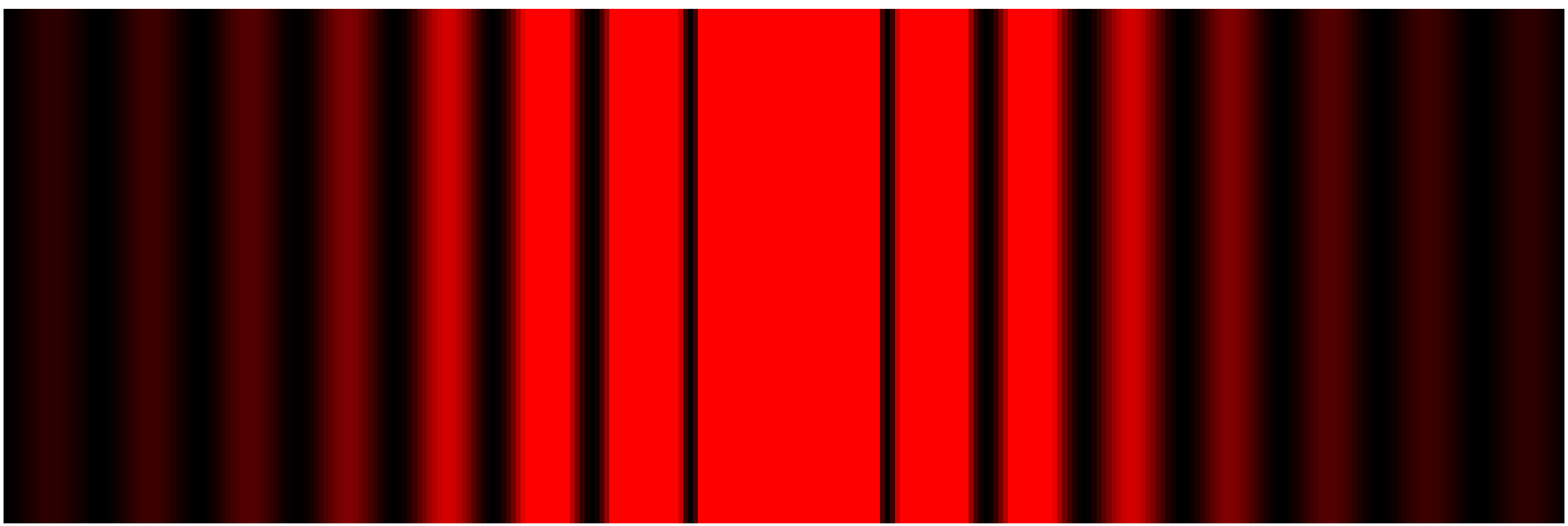
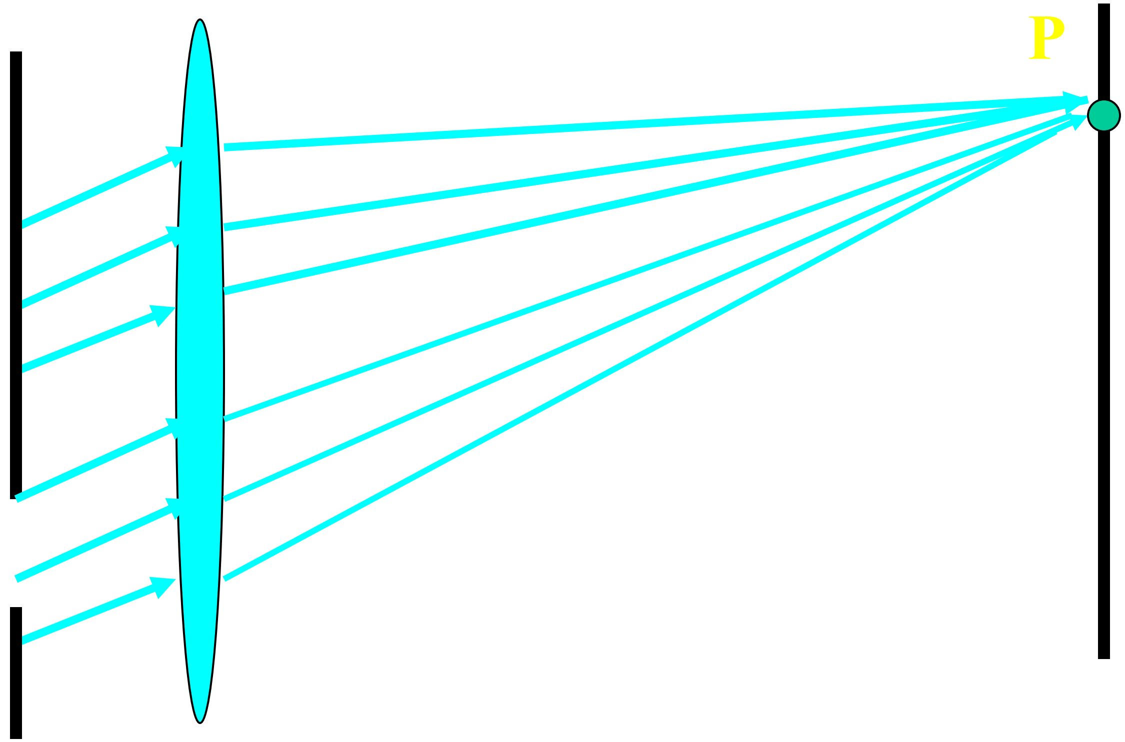
第十三章　光的衍射

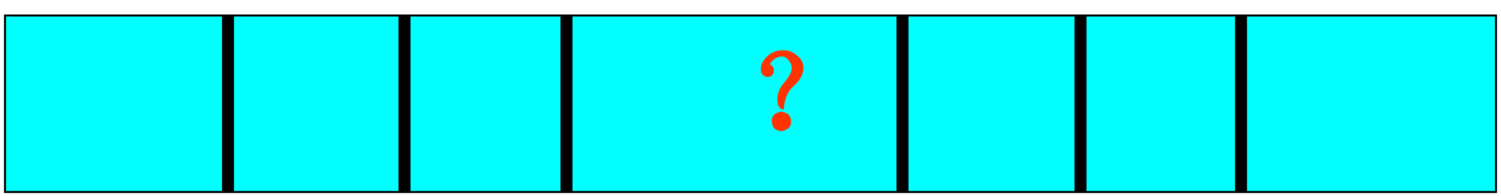
§13－5　多缝的夫琅和费衍射



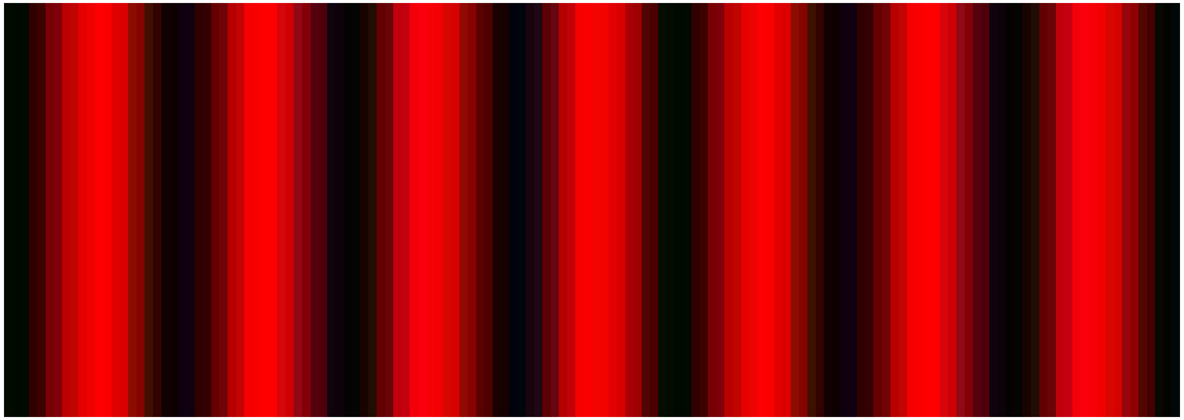
1、将单缝衍射的狭缝平移,衍射条纹是否有影响?



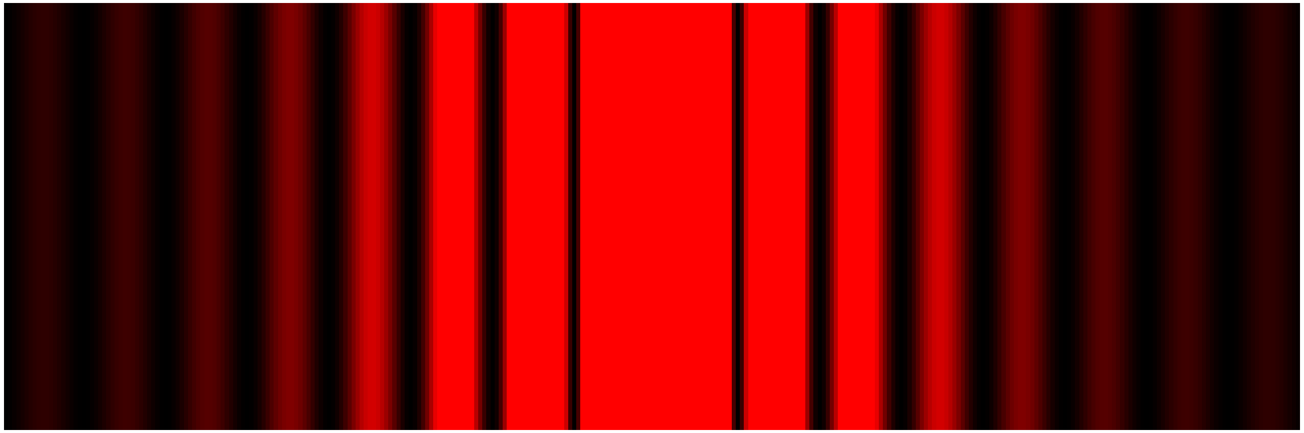
2、两个单缝同时存在,屏上衍射图样是怎样的?



两个单缝衍射的干涉！强度重新分布。

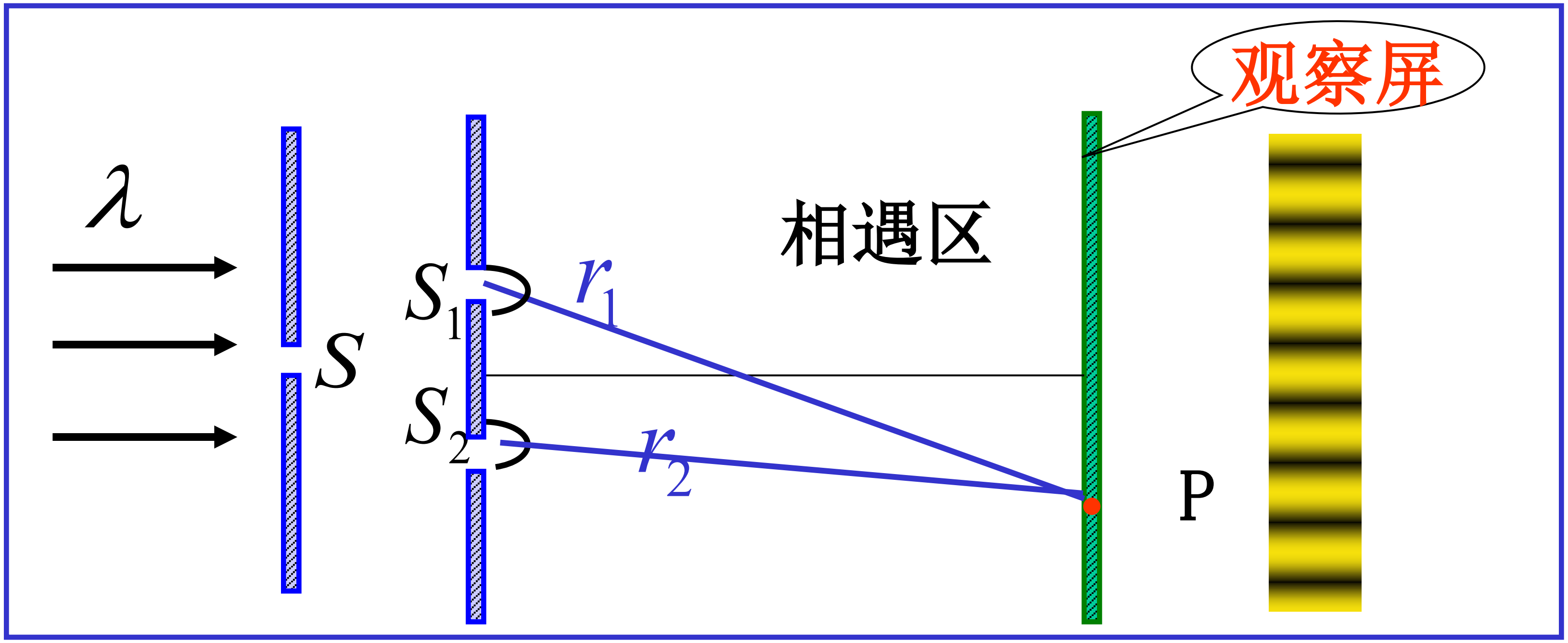


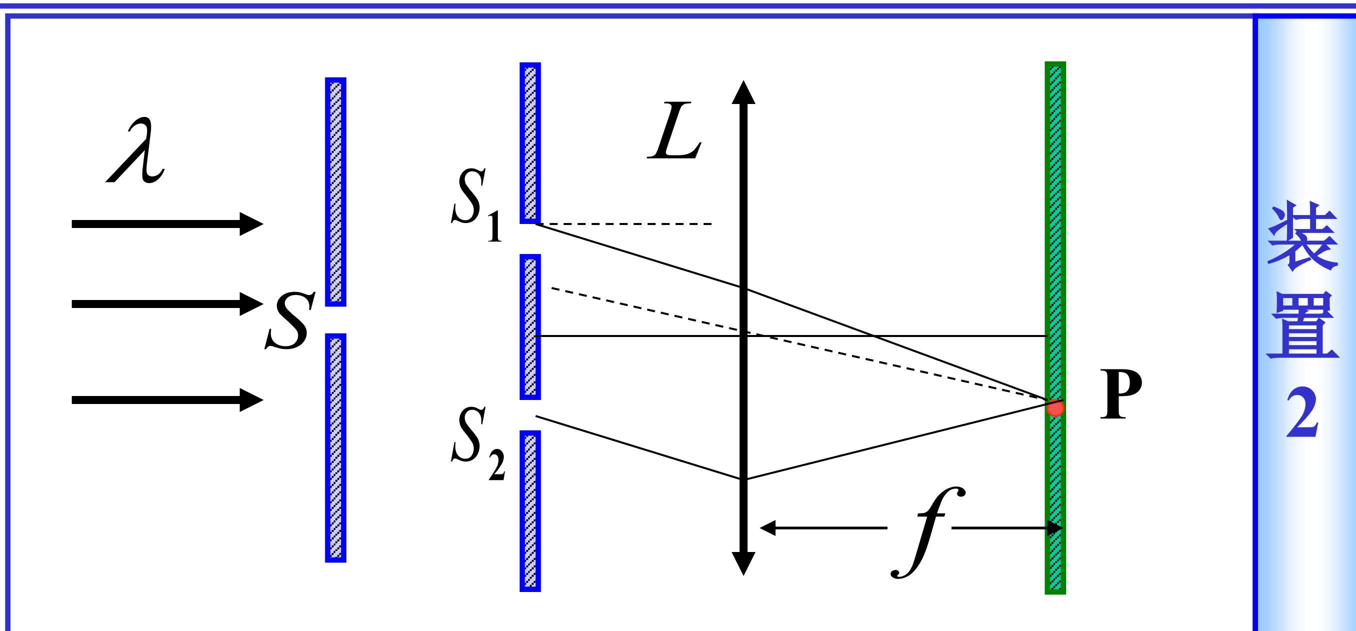
干涉图样



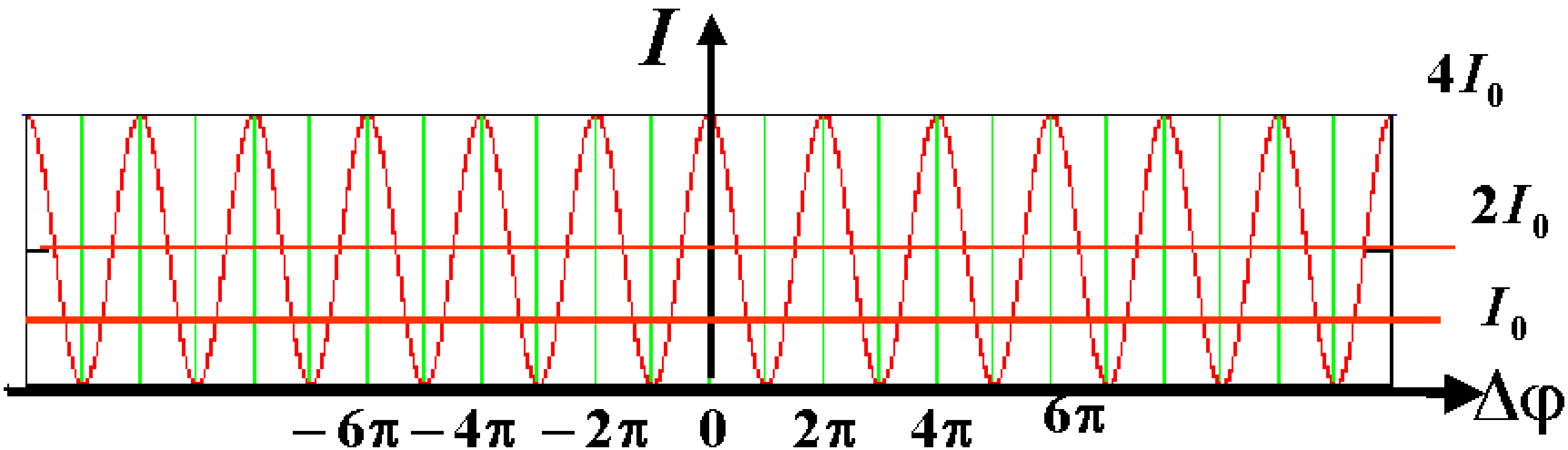
衍射图样

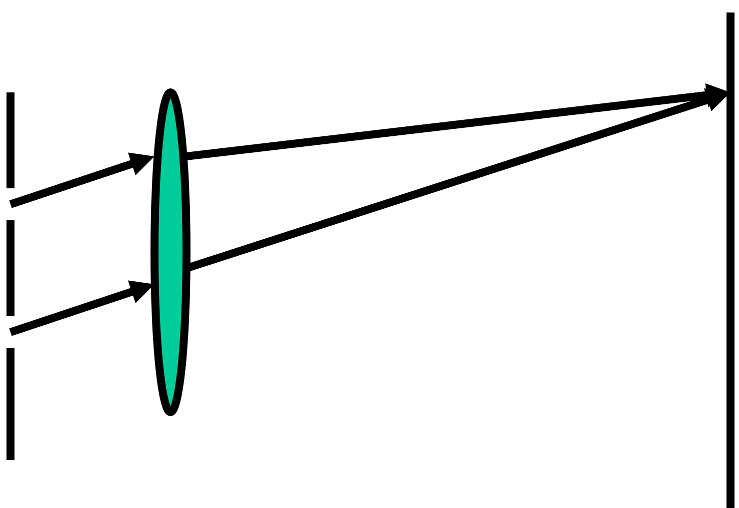
回顾杨氏实验的讨论，是否觉得有问题？

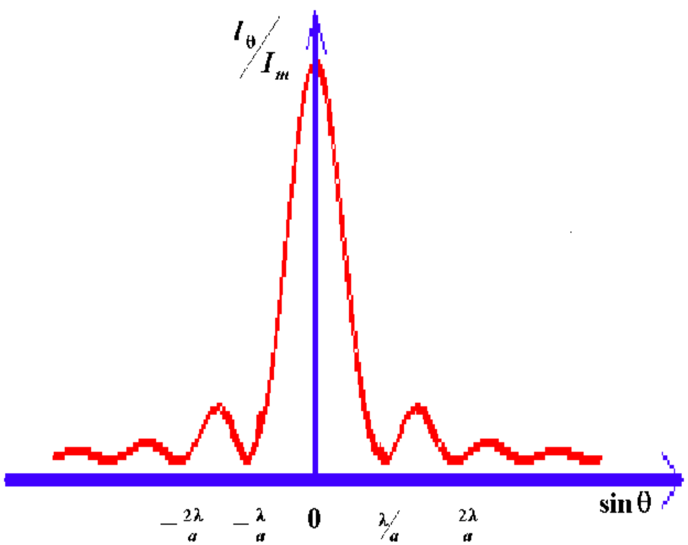




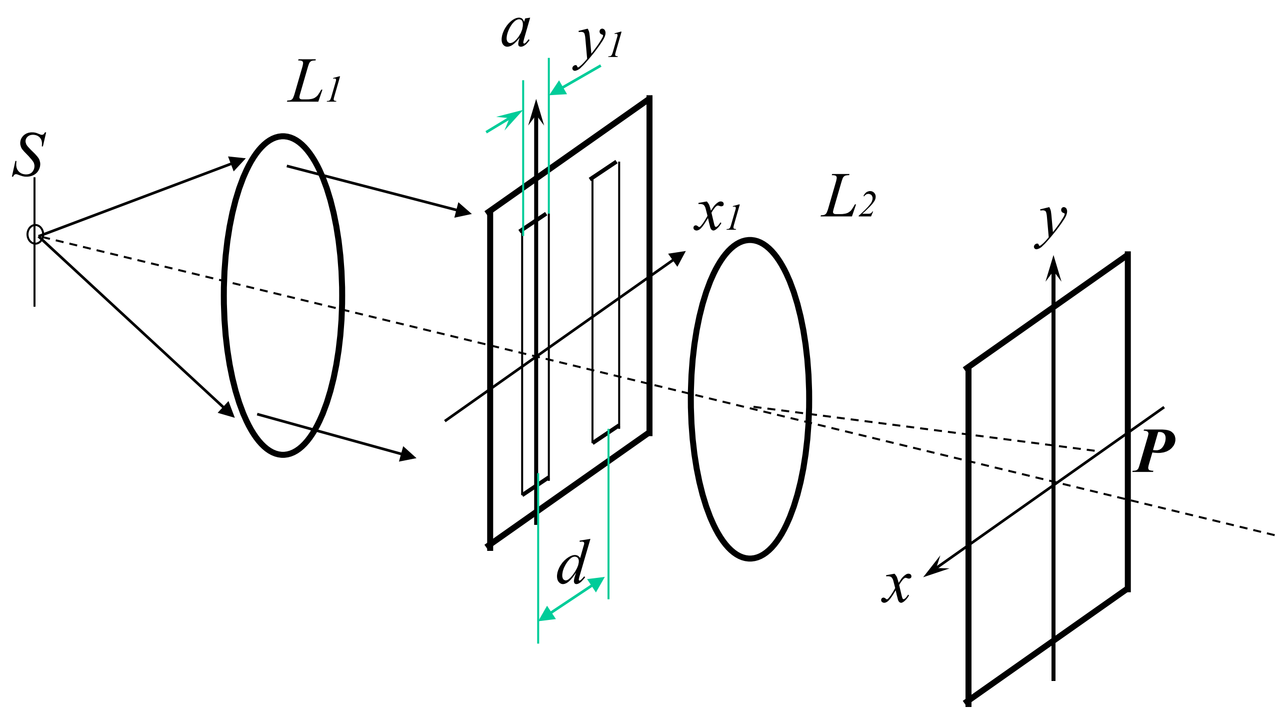
学习了单缝衍射以后， 质疑：







一、双缝衍射



双缝衍射实验装置

1. 复振幅分布计算 $\widetilde{E}(p)=C\iint \exp[-ik(lx_1+wy_1)]dx_1dy_1$

$$\widetilde{E}(p)=C\int_{-\infty}^{\infty}\exp(-iklx_1)dx_1$$

$$=C'\int_{\Sigma_1+\Sigma_2}\exp(-iklx_1)dx_1$$

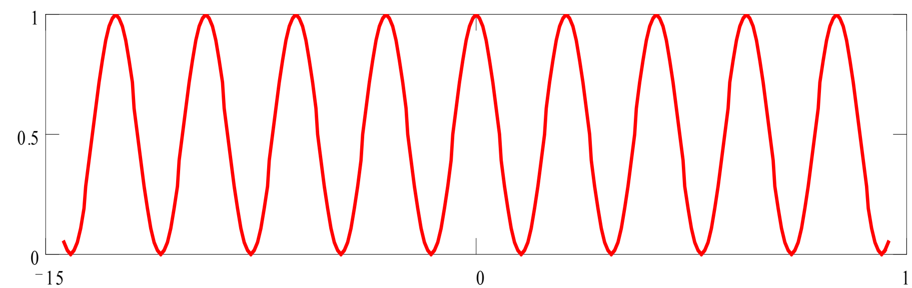
$$=C'\int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}}\exp(-iklx_1)dx_1+C\int_{(d-\frac{a}{2})}^{(d+\frac{a}{2})}\exp(-iklx_1)dx_1$$

$$=aC'\left[\frac{\sin\frac{kla}{2}}{\frac{kla}{2}}+\frac{\sin\frac{kla}{2}}{\frac{kla}{2}}\exp(-ikld)\right]$$

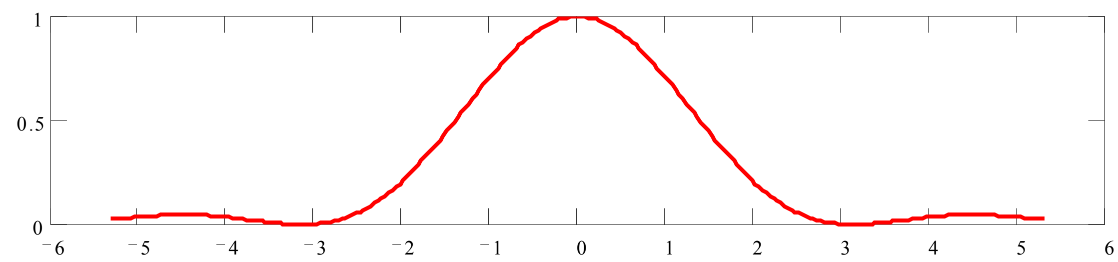
2. 光强分布特点

$$I=\tilde{E}\bullet\tilde{E}^{*}=4I_0\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2\cos^2\left(\frac{kld}{2}\right)$$

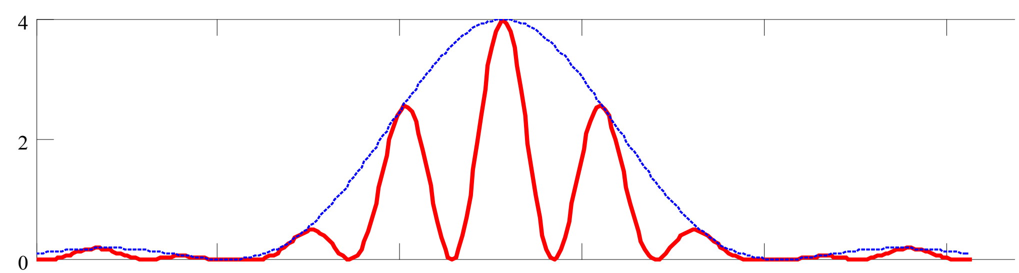
双光束干涉因子 $\cos^2\left(\frac{kld}{2}\right)$



单缝衍射因子 $\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2$



I

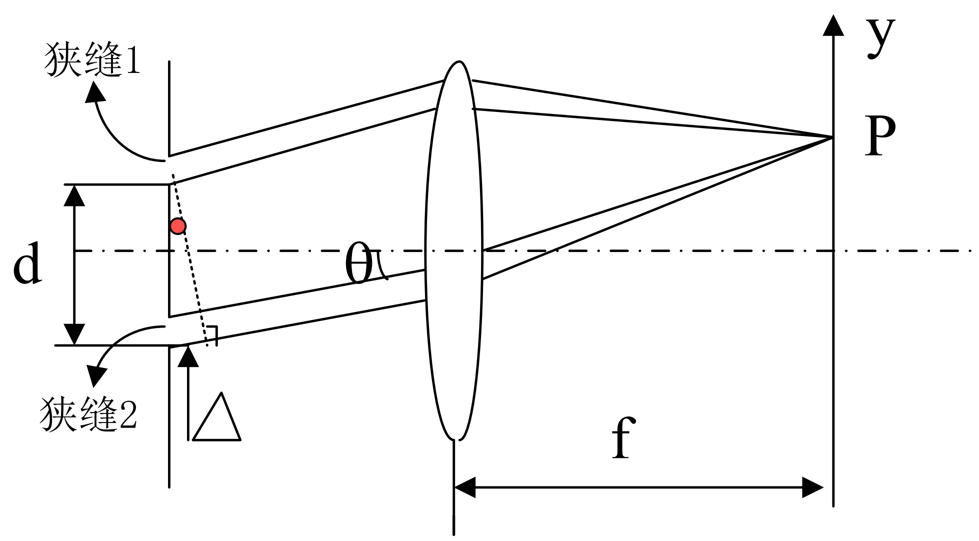


在x_1方向上两个相距为d的平行狭缝在P点产生的复振幅有一位相差

$$\delta = kld = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin\theta$$

双缝内对应点发出的子波到达P点的位相差

$$\Delta = d \sin\theta$$



双光束干涉因子 $\cos^2(\frac{kld}{2})$

极大条件

$$\delta = kld = 2m\pi \qquad m = 0, \pm1, \pm2, \cdots$$

或

$$\Delta = d\sin\theta = m\lambda \qquad m = 0, \pm1, \pm2, \cdots$$

极小条件

$$\delta = (m + \frac{1}{2})2\pi \qquad m = 0, \pm1, \pm2, \cdots$$

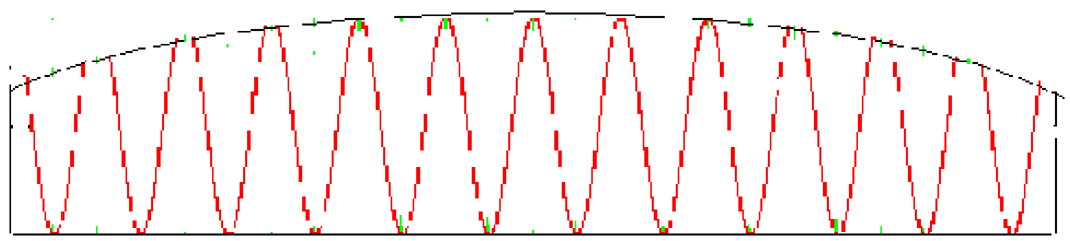
$$\Delta = d\sin\theta = (m + \frac{1}{2})\lambda \qquad m = 0, \pm1, \pm2, \cdots$$

单缝衍射因子 $\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2$

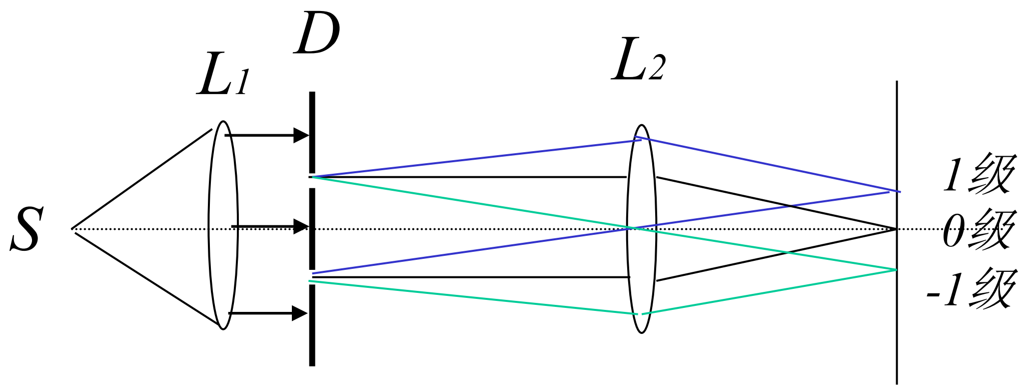
极小条件

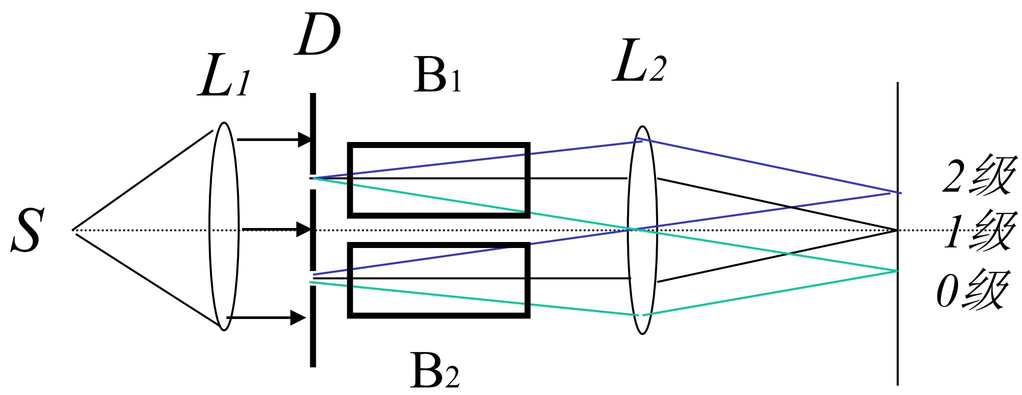
$$a\sin\theta = n\lambda \qquad n = \pm1, \pm2, \cdots$$

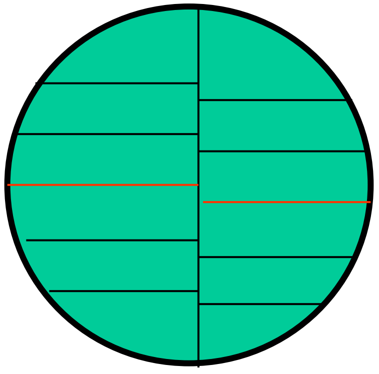
在 $a << d$ 时，双缝衍射的强度分布情况变为理想的杨氏干涉的强度分布情况



3、瑞利干涉仪







二、多缝衍射

1. 复振幅分布计算

每个单缝在P点产生的复振幅： $\tilde{E}\square\,\tilde{E}_0\left(\dfrac{\sin\alpha}{\alpha}\right)$ $\alpha=\dfrac{akx}{2f}=\dfrac{ka}{2}\cdot\sin\theta$

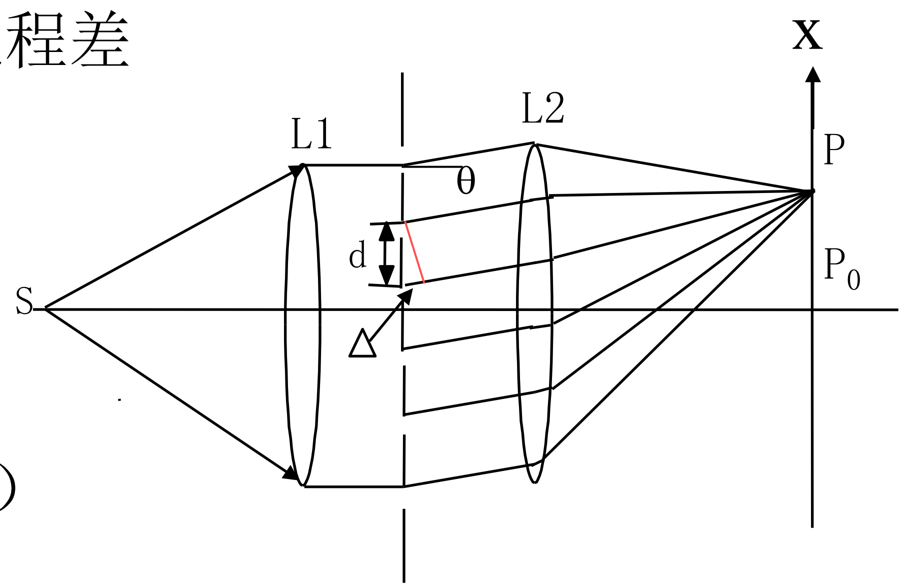
单缝在P_0点产生的振幅

设 $\sin\theta = x/f$

相邻两个缝对应点到P点的光程差

$$\Delta = d\,\mathbf{sin}\,\theta$$

位相差： $\delta = \dfrac{2\pi}{\lambda} d\,\mathbf{sin}\,\theta$



(由双缝衍射的结果引申到此）

选定边缘第一个缝在P点产生的复振幅的位相为零 $\tilde{E}_1(\mathrm{p}) \square \tilde{E}_0\left(\dfrac{\sin\alpha}{\alpha}\right)$

第二，第三个缝在P点产生的复振幅依次为

$$\tilde{E}_0\frac{\sin\alpha}{\alpha}e^{i\delta},\quad \tilde{E}_0\frac{\sin\alpha}{\alpha}e^{i2\delta}\cdots$$

设多缝的数目为N，合成的复振幅为：

$$\tilde{E}=\tilde{E}_0\frac{\sin\alpha}{\alpha}+\tilde{E}_0\frac{\sin\alpha}{\alpha}e^{i\delta}+\tilde{E}_0\frac{\sin\alpha}{\alpha}e^{i2\delta}+\ldots+\tilde{E}_0\frac{\sin\alpha}{\alpha}e^{i(N-1)\delta}$$

$$=\tilde{E}_0\frac{\sin\alpha}{\alpha}[1+e^{i\delta}+e^{i2\delta}+\ldots+e^{i(N-1)\delta}]=\tilde{E}_0\frac{\sin\alpha}{\alpha}\cdot\frac{(1-e^{iN\delta})}{1-e^{i\delta}}$$

$$=\tilde{E}_0\frac{\sin\alpha}{\alpha}\cdot\frac{e^{iN\delta/2}(e^{-iN\delta/2}-e^{iN\delta/2})}{e^{i\delta/2}(e^{-i\delta/2}-e^{i\delta/2})}$$

$$=\tilde{E}_0\frac{\sin\alpha}{\alpha}\cdot\frac{\sin(N\delta/2)}{\sin(\delta/2)}e^{i(N-1)\delta/2}$$

2. 光强分布特点

所以P点处光强度为：$$I=\tilde{E}\tilde{E}^{*}=I_0\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2\cdot\left[\frac{\sin(N\delta/2)}{\sin(\delta/2)}\right]^2$$

光强度由两个因子决定：

$$\left[\frac{\sin(N\delta/2)}{\sin(\delta/2)}\right]^2$$ 多光束干涉因子

$$\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2$$ 单缝衍射因子

（1）多光束干涉因子的影响

1）主极大值条件：

当 $\delta = \dfrac{2\pi}{\lambda} d \sin\theta = 2m\pi$ 时，$[\dfrac{\sin(N\delta/2)}{\sin(\delta/2)}]^2 \to N^2$

$d \sin\theta = m\lambda$ → 光栅方程

在θ方向上产生极大，极值为：

$$I_{\rho\max} = N^2 I_0 (\frac{\sin\alpha}{\alpha})^2$$

2）极小值条件：$\left[\frac{\sin(N\delta/2)}{\sin(\delta/2)}\right]^2$

当 $\frac{\delta}{2}=(m+\frac{m'}{N})\pi\ \ (m'=1,2,\cdots N-1)$ 时,有零值。

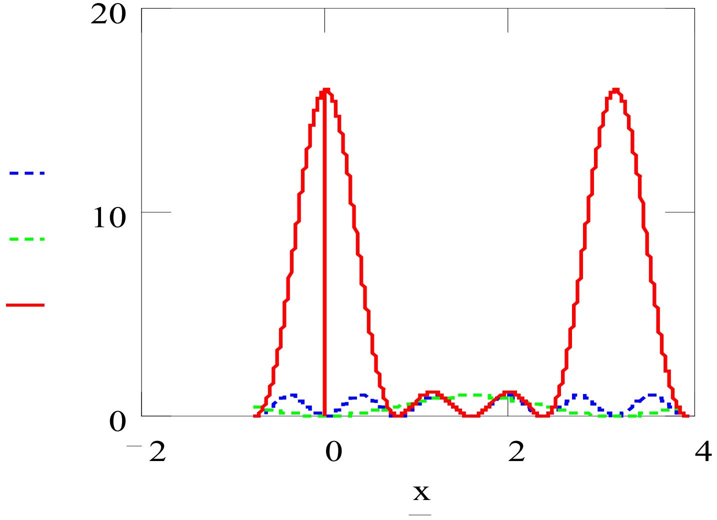
$$d\sin\theta=(m+\frac{m'}{N})\lambda\ \ (m'=1,2,\cdots N-1)$$

主极大的半角宽度： $\Delta\theta=\frac{\lambda}{Nd\cos\theta}$

说明N↑主极大的半角宽度↓亮纹宽度↓

在两个极大之间有N－1个零点，有N－2个次极大值。

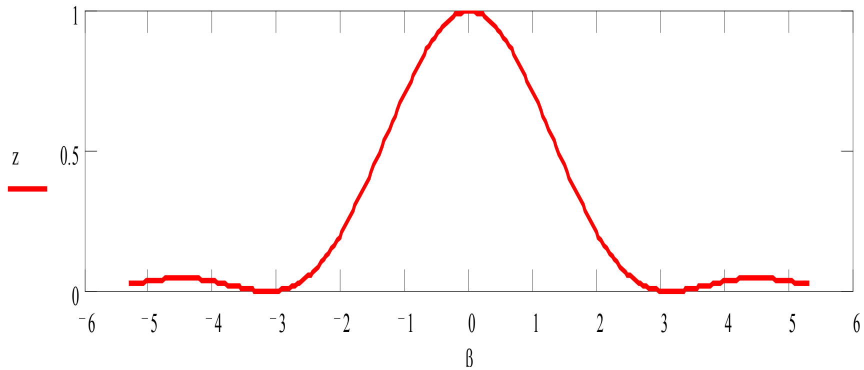
$$\frac{\sin(N\frac{\delta}{2})^2}{\sin(\frac{\delta}{2})^2}$$



N=4

（2）单缝衍射因子的影响 $\left(\dfrac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2$

极小条件 $a\sin\theta = n\lambda \qquad n = \pm1, \pm2, \cdots$



（3）缺级现象及条件：

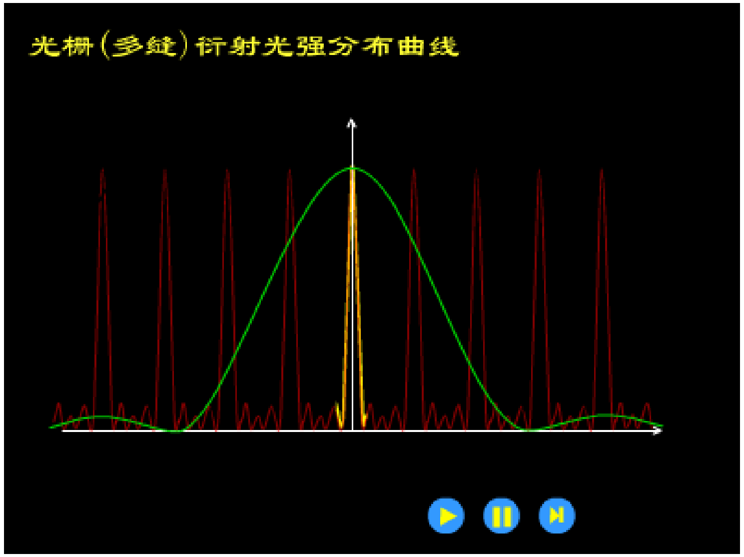
当干涉极大正好和衍射因子极小的位置重合时 $m = n\left(\dfrac{d}{a}\right)$

单缝衍射因子　只与单缝本身的性质（包括缝宽及单缝范围内引入的振幅和相位的变化）有关

多光束干涉因子　来源于狭缝的周期性排列，与单缝本身的性质无关

孔径周期排列的衍射图样的强度分布＝

单个衍射孔径的衍射因子 × 多光束干涉因子



例题：在多缝（包括双缝）的夫琅和费衍射实验中，所用的光波的波长λ=632.8nm，透镜焦距f=50cm，观察到两相邻亮纹之间的距离e=1.5mm，并且第四级条纹缺级。试求多缝的缝距和缝宽。

解：多缝衍射的亮纹条件是

$$d\sin\theta = m\lambda$$

对上式两边取微分，得到

$$d\cos\theta\Delta\theta = \Delta m\lambda \qquad \Delta\theta = \lambda / d$$

而亮纹间距 $e = f\Delta\theta = f\lambda / d$

$$d = f\lambda / e = 500mm \times 632.8 \times 10^{-6} mm / 1.5mm = 0.21mm$$

再由第4级亮纹缺级的条件知

$$a = d / 4 = 0.21mm / 4 = 0.05mm$$

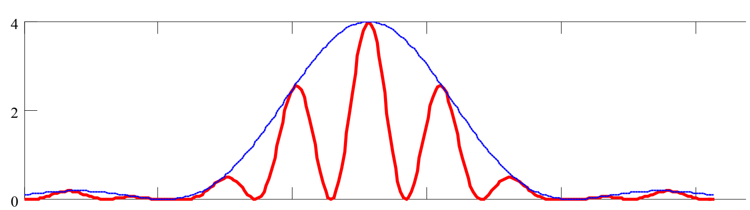
本课内容回顾

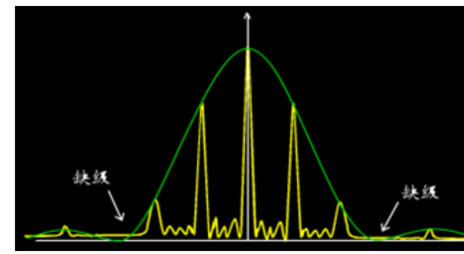
1、双缝衍射

$$I = \tilde{E} \bullet \tilde{E}^{*} = 4I_0 \left(\frac{\sin\alpha}{\alpha} \right)^2 \cos^2\left(\frac{kld}{2}\right)$$

•光强分布特点

•衍射图样





2、多缝衍射

•光强分布特点

•衍射图样

$$I = \tilde{E}\tilde{E}^{*} = I_0 \left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2 \cdot \left[\frac{\sin(N\delta/2)}{\sin(\delta/2)}\right]^2$$

3、缺级现象

单缝衍射因子　　　多光束干涉因子

作 业

- P418第19、20题

实验时间商量

- 实验集中安排在2014年12月25号至2015年1月11号之间（除去元旦放假3天）；
- 四个实验，用时4个小时，一次做完；
- 优先安排在白天，其次是工作日晚上，实在不行是周末；
- 上午（8点至12点），下午（2点至6点），晚上（6点半至10点半）。