

## § 12—4 平板的双光束干涉(分振幅法)

- 一、干涉条纹的定域
- 二、平行平板干涉（等倾干涉）
- 三、楔形平板干涉（等厚干涉）
- 四、牛顿环

分波前法（杨氏干涉）缺点：

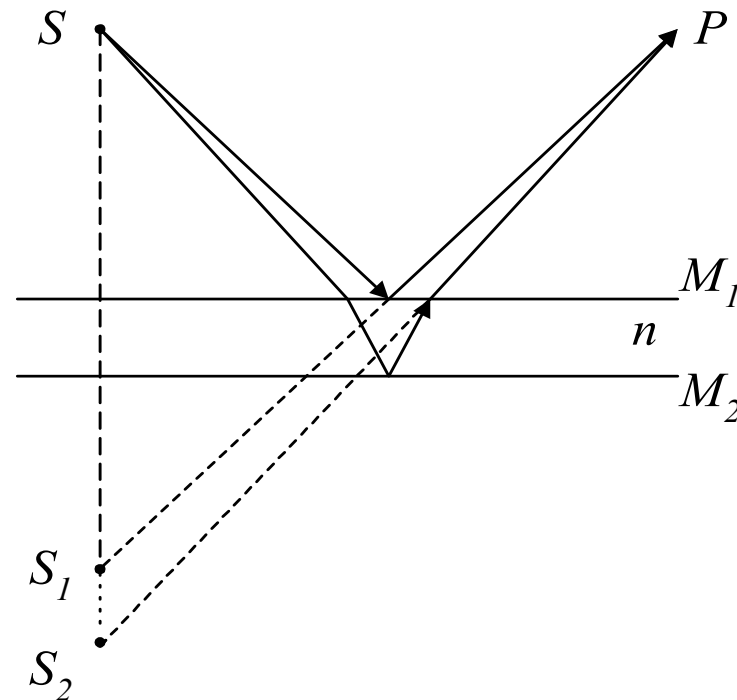
空间相干性  $\longrightarrow$  小光源  
条纹亮度  $\longrightarrow$  大光源

} 矛盾

分振幅法（平板干涉）优点

既可以用扩展光源  
又可以获得清晰条纹

} 解决矛盾



干涉的点源：两个反射  
面对 $S$ 点的象 $S_1$ 和 $S_2$

## 一、干涉条纹的定域（实质上是空间相干性问题）

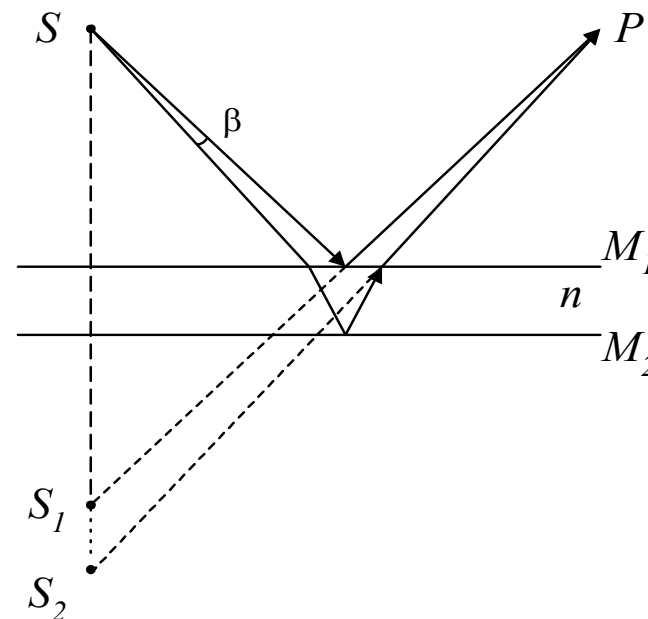
### 1. 条纹定域：

点光源照明产生非定域条纹

扩展光源照明由于空间相干性

某些区域条纹对比度下降，条纹消失

但在定域区仍可观察到清晰的条纹——定域条纹



能够得到清晰干涉条纹的区域——定域区或定域面。

**非定域干涉：**相干光叠加区的任意位置均能观察到干涉条纹的干涉

**定域干涉：**相干光叠加区只有特定位置才能观察到干涉条纹的干涉

由空间相干性理论，在P点观察到干涉条纹条件

$$b \bullet \beta < \lambda$$

对于  $\beta=0$  对应光源的临界宽度为无穷大

平行平板的分振幅干涉是可实现  $\beta=0$  的干涉

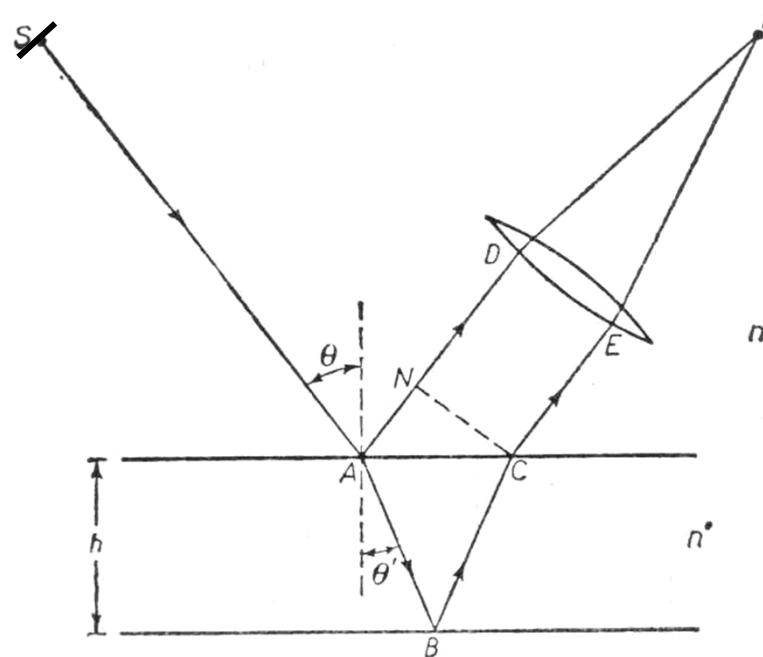
定域区：  $\beta=0$ 所确定的区域

定域区的确定：

由  $\beta=0$  作图确定

定域区的位置：

离平板无穷远  
望远镜的焦面上



## 二、平行平板干涉（等倾干涉）

$$\text{双光束干涉: } I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos k\Delta$$

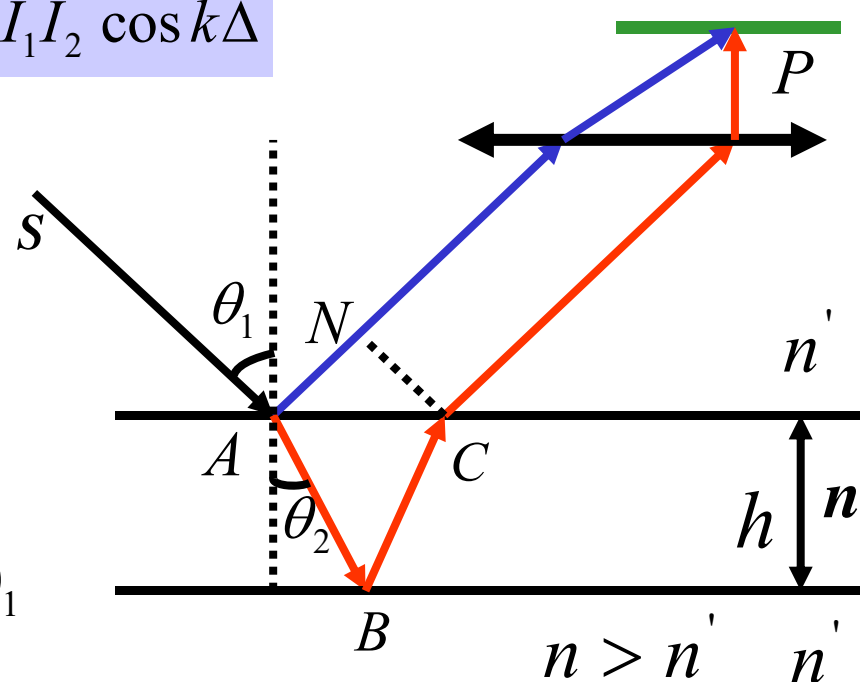
### 1. 光程差计算

$$\Delta = n(AB + BC) - n'AN$$

$$\text{其中: } AB = BC = \frac{h}{\cos \theta_2}$$

$$AN = AC \sin \theta_1 = 2h \tan \theta_2 \sin \theta_1$$

$$n' \sin \theta_1 = n \sin \theta_2$$



$$\Delta = \frac{2nh}{\cos \theta_2} - 2nh \frac{\sin^2 \theta_2}{\cos \theta_2} = 2nh \left[ \frac{1 - \sin^2 \theta_2}{\cos \theta_2} \right] = 2nh \cos \theta_2$$

半波损失

$$\Delta = 2nh \cos \theta_2 \pm \frac{\lambda}{2} \quad \Delta = 2h\sqrt{(n^2 - n'^2 \sin^2 \theta_1)} \pm \frac{\lambda}{2}$$

$$2h\sqrt{n^2 - n'^2 \sin^2 \theta_1} \pm \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} m\lambda & (m = 0, 1, 2, 3 \dots) \text{ max} \\ (2m + 1) \frac{\lambda}{2} & (m = 0, 1, 2 \dots) \text{ min} \end{cases}$$

$$2nh \cos \theta_2 \pm \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} m\lambda & (m = 0, 1, 2, 3 \dots) \text{ max} \\ (2m + 1) \frac{\lambda}{2} & (m = 0, 1, 2 \dots) \text{ min} \end{cases}$$

出现明暗相间的干涉条纹

公式的适用条件：

$$n_1 < n > n_2, \quad n_1 > n < n_2$$

要加 $\lambda/2$

$$n_1 < n < n_2, \quad n_1 > n > n_2$$

不加 $\lambda/2$

若光垂直入射

$$2nh \pm \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} m\lambda & (m = 0, 1, 2, \dots) \cdots \text{max} \\ (2m+1)\lambda/2 & (m = 0, 1, 2, \dots) \cdots \text{min} \end{cases}$$

单色光垂直入射，在薄膜表面上：

或全亮或全暗、或一片均匀的光亮，没有干涉条纹。

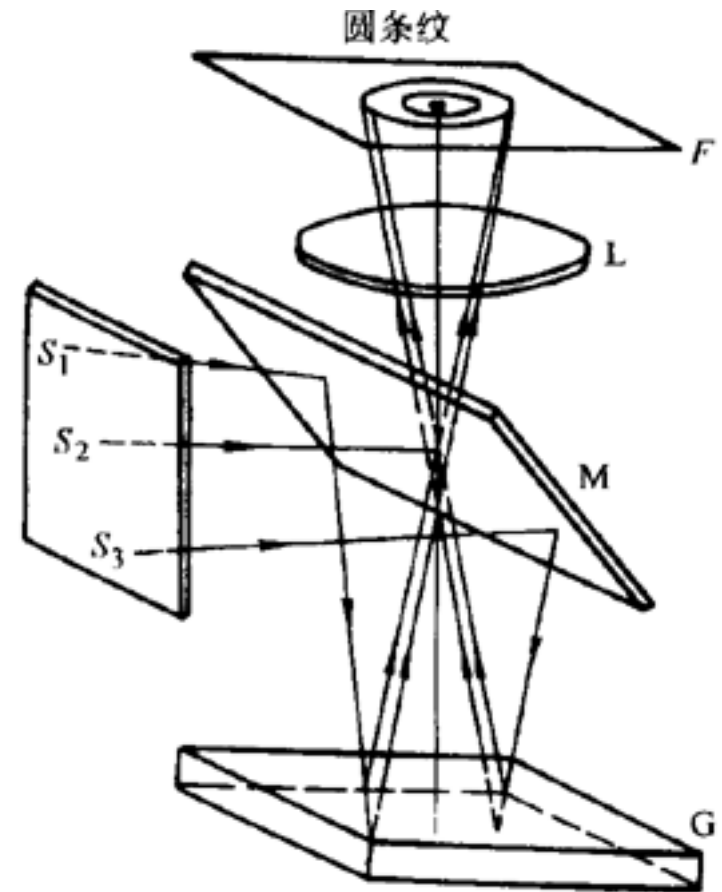
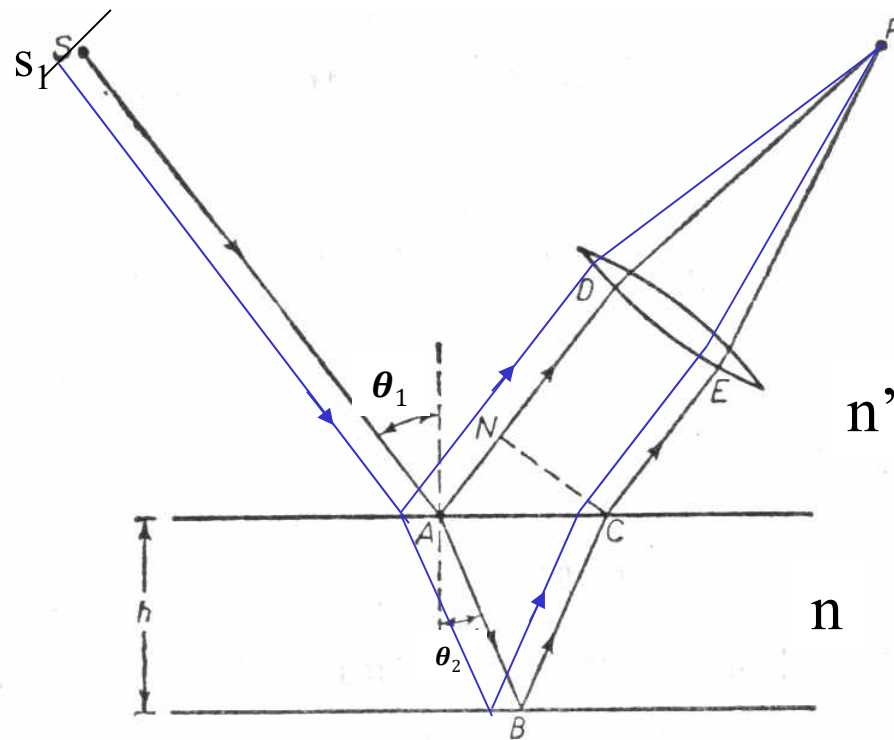
复色光垂直入射，在薄膜表面上：

有的颜色亮，有的消失，没有干涉条纹。

## 2. 平板干涉装置

注意：采用扩展光源，条纹域在无穷远。

条纹成象在透镜的焦平面上





光源大小与条纹的关系：

光源上每一点都给出一组等倾条纹，它们彼此准确重合，没有位移

等倾条纹的位置只与形成条纹的光束的入射角有关，而与光源的位置无关

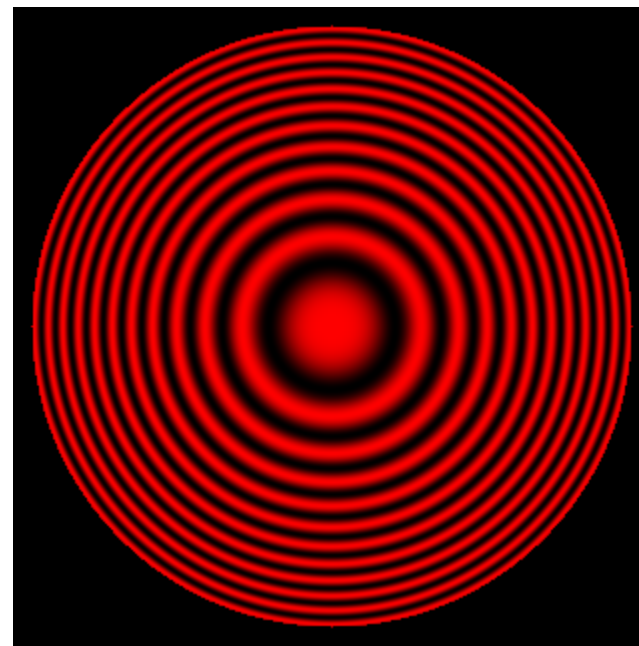
光源的扩大只会增加干涉条纹的强度，不会影响条纹的对比度

### 3、条纹分析

$$\Delta = 2nh \cos \theta_2 + \frac{\lambda}{2} \quad \text{或: } \Delta = 2h \sqrt{(n^2 - n'^2 \sin^2 \theta_1)} + \frac{\lambda}{2}$$

(1)  $\Delta$ 随 $\theta_1$ 变化, 条纹是 $\theta_1$ 的函数, 只要 $\theta_1$ 相同,  $\Delta$ 相同, 为一条干涉条纹, 称为等倾干涉。

干涉条纹为同心圆环。



(2) 光程差在 $\theta_1=0$ 时最大, 最大干涉级在中心。

$$\Delta_{\text{中心}} = 2nh + \frac{\lambda}{2} = m_o \lambda \quad (\text{光程与条纹级数})$$

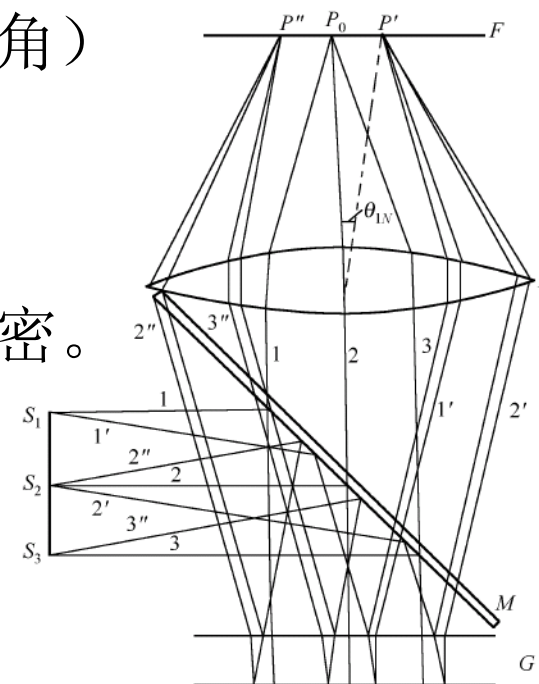
$m_o = m_1 + q$   $m_1$ 是最靠近中心的亮条纹的整数干涉级,  $q$ 是小于等于1的数,

从中心向外数, 第 $N$ 个亮条纹的干涉级表示为 $[m_1 - (N-1)]$

(3) 条纹的角半径  $\theta_{1N}$  (条纹半径对透镜中心的张角)

$$\theta_{1N} \approx \frac{1}{n'} \sqrt{\frac{n\lambda}{h}} \cdot \sqrt{N-1+q}$$

说明平板厚度  $h$  越大, 条纹角半径越小, 条纹越密。



(4) 条纹间隔

$$\Delta = 2nh \cos \theta_2 + \frac{\lambda}{2} = m\lambda \quad (\text{光程与条纹级数})$$

$$d\Delta = -2nh \sin \theta_2 d\theta_2 = \lambda dm$$

相邻条纹  $dm = \Delta m = 1,$

$$\text{则有: } |d\theta_2| = \left| \frac{\lambda}{2nh \sin \theta_2} \right|$$

将 $\theta_2$ 变成 $\theta_1$ : 因为  $n' \sin \theta_1 = n \sin \theta_2$

$$n' \cos \theta_1 d\theta_1 = n \cos \theta_2 d\theta_2$$

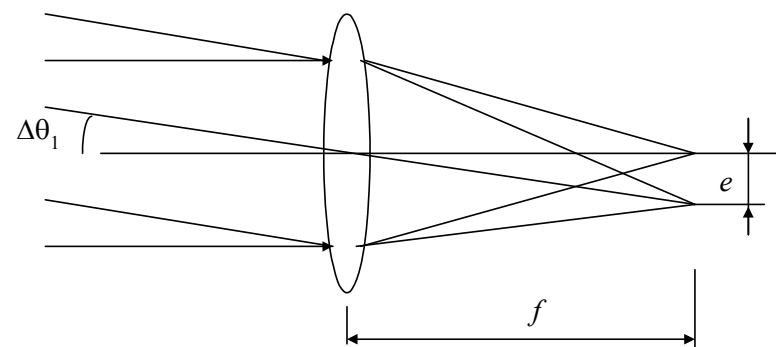
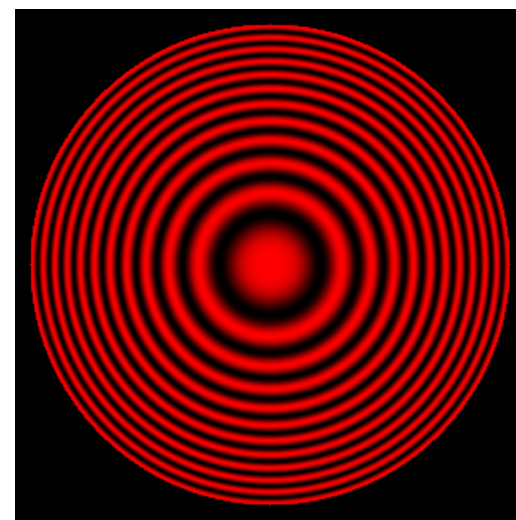
$$\cos \theta_1 \approx \cos \theta_2 \approx 1$$

$$d\theta_2 = \frac{n'}{n} d\theta_1$$

所以:  $|d\theta_1| = \left| \frac{n\lambda}{2n'^2 h \sin \theta_1} \right|$

$$e = f \cdot d\theta_1 = \frac{n\lambda}{2n'^2 h \sin \theta_1} \cdot f$$

注意 $e$ 与 $\sin \theta_1$ 的关系

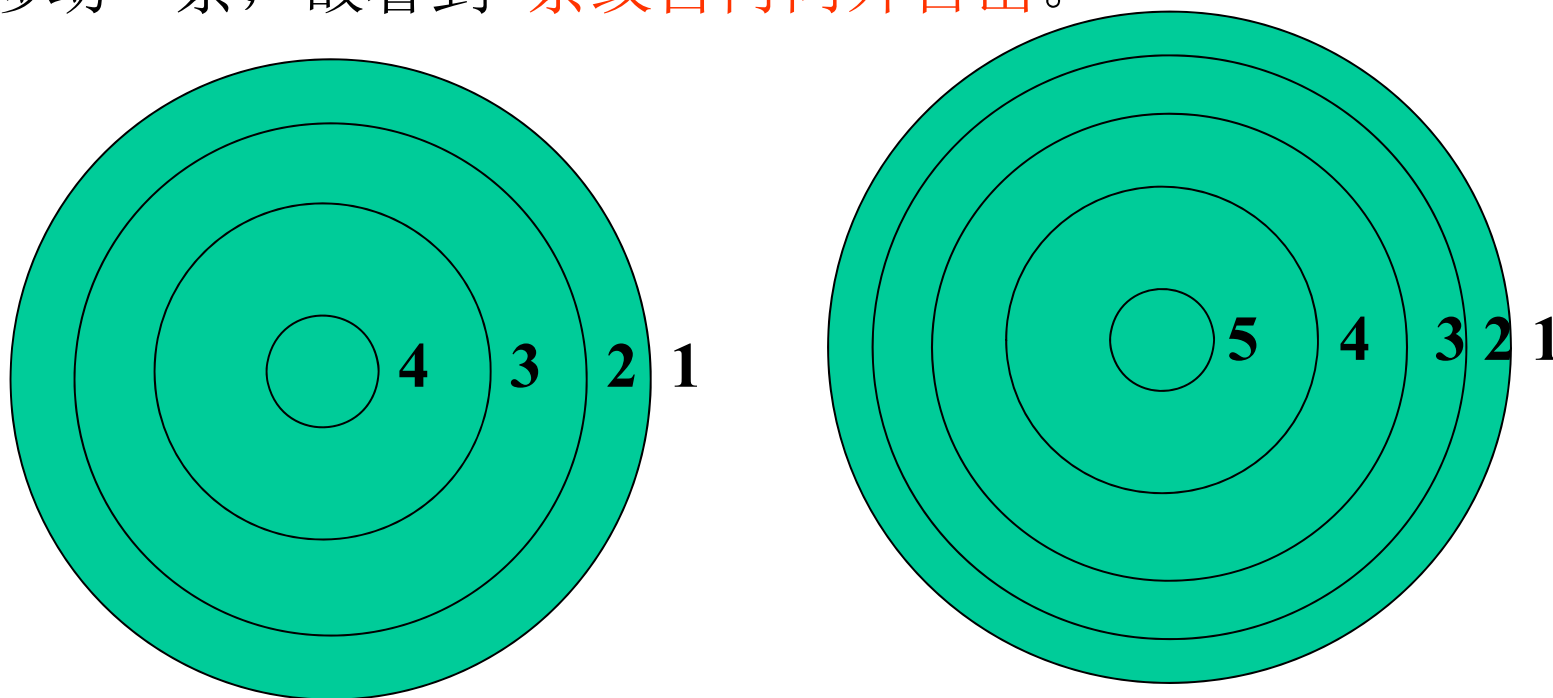


中央条纹疏，边缘条纹密。平板愈厚条纹也愈密。

若 $h \uparrow$ 则  $m \uparrow$

连续改变（增加）薄膜的厚度，视场中条纹自里向外冒出，反之，缩入。

例：原来是第4级条纹的位置现在是第5级，4、3、2、1级分别向外移动一条，故看到 **条纹自内向外冒出**。



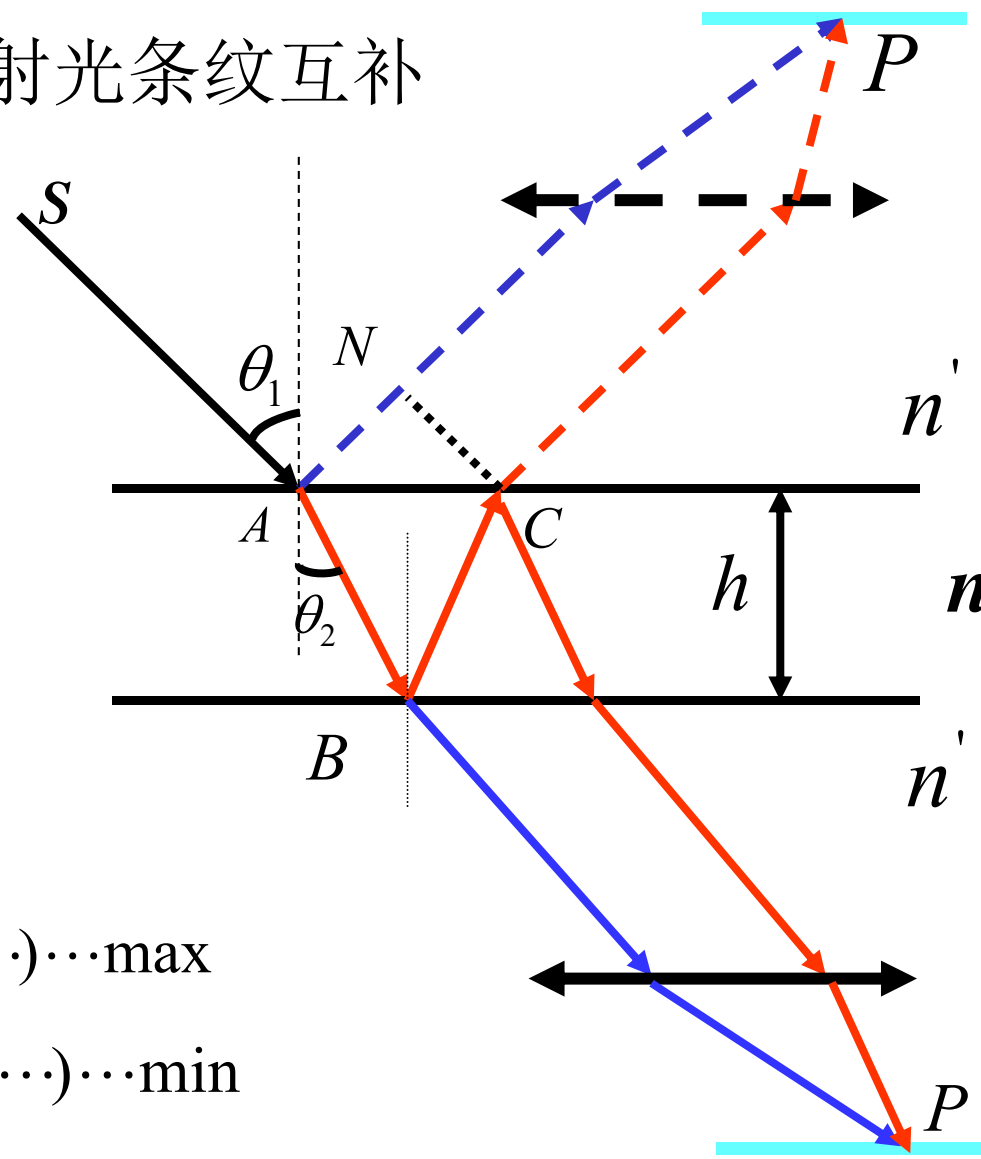
根据冒出的条纹数，可以测定微小长度的变化。

# (5) 反射光条纹和透射光条纹互补

反射光加强的点，  
透射光正好减弱

$$\Delta' = 2h\sqrt{n^2 - n'^2 \sin^2 \theta_1} =$$

$$\begin{cases} m\lambda & (m = 1, 2, \dots) \cdots \text{max} \\ (2m+1)\lambda/2 & (m = 0, 1, 2 \dots) \cdots \text{min} \end{cases}$$



### 三、楔形平板干涉（等厚干涉） 两个不平行平面的分振幅干涉

- 点光源照明产生非定域干涉
- 扩展光源照明产生定域干涉

#### 1. 定域面的位置和定域深度

由  $\beta=0$  作图确定

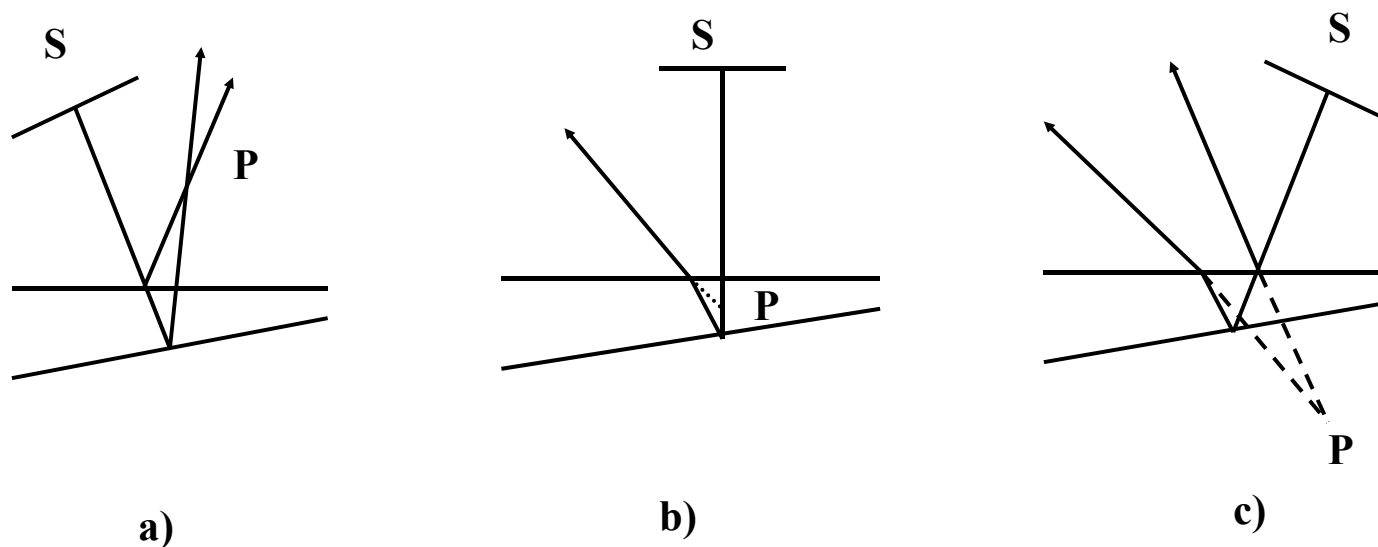


图12-16 用扩展光源时楔形平板产生的定域条纹  
a) 定域面在板上方 b) 定域面在板内 c) 定域面在板下方

## 定域深度

干涉条纹不只局限在定域面，在定域面附近的区域里也能看到干涉条纹，这一定的区域深度称为定域深度

定域深度的大小 与光源宽度成反比

光源为点光源时，定域深度无限大，干涉变为非定域的

用眼睛直接观察比成像仪器进行观察更容易找到干涉条纹

## 原因

- 1.人眼的自动调节能力
- 2.人眼的瞳孔比一般透镜的孔径小许多，限制了扩展光源的实际有效尺寸，结果定域深度增大



## 2、光程差计算

$$\Delta = n(AB + BC) - n'(AP - CP)$$

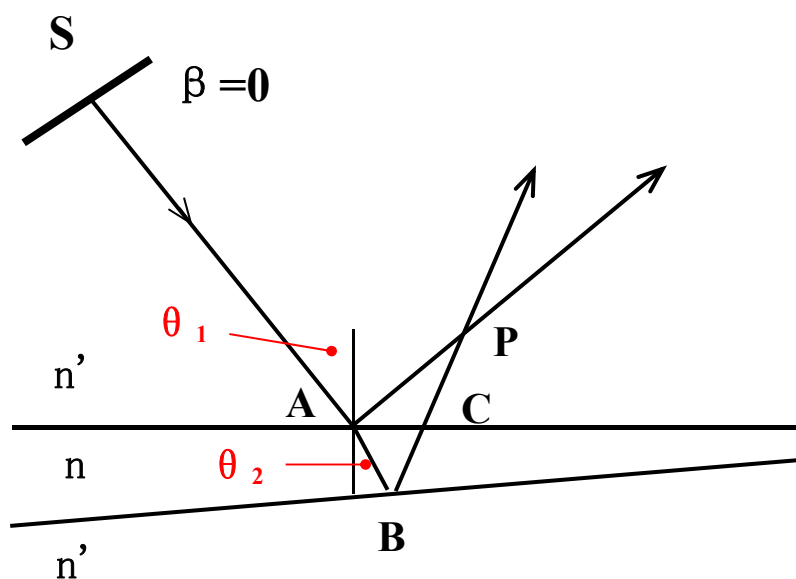


图12-18 楔形平板的干涉

前提:

板厚度很小，楔角不大

结果:

用平行平板的公式近似

$$\Delta = 2nh \cos \theta_2 + \frac{\lambda}{2}$$

假设:

楔形平板的折射率是均匀的，光束的入射角为常数

结论:

干涉条纹与平板上厚度相同点的轨迹（等厚线）相对应，这种条纹称为等厚条纹

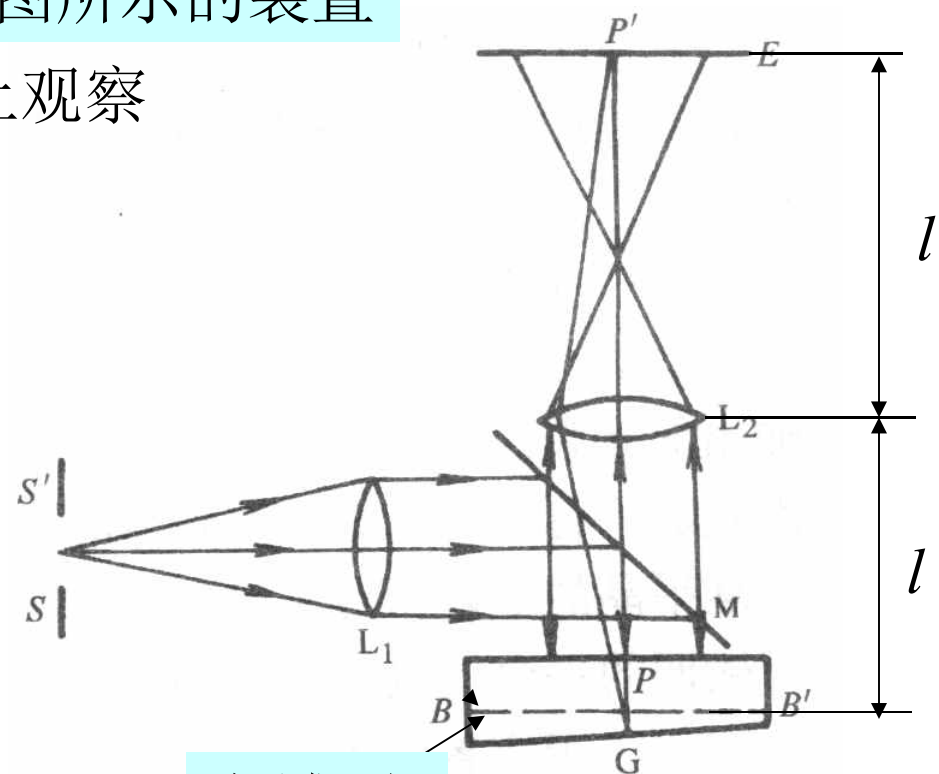
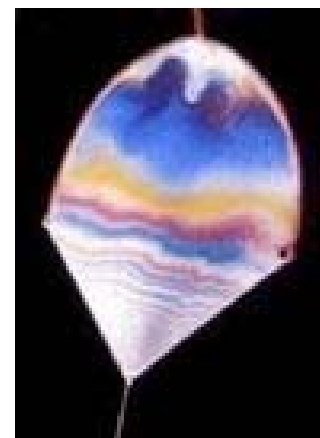
### 3. 实验装置

当平板很薄，定域区域在薄板表面，可直接观察，如水面上的油膜，肥皂泡等薄膜

对于厚度较大的平板采用如图所示的装置

透镜 $L_2$ 的作用，在成像面上观察

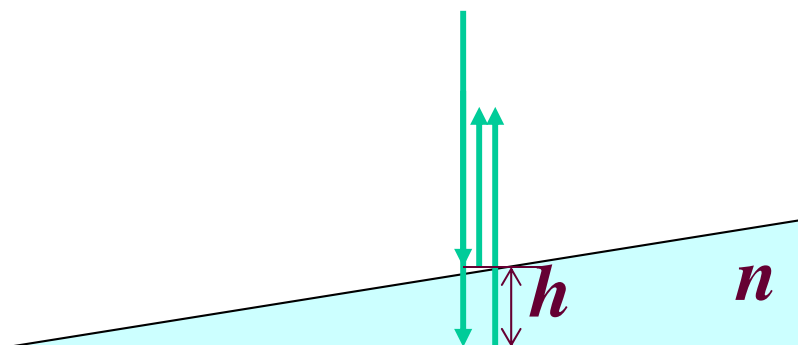
图中：
$$\frac{1}{l} + \frac{1}{l'} = \frac{1}{f}$$



定域面

垂直入射时的光程差

$$\Delta = 2nh + \frac{\lambda}{2}$$



它是光学厚度  $nh$  的函数，在同一光学厚度的位置形成同级条纹。

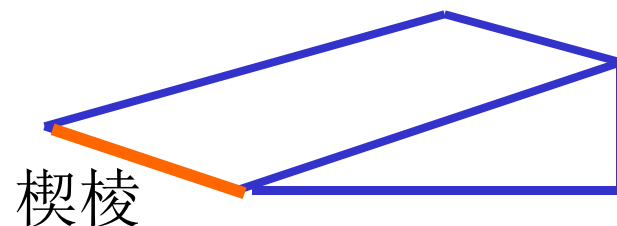
## 4. 条纹分析

注意条纹是由 $nh$ 决定的，分析条纹从 $nh$ 入手

### (1) 条纹分布

$$\text{亮条纹: } \Delta = 2nh + \frac{\lambda}{2} = m\lambda$$

$$\text{暗条纹: } \Delta = 2nh + \frac{\lambda}{2} = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$$



条纹级次  $m$  随着楔形平板的厚度而变化，愈厚处条纹级别愈高

对于折射率均匀的楔形平板，条纹平行于楔棱

由于存在半波损失，棱边上为0级暗纹。

(2) 条纹分布和平板楔角之间的关系

$$2nh_m + \frac{\lambda}{2} = m\lambda$$

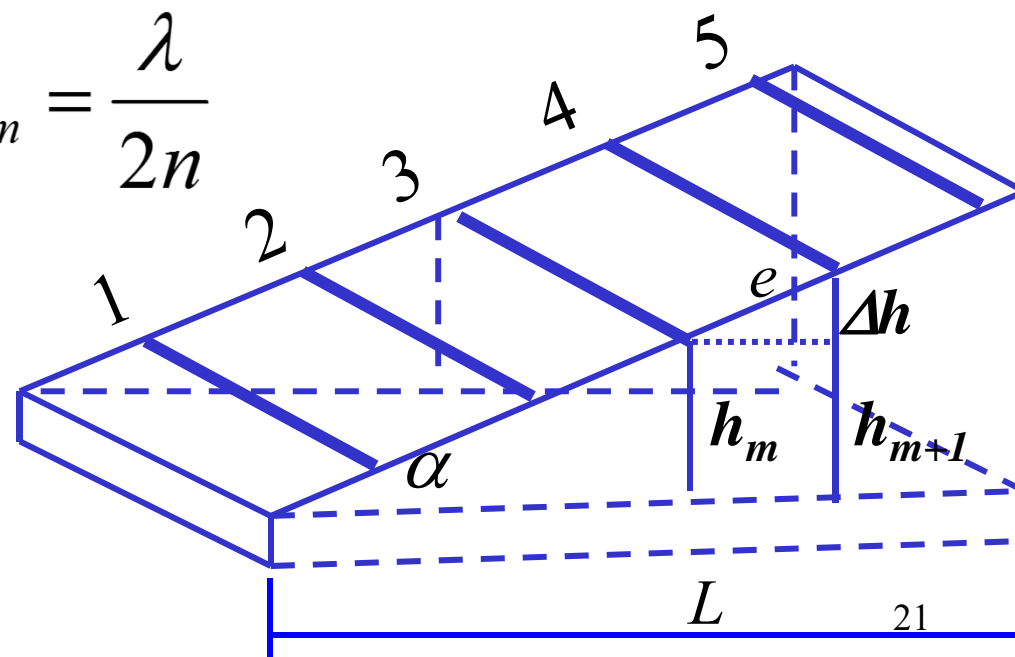
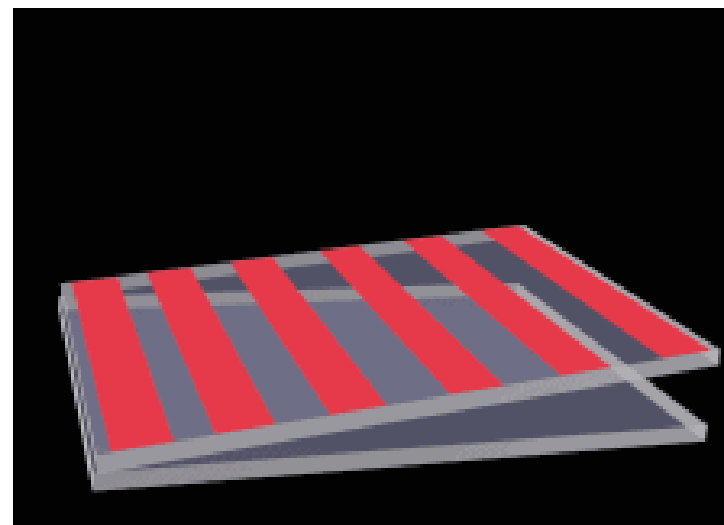
$$2nh_{m+1} + \frac{\lambda}{2} = (m+1)\lambda$$

相邻条纹所对应的厚度差：

$$e \sin \alpha = \Delta h = h_{m+1} - h_m = \frac{\lambda}{2n}$$

$$\Delta h = \frac{\lambda}{2n} \quad \text{固定}$$

$\alpha \downarrow$  条纹疏



### (3) 条纹间距

$$e = \lambda / 2n \sin \alpha$$

$$\approx \lambda / 2n\alpha$$

与楔角成反比  
与波长成正比

### (4) 测量楔角

若平板楔角为 $\alpha$ 时:

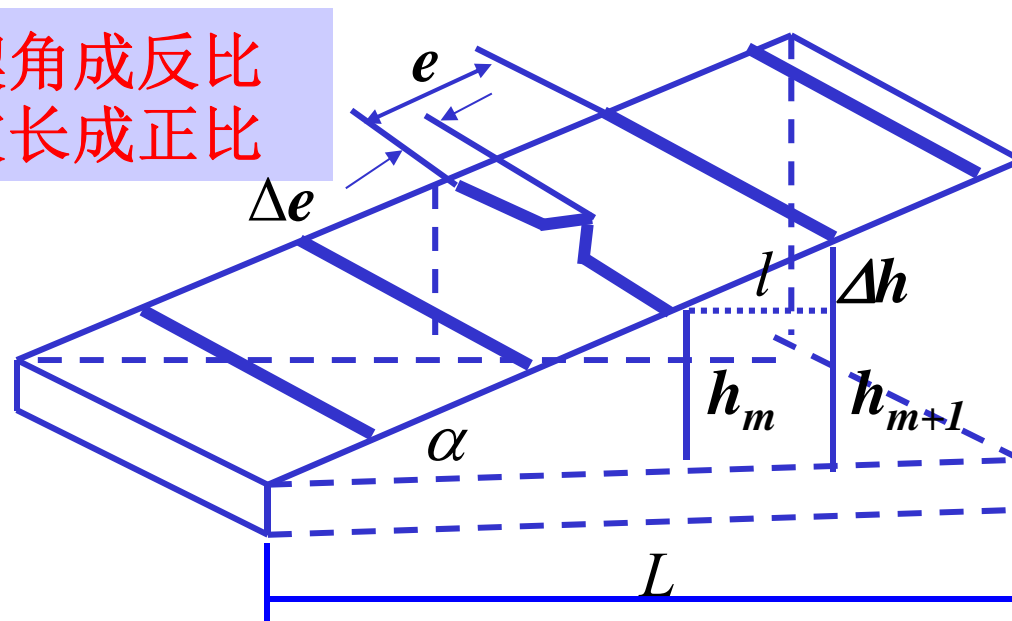
$$\alpha = \Delta h / e = \lambda / 2ne$$

### (5) 测量高度变化

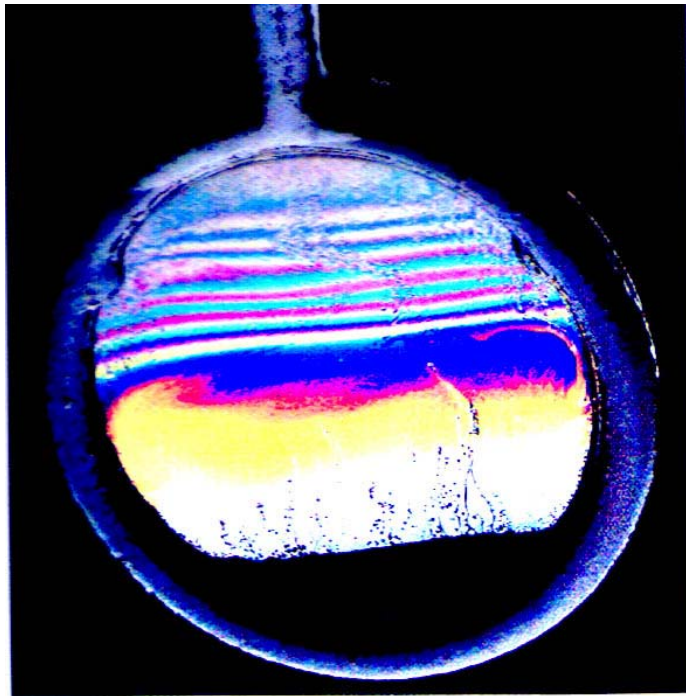
如果条纹的横向偏移量为 $\Delta e$ ,

则对应的 $\Delta m$ 为:  $\Delta m = \Delta e / e$

此时高度变化为:  $H = \frac{\lambda}{2n} \cdot \frac{\Delta e}{e}$



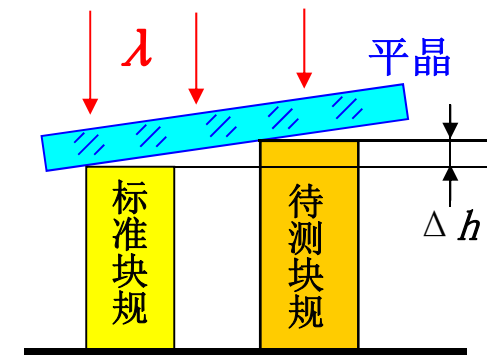
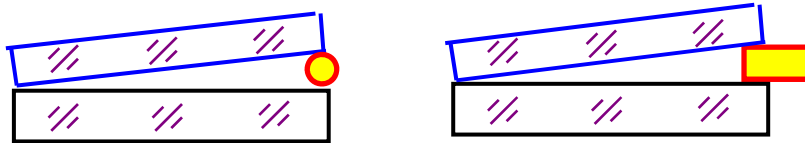
## 复色光入射得彩色条纹



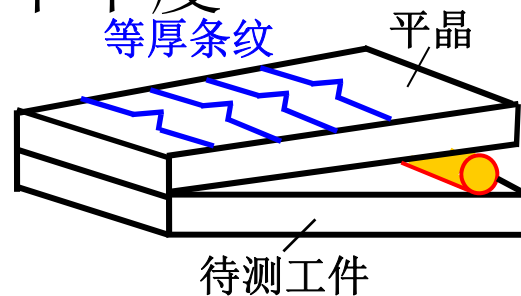
## 6. 应用

$$e = \frac{\lambda}{2n\alpha}$$

- 测波长：已知 $\alpha$ 、 $n$ ，测 $e$ 可得 $\lambda$
- 测折射率：已知 $\alpha$ 、 $\lambda$ ，测 $e$ 可得 $n$
- 测细小直径、厚度、微小变化

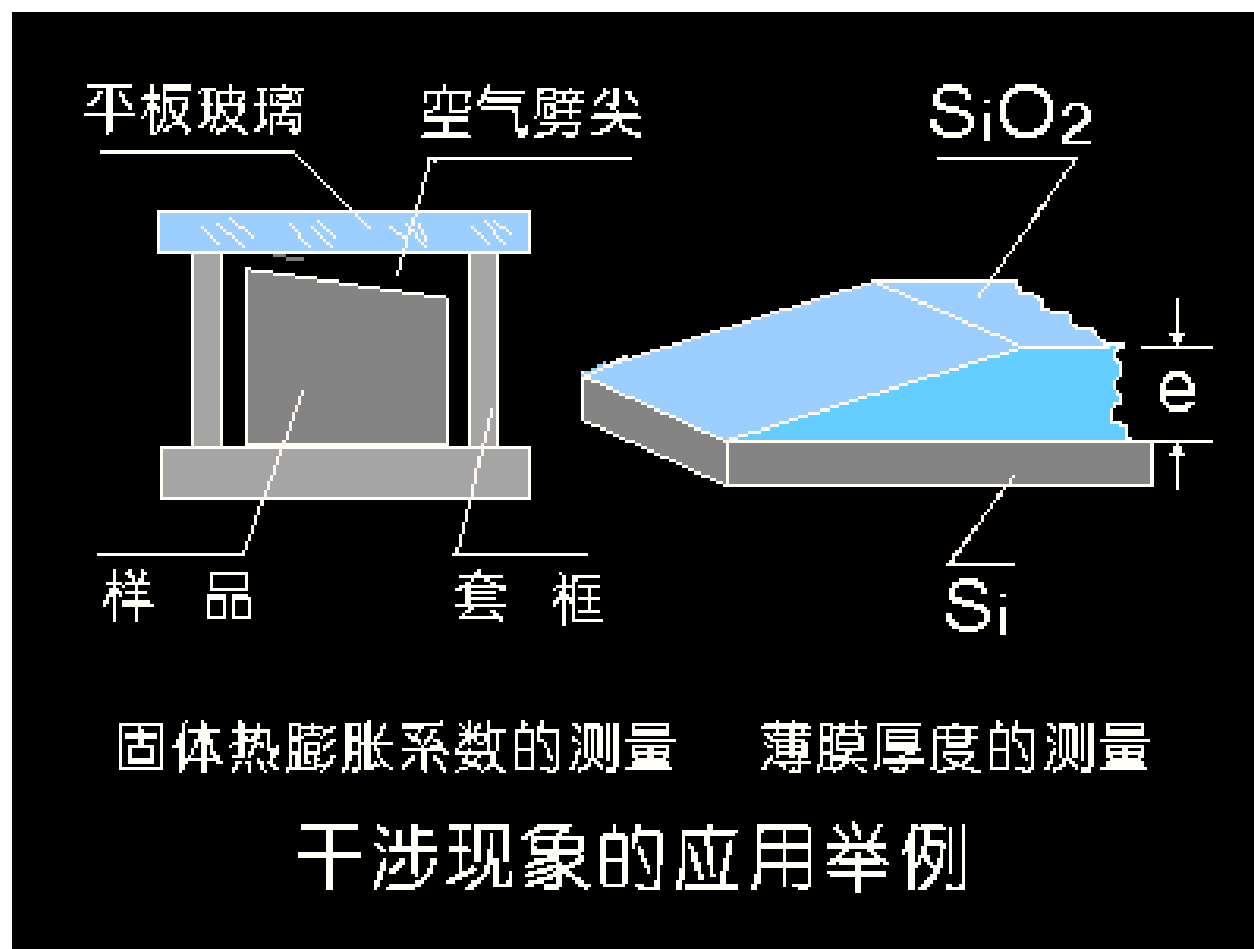


- 测表面不平度

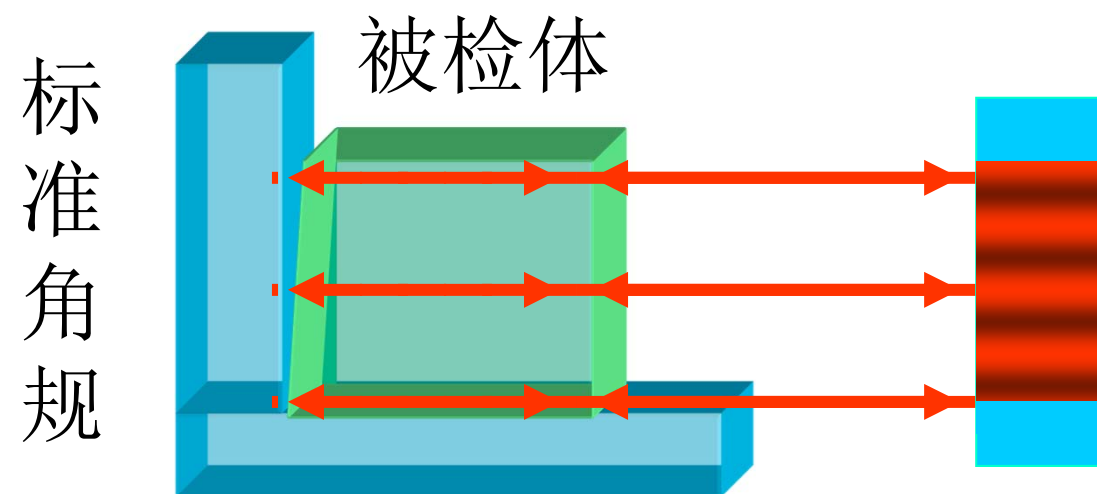
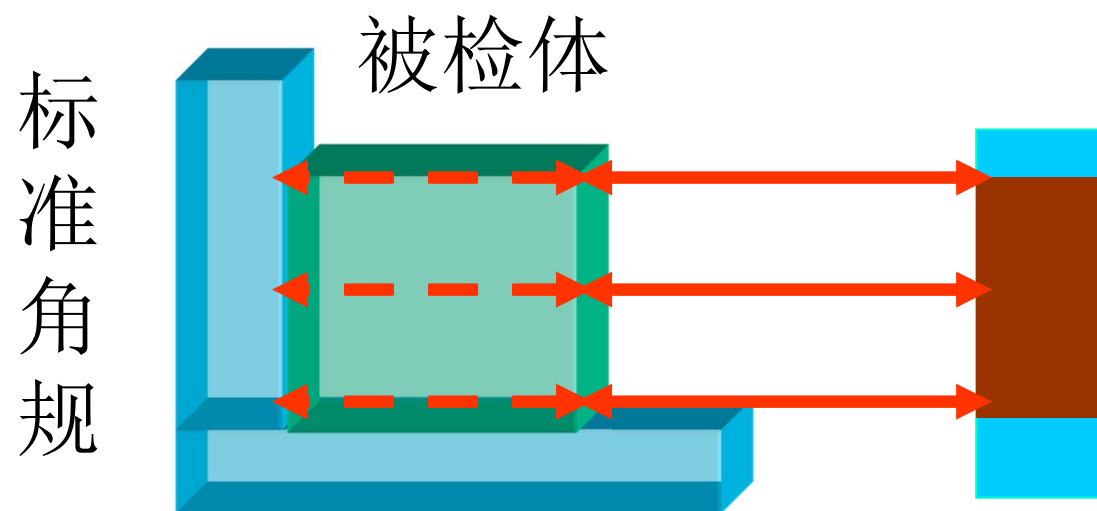




- 测定金属材料的热膨胀系数等



# 检查立方体

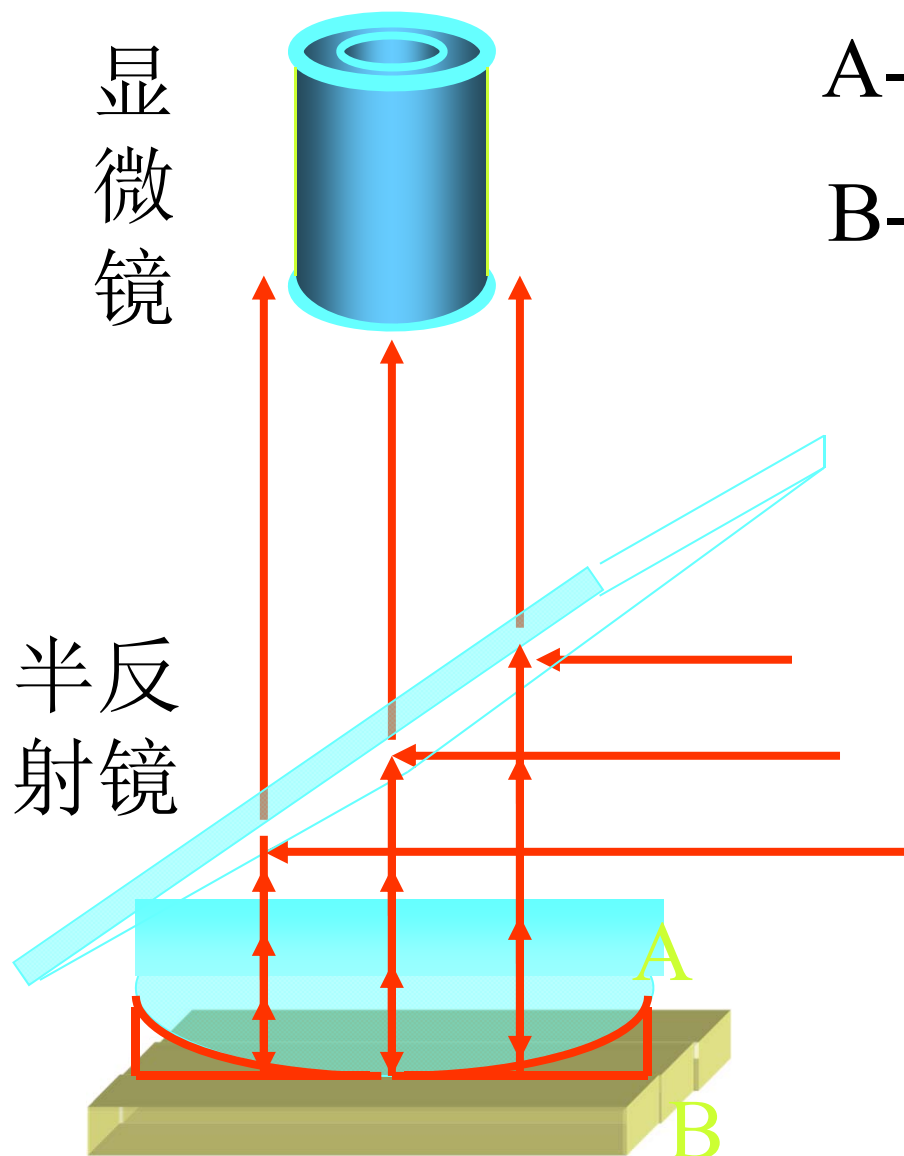


## 四、牛顿环

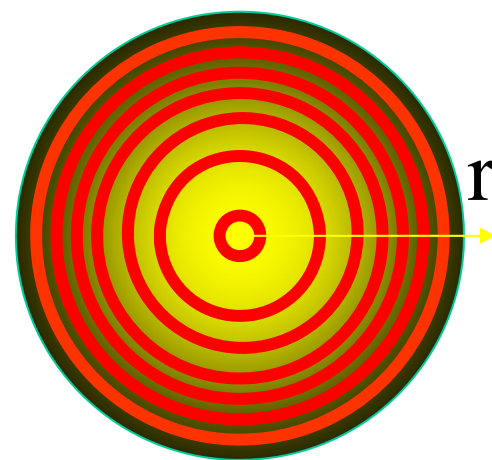
装置：

A--曲率半径很大的凸透镜

B--平面光学玻璃



干涉图样：



随着 $r$ 的增加而变密

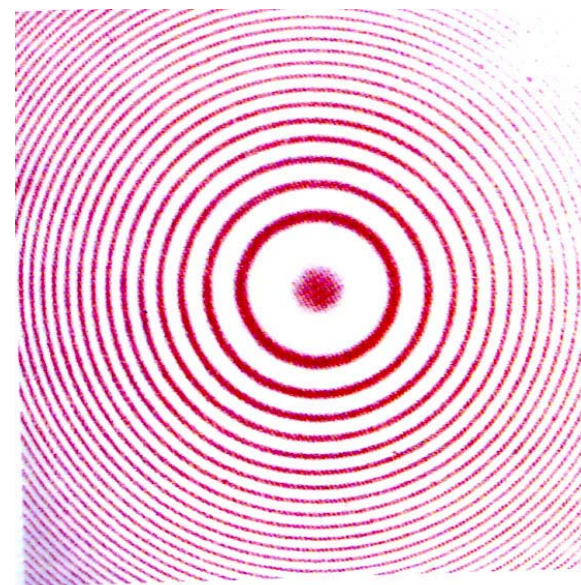
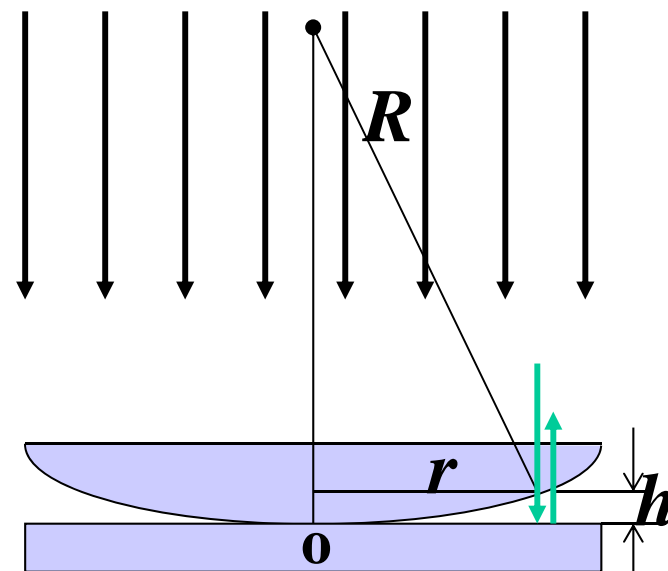
$$2nh + \frac{\lambda}{2} = m\lambda \quad \text{明纹}$$

$$2nh + \frac{\lambda}{2} = (2m + 1)\frac{\lambda}{2} \quad \text{暗纹}$$

$$r^2 = R^2 - (R - h)^2 = 2Rh - h^2$$

$$\because R \gg h \rightarrow 2Rh \gg h^2$$

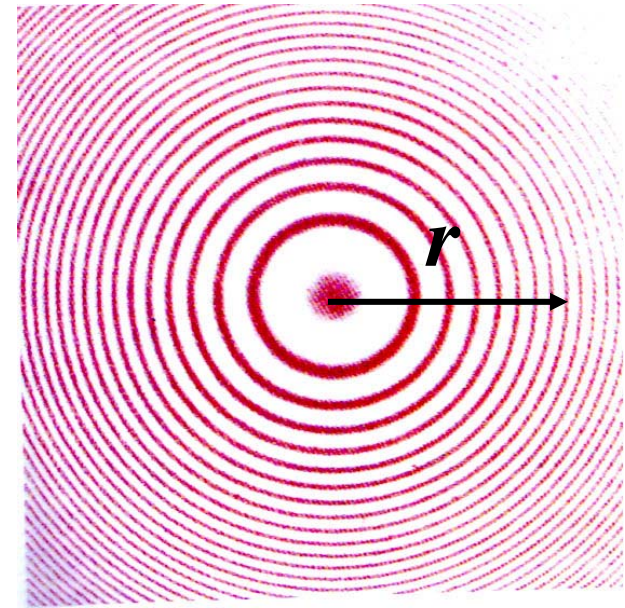
$$h = \frac{r^2}{2R}$$



牛顿环半径公式：

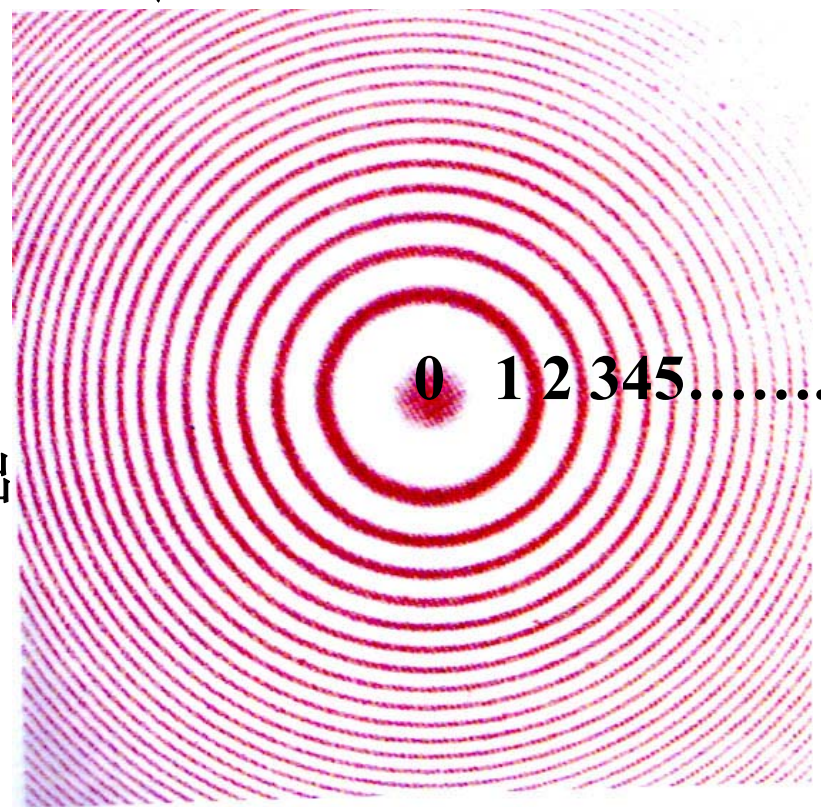
$$r = \sqrt{\frac{(2m-1)R\lambda}{2n}} \quad m = (1, 2, \cdots) \quad \text{明环}$$

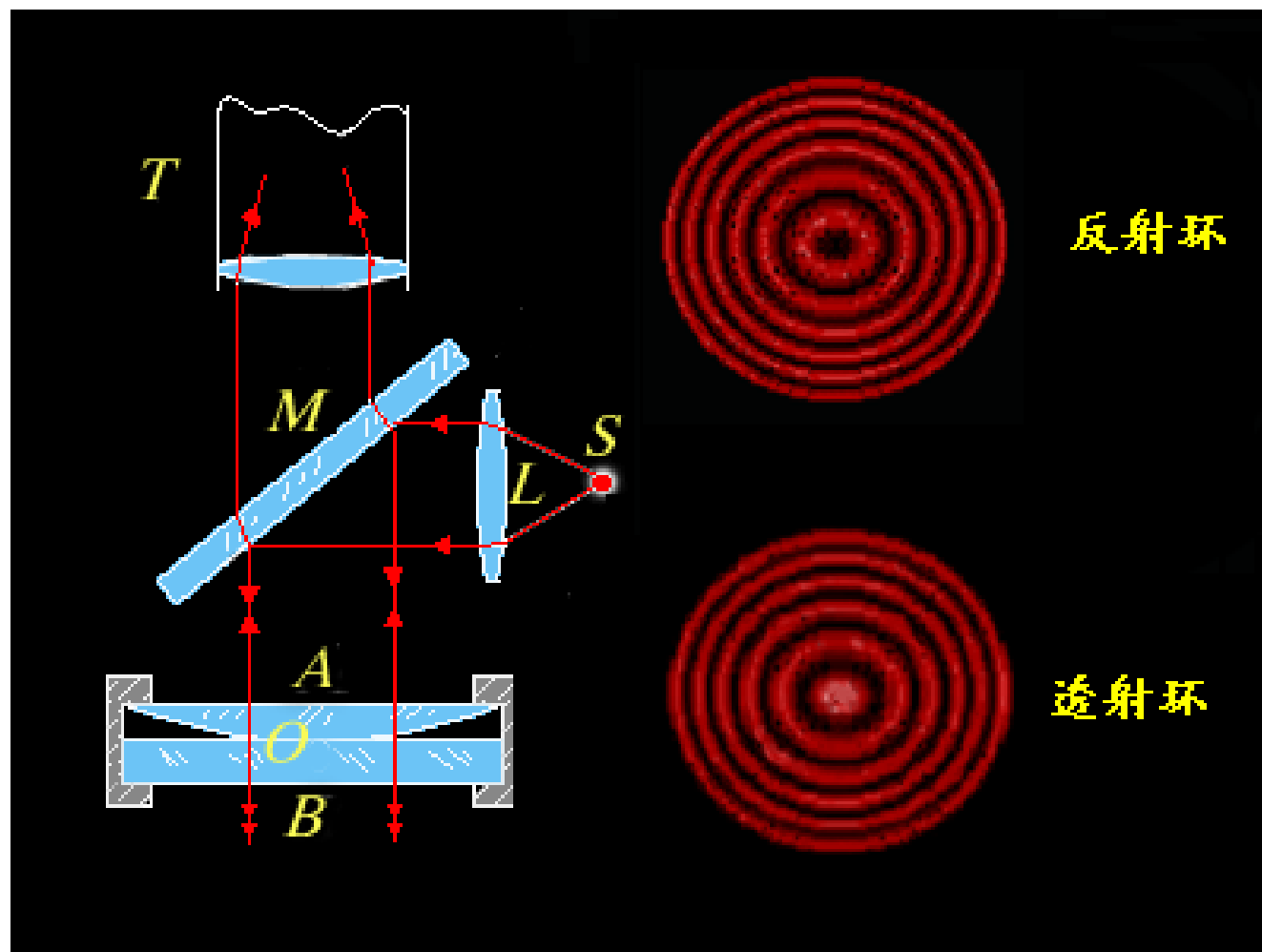
$$r = \sqrt{\frac{mR\lambda}{n}} \quad (m = 0, 1, 2, \cdots) \quad \text{暗环}$$



## 讨论:

- (1) 牛顿环中心是暗点。愈往边缘，条纹级别愈高。
- (2) 可以证明相邻两环的间隔为  $\Delta r \approx \frac{\sqrt{R\lambda}}{2\sqrt{k}}$   
愈往边缘，条纹愈密。
- (3) 复色光入射，彩色圆环
- (4) 透射光与之互补
- (5) 动态反应：连续增加薄膜的厚度，视场中条纹缩入，反之，冒出





## 牛顿环的应用

$$r_{N+n}^2 - r_N^2 = nR\lambda$$

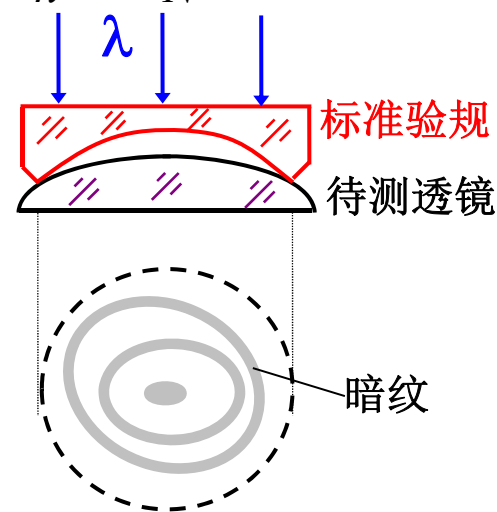
- 测透镜球面的半径 $R$ :

已知 $\lambda$ , 测  $n$ 、 $r_{N+n}$ 、 $r_N$ , 可得 $R$ 。

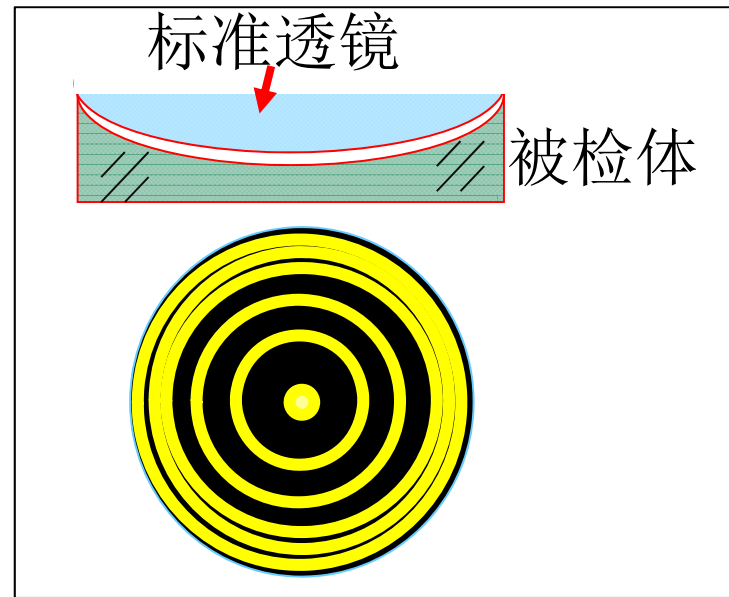
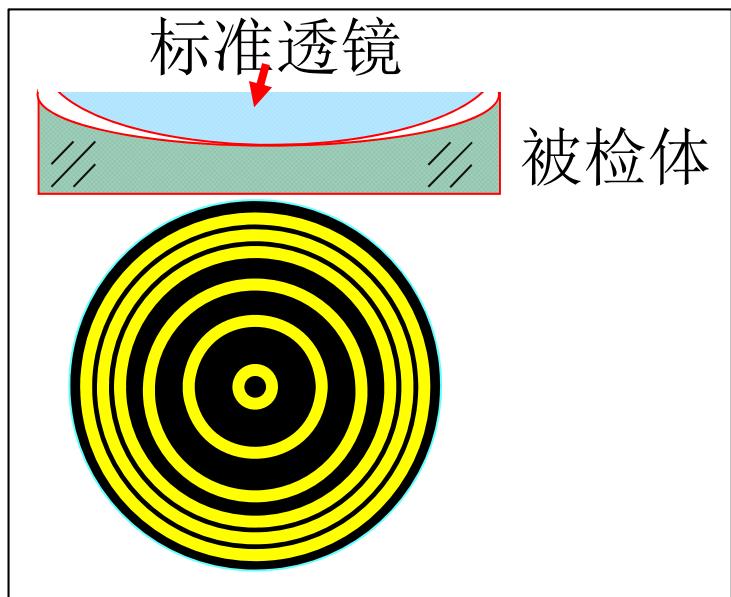
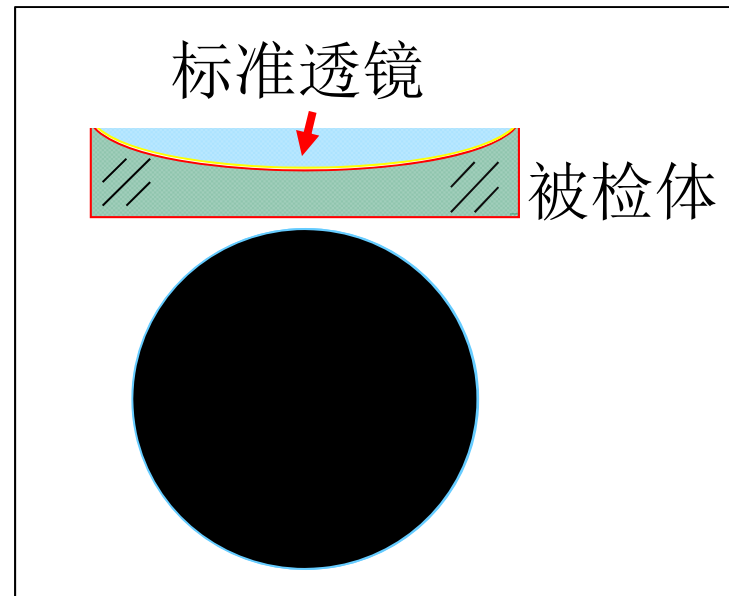
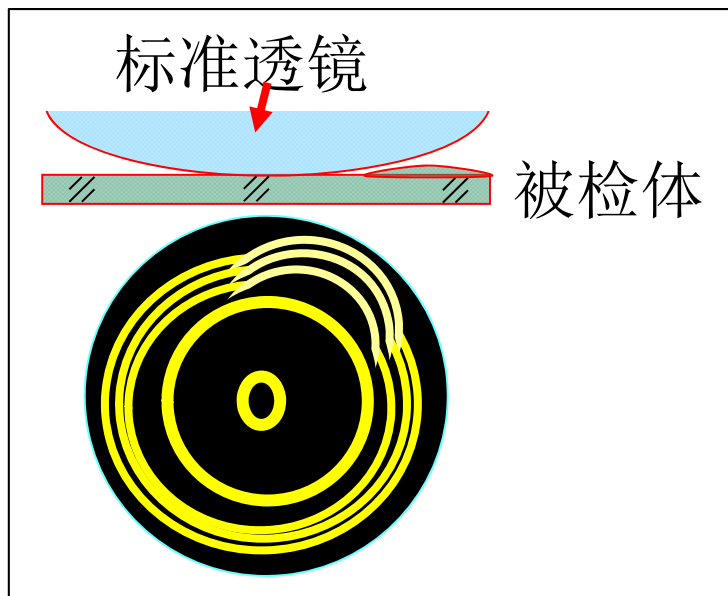
- 测波长  $\lambda$ :

已知 $R$ , 测出 $n$ 、 $r_{N+n}$ 、 $r_N$ , 可得 $\lambda$ 。

- 检验透镜球表面质量







牛顿环检测

# 本课内容回顾

1、非定域干涉、定域干涉、定域区、定域面

2、等倾干涉光程差： $\Delta = 2nh \cos \theta_2 + \frac{\lambda}{2}$

3、等倾干涉条纹分布

4、等倾干涉条纹角半径： $\theta_{1N} \approx \frac{1}{n'} \sqrt{\frac{n\lambda}{h}} \cdot \sqrt{N-1+q}$

5、等倾干涉条纹间距： $|d\theta_1| = \left| \frac{n\lambda}{2n'^2 h \sin \theta_1} \right|$

6、等厚干涉近似前提及假设

7、等厚干涉条纹分布

8、等厚干涉条纹间距： $e \approx \lambda / 2 n \alpha$

9、牛顿环

# 作 业

- P375第11、12、13、14、15和17题。
- 注：第12题，氦氖激光器的波长632.8nm