§11－5 光波的叠加

一、波的叠加原理

1、波的叠加现象

2、波的叠加原理： $\vec{E}(p)=\vec{E}_1(p)+\vec{E}_2(p)$

3、注意几个概念：

叠加结果为光波***振动***的矢量和，而不是***光强***的和。

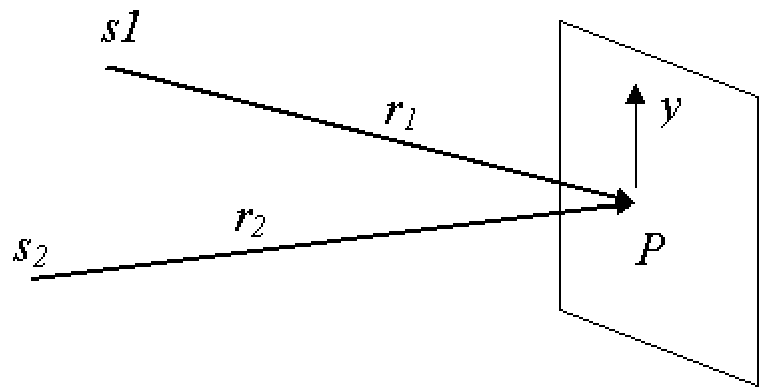
光波传播的独立性：两个光波相遇后又分开，每个光波仍然保持原有的特性（频率、波长、振动方向、传播方向等）。

叠加的合矢量仍然满足波动方程的通解。一个实际的光场是许多个简谐波叠加的结果。

叠加是线性的，但当光强很大时这种叠加原理不再适用

二、两个频率相同、振动方向相同的单色光波的叠加

（一）三角函数的叠加



$$E_1 = a_1 \cos(kr_1 - \omega t)$$

$$E_2 = a_2 \cos(kr_2 - \omega t)$$

令：$kr_1 = \alpha_1$，$kr_2 = \alpha_2$

$$E = E_1 + E_2 = a_1 \cos(\alpha_1 - \omega t) + a_2 \cos(\alpha_2 - \omega t)$$

得到的合振动：$E = A\cos(\alpha - \omega t)$

式中：$A^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos(\alpha_1 - \alpha_2)$

$$tg\alpha = \frac{a_1 \sin\alpha_1 + a_2 \sin\alpha_2}{a_1 \cos\alpha_1 + a_2 \cos\alpha_2}$$

（二）复函数的叠加

$$E_1 = a_1 \exp[i(\alpha_1 - \omega t)]$$
$$E_2 = a_2 \exp[i(\alpha_2 - \omega t)]$$

$$E = E_1 + E_2 = a_1 \exp[i(\alpha_1 - \omega t)] + a_2 \exp[i(\alpha_2 - \omega t)]$$

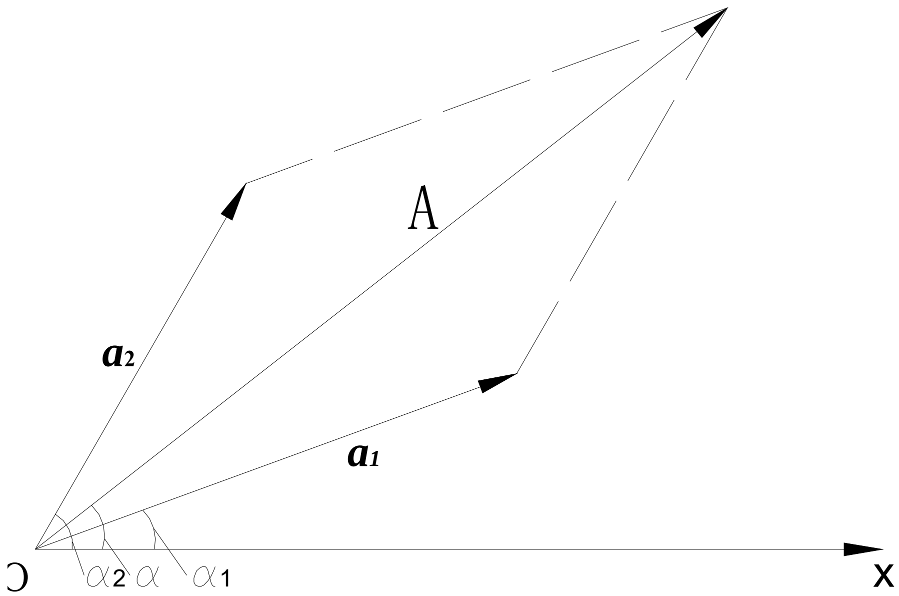
得到的合振动：$E = A\exp[i(\alpha - \omega t)] = Ae^{i(\alpha - \omega t)}$

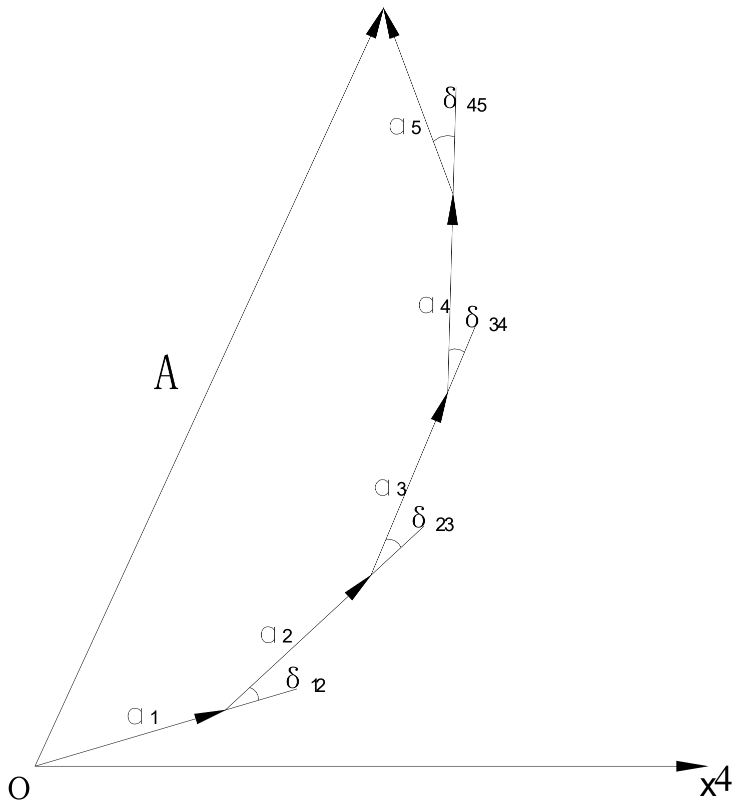
式中：$A^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos(\alpha_1 - \alpha_2)$

$$tg\alpha = \frac{a_1 \sin\alpha_1 + a_2 \sin\alpha_2}{a_1 \cos\alpha_1 + a_2 \cos\alpha_2}$$

（三）相幅矢量加法

这种方法是采用相幅矢量叠加的图解方法来求解合振动的振幅和初相，如下图所示，所得的结果与其他两种方法完全相同。





（四）对叠加结果的分析：（主要对象为*合成的光强*）

P点的合振动也是一个简谐振动，振动频率和振动方向都与两个单色光波相同

合成的光强 $I = A^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2\cos(\alpha_1 - \alpha_2)$

合成光强的大小取决于位相差δ

$$\delta = \alpha_1 - \alpha_2$$

$$\delta = \alpha_1 - \alpha_2 = k(r_1 - r_2) = \frac{2\pi}{\lambda}n(r_1 - r_2) \boxed{= \frac{2\pi}{\lambda}\Delta}$$

光程差：$\Delta = n(r_1 - r_2)$；*分析叠加结果的重要物理量*

当$\delta = 2m\pi$时，$\Delta = m\lambda$时，有$I = I_{MAX}$；

当$\delta = (2m+1)\pi$，$\Delta = (m + \frac{1}{2})\lambda$，有$I = I_{MIN}$ （$m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$）

光程——光程差——相位差——合光强

光程 ＝ 光在介质中的几何路程 × 介质折射率

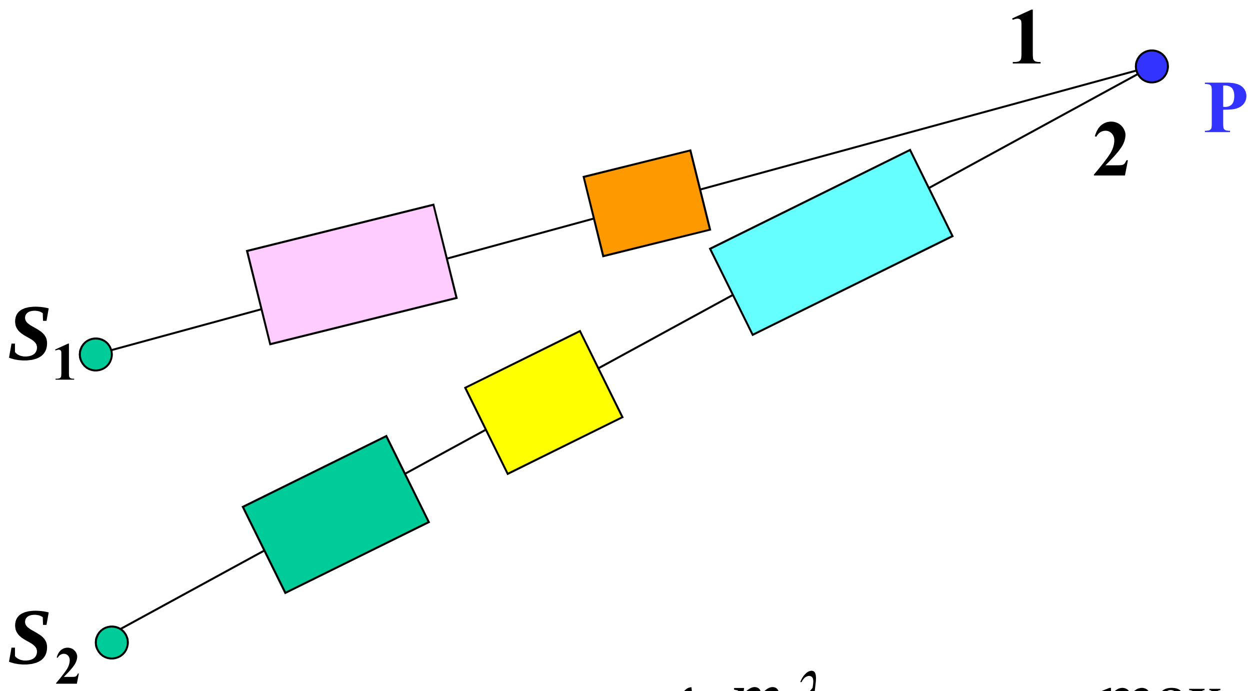
＝ 光在真空中的传播路程

光程差 对应 光强的强弱

是分析 光的干涉 光的衍射 重要的物理量

牢固树立光程差概念 是 求解干涉、衍射问题的方法

介质中的明暗条件光程差条件：



$$(\sum n_i r_i)_2 - (\sum n_i r_i)_1 = \begin{cases} m\lambda & \max \\ (2m+1)\lambda/2 & \min \end{cases}$$

$$(k = 0, \pm 1, \pm 2 \cdots)$$

三、驻波

两个频率相同、振动方向相同而*传播方向相反*的单色光波的叠加将形成***驻波***。垂直入射的光波和它的反射光波之间将形成驻波。

$$E = E_1 + E_2 = a\cos(kz+\omega t) + a\cos(kz-\omega t+\delta)$$

式中：δ是反射时的位相差

叠加结果：$E = E_1 + E_2 = \underline{\underline{2a\cos(kz+\frac{\delta}{2})}}\cos(\omega t - \frac{\delta}{2})$

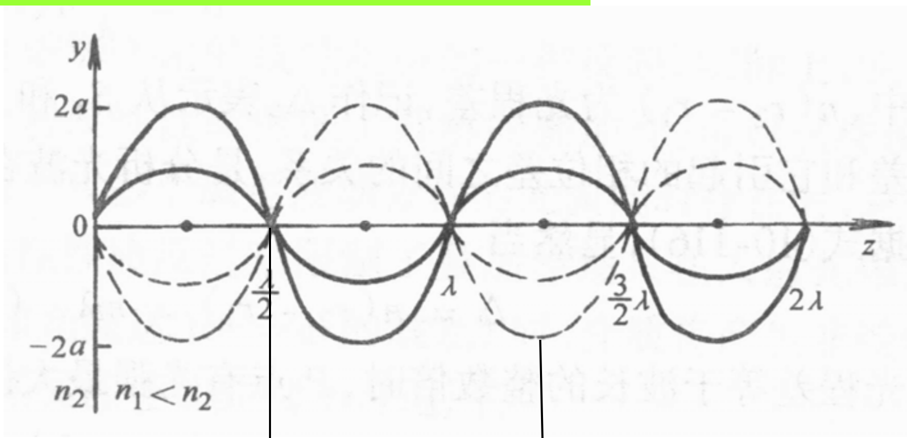
$$A = \left|2a\cos(kz+\frac{\delta}{2})\right|$$

振幅最大的点

波腹的位置：$kz + \frac{\delta}{2} = m\pi$

波节的位置：$kz + \frac{\delta}{2} = (m - \frac{1}{2})\pi$

振幅为零的点



波节

波腹

$$\cos(\omega t - \frac{\delta}{2})$$

与z无关，波不会在z方向上传播
故这个波称为驻波

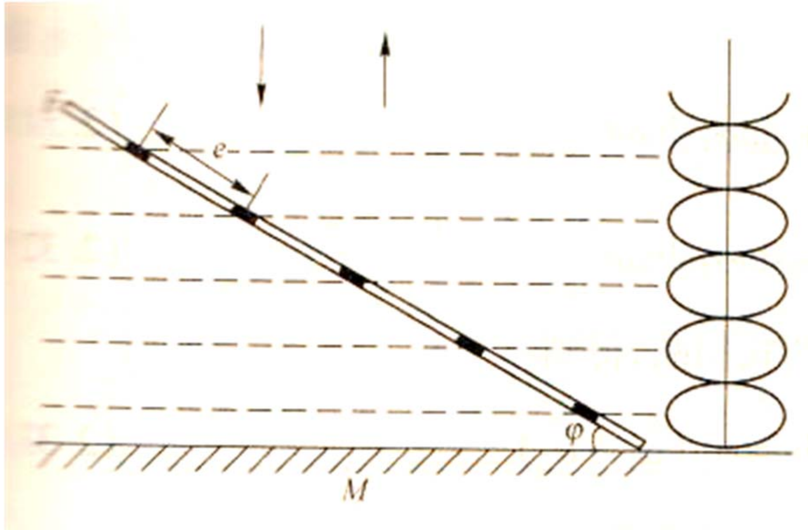
驻波　没有能量的传播

行波　伴随能量的传播

维纳实验（1890）

证实了光驻波的存在

光波在感光作用中起主要作用的是电场



光驻波现象　激光谐振腔

四、两个频率相同、振动方向垂直的单色光波的叠加

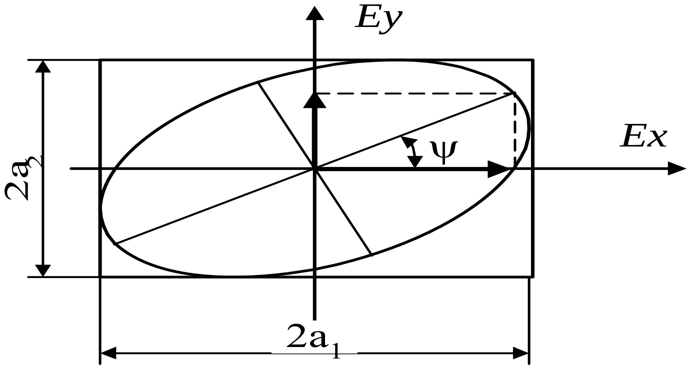
$$E_x = a_1\cos(kz_1-\omega t),\ E_y = a_2\cos(kz_2-\omega t)$$

$$E = x_0 E_x + y_0 E_y = x_0 a_1\cos(\alpha_1-\omega t) + y_0 a_2\cos(\alpha_2-\omega t)$$

合振动的大小和方向随时间变化，合振动矢量末端运动轨迹方程为：

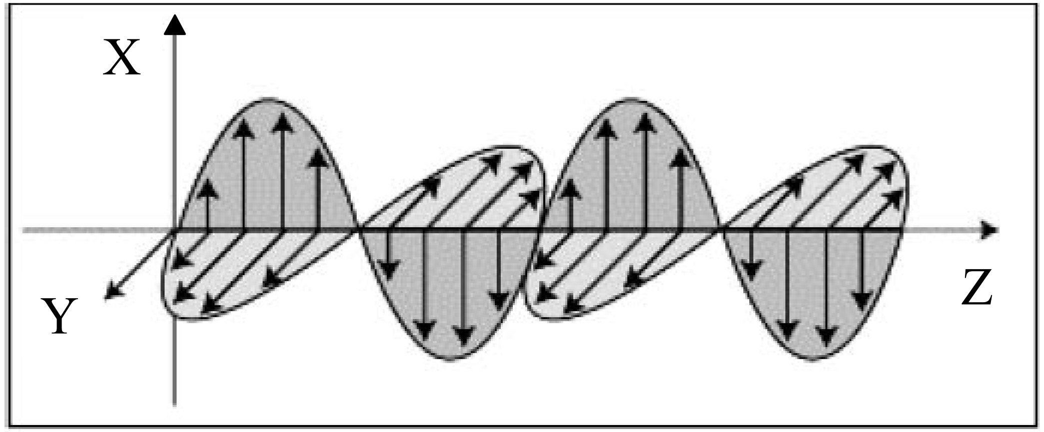
$$\frac{E_x^2}{a_1^2}+\frac{E_y^2}{a_2^2}-2\frac{E_x}{a_1}\frac{E_y}{a_2}\cos(\alpha_2-\alpha_1)=\sin^2(\alpha_2-\alpha_1)$$ —— 椭圆方程

$$tg2\psi = \frac{2a_1a_2}{a_1^2-a_2^2}\cos\delta \qquad \delta = \alpha_2-\alpha_1$$

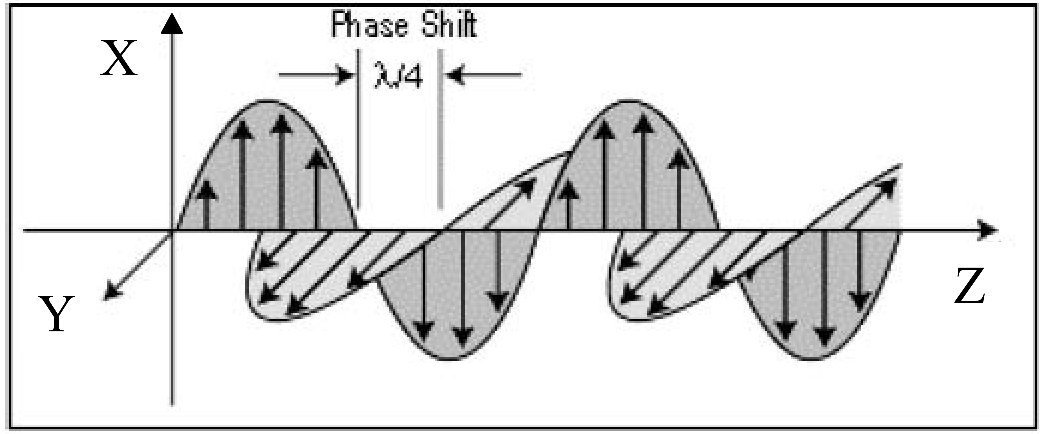


合振动的角频率为ω，合振动矢量末端运动轨迹方程为椭圆

——椭圆偏振光

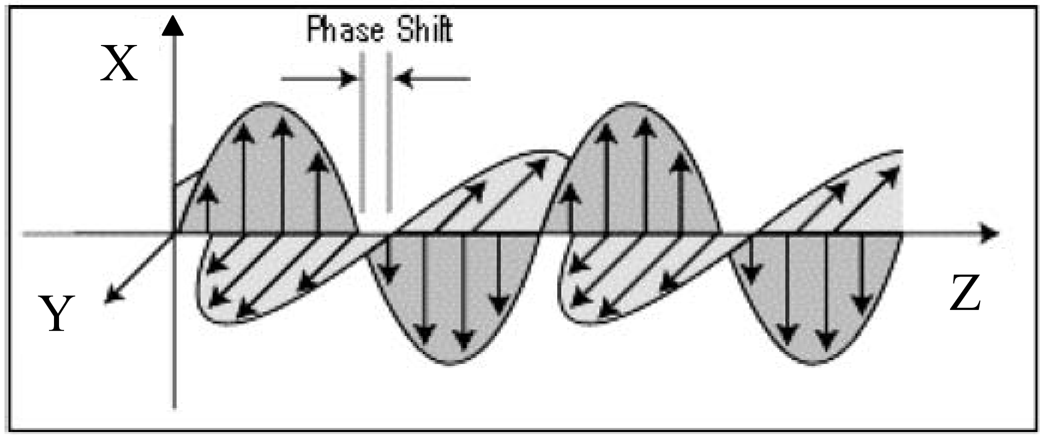


线偏振光



圆偏振光

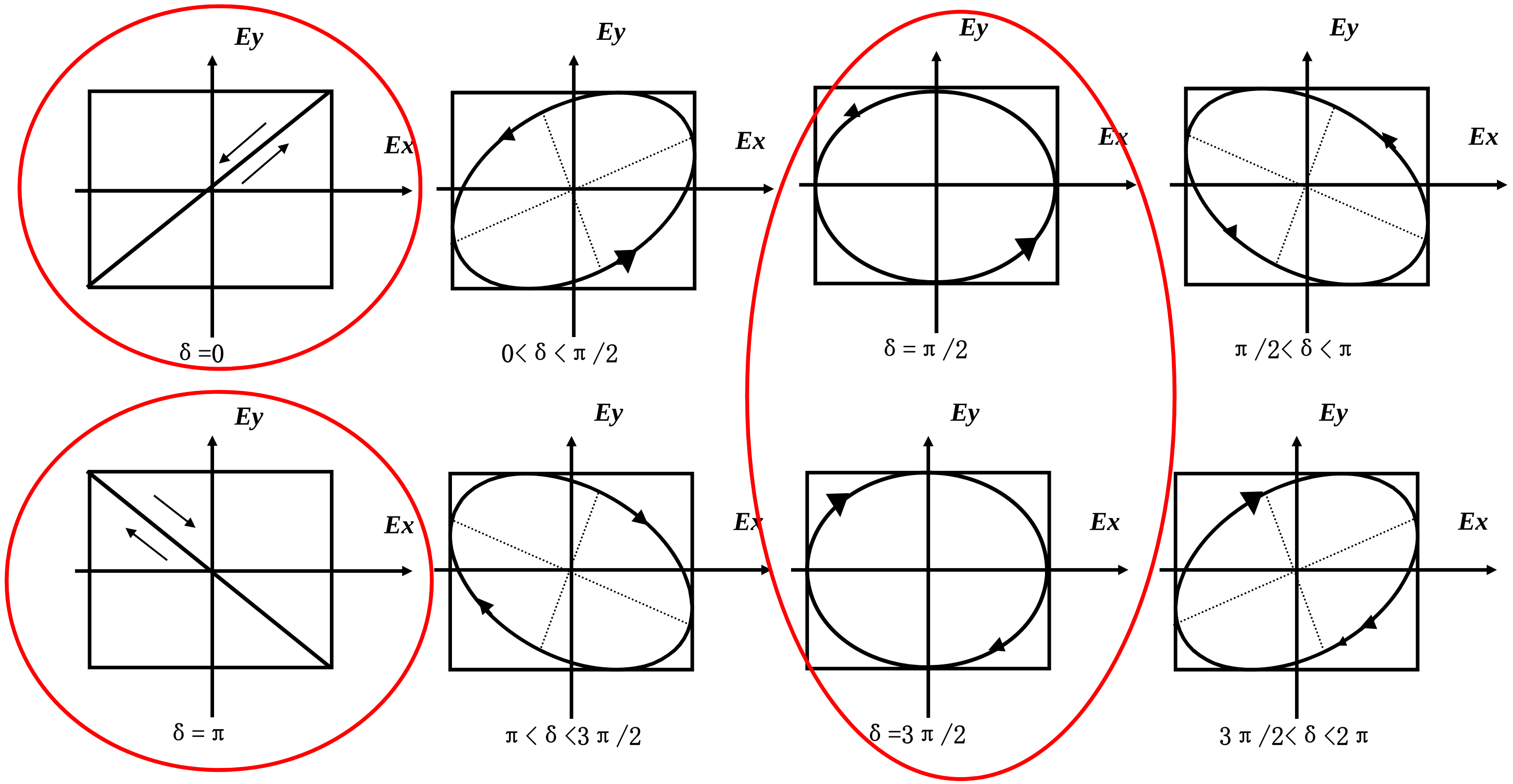
椭圆偏振光



椭圆形状的分析：(a_2/a_1 ， $\delta=\alpha_2-\alpha_1$)

$$\frac{E_x^2}{a_1^2}+\frac{E_y^2}{a_2^2}-2\frac{E_x}{a_1}\frac{E_y}{a_2}\cos(\alpha_2-\alpha_1)=\sin^2(\alpha_2-\alpha_1)$$

$$tg2\psi=\frac{2a_1a_2}{a_1^2-a_2^2}\cos\delta \qquad \delta=\alpha_2-\alpha_1$$



五、光学拍

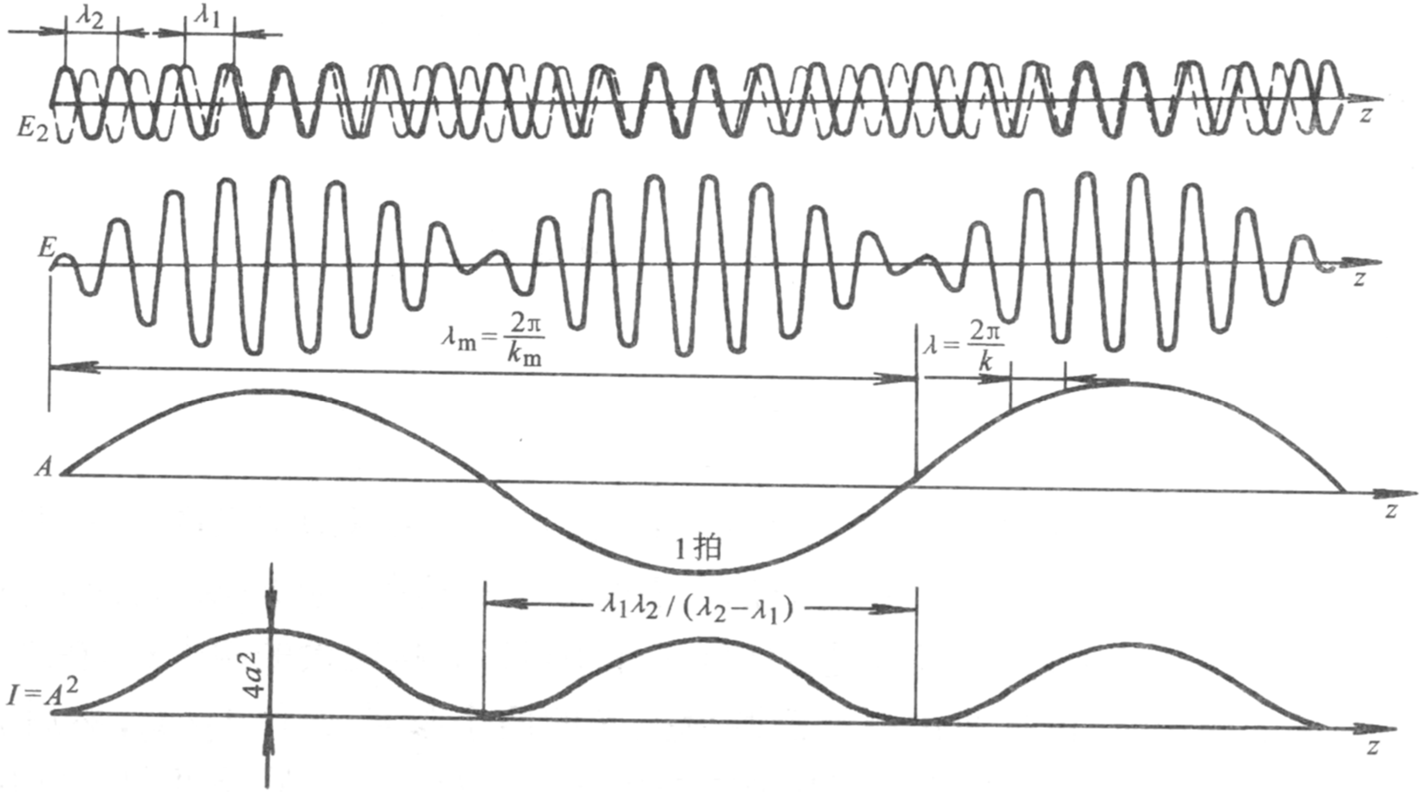
光学拍是由***两个频率接近***、振幅相同、振动方向相同且在同一方向传播的光形成的。（图11－40）

两个单色波

合成波

合成波的振幅变化

合成波的强度变化



两个不同频率的光：

$$E_1 = a\cos(k_1 z - \omega_1 t) \text{和} E_2 = a\cos(k_2 z - \omega_2 t)$$

合成的光波：$E = E_1 + E_2 = 2a\cos(k_m z - \omega_m t)\cos(\bar{k}z - \bar{\omega}t)$

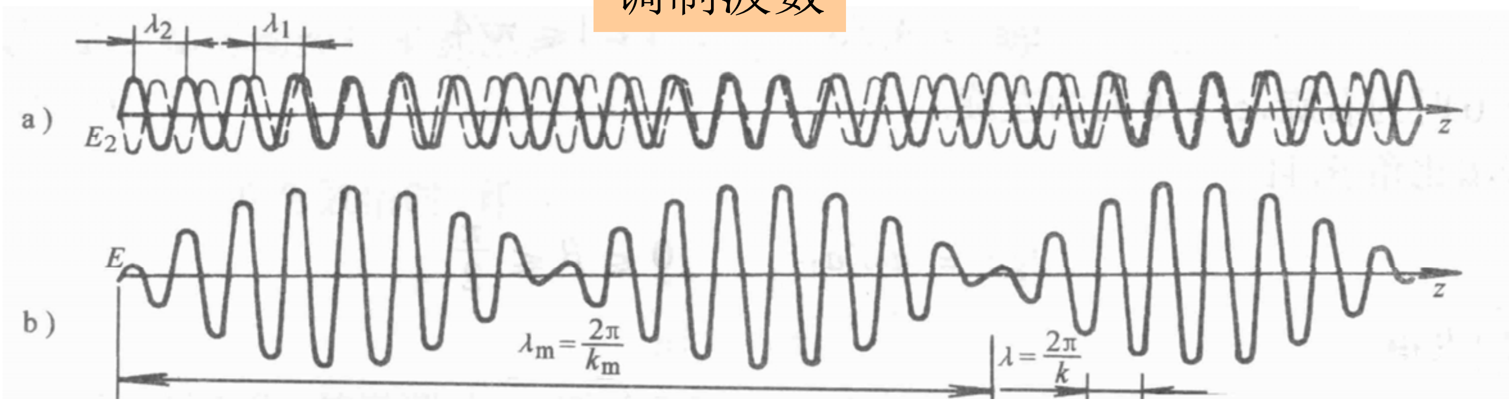
式中：

$$\bar{\omega} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}, \qquad \bar{k} = \frac{k_1 + k_2}{2}$$

平均角频率　　平均波数

$$\omega_m = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \qquad k_m = \frac{k_1 - k_2}{2}$$

调制角频率　　调制波数



合成波是一个频率为ϖ而振幅受到调制的波

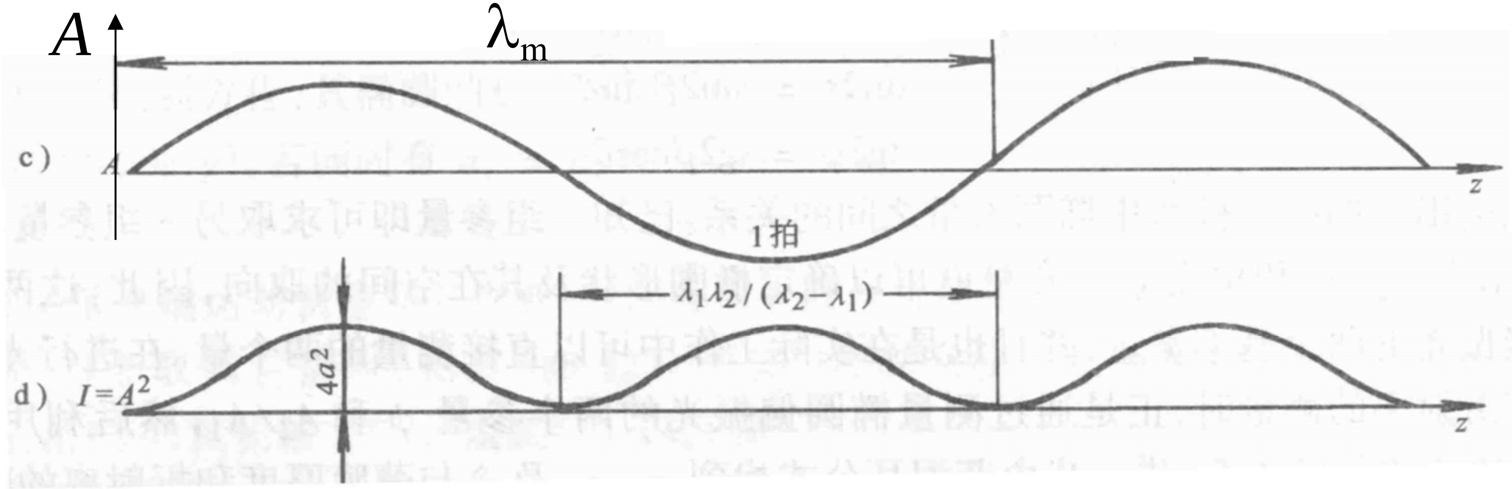
$$E_1+E_2=2a\cos(k_m z-\omega_m t)\cos(\bar{k}z-\varpi t)$$

令 $$A=2a\,\mathbf{cos}(k_m z-\omega_m t)$$

则有： $$E=A\,\mathbf{cos}(\bar{k}z-\varpi t)$$

合成的光强：$I=A^2=4a^2\,\mathbf{cos}^2(k_m z-\omega_m t)$

$$=2a^2[1+\mathbf{cos}\,2(k_m z-\omega_m t)]$$

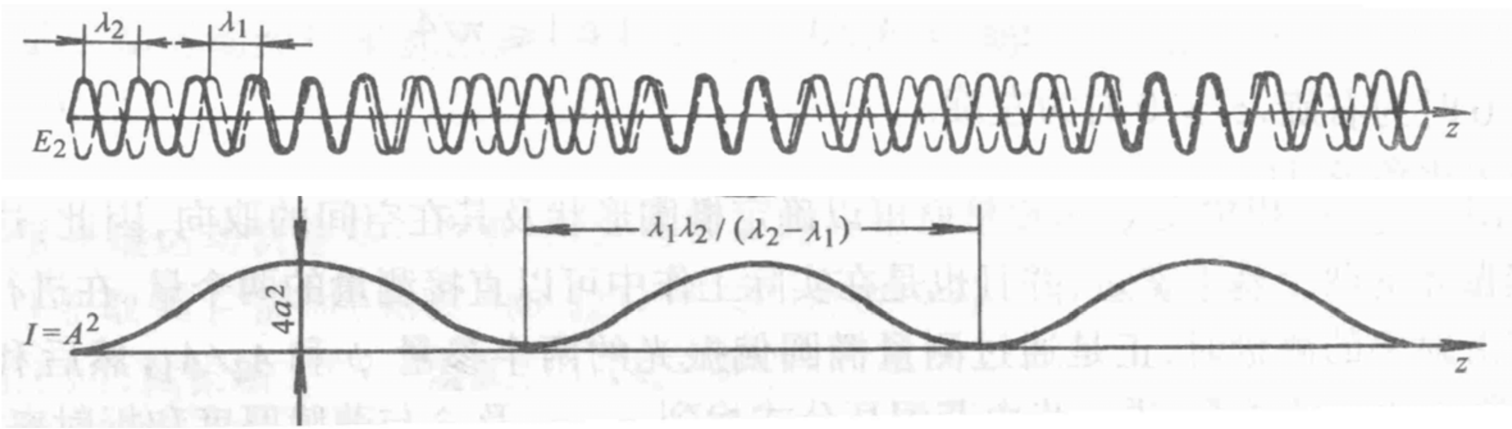


$$I = 2a^2[1+\cos 2(k_m z - \omega_m t)] \quad 其中：\omega_m = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2}，\; k_m = \frac{k_1 - k_2}{2}$$

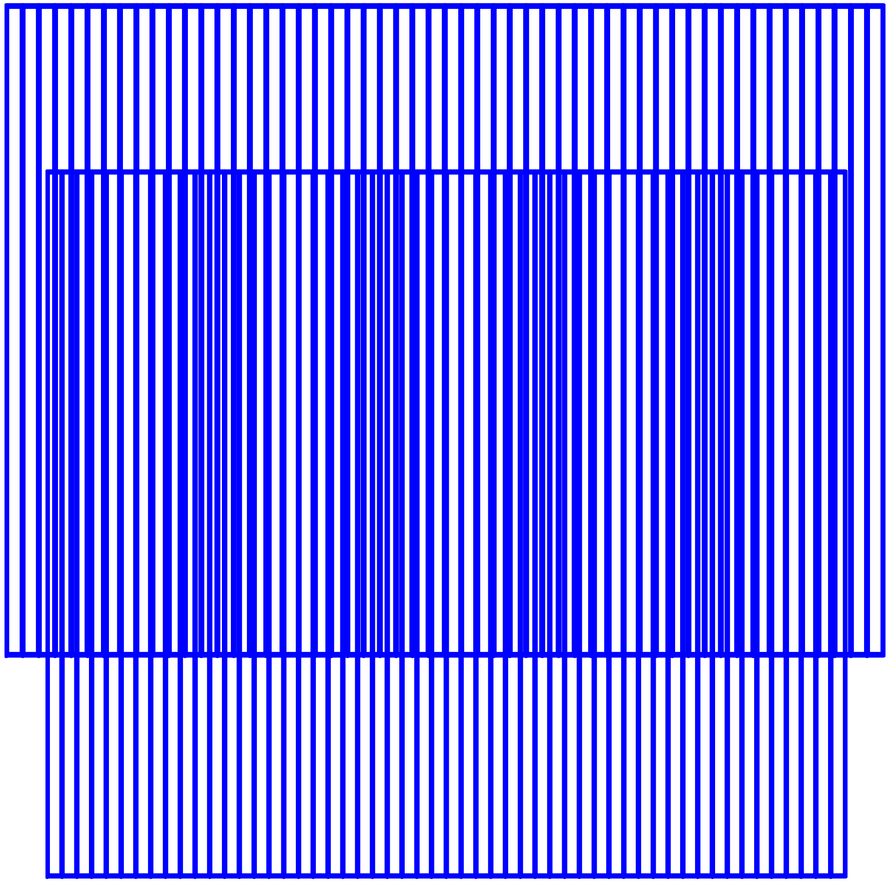
合成波的强度随时间和位置而变化的现象称为***拍***。其频率称***拍频***。

$$拍频为 2\omega_m = \omega_1 - \omega_2$$

拍频的应用：利用已知的一个光频率ω_1，测量另一个未知的光频率ω_2。

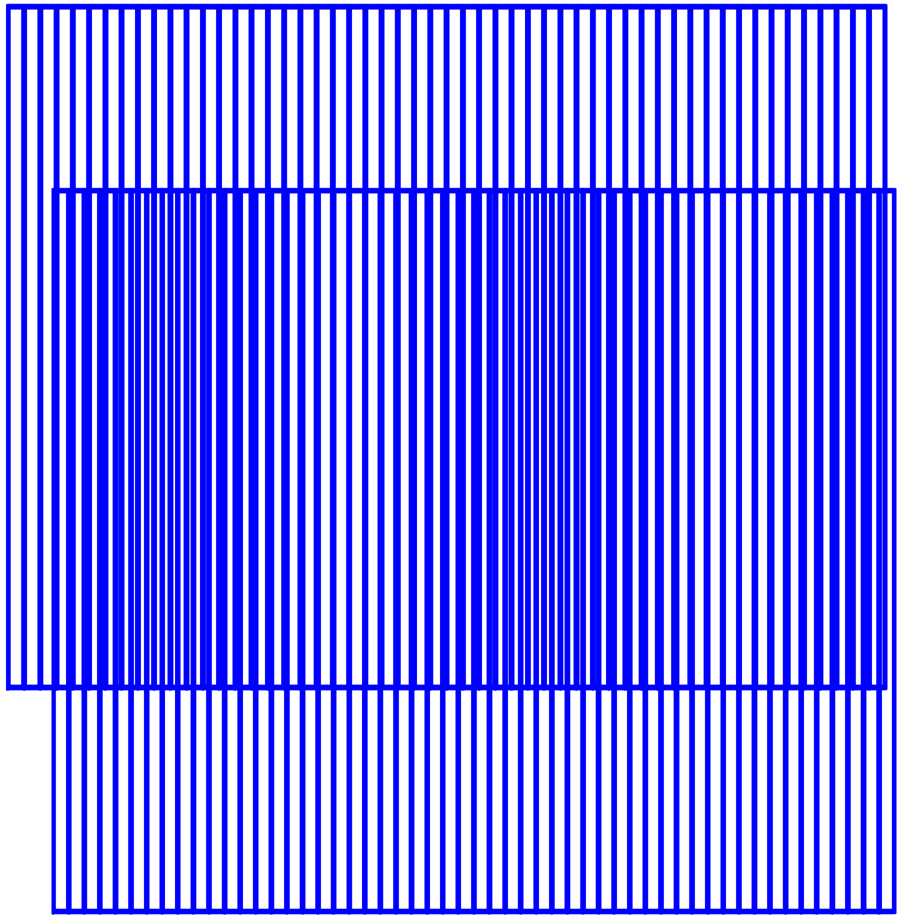


拍频 ——类似莫尔条纹

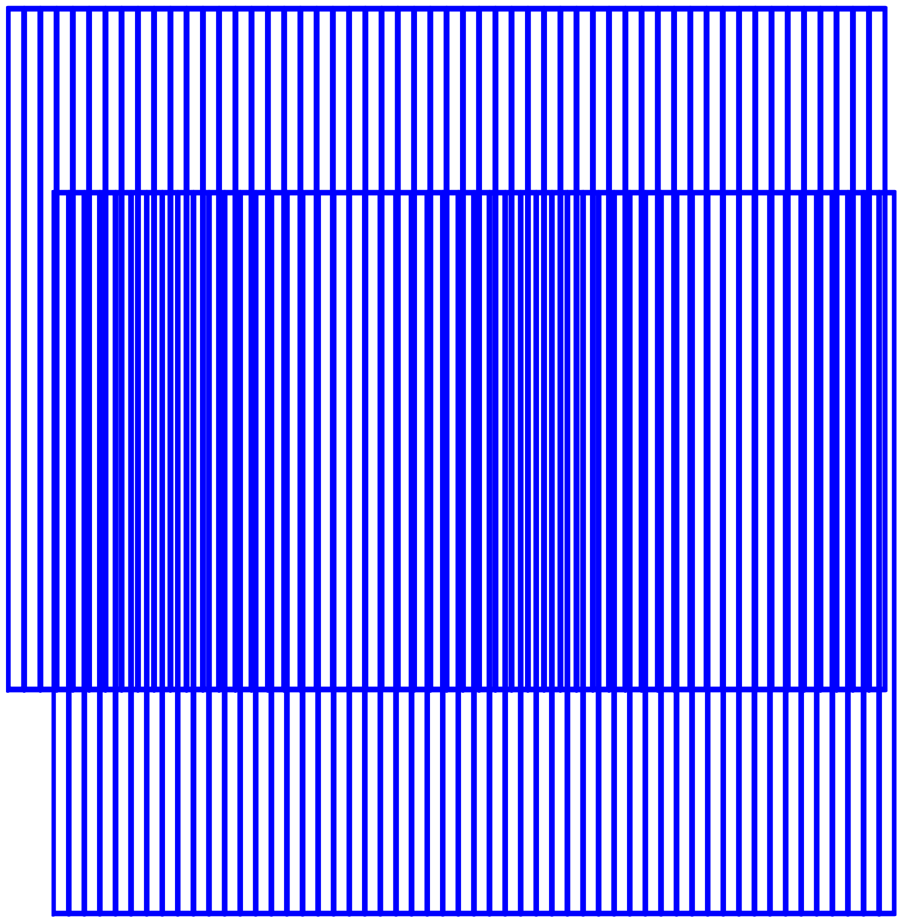


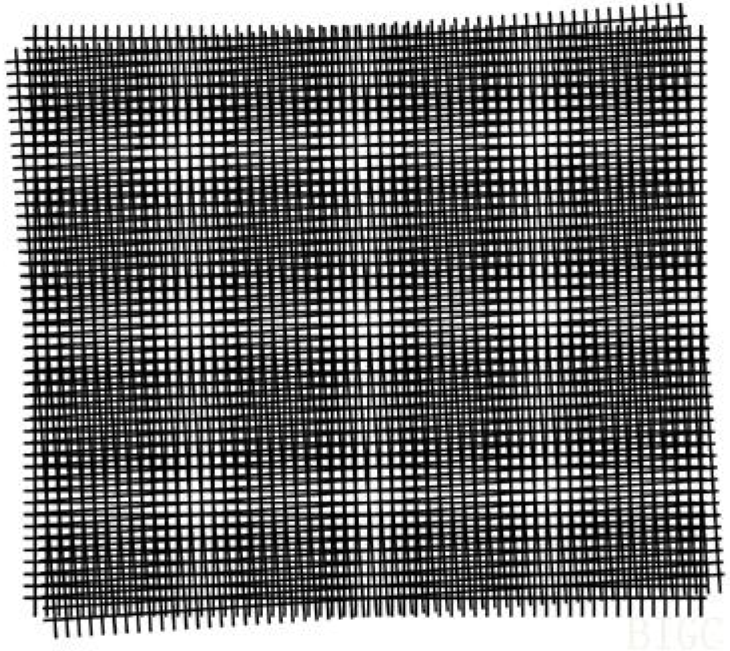
$$f_{拍} = f_1 - f_2$$

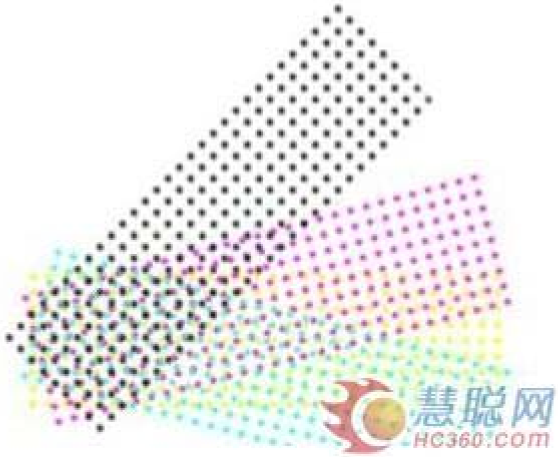
拍频 ——类似莫尔条纹



拍频 ——类似莫尔条纹





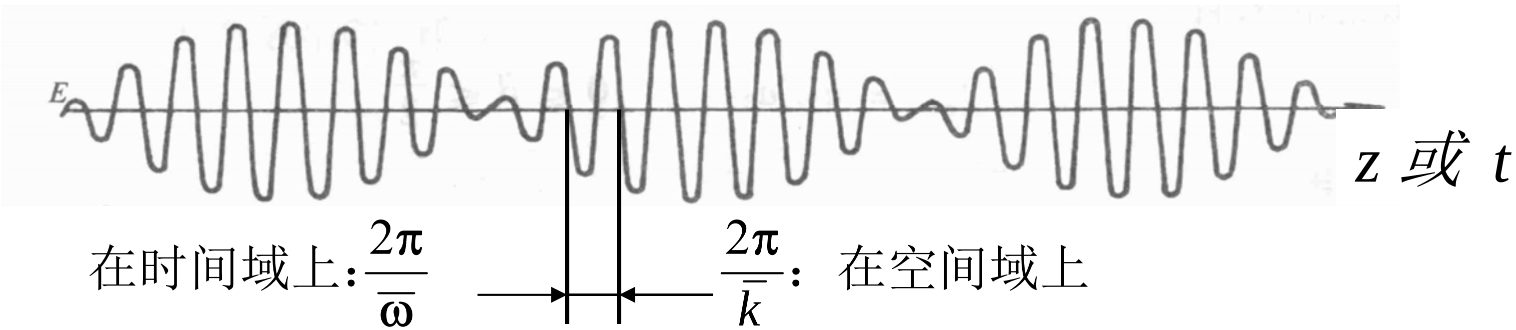


六、群速度和相速度

1、相速度：等位相面传播的速度

合成的光波：$E = 2a\cos(k_m z - \omega_m t)\underline{\cos(\bar{k}z - \bar{\omega}t)}$

令$\bar{k}z - \bar{\omega}t =$ 常数，得到$v = \dfrac{\partial z}{\partial t} = \dfrac{\bar{\omega}}{\bar{k}}$



在时间域上：$\dfrac{2\pi}{\bar{\omega}}$　　$\dfrac{2\pi}{\bar{k}}$：在空间域上

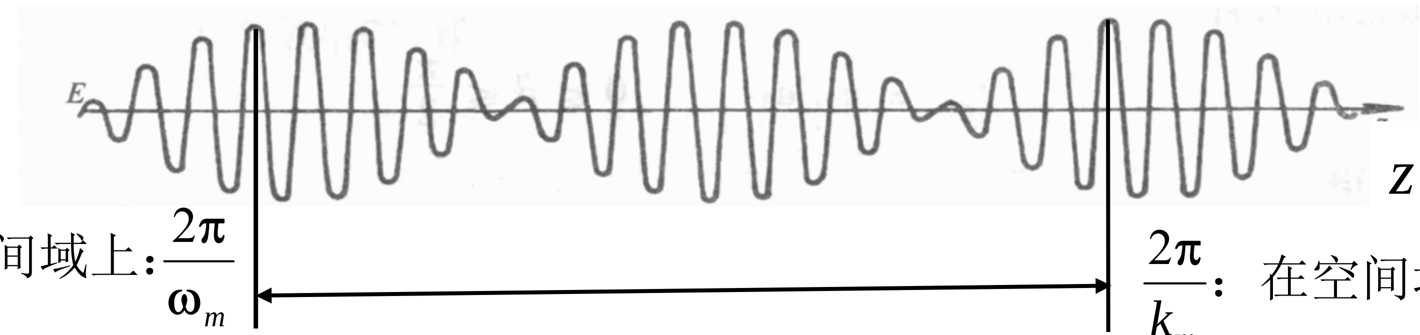
在时间域上，位相变化2π所需的时间：$T = \dfrac{2\pi}{\bar{\omega}}$。

在空间域上，位相变化2π所走的距离：$\lambda = \dfrac{2\pi}{\bar{k}}$。

2、群速度：等振幅面传播的速度，即振幅调制包络的移动速度

合成的光波：$E = \underline{2a\cos(k_m z - \omega_m t)}\cos(\bar{k}z - \bar{\omega}t)$

令$k_m z - \omega_m t =$常数，得：$v_g = \dfrac{\omega_m}{k_m} = \dfrac{\omega_1 - \omega_2}{k_1 - k_2} = \dfrac{\Delta\omega}{\Delta k}$



z 或 t

在时间域上：$\dfrac{2\pi}{\omega_m}$

$\dfrac{2\pi}{k_m}$：在空间域上

复杂波的群速度可认为是振幅最大点的移动速度

波动携带的能量与振幅平方成正比

⇩

群速度是光能量或光信号的传播速度，而不是相速度

3、群速度与相速度关系

当$\Delta\omega$很小时 $v_g = d\omega / dk$

群速度与相速度有如下关系

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(kv)}{dk} = v + k\frac{dv}{dk}$$

$k = 2\pi / \lambda$

$$v_g = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}$$

在真空中传播时，波速相同，*相速度和群速度相等*。

在色散介质中传播时，不同频率的光波传播速度不同，*相速度和群速度便不同了*。

叠加原理 ◁

几个波在相遇点产生的合振动是各个在该点产生振动的***<u>矢量和</u>***。

本课内容回顾

1、波的叠加原理

2、两个频率相同、振动方向相同的单色光波叠加

3、驻波（频率同、振动方向同、传播方向相反）

4、两个频率相同、振动方向垂直的单色光波叠加

5、光学拍（小频率差、振动方向同、传播方向同、振幅同）

6、相速度和群速度

作 业

- P337页
- 第 24、30、31题