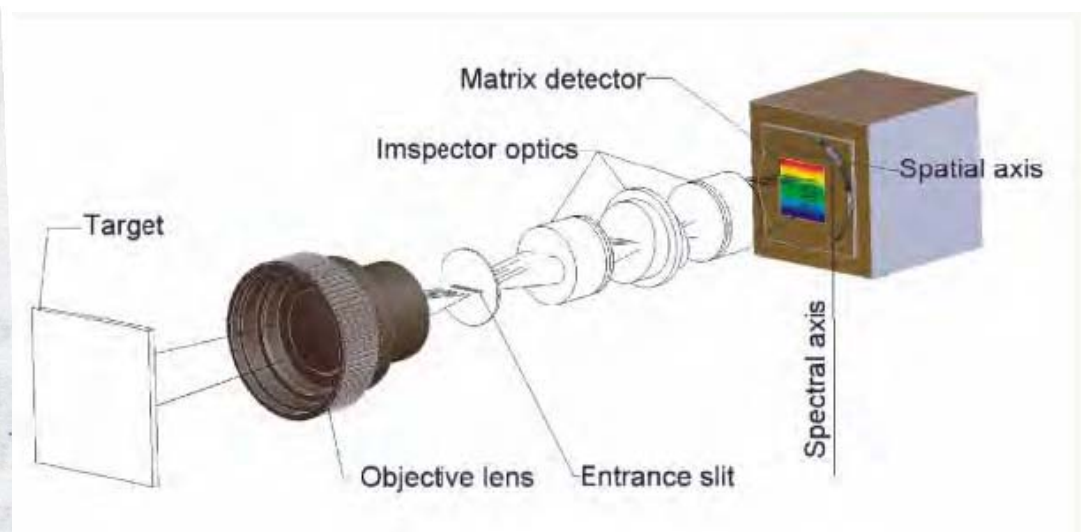
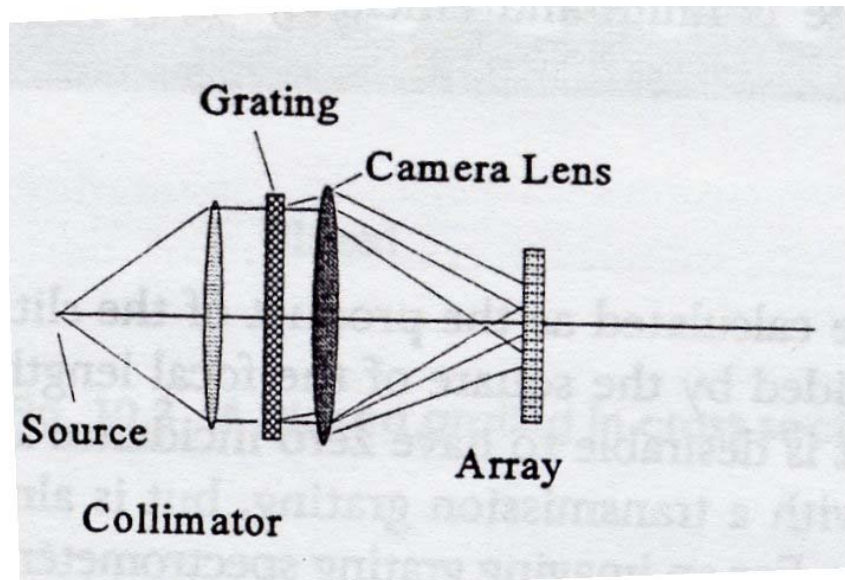
光栅分类：

- 振幅型和相位型（按调制方式）
- 透射型和反射型（按工作方式）
- 平面型和凹面型（按工作表面）
- 二维平面光栅、三维体积光栅（调制空间）
- 机刻光栅、复制光栅、全息光栅（制作方法）

光栅作用：分光作用

光栅应用：光栅光谱仪





二、光栅的分光性能

1、光栅的分光原理

多缝——平面振幅透射型光栅

亮线位置公式 $d \sin \theta = m\lambda$ $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

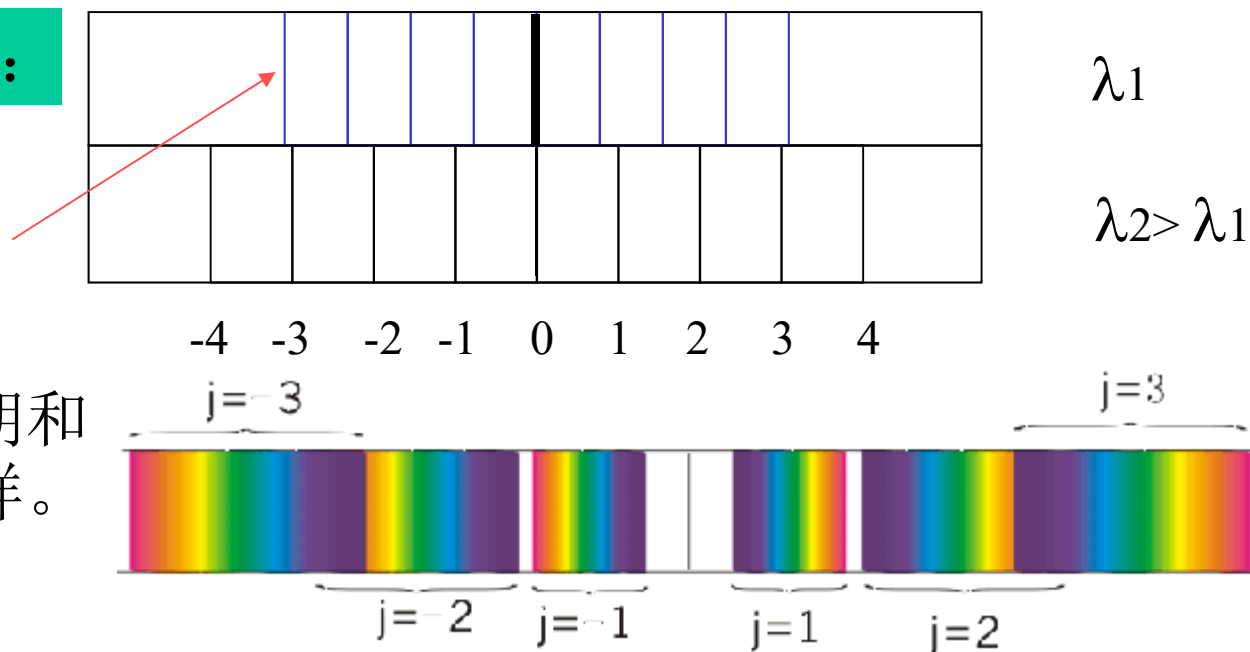
结论：衍射角 θ 与 λ 有关

不同波长的同一级亮线，除零级外，均不重合，
及发生色散

光栅光谱线：

对应于不同波长的
各级亮线

光栅的夫朗和
费衍射图样。



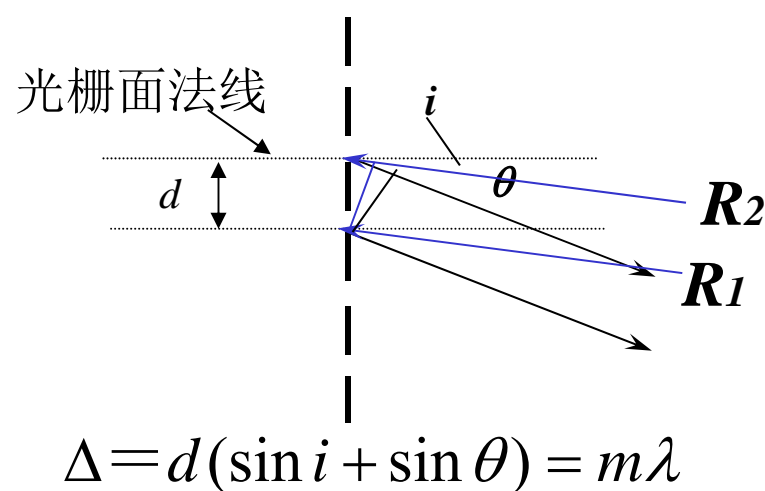
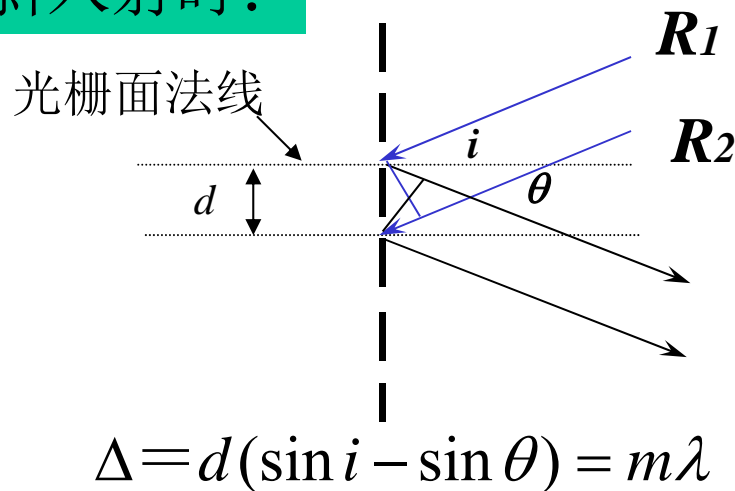
2、光栅方程（光程差的计算）

正入射时：

$$\Delta = d \sin \theta = m\lambda$$

光栅常数

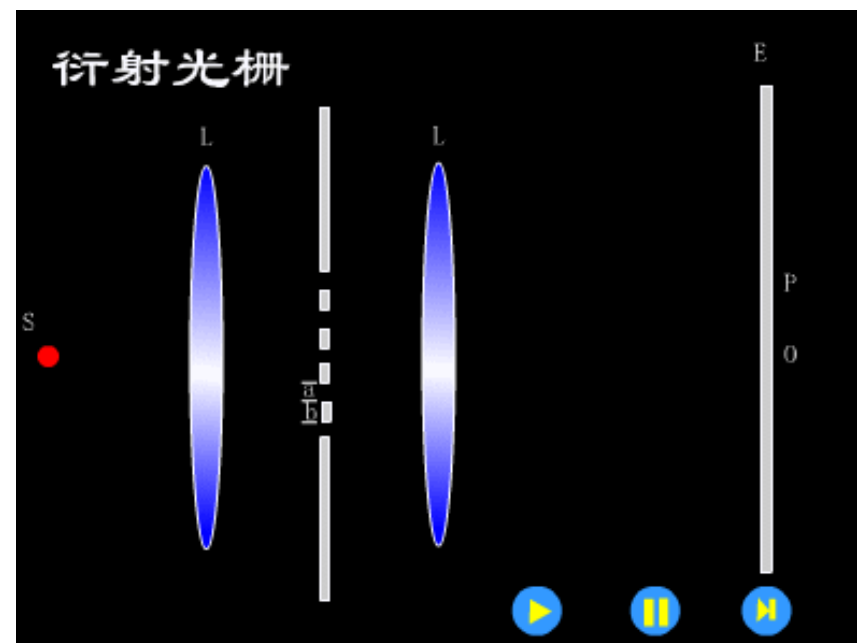
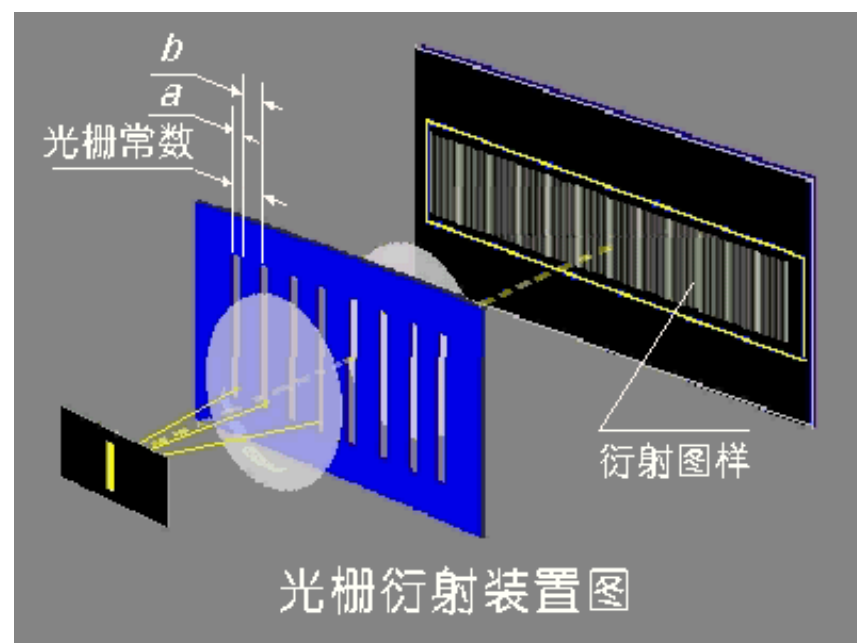
斜入射时：



光栅方程的普遍形式：

$$\Delta = d(\sin i \pm \sin \theta) = m\lambda$$

符号规则：入射光与衍射光线位于光栅面法线异侧，取“-”号；反之，取“+”号



3.光栅的色散本领

角色散：波长相差1埃（0.1nm）的两条谱线之间的角距离

$$\frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{m}{d \cos \theta}$$

线色散：焦平面上，波长相差1埃的两条谱线之间的距离。

$$\frac{dl}{d\lambda} = f \cdot \frac{d\theta}{d\lambda} = f \cdot \frac{m}{d \cos \theta}$$

4.光栅的自由光谱区：

由 $(m+1)\lambda = m(\lambda + \Delta\lambda)$

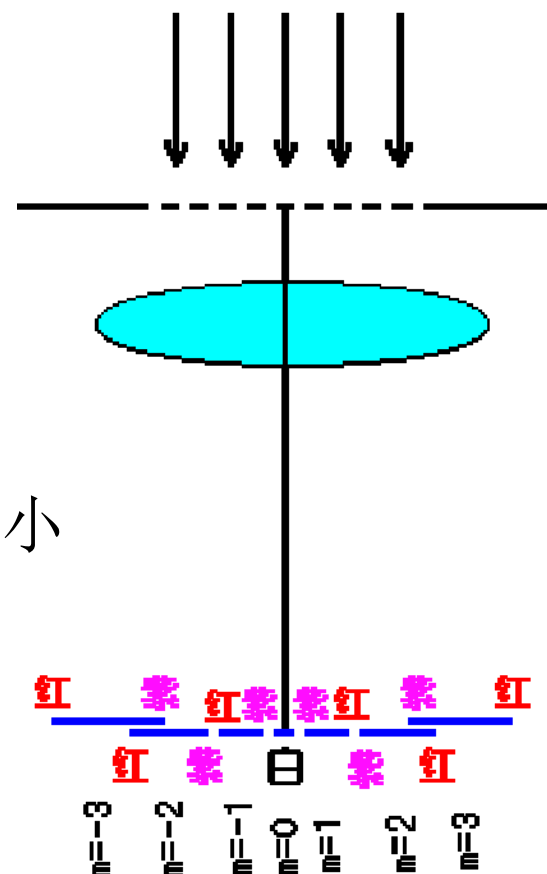
得 $\Delta\lambda = \frac{\lambda}{m}$ (只与 λ 和 m 有关)

光栅：自由光谱范围大

法布里—珀罗标准具：自由光谱范围小

$$(\Delta\lambda)_{S.R} = \frac{\lambda_2}{m} = \frac{\lambda_1\lambda_2}{2h} = \frac{\bar{\lambda}^2}{2h}$$

$(\Delta\lambda)_{S.R}$ 为标准具常数或自由光谱范围。



可见光区的光栅光谱

5、光栅色分辨本领

是指分辨两条波长差很小的谱线的能力
即分辨两条很靠近的谱线的能力。

根据瑞利判据，当 $\lambda + \Delta\lambda$ 产生的谱线的位置落在 λ 的同级谱线的零点上时，两个谱线刚好被分离。

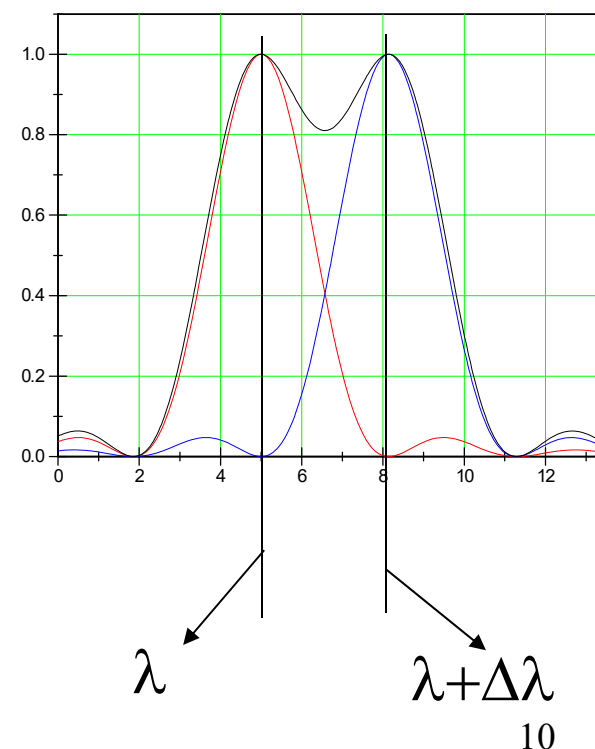
$\Delta\lambda$ 光栅所能分辨的最小波长差

光栅的色分辨本领

$$A = \lambda / \Delta\lambda$$

谱线的角半宽度

$$\Delta\theta = \frac{\lambda}{N \cdot d \cos \theta}$$



则有：

$$\Delta\lambda = \left(\frac{d\lambda}{d\theta} \right) \Delta\theta = \frac{d \cos \theta}{m} \cdot \frac{\lambda}{Nd \cos \theta} = \frac{\lambda}{mN}$$

因此：

$$A = \lambda / \Delta\lambda = mN$$

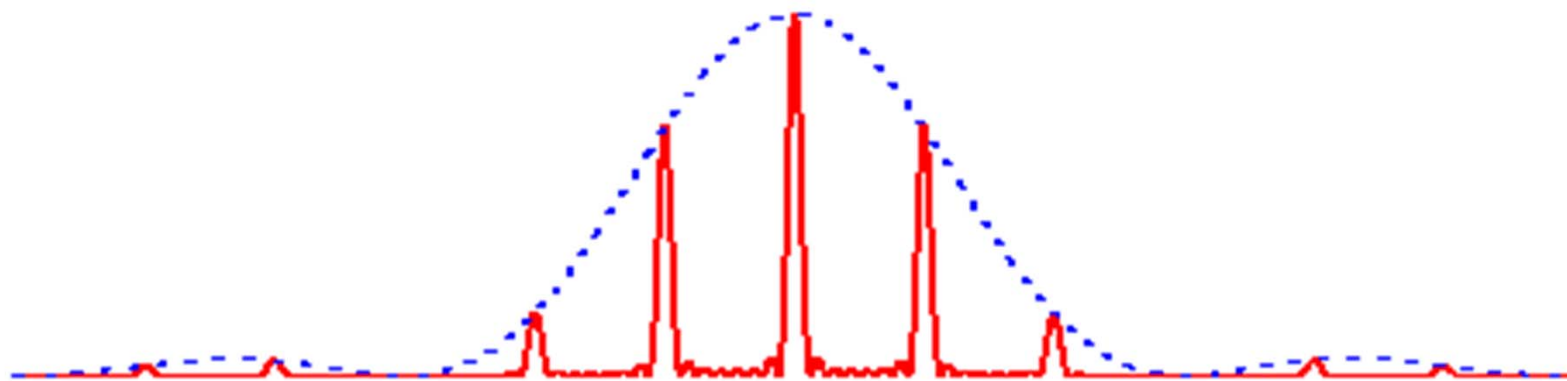
光谱级次

光栅线数

光栅： $m=1$ 或 2 ， N 很大

法布里—珀罗标准具： $N=0.97s$ ， m 很大

6、光栅衍射的特点



- 1、光栅衍射的强度被一个单缝调制
- 2、主极大是明亮纤细的亮纹， 相邻亮纹间是一片宽广的暗区， 暗区中存在一些微弱的明条纹， 称为次极大
- 3、主极大是各缝出来的衍射光干涉而成的
- 4、缺级现象： $\frac{m}{n} = \frac{d}{a}$ 为整数比时， 缺m级
- 5、主极大特别明亮而且尖细， 是因为缝宽d一定时， 缝数越多， 条纹越尖细

三、几种典型光栅

(一) 平面光栅

1、光栅的光强分布 $I = I_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \cdot \left[\frac{\sin(N\delta/2)}{\sin(\delta/2)} \right]^2$

其中 $\alpha = \frac{\pi}{\lambda} a \cdot \sin \theta$ 衍射调制

$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta$ 谱线强度

2.光栅方程： $d \sin \theta = m\lambda$ 由干涉项决定的。

光栅的色分辨本领 $A = \lambda/\Delta\lambda = mN$

问题： $m \uparrow$ $A \uparrow$ 受衍射调制 $I \downarrow$

没有色散的零级占了总能量的很大一部分

原因： 干涉的零级谱线与中央衍射极大重合

解决： 将衍射的极大方向变换到高级谱线（有色散的谱线）上。

（二）闪耀光栅—平面反射光栅

特点：

刻槽面与光栅面不平行
两者间有一角度 γ —闪耀角

功能：

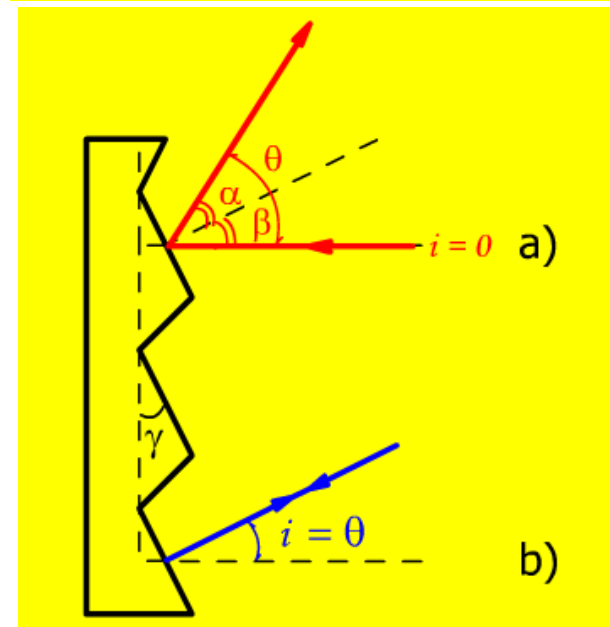
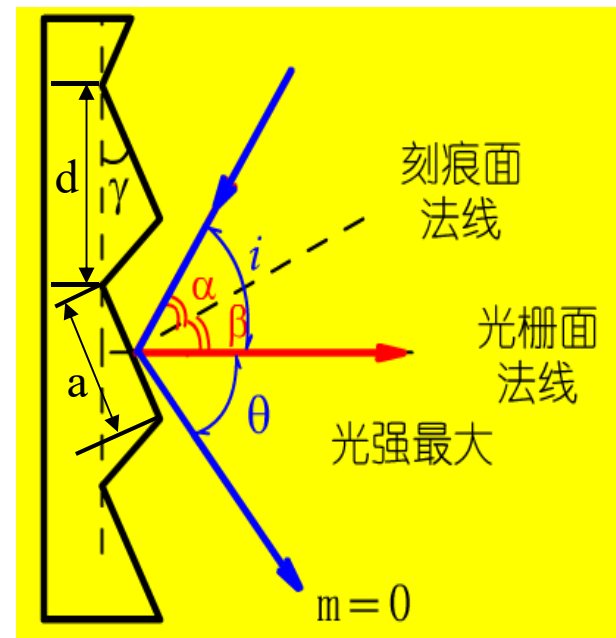
使单个刻痕面衍射的中央极大与槽面间干涉零级主极大分开，从而使光能量从干涉零级转移并集中到某一级光谱上去。

1、光强度分布最大的方向满足

反射定律： $\alpha=\beta$

2、衍射级次应由光栅方程决定

$$\Delta = d(\sin i \pm \sin \theta) = m\lambda$$



垂直槽面入射（“自准条件”入射）

1.刻槽面——相当于单缝(衍射面)

衍射零级主极大 = 入射光的反方向（几何光学的反射方向）

2.光栅面

入射角 $i=\gamma$, $\alpha=\beta=0$

衍射角 $\theta=\gamma$

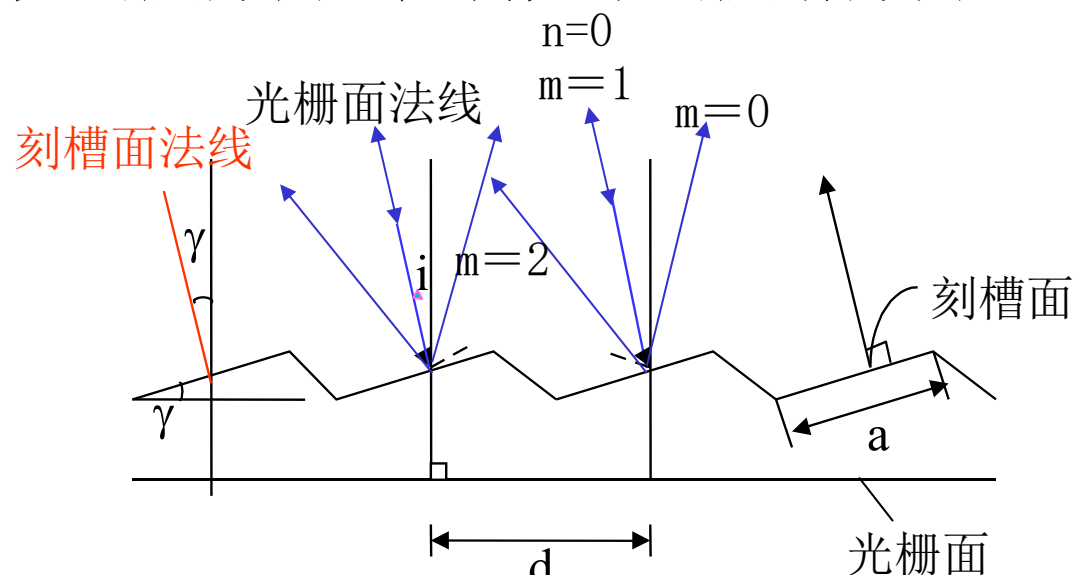
根据光栅方程

$$\Delta = 2d \sin \gamma = m\lambda$$

（取+号是因为考察方向与入射光在光栅面法线同侧）

当 $m=1$, 对应 $\lambda = \lambda_B$ 即 $2d \sin \gamma = \lambda_B$ 称 λ_B 为1级闪耀波长

此时衍射的零级主极大（光强最大值）正好和1级光谱重合（在 γ 方向上），1级光谱获得最大的光强度



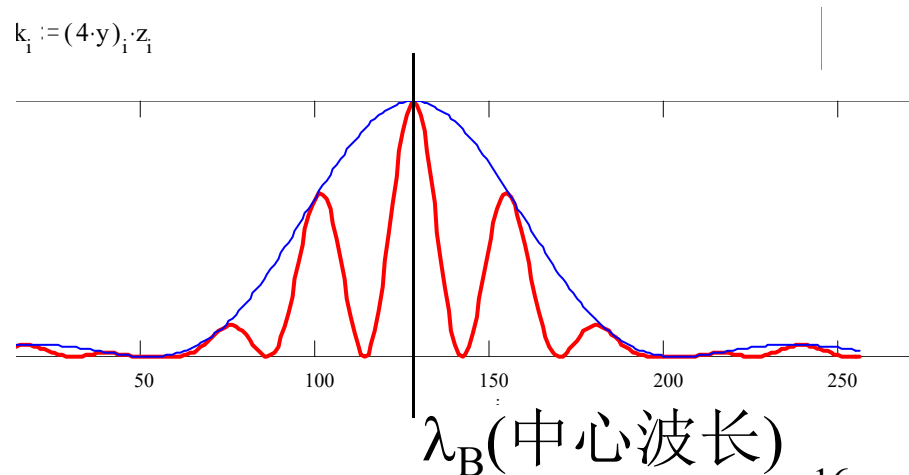
结论:

$a \approx d$ 波长 λ_B 的其他级次的光谱都几乎和衍射极小位置重合, 80% 能量转移并集中到1级光谱

对 λ_B 的一级光谱闪耀的光栅对 $\lambda_B/2$ 的2级光谱和 $\lambda_B/3$ 的3级光谱也闪耀。

闪耀光栅在同一级光谱中只对闪耀波长产生极大光强度, 而对其他波长不能产生极大光强度。

应用时是根据 λ_B , 确定 γ
由于中央衍射有一定的宽度, 所以闪耀波长附近的谱线也有相当大的强度, 因而闪耀光栅可用于一定的波长范围。



(三) 阶梯光栅

平行的平面玻璃板成阶梯状排列而成的相位光栅

如图所示

$$\frac{\Delta'}{a} = \frac{h - a \tan \theta}{a / \cos \theta}$$

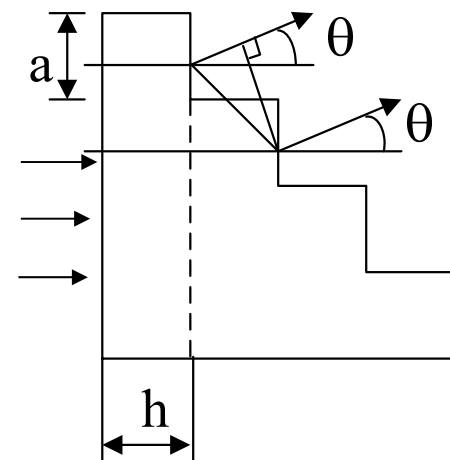
$$\Delta' = h \cos \theta - a \sin \theta$$

$$\Delta = nh - \Delta' = (n - \cos \theta)h + a \sin \theta$$

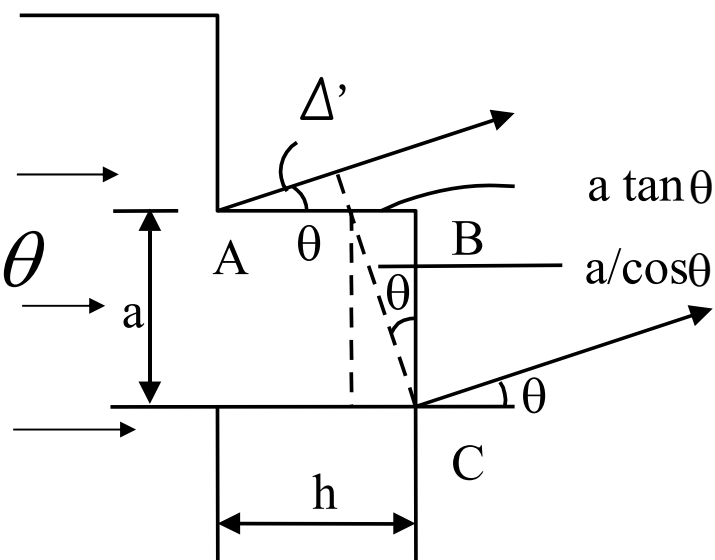
$$\approx (n - 1)h + a\theta$$

阶梯光栅的方程为：

$$(n - 1)h + a\theta = m\lambda$$



阶梯光栅



对于反射式，有 $2h - \theta a = m\lambda$

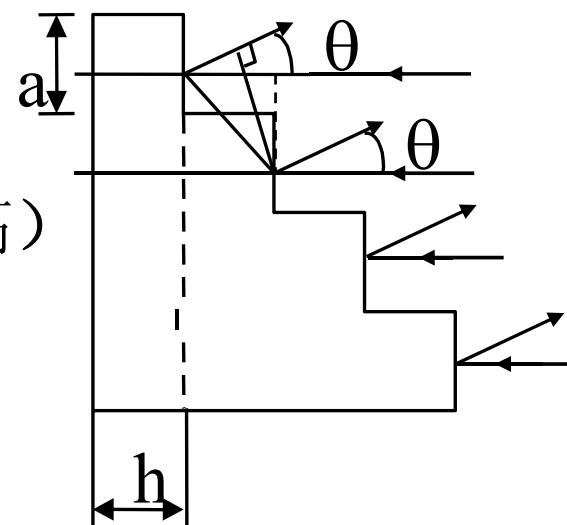
特点： h 较大， m 很大（闪耀级次很高）

分辨本领很高

光谱范围很小。

用于超精细结构小范围光谱分析。

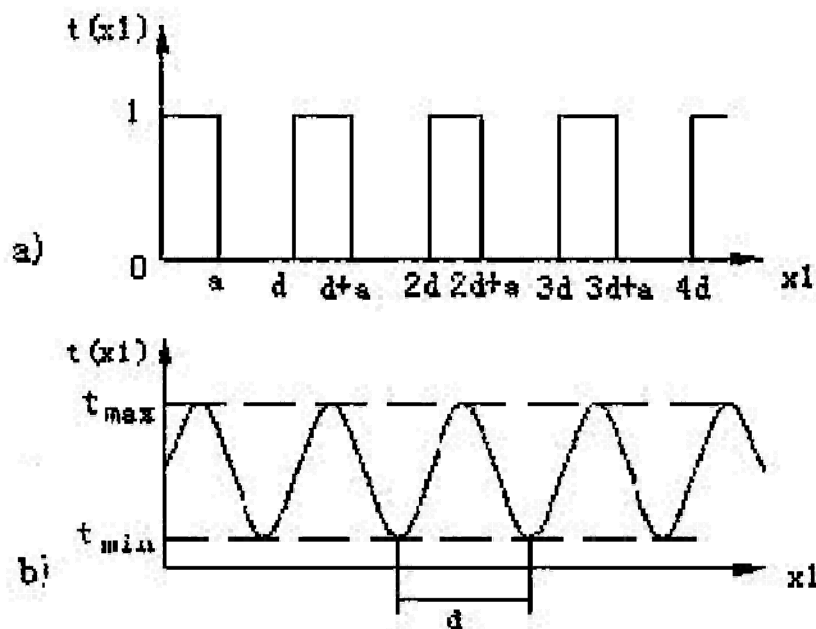
$d=a$ ，又 a 较大，中央衍射极大中只有一个或至多二次主极大。



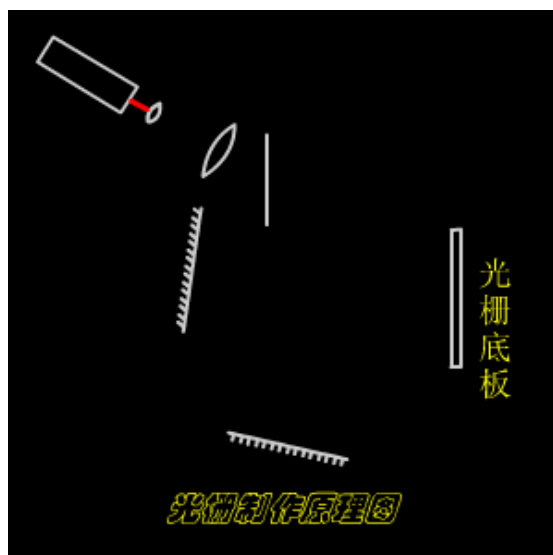
(四) 正弦（振幅型）光栅

正弦（或余弦）光栅其振幅透射系数是正弦（或余弦）型分布（如图）可表示为：

$$\tilde{t}(x_1) = \begin{cases} 1 + B \cos \frac{2\pi}{d} x_1 & x_1 \leq \left| \frac{Nd}{2} \right| \\ 0 & x_1 > \left| \frac{Nd}{2} \right| \end{cases}$$



矩形光栅和余弦光栅的
复振幅透射系数



正弦光栅通过记录两束有一定夹角的平面波的干涉图而得到。

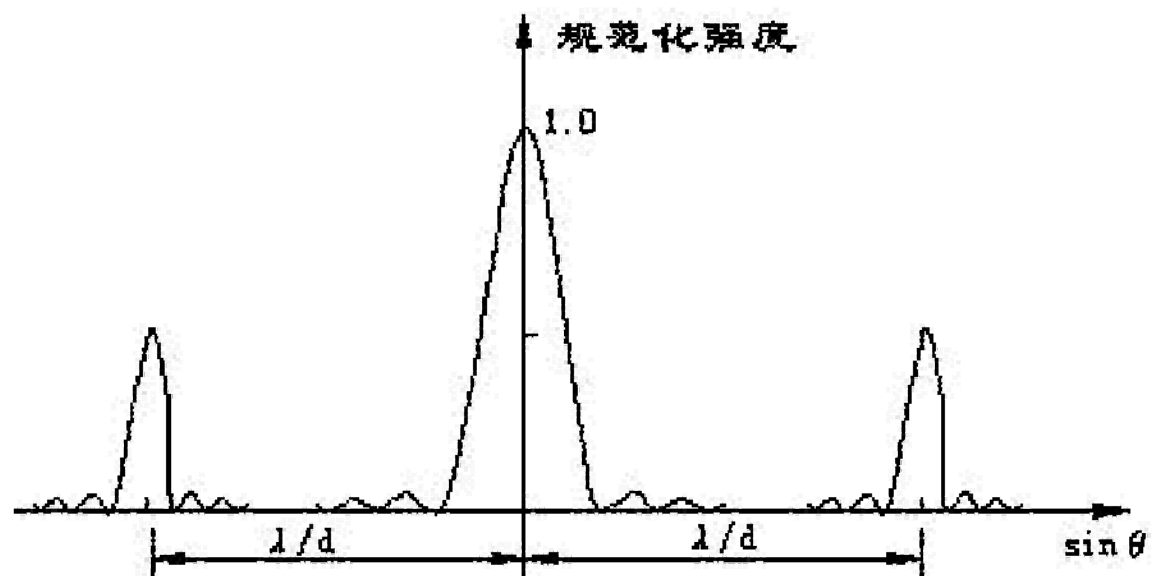
光栅的衍射强度分布 = 单元的衍射因子 $\times \left[\frac{\sin(N\delta/2)}{\sin(\delta/2)} \right]^2$

单元的衍射因子 $\tilde{E}_s = C \int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} \tilde{t}(x_1) \exp(-iklx_1) dx_1$

$$\begin{aligned}\tilde{E}_s &= C \int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} (1 + B \cos \frac{2\pi}{d} x_1) \exp(-iklx_1) dx_1 \\ &= \int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} [1 + \frac{B}{2} \exp(i \frac{2\pi}{d} x_1) + \frac{B}{2} \exp(-i \frac{2\pi}{d} x_1)] \exp(-iklx_1) dx_1 \\ &= \frac{\sin \alpha}{\alpha} + \frac{B}{2} \frac{\sin(\alpha + \pi)}{\alpha + \pi} + \frac{B}{2} \frac{\sin(\alpha - \pi)}{\alpha - \pi}\end{aligned}$$

光栅的衍射强度分布

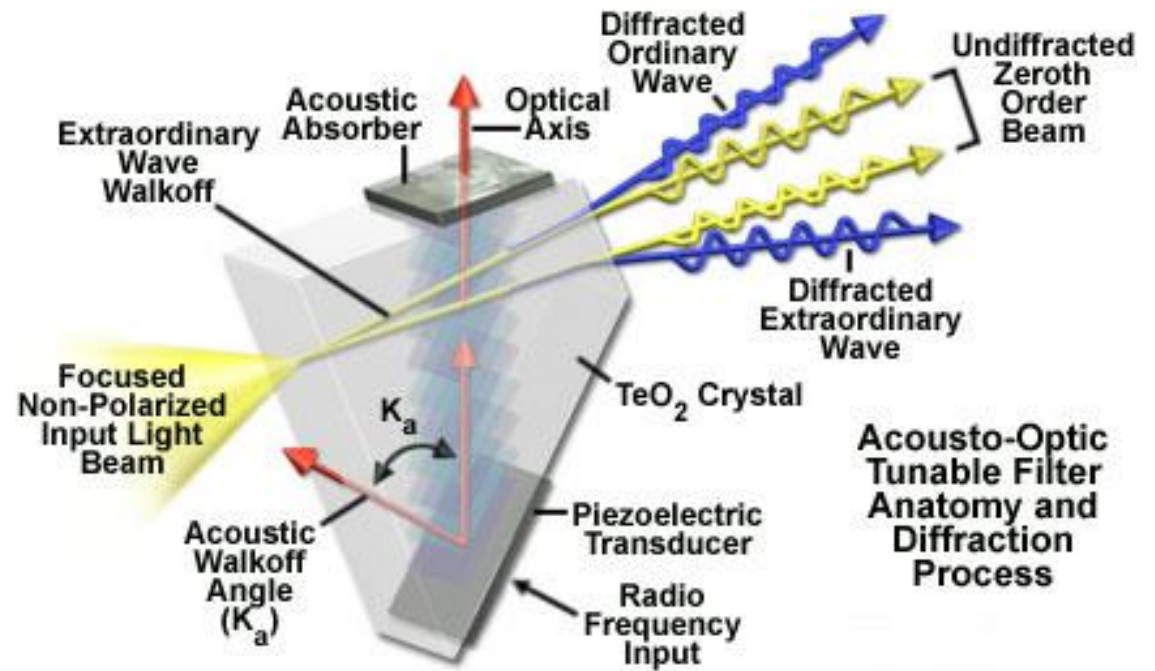
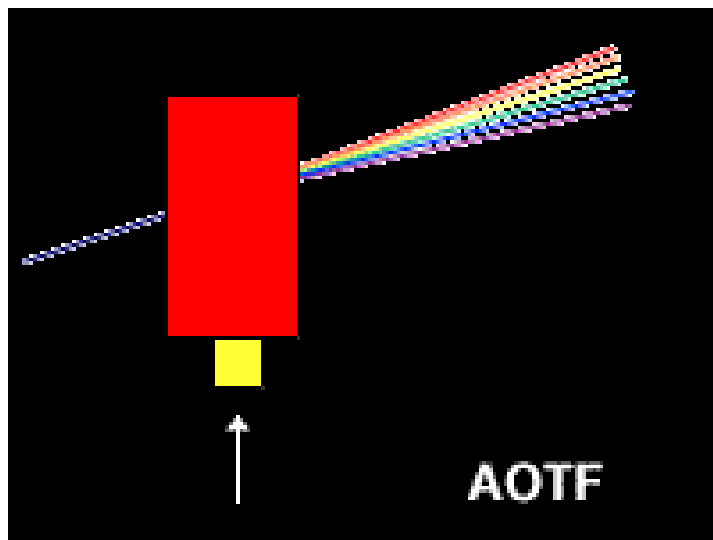
$$I = I_0 \left[\frac{\sin \alpha}{\alpha} + \frac{B}{2} \frac{\sin(\alpha + \pi)}{\alpha + \pi} + \frac{B}{2} \frac{\sin(\alpha - \pi)}{\alpha - \pi} \right]^2 \left[\frac{\sin(N\delta/2)}{\sin(\delta/2)} \right]^2$$



其衍射强度分布曲线如图，显然，只有0， ± 1 级共三个谱线。

(五) 三维光栅

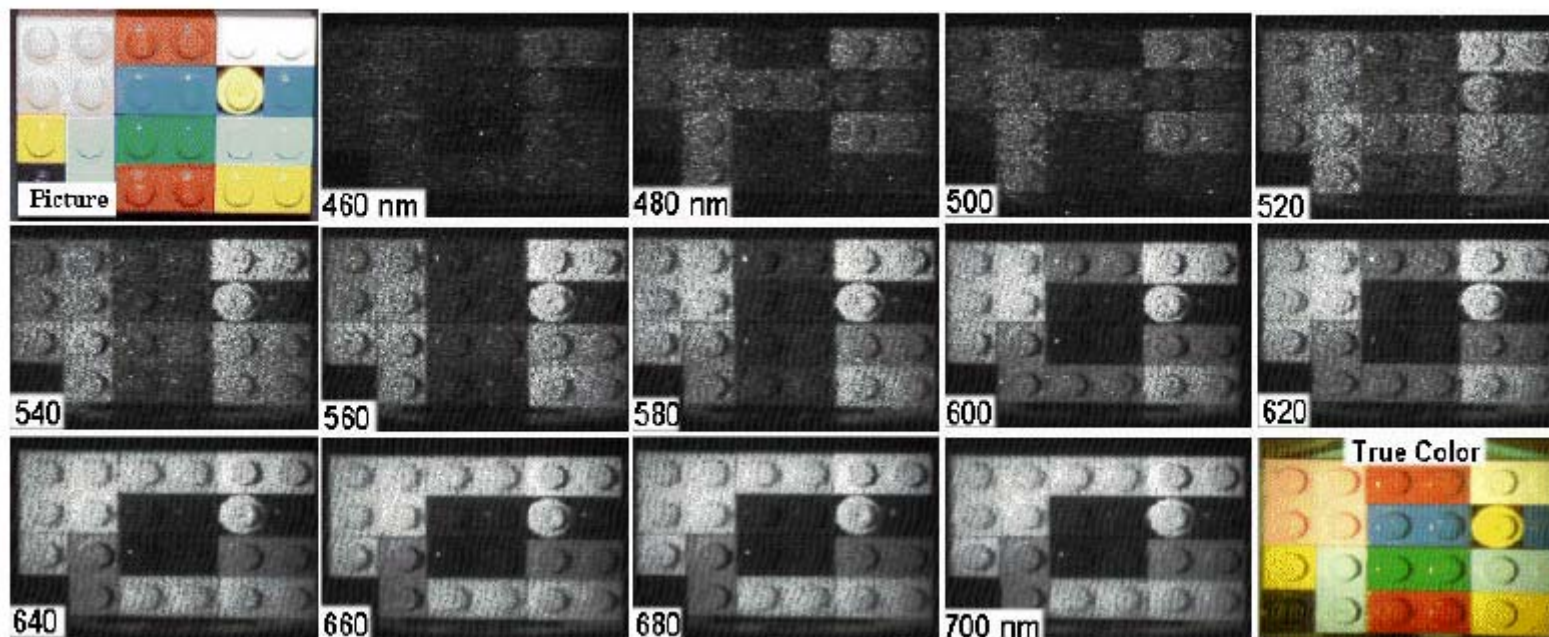
当波长为 λ 的超声波在均匀介质（水、熔融石英）中传播时，会引起介质内部的密度周期性的变化，从而导致介质的折射率也周期性的变化，于是，这个超声场就形成一个以 λ 为周期的三维光栅。



BRIMROSE

brimrose corporation of america • 5020 campbell blvd., baltimore, maryland 21236 usa
410/931-7200 • fax: 410/931-7206 • e-mail: office@brimrose.com • <http://www.brimrose.com>

CVA200 ACOUSTO-OPTIC TUNABLE FILTER CAMERA VIDEO ADAPTER



本课内容回顾

1、光栅分类及作用

2、光栅的分光性能

- 光栅的分光原理
- 光栅方程 $\Delta = d(\sin i \pm \sin \theta) = m\lambda$
- 光栅的色散本领（角色散、线色散）
- 光栅的自由光谱区
- 光栅色分辨本领
- 光栅衍射的特点

3、典型光栅---平面光栅、闪耀光栅、阶梯光栅、正弦光栅

作 业

- P418第21、22、23、25、26、27题

注：第21题，透镜焦距为500mm