

上次内容回顾

- 1、麦克斯韦方程组
- 2、物质方程
- 3、波动方程
- 4、电磁波的平面波解（平面波、简谐波解的形式和意义，物理量的关系，电磁波的性质）
- 5、球面波和柱面波（定义、方程表达式）
- 6、光波的辐射

§ 11-2 光在电介质分界面上的反射和折射

由电磁理论可知，光在介质界面上的反射和折射，实质上是光与物质相互作用的结果，是光在不均匀介质中传播的情况

光在两种介质界面上的行为除传播方向能改变外，还有光强分配，能流分配，在 $z=0$ 点上是否有相位跃变，以及反射光，透射光的偏振态是否有变化，这些问题都是我们下面要讨论的问题。

§ 11-2 光在电介质分界面上的反射和折射

- 电磁场的连续条件
- 反射定律和折射定律（方向）
- 菲涅尔公式
- 反射和折射时的振幅关系（振幅）
- 反射和折射时的相位变化（相位）
- 反射比和透射比（能量）
- 反射和折射时的偏振关系（偏振）
- 全反射
- 倏逝波

单色平面电磁波入射到两电介质表面时引起的传播方向、振幅、相位、能量及偏振性的变化

本质是光波的电磁场与物质相互作用

由于介质的物理性质不同，即 n (ϵ 、 μ)不同，电磁场在界面上将是不连续的。利用电磁场连续条件建立两种介质界面两边场量的联系。

一、电磁场的连续条件

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{B}_{1n} &= \mathbf{B}_{2n} \\ \mathbf{D}_{1n} &= \mathbf{D}_{2n} \\ \mathbf{H}_{1t} &= \mathbf{H}_{2t} \\ \mathbf{E}_{1t} &= \mathbf{E}_{2t} \end{aligned} \right\}$$

在没有传导电流和自由电荷的介质中

磁感强度 \mathbf{B} 和电感强度 \mathbf{D} 的法向分量在界面上连续

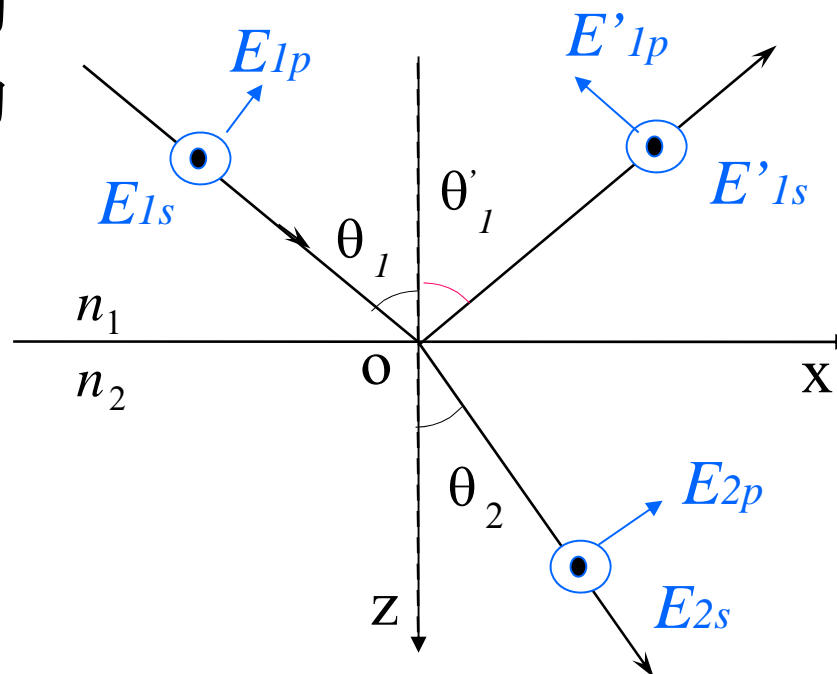
电场强度 \mathbf{E} 和磁场强度 \mathbf{H} 的切向分量在界面上连续

二、反射定律和折射定律

几个概念

- ❖ 入射面：界面法线与入射光线组成的平面
- ❖ 振动面：电场矢量的方向与入射光线组成的平面，
电矢量所在的平面
- ❖ 任一方位振动的光矢量 E 可分解成两个互相垂直的分量
p分量：平行于入射面振动
s分量：垂直于入射面振动

以S分量为例



其入射波，反射波和折射波的表示分别为

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_{1s} = \mathbf{E}_{1y} &= A_{1s} \exp[i(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} - \omega_1 t)] \\ \mathbf{E}'_{1s} = \mathbf{E}'_{1y} &= A'_{1s} \exp[i(\mathbf{k}'_1 \cdot \mathbf{r} - \omega'_1 t)] \\ \mathbf{E}_{2s} = \mathbf{E}_{2y} &= A_{2s} \exp[i(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} - \omega_2 t)]\end{aligned}$$

由电磁场连续第四式得 $\mathbf{E}_{1s} + \mathbf{E}'_{1s} = \mathbf{E}_{2s}$

$$A_{1s} e^{i(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega_1 t)} + A'_{1s} e^{i(\vec{k}'_1 \cdot \vec{r} - \omega'_1 t)} = A_{2s} e^{i(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega_2 t)}$$

由上式得 $\omega_1 = \omega'_1 = \omega_2 \quad k_1 \cdot r = k'_1 \cdot r = k_2 \cdot r$

k_1, k'_1, k_2 共面，且在入射面内 $k_1 \sin \theta_1 = k'_1 \sin \theta'_1 = k_2 \sin \theta_2$

$$k_1 = k'_1 = \omega / v_1 \quad k_2 = \omega / v_2 \quad \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\begin{cases} \theta_1 = \theta'_1 & \text{反射定律} \\ n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 & \text{折射定律} \end{cases}$$

反射定律和折射定律内容：

- 1.入射波、反射波、折射波的频率相同
- 2.入射波、反射波、折射波的波矢共面
- 3.反射角等于入射角
- 4. $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$ （也称斯涅耳定律）

三、菲涅尔公式 反射波、折射波与入射波振幅和位相关系

以S分量为例 由连续条件得

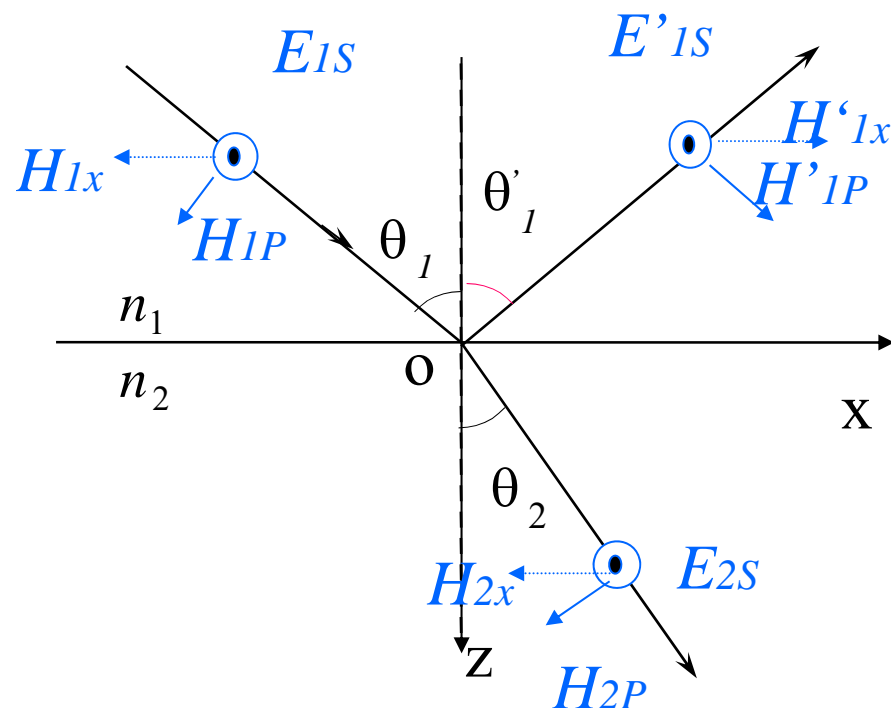
$$\mathbf{E}_{1s} + \mathbf{E}'_{1s} = \mathbf{E}_{2s} \quad \text{E沿y方向分量连续}$$

$$-\mathbf{H}_{1x} + \mathbf{H}'_{1x} = -\mathbf{H}_{2x} \quad \text{H沿x方向分量连续}$$

电介质时, $\mu_1 = \mu_2$

入射面xoz

分界面xoy



得s波的振幅反射系数和振幅透射系数

$$r_s = \frac{A'_{1s}}{A_{1s}} = -\frac{\sin(\theta_1 - \theta_2)}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} = \frac{n_1 \cos \theta_1 - n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1 + n_2 \cos \theta_2}$$

$$t_s = \frac{A_{2s}}{A_{1s}} = \frac{2 \cos \theta_1 \sin \theta_2}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} = \frac{2n_1 \cos \theta_1}{n_1 \cos \theta_1 + n_2 \cos \theta_2}$$

同理得p波的振幅反射系数和振幅透射系数

$$r_p = \frac{A'_{1p}}{A_{1p}} = \frac{\operatorname{tg}(\theta_1 - \theta_2)}{\operatorname{tg}(\theta_1 + \theta_2)} = \frac{n_2 \cos \theta_1 - n_1 \cos \theta_2}{n_2 \cos \theta_1 + n_1 \cos \theta_2}$$

$$t_p = \frac{A_{2p}}{A_{1p}} = \frac{2 \sin \theta_2 \cos \theta_1}{\sin(\theta_1 + \theta_2) \cos(\theta_1 - \theta_2)} = \frac{2n_1 \cos \theta_1}{n_2 \cos \theta_1 + n_1 \cos \theta_2}$$

光正入射或入射角很小时的菲涅耳公式

当入射光线的入射角很小时：

$$\operatorname{tg} \theta = \sin \theta \approx \theta \quad \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} \approx \frac{\theta_1}{\theta_2} \approx n \quad n = \frac{n_2}{n_1}$$

菲涅耳公式变为：

$$r_s = \frac{A'_{1s}}{A_{1s}} = -\frac{n-1}{n+1} \quad t_s = \frac{A_{2s}}{A_{1s}} = \frac{2}{n+1}$$
$$r_p = \frac{A'_{1p}}{A_{1p}} = \frac{n-1}{n+1} \quad t_p = \frac{A_{2p}}{A_{1p}} = \frac{2}{n+1}$$

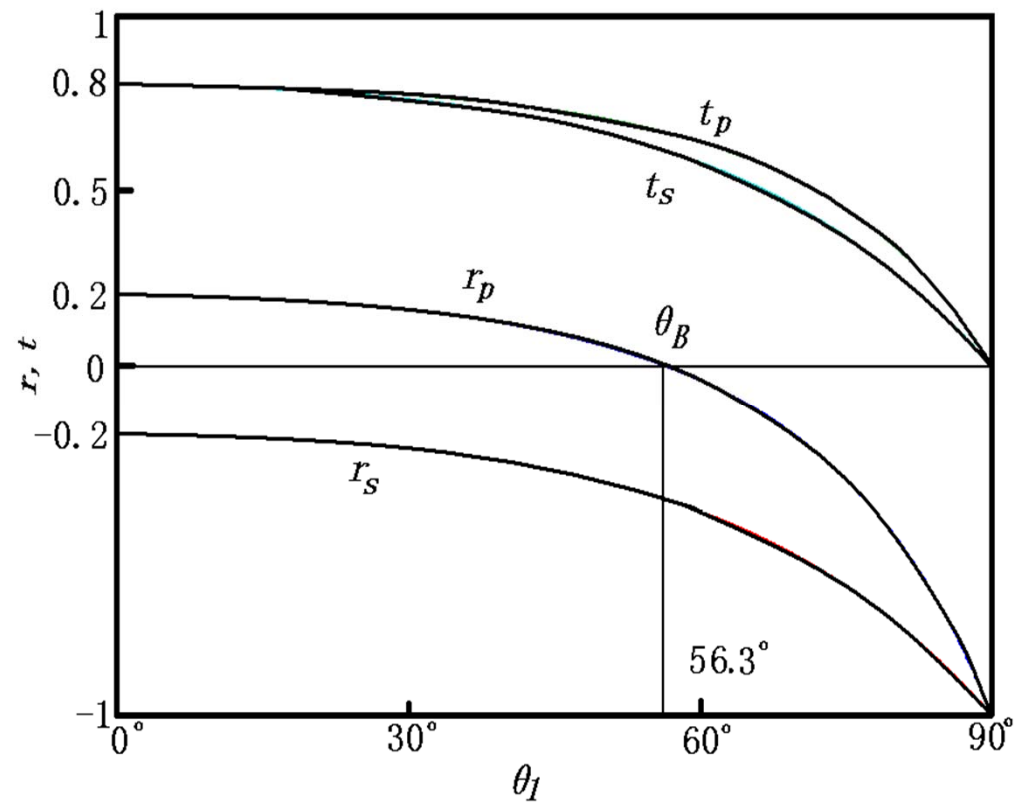
四、反射和折射时的振幅关系

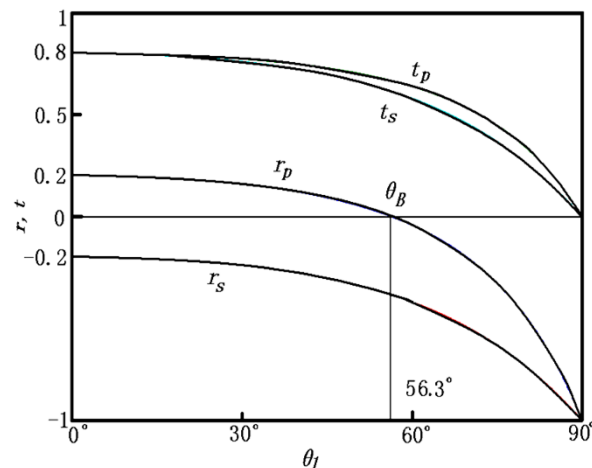
1、光疏→光密介质

空气→玻璃

$$n_1 = 1 \quad n_2 = 1.5$$

反射波、折射波的振幅与入射波振幅的相对变化，这种变化与入射角有关如图所示：





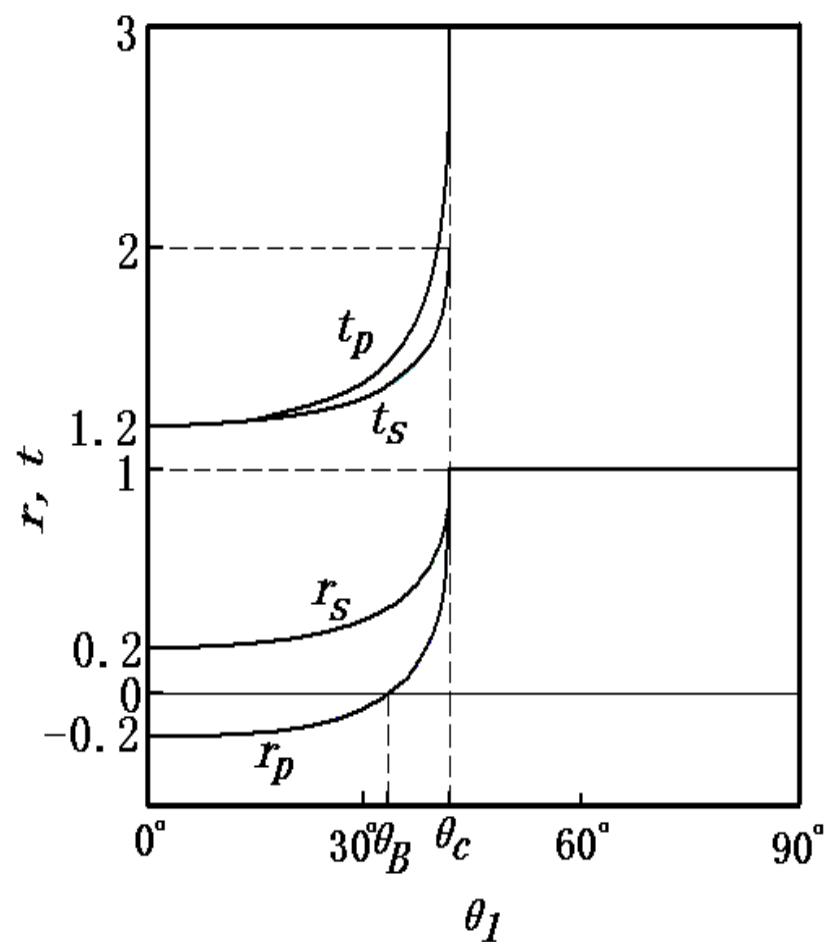
1. $\theta_1 = 0^\circ$ 时, t_s 和 t_p 最大, r_s 和 r_p 最小;
2. $\theta_1 = 90^\circ$ 时, $t_s = t_p = 0$, $r_s = r_p = 1$;
3. 不论 θ_1 大小, 始终有 $t_s - r_s = 1$;
4. 不论 θ_1 大小, 始终有 $t_p > t_s$;
5. 存在 $r_p = 0$ 情况, 即 **p** 分量波全透过, 反射光是垂直于入射面的 **s** 分量的线偏振光, 这种现象称为布儒斯特现象, 相应的入射角称为布儒斯特 (**Brewster**) 角, 用 θ_B 表示, 且满足 $\theta_B + \theta_2 = 90^\circ$ 。

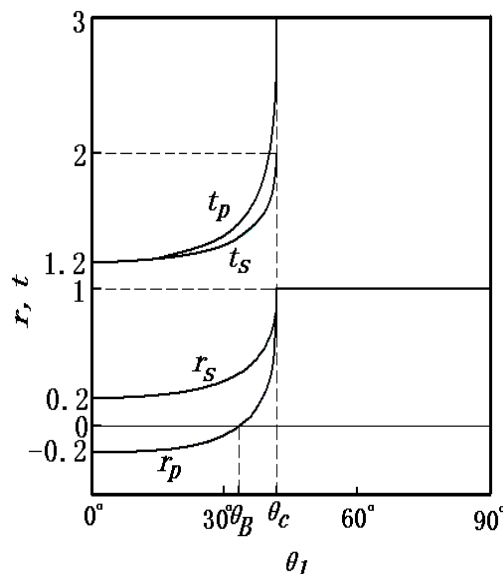
2、光密→光疏媒质时

玻璃→空气

$$n_1 = 1.5 \quad n_2 = 1$$

反射波、折射波的振幅
与入射波振幅的相对变
化，这种变化与入射角
有关如图所示：





讨论:

1. 存在布儒斯特现象, **p** 分量波全透过, 反射光是垂直于入射面的 **s** 分量的线偏振光
2. 折射角 $\theta_2 = 90^\circ$ 时所对应的 θ_1 称为全反射临界角, 用 θ_c 表示, 当 $\theta_1 > \theta_c$ 没有透射光波, 所有入射光被反射回第一种介质, 即全反射现象
3. $t_p > t_s > 1$ 由于光束宽度、介电常数和传播速度变换, 所以不存在违反能量守恒定律问题

五、反射和折射时的相位变化

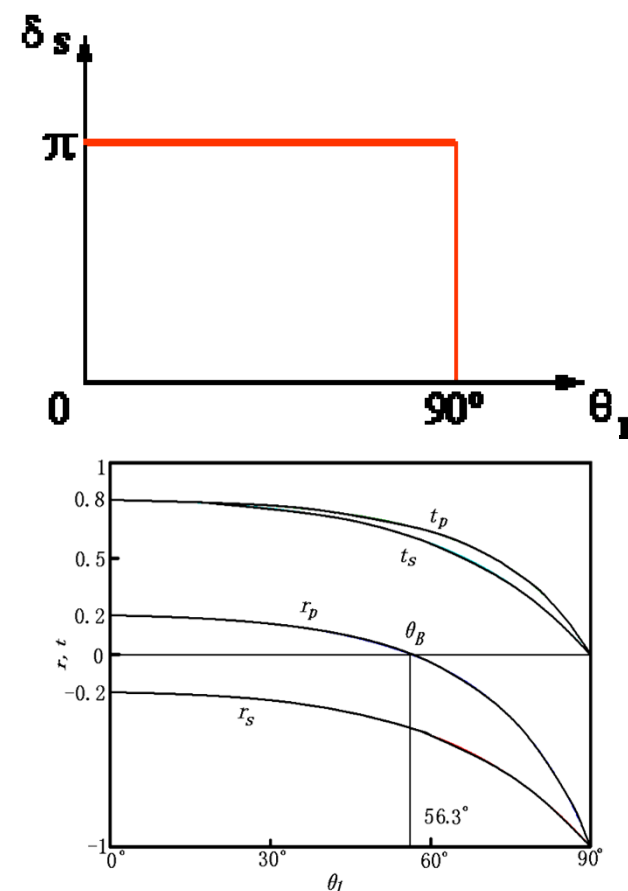
发生折射时，折射波相位不变。

对于反射波相位，应区分 $n_1 > n_2$ 与 $n_1 < n_2$ 两种情况，并注意 $\theta_1 < \theta_B$ 和 $\theta_1 > \theta_B$ 时的不同。

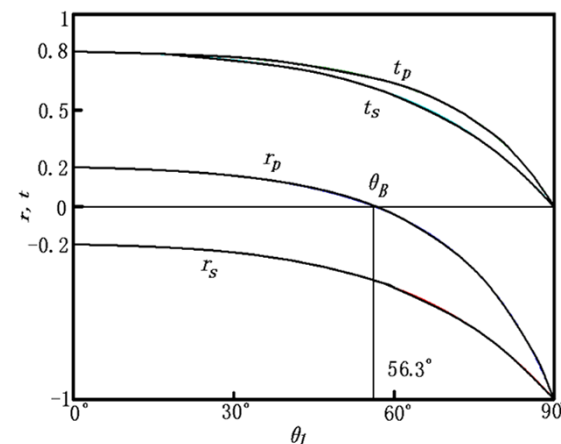
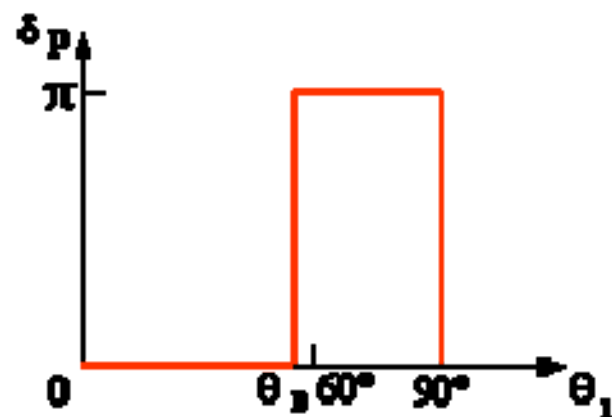
1、 $n_1 < n_2$ (光疏→光密)

\mathbf{r}_s : θ_1 为任何值时， $\mathbf{r}_s < 0$

振幅比为负，反射波与入射波反相
场矢量与规定正向相反
反射波在界面上有 $\delta = \pi$ 相位变化

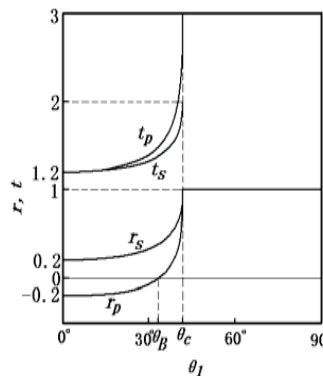


r_p : (随 θ_1 变)



- $\theta_1 + \theta_2 < \frac{\pi}{2}$ 时, $r_p > 0$ 取正向, $\delta_p = 0$
- $\theta_1 + \theta_2 = \frac{\pi}{2}$ 时, $r_p = 0$ 反射光中无p分量, 只有s分量, 反射波发生全偏振
- $\theta_1 \rightarrow \theta_B$ (起偏角)
- $\theta_1 + \theta_2 > \frac{\pi}{2}$ 时, $r_p < 0$ 反射光p分量取向与规定正向相反
- 界面上其分量有 $\delta_p = \pi$ 相位变化

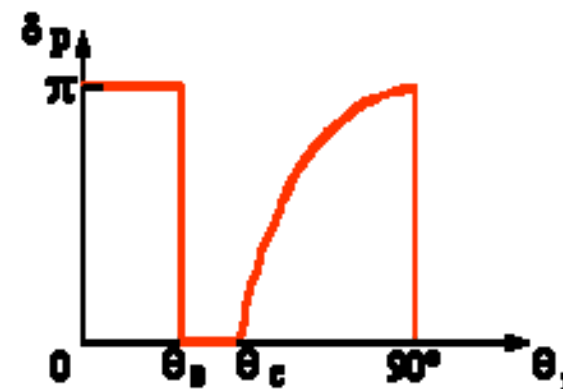
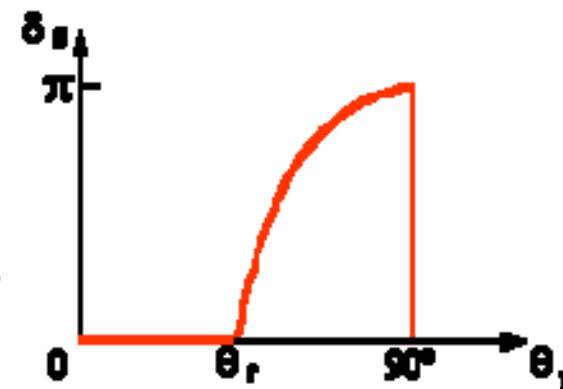
2、 $n_1 > n_2$ (光密→光疏)



反射波：（当入射角小于全反射临界角）

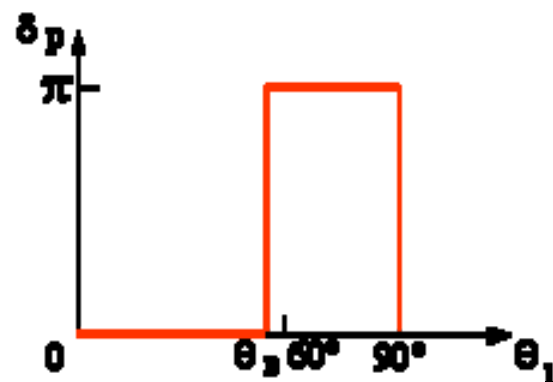
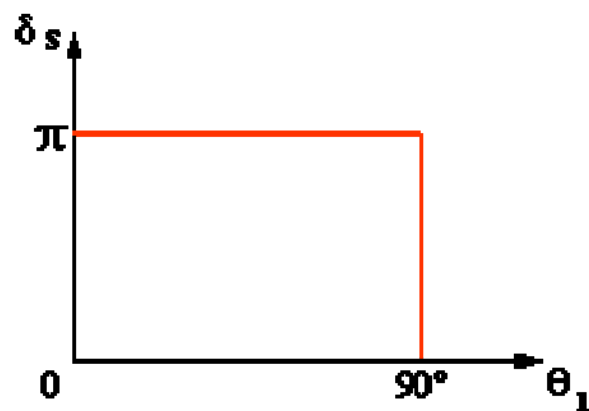
$\mathbf{r_s}$: θ_1 取任何值, $\mathbf{r_s} > 0$, $\delta_s = 0$

$$\mathbf{r_p} : \begin{cases} \theta_1 + \theta_2 < \frac{\pi}{2}, & \mathbf{r_p} < 0, & \delta_p = \pi \\ \theta_1 + \theta_2 = \frac{\pi}{2}, & \mathbf{r_p} = 0, & \text{全偏振 } \theta_1 = \theta_B \text{ 与 } n > 1 \text{ 时互余} \\ \theta_1 + \theta_2 > \frac{\pi}{2}, & \mathbf{r_p} > 0, & \delta_p = 0 \end{cases}$$

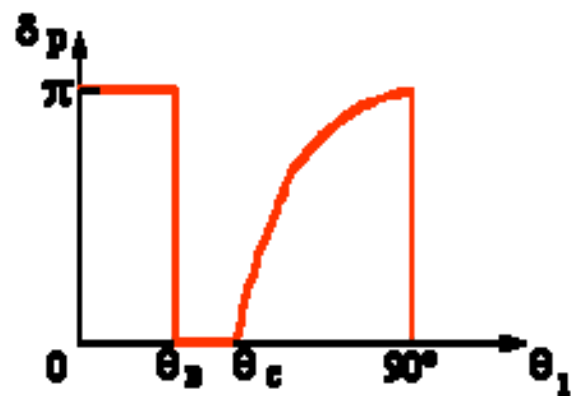
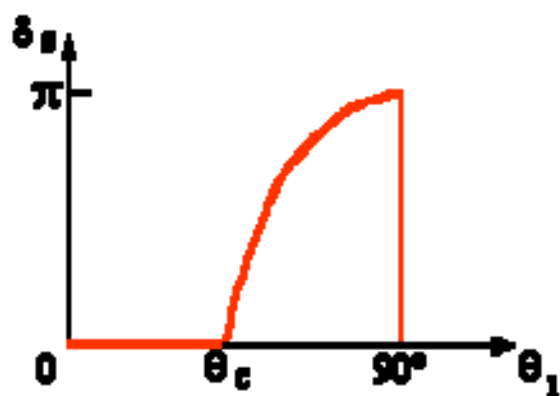


当入射角 $\theta_1 > \theta_c$ 时, 相位改变既不是零也不是固定值, 而随入射角有一个缓慢变化, 这是发生了全反射现象的缘故。

反射时相位变化图



空气向玻璃入射(光疏→光密)

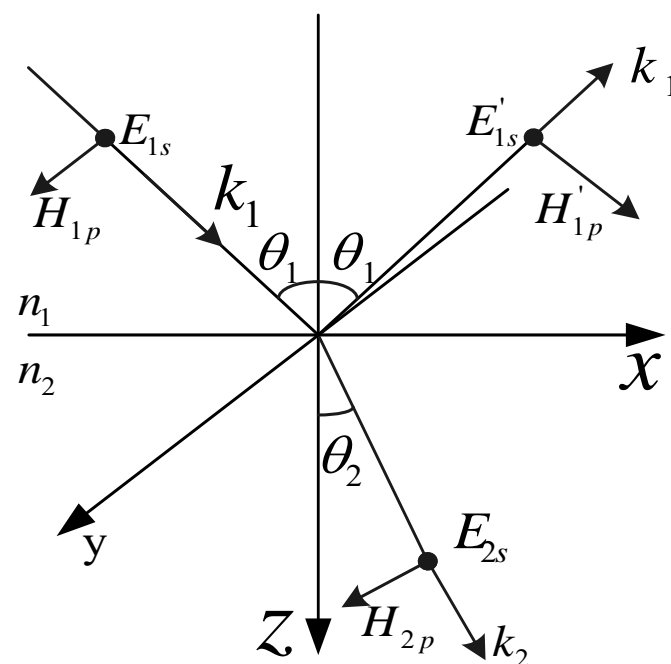
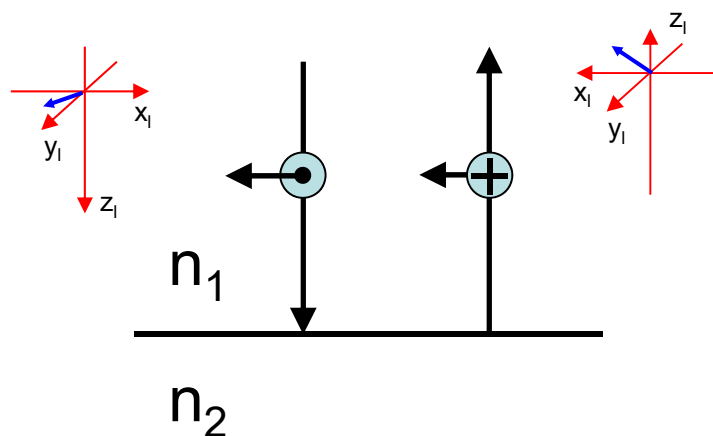


玻璃向空气入射(光密→光疏)

半波损失问题

① $n_1 < n_2$, $\theta_1 = 0$, 正入射

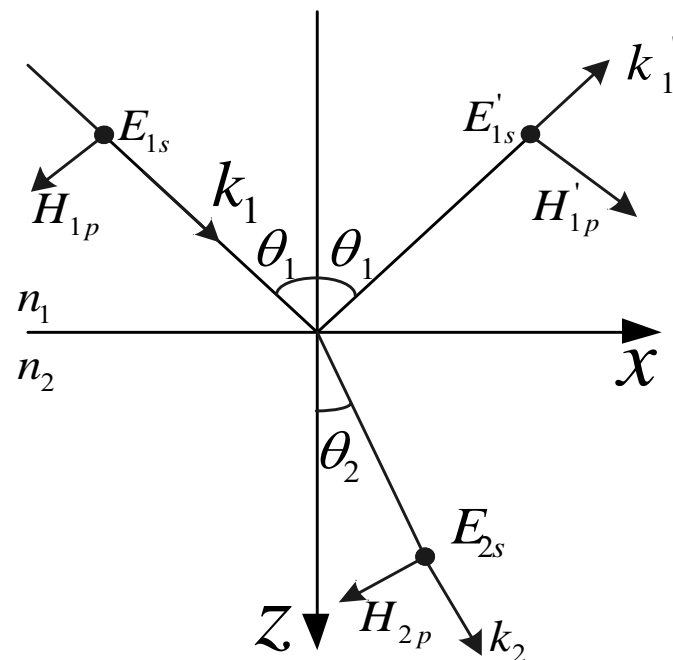
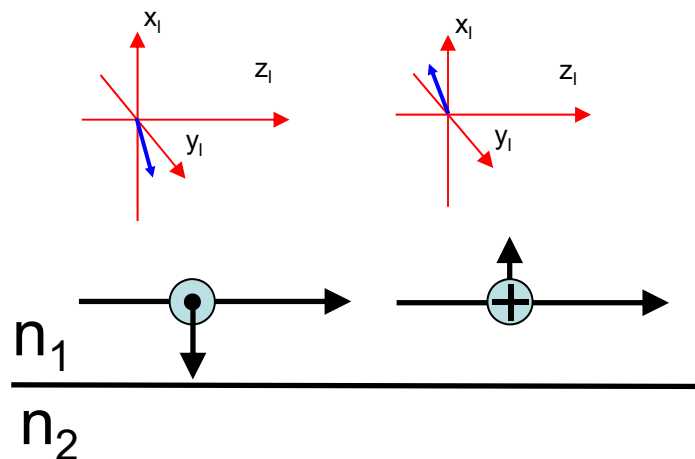
$r_s < 0$, $r_p > 0$



由于 $r_s < 0$, 反射光中的 s 分量与规定方向相反 (即为垂直纸面向内方向); 由于 $r_p > 0$, 反射光中的 p 分量与规定正方向相同, 在入射点处, 合成的光矢量相对入射的光矢量反向, 正入射产生 π 相位突变 (由第二象限变到第四象限)。

② $n_1 < n_2$, $\theta_1 = 90^\circ$, 掠入射

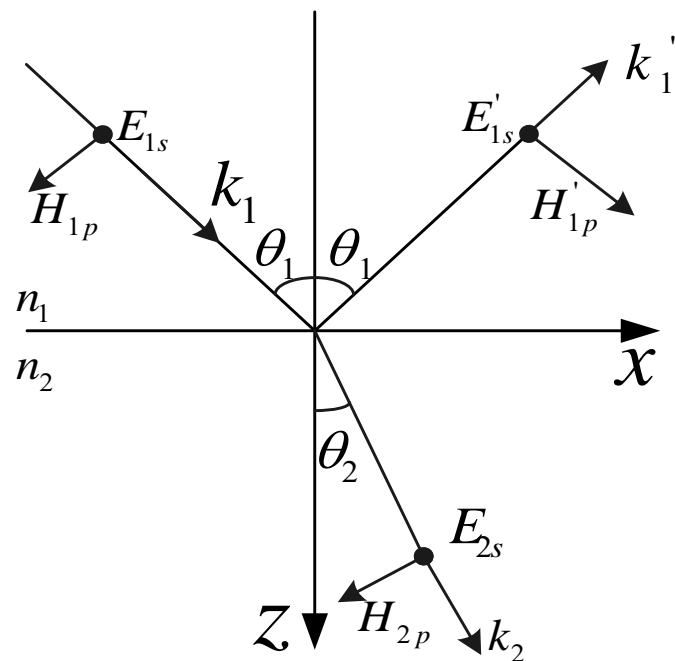
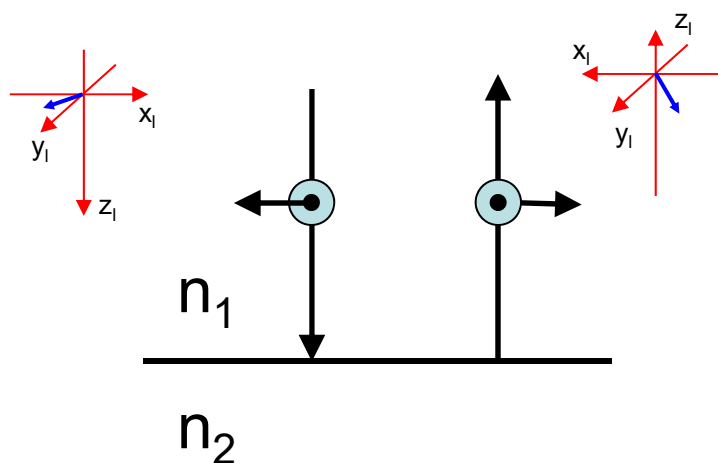
$$r_s < 0, r_p < 0$$



由于 $r_s < 0$ ，反射光中的s分量与规定方向相反（即为垂直纸面向内方向）；由于 $r_p < 0$ ，反射光中的p分量与规定正方向相反，在入射点处，合成的光矢量相对入射的光矢量反向，掠入射也产生 π 相位突变（由第二象限变到第四象限）。

③ $n_1 > n_2$, $\theta_1 = 0$, 正入射

$R_s > 0$, $r_p < 0$



由于 $r_s > 0$, 反射光中的s分量与规定方向相同（即为垂直纸面向外方向）；由于 $r_p < 0$, 反射光中的p分量与规定正方向相反，在入射点处，合成的光矢量相对入射的光矢量不改变方向，无相位突变（都在第二象限）。

六 反射比和透射比

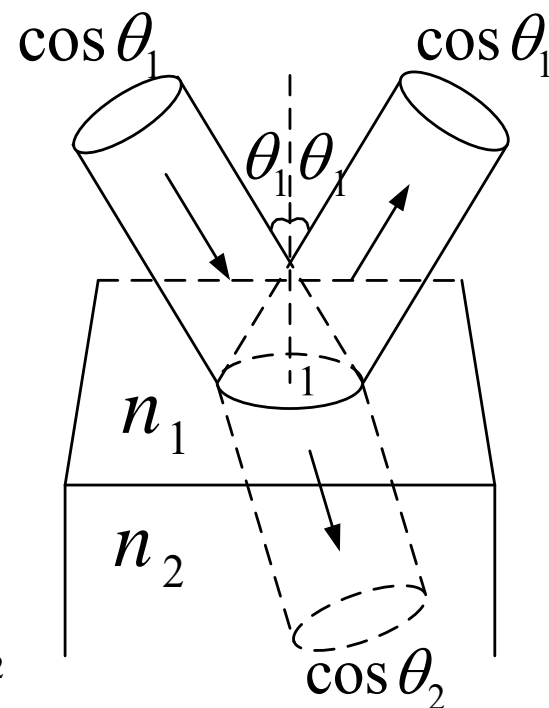
能流比：通过界面上某一面积的入射光、反射光和折射光通量之比

设入射波、反射波和透射波的光强分别为 I_1 、 I_1' 和 I_2 ，则通过单位面积的光通量为：

入射波：
$$W_1 = I_1 \cos \theta_1 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}} A_1^2 \cos \theta_1$$

反射波：
$$W_1' = I_1' \cos \theta_1 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}} A_1'^2 \cos \theta_1$$

透射波：
$$W_2 = I_2 \cos \theta_2 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu_2}} A_2^2 \cos \theta_2$$



考虑到 $\mu_1 \approx \mu_2 \approx \mu_0$ 有

能流反射比 $\rho = \frac{W_1'}{W_1} = \frac{I_1' \cos \theta_1}{I_1 \cos \theta_1} = \frac{I_1'}{I_1} = \left(\frac{A_1'}{A_1} \right)^2$

能流透射比 $\tau = \frac{W_2}{W_1} = \frac{I_2 \cos \theta_1}{I_1 \cos \theta_1} = \frac{n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1} \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2$

可以看出：

能流反射比与透射比和振幅反射比和透射比有关

$\cos \theta_2 / \cos \theta_1$ 项反映的是透射光束宽度变化

n_2 / n_1 反映的是透射光速度的变化。

$$\rho + \tau = 1 \quad (\text{无吸收和散射时能量守恒})$$

将菲涅尔公式代入反射比和透射比的公式，得

$$\rho_s = \left(\frac{A'_{1s}}{A_{1s}} \right)^2 = r_s^2 = \frac{\sin^2(\theta_1 - \theta_2)}{\sin^2(\theta_1 + \theta_2)}$$

$$\tau_s = \left(\frac{A_{2s}}{A_{1s}} \right)^2 \frac{n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1} = \frac{n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1} t_s^2 = \frac{n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1} \frac{4 \sin^2 \theta_2 \cos^2 \theta_1}{\sin^2(\theta_1 + \theta_2)}$$

$$\rho_p = \left(\frac{A'_{1p}}{A_{1p}} \right)^2 = r_p^2 = \frac{tg^2(\theta_1 - \theta_2)}{tg^2(\theta_1 + \theta_2)}$$

$$\tau_p = \left(\frac{A_{2p}}{A_{1p}} \right)^2 \frac{n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1} = \frac{n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1} t_p^2 = \frac{n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1} \frac{4 \sin^2 \theta_2 \cos^2 \theta_1}{\sin^2(\theta_1 + \theta_2) \cos^2(\theta_1 - \theta_2)}$$

入射线偏振光方位角为 α 时：

$$\rho = \left(\frac{A'_{1s}}{A_{1s}} \right)^2 \sin^2 \alpha + \left(\frac{A'_{1p}}{A_{1p}} \right)^2 \cos^2 \alpha = \rho_s \sin^2 \alpha + \rho_p \cos^2 \alpha$$

$$\tau = \left(\frac{A_{2s}}{A_{1s}} \right)^2 \sin^2 \alpha + \left(\frac{A_{2p}}{A_{1p}} \right)^2 \cos^2 \alpha = \tau_s \sin^2 \alpha + \tau_p \cos^2 \alpha$$

自然光入射的情况：

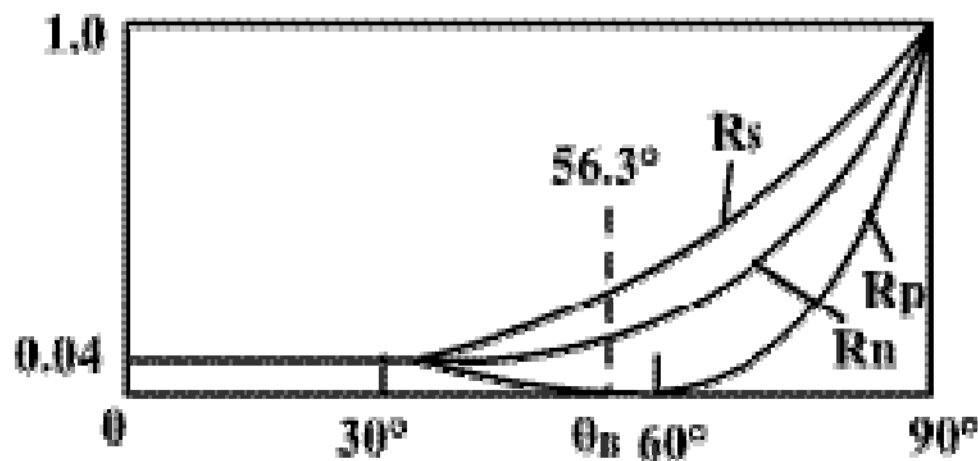
对自然光包含的所有可能方位角 α 的光波的反射比取平均后得

$$\rho_n = \langle \rho_\alpha \rangle = \langle \rho_s \sin^2 \alpha \rangle + \langle \rho_p \cos^2 \alpha \rangle = \frac{1}{2} (\rho_s + \rho_p)$$

●入射角 $\theta_1 < 45^\circ$ 时 ρ_n 几乎不变，与正入射时相近。

●当 $\theta_1 \rightarrow \pi/2$ 时， ρ_n 很快地趋于1，因此，即使是粗糙的表面也可以获得很高的反射比。

● $\theta_1 = \theta_B$ 时， $\rho_p = 0$ ，产生全偏振现象



光在空气-玻璃界面反射
($n = 1.52$)

正入射时，自然光的反射比为 $\rho_n = (n-1)^2 / (n+1)^2$

在空气-玻璃界面，正入射时反射损失 $\rho_n = 0.04$

七、反射和折射时的偏振关系

入射光是线偏振光

因为 $r_s \neq r_p$, $t_s \neq t_p$ 反射、折射是线偏光, 方位发生偏转

入射光是自然光

$$\theta_1 + \theta_2 = \frac{\pi}{2}$$

入射角为布儒斯特角, 即

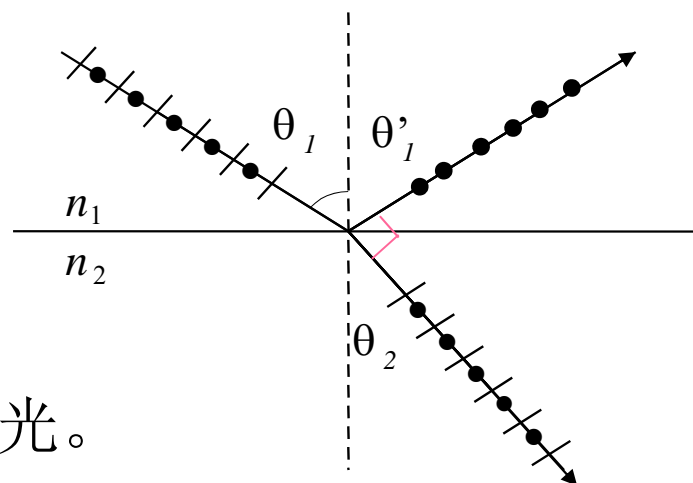
$$\theta_1 = \theta_B = \tan^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

布儒斯特定律

透射光为P波占优势的部分线偏振光。

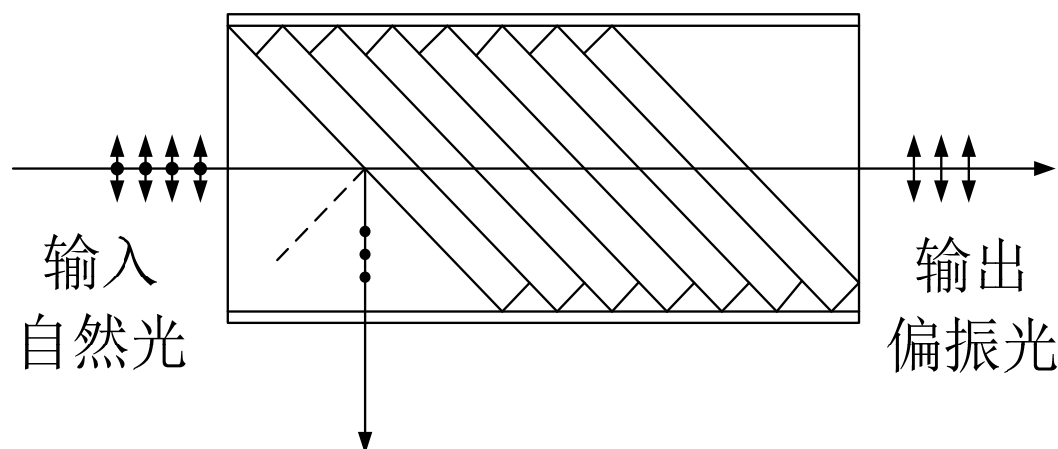
提供了一种起偏的方法

反射光中没有振动平行于入射面的分量P波
发生全偏振,
反射光是偏振光

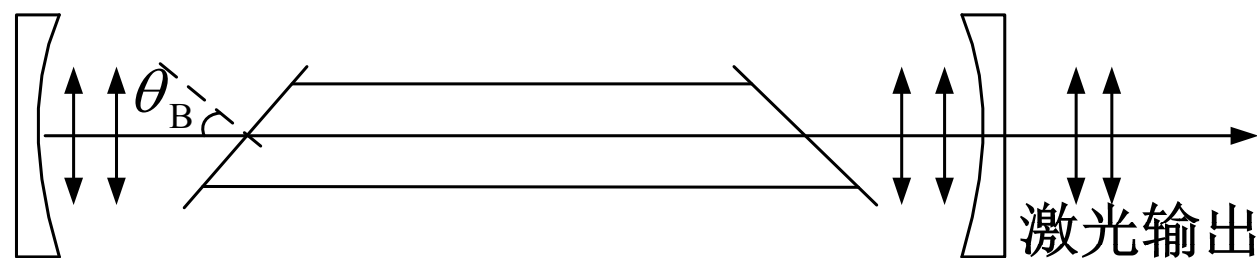


光以布儒斯特角入射时的反射光全偏振现象，提供了一种获取偏振光的方法

玻片堆



氦氖激光器的布儒斯特窗



八、全反射

光从光密介质射向光疏介质 ($n_1 > n_2$) 时, 若入射角 $\theta_1 \geq \theta_c$ ($\theta_c = \sin^{-1} \frac{n_2}{n_1}$) (称为临界角), 则界面上所有的光都反射回第一媒质, 第二媒质没有折射光, 这种现象称为全反射。

特点: 反射时不损失能量

位相变化: $\theta_1 > \theta_c$ S波和P波位相变化不是0或 π

应用: 纤维光学和集成光学中, 传导光能, 传递光学图像

九、倏逝波

问题：全反射时的表现现象：

第二媒质中没有折射波
场在界面上不连续

实验分析：1、有折射光波进入第二媒质

2、透入深度与入射波长有关

3、振幅足够强时，将进入另一光密媒质，且按常规传播

倏逝波：

光从光密媒质界面上发生全反射时，透过界面进入第二媒质约波长量级，并沿着界面流过波长量级距离（古斯-哈森位移）后返回第一媒质，沿着反射波方向出射的波

本课内容回顾

- 电磁场的连续条件
- 反射定律和折射定律（方向）
- 菲涅尔公式
- 反射和折射时的振幅关系（振幅）
- 反射和折射时的相位变化（相位）
- 反射比和透射比（能量）
- 反射和折射时的偏振关系（偏振）
- 全反射
- 倏逝波

作 业

- P337页
- 第 9 题(要有证明过程, 三角函数的变换)
- 电矢量振动方向与入射面成 45° 角的偏振光入射到两种介质的分界面, 介质1和介质2的折射率分别为 $n_1=1$, $n_2=1.5$ 。问在下列两种情况下讨论反射光中电矢量与入射面所成角度是多少?
- (1) 入射角 $\Theta_1=50^\circ$; (2) $\Theta_1=60^\circ$