

激光原理与技术

第五章 激光工作物质的增益特性

丁铭

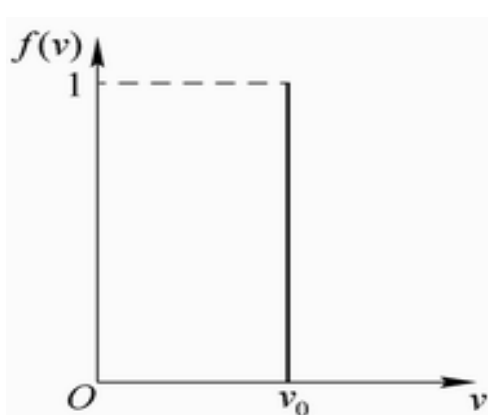
仪器科学与光电工程学院

1、谱线加宽与线型函数

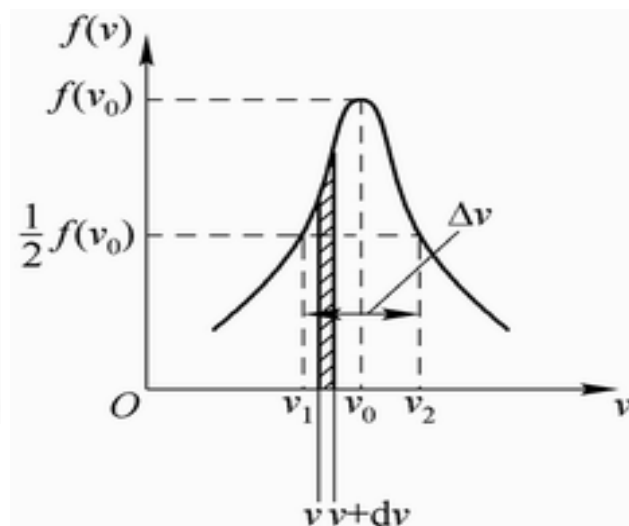
1.1 谱线加宽概述

□ 谱线加宽

- 理论：原子能级无限窄，自发辐射光为单色光。
- 实际：自发辐射并不是单色光，而是分布在中心频率 ν 附近的一个很小频率范围内——**谱线加宽**。



(a)理想线型



(b)实际线型

图5-1 谱线

□线型函数

若自发辐射的总功率为 P ，则频率分布在 $\nu \sim \nu + d\nu$ 范围内的功率应为 $P(\nu)d\nu$ ，且有

$$P = \int_{-\infty}^{+\infty} P(\nu) d\nu \quad (5-1)$$

➤ 线型函数：自发辐射跃迁概率按频率 ν 的分布函数。

$$g(\nu, \nu_0) = \frac{P(\nu)}{P} \quad (5-2)$$

则线型函数为归一化，即

$$\int_{-\infty}^{+\infty} g(\nu, \nu_0) d\nu = 1$$

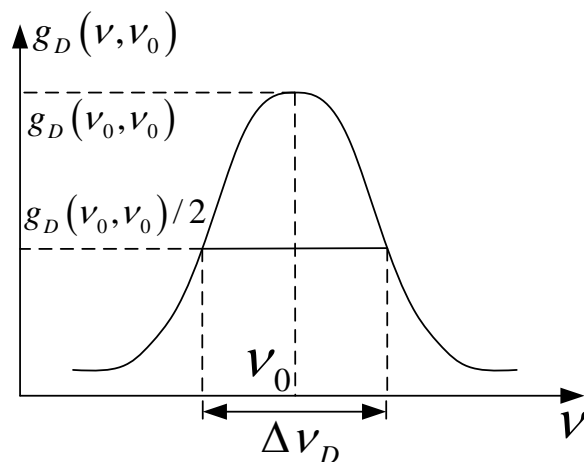


图5-2 线型函数曲线

□线宽

线宽为线型函数的半极值点所对应的频率宽度，即半幅线宽（FWHM, Full Width at Half Maximum），

$$g(\nu_1, \nu_0) = g(\nu_2, \nu_0) = \frac{1}{2} g(\nu_0, \nu_0) \quad (5-3)$$

$$\Delta\nu = \nu_2 - \nu_1 \quad (5-4)$$

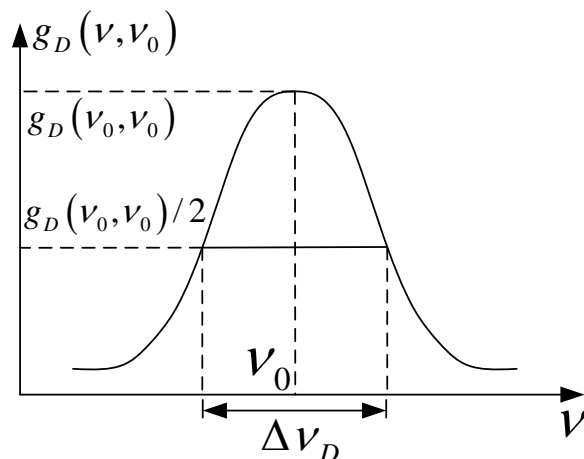


图5-2 线型函数曲线

1.2 光谱线加宽的机理

□自然加宽

由于发光粒子的激发态能级具有有限寿命而引起的自发辐射谱线加宽，**此种加宽是不可避免的。**

(1) 经典理论：

原子被看作是一个由正、负电荷组成的电偶极子。

- 加宽原因：由于原子在振动的过程中不断地辐射能量（如图5-3），则辐射出的电磁波也随之减弱，即

$$U = U_0 e^{\frac{-t}{2\tau}} \cos 2\pi\nu_0 t, t > 0 \quad (5-5)$$

- 线型函数（如图5-4所示）：

$$g_N(\nu, \nu_0) = \frac{1/\tau_s}{\left(\frac{1}{2\tau_s}\right)^2 + 4\pi^2(\nu - \nu_0)^2} = \frac{\Delta\nu_N / 2\pi}{\left(\frac{\Delta\nu_N}{2}\right)^2 + (\nu - \nu_0)^2} \quad (5-6)$$

τ_s 为原子在激光上能级 E_2 上的平均寿命， $\Delta\nu_N = \nu_2 - \nu_1 = 1/2\pi\tau_s$ 。

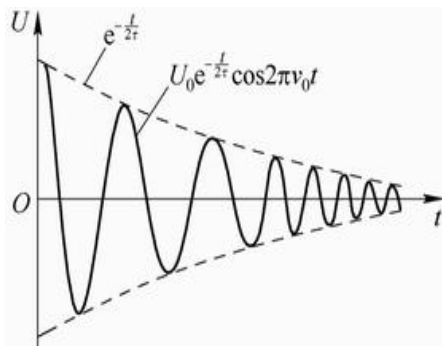


图5-3 原子自发辐射的电磁场

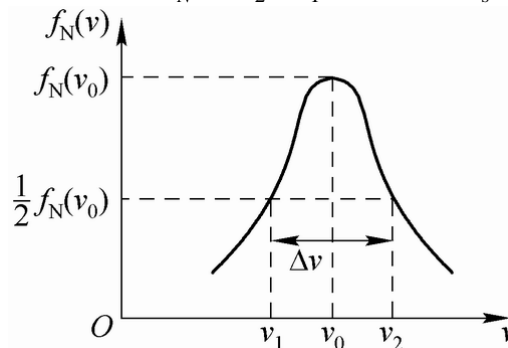


图5-4 洛伦兹线型函数

(2) 量子解释：

根据测不准原则, $\Delta E \cdot \Delta t \approx \frac{h}{2\pi}$ (h 为普朗克常数)

对原子的能级来说, 时间的不确定值就是原子的平均寿命 τ , 则能级宽度:

$$\Delta E \approx \frac{h}{2\pi\tau} \quad (5-7)$$

宽度为 ΔE_2 的上能级原子, 跃迁到宽度为 ΔE_1 的下能级时, 围 ν_0 绕中心频率的谱线宽度为:

$$\Delta \nu_N = \frac{\Delta E_2 + \Delta E_1}{h} \approx \frac{1}{2\pi} \left(\frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2} \right) \quad (5-8)$$

三种不同情况由于能级宽度引起的辐射跃迁谱线宽度:

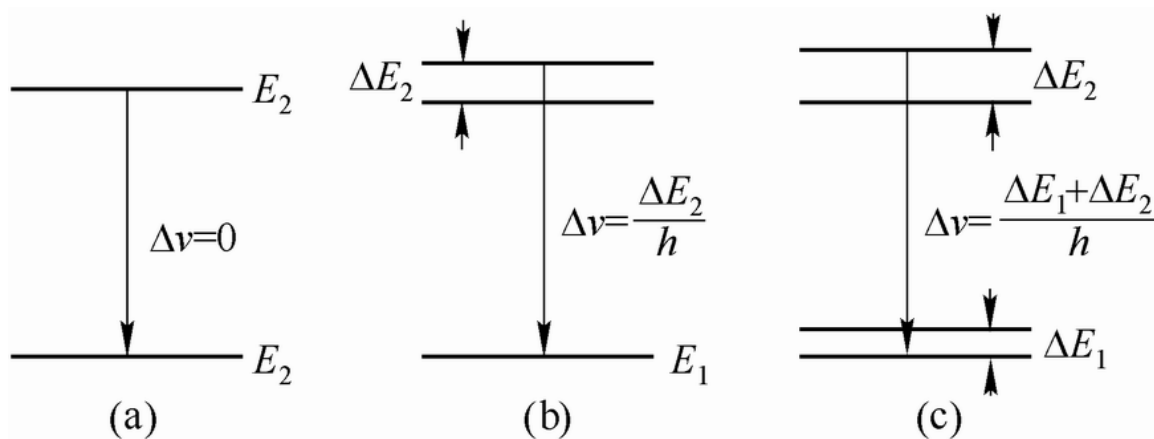


图5-5 三种不同情况下辐射谱线宽度

□碰撞加宽

由于原子之间及原子与器壁之间的无规则碰撞所引起的加宽。

- 加宽原因：碰撞使原子**发光中断或光波相位发生突变**（如图5-6所示），原子在激光上能级上的寿命缩短。

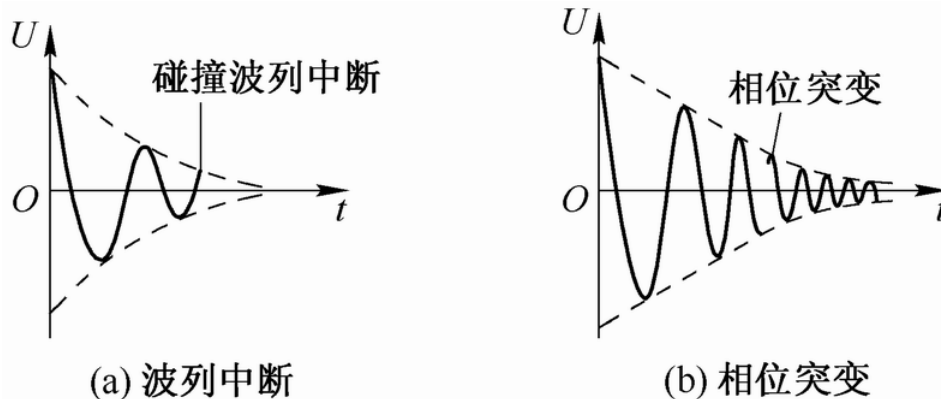


图5-6 碰撞加宽的机理

- 线型函数：由于谱线加宽可等效为能级寿命问题，则线型函数与自然加宽一致，**均为洛伦兹型函数**。

$$g_L(\nu, \nu_0) = \frac{\Delta\nu_L / 2\pi}{\left(\frac{\Delta\nu_L}{2}\right)^2 + (\nu - \nu_0)^2} \quad (5-9)$$

$\Delta\nu_L = 1/2\pi\tau_L$ ， τ_L 为平均碰撞时间，即任一原子与其他原子发生碰撞的平均时间间隔或碰撞的频繁程度。

对于放电管中气压不太高时： $\Delta\nu_L = \alpha P$ ， P 为压强， α 为比例系数。

□多普勒加宽

由于粒子的热运动引发光频率的改变（即多普勒频移）造成的。

(1) 光学多普勒效应：

光源与接收器相对运动，接收器收到的光频率不等于原频率。

设光源与接收器在两者连线方向的相对速度为 v （如图5-7所示），则接收到的光的频率为：

$$\nu' = \sqrt{\frac{1+v/c}{1-v/c}} \nu_0 \quad (5-10)$$

ν_0 为光源与接收器相对静止时的频率。一般情况下 $v \ll c$ ，上式取一级近似可得：

$$\nu \approx \nu_0 \left(1 + \frac{v}{c}\right)$$

并且光源与接收器相对趋近时， v 取正值；两者背离时， v 取负值。

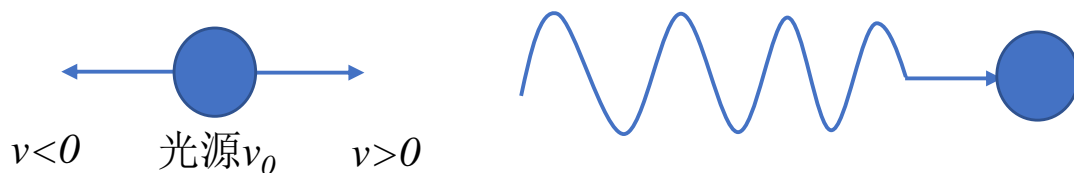


图5-7 光学多普勒效应示意图

(2) 运动原子的表现中心频率：

假设：单色光波由某一假想光源发出，原子为光波的接收器。

沿 z 方向传播的光波与中心频率为 ν_0 并具有速度 v 的运动原子相互作用时，原子表现出的中心频率为：

$$\nu \approx \nu_0 \left(1 + \frac{v}{c}\right) \quad (5-11)$$

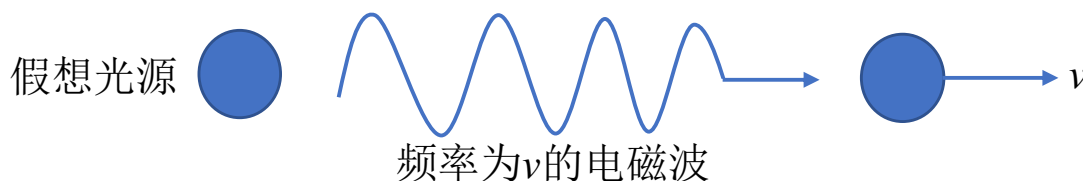


图5-8 运动原子与光波相互作用时的多普勒频移

(3) 多普勒加宽：

由于光波的多普勒效应所引起的光谱线加宽。

- 加宽原因：气体原子的热运动是无规则的，原子的运动速度各不相同，因而表观中心频率也不相同，即具有最大受激辐射跃迁概率的频率各不相同。

设单位体积工作物质内的原子数为 n ，则在温度为 T 的热平衡状态下，单位体积内具有 z 方向速度分量 v_z 处单位速度间隔内的原子数为：

$$n(v_z) = n \left(\frac{m}{2\pi k_b T} \right)^{1/2} \exp \left(-\frac{mv_z^2}{2k_b T} \right) \quad (5-12)$$

k_b 为玻耳兹曼常数； m 为原子质量。

$f(\nu)$ 为气体粒子按表现中心频率 ν 的分布函数，即气体粒子的表现中心频率处于 ν 处单位频率间隔内的粒子数与总粒子数之比，即：

$$f(\nu) = \frac{c}{\nu_0} \left(\frac{m}{2\pi k_b T} \right)^{1/2} \exp \left\{ - \left[\frac{mc^2}{2k_b T \nu_0^2} (\nu - \nu_0)^2 \right] \right\} \quad (5-13)$$

则多普勒加宽对应的线型函数为原子数按中心频率的分布函数：

$$g_D(\nu, \nu_0) = f(\nu) = \frac{c}{\nu_0} \left(\frac{m}{2\pi k_b T} \right)^{1/2} \exp \left\{ - \left[\frac{mc^2}{2k_b T \nu_0^2} (\nu - \nu_0)^2 \right] \right\} \quad (5-14)$$

线型函数具有**高斯型函数**形式，如图5-9所示。

当 $\nu = \nu_0$ 时，线型函数具有最大值：

$$g_m = g_D(\nu_0, \nu_0) = \frac{c}{\nu_0} \left(\frac{m}{2\pi k_b T} \right)^{1/2} \quad (5-15)$$

则线宽可根据 $g_D(\nu, \nu_0) = \frac{1}{2} g_m$ 得出：

$$\begin{aligned} \Delta \nu_D &= \frac{2\nu_0}{c} \left(\frac{2k_b T \ln 2}{m} \right)^{1/2} \\ &\approx 7.16 \times 10^{-7} \nu_0 \left(\frac{T}{M} \right)^{1/2} \end{aligned} \quad (5-16)$$

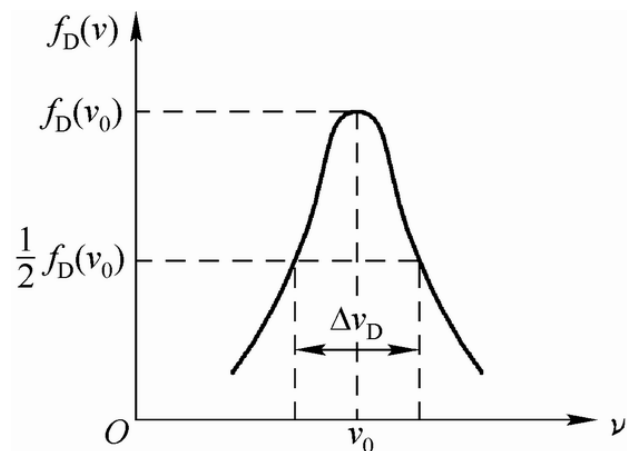


图5-9 多普勒加宽线型函数

思考：氦氖激光器和 CO_2 激光器的多普勒加宽。

比较三种谱线加宽。

□ 固体激光器的谱线加宽

(1) 晶格振动加宽：

由于**晶格粒子的热振动**，发光粒子处于随时间周期变化的晶格场中，导致激活离子的能级所对应的能量在某一范围内变化，而引起谱线加宽，且**与温度成正比**。

(2) 晶格缺陷加宽：

因晶格缺陷的影响，在晶格缺陷部位的晶格将与无缺陷部位的理想晶格场不同。处在缺陷部位的发光粒子能级发生位移，导致光谱线的中心频率发生变化，因而导致谱线加宽。

此种加宽在均匀性差的晶体（如红宝石）中表现最为突出。

1.3 均匀加宽、非均匀加宽和综合加宽

□ 均匀加宽

自然加宽和碰撞加宽均属于均匀加宽。

➤ 特点：

引起加宽的物理因素对每个粒子都是等同的，线性函数与单个发光粒子的一致。

辐射光波为偏离简谐波，每个粒子的一次发光对谱线内的所有频率都有贡献。

线型函数为洛伦兹型。

➤ 线宽：自然加宽与碰撞加宽的线宽之和。

$$\Delta\nu_H = \Delta\nu_N + \Delta\nu_L = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{1}{\tau_N} + \frac{1}{\tau_L} \right) \quad (5-17)$$

➤ 线型函数：

$$g_H(\nu, \nu_0) = \frac{\Delta\nu_H / 2\pi}{\left(\frac{\Delta\nu_H}{2} \right)^2 + (\nu - \nu_0)^2} \quad (5-18)$$

□非均匀加宽

多普勒加宽属于非均匀加宽。

➤ 特点：

不同发光粒子只对光源光谱内与其表现中心频率相应的部分有贡献。

中心频率与线型函数与单个发光粒子的不同。

线型函数为高斯函数。

➤ 均匀加宽VS非均匀加宽（如图5-10所示）：

均匀加宽线型函数表达式：

$$f_H(\nu_0) = \frac{2}{\pi \Delta \nu_H} \approx \frac{0.637}{\Delta \nu_H} \quad (5-19)$$

非均匀加宽线型函数表达式：

$$f_D(\nu_0) = \frac{2}{\Delta \nu_D} \left(\frac{\ln 2}{\pi} \right)^{1/2} \approx \frac{0.939}{\Delta \nu_D} \quad (5-20)$$

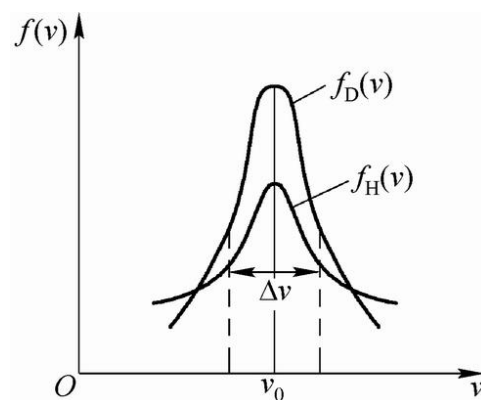


图5-10 多普勒加宽与自然加宽的对比

□综合加宽

当均匀加宽与非均匀因素同时发生时，谱线加宽为两者的叠加。

2、速率方程

- 量子电动力学：可描述全部特性；求解过程复杂。



- 速率方程：可描述激光光强特性及相关问题；无法描述激光的谱线加宽及光子统计特性等。

2.1 对自发辐射、受激辐射、受激吸收概率的修正

- 修正原因：因谱线加宽导致自发辐射不是单色光。



单色爱因斯坦系数修正为：

$$\begin{cases} A_{21}(\nu) = A_{21} g(\nu, \nu_0) \\ B_{21}(\nu) = B_{21} g(\nu, \nu_0), \quad W_{21}(\nu) = B_{21}(\nu) \rho_\nu = B_{21} g(\nu, \nu_0) \rho_\nu \\ B_{12}(\nu) = B_{12} g(\nu, \nu_0), \quad W_{12}(\nu) = B_{12}(\nu) \rho_\nu = B_{12} g(\nu, \nu_0) \rho_\nu \end{cases} \quad (5-21)$$

$A_{21}(\nu)$ 为自发辐射跃迁概率， $W_{21}(\nu)$ 为受激辐射跃迁概率， $W_{12}(\nu)$ 为受激吸收跃迁概率。

n_2 个原子中单位时间内发生自发辐射跃迁的原子总数为：

$$\left(\frac{dn_{21}}{dt}\right)_{sp} = \int_{-\infty}^{+\infty} n_2 A_{21}(\nu) d\nu = n_2 A_{21} \quad (5-22)$$

谱线加宽对单位时间内自发辐射跃迁的原子数没有影响。

n_2 个原子中单位时间内发生受激辐射跃迁的原子总数为：

$$\left(\frac{dn_{21}}{dt}\right)_{st} = \int_{-\infty}^{+\infty} n_2 W_{21}(\nu) d\nu = n_2 B_{21} \int_{-\infty}^{+\infty} g(\nu, \nu_0) \rho_\nu d\nu \quad (5-23)$$

若准单色光辐射场 ρ_ν 在中心频率 ν' 处的谱线宽度 $\Delta\nu' \ll$ 原子自然线宽 $\Delta\nu$

（如图5-11所示），则：

$$\rho_\nu = \rho \delta(\nu - \nu') \quad (5-24)$$

（5-23）可改写为：

$$\left(\frac{dn_{21}}{dt}\right)_{st} = n_2 B_{21} g(\nu', \nu_0) \rho \quad (5-25)$$

同理，单位时间内受激吸收的原子数密度：

$$\left(\frac{dn_{12}}{dt}\right)_{st} = n_2 B_{12} g(\nu', \nu_0) \rho \quad (5-25)$$

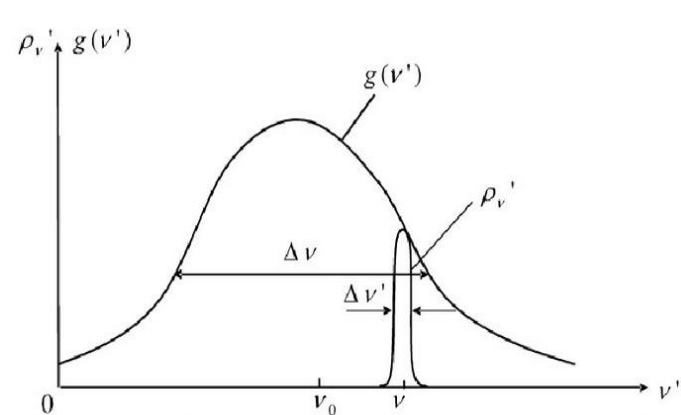


图5-11 原子和准单色场相互作用

在频率 ν 的单色辐射场的作用下，受激跃迁概率为：

$$\begin{cases} W_{21} = B_{21} g(\nu, \nu_0) \rho \\ W_{12} = B_{12} g(\nu, \nu_0) \rho \end{cases} \quad (5-26)$$

物理意义：受激跃迁概率按线型函数分布，在 ν_0 处跃迁概率最大，偏离 ν_0 后跃迁概率急剧下降。

若激光器内第 l 模的光子数密度为 N_l ，则单色光能量密度：

$$\rho = N_l h \nu \quad (5-27)$$

结合（5-26），可改写为：

$$\begin{cases} W_{21} = \frac{A_{21}}{n_\nu} g(\nu, \nu_0) N_l = \sigma_{21}(\nu, \nu_0) \nu N_l \\ W_{12} = \frac{f_2}{f_1} \frac{A_{21}}{n_\nu} g(\nu, \nu_0) N_l = \sigma_{12}(\nu, \nu_0) \nu N_l \end{cases} \quad (5-28)$$

$\sigma_{21}(\nu, \nu_0)$ ， $\sigma_{12}(\nu, \nu_0)$ 为受激辐射与受激吸收截面，

可表示为：

$$\begin{cases} \sigma_{21}(\nu, \nu_0) = \frac{A_{21} \nu^2}{8\pi \nu_0^2} g(\nu, \nu_0) \\ \sigma_{12}(\nu, \nu_0) = \frac{f_2}{f_1} \frac{A_{21} \nu^2}{8\pi \nu_0^2} g(\nu, \nu_0) \end{cases} \quad (5-29)$$

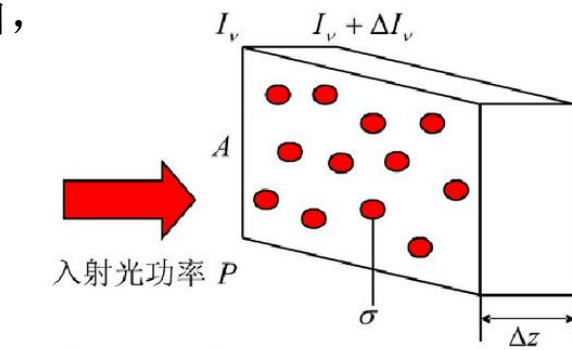


图5-12 发射截面

物理意义：中心频率出的发射与吸收界面最大。

2.2 单模振荡速率方程

□ 三能级系统速率方程

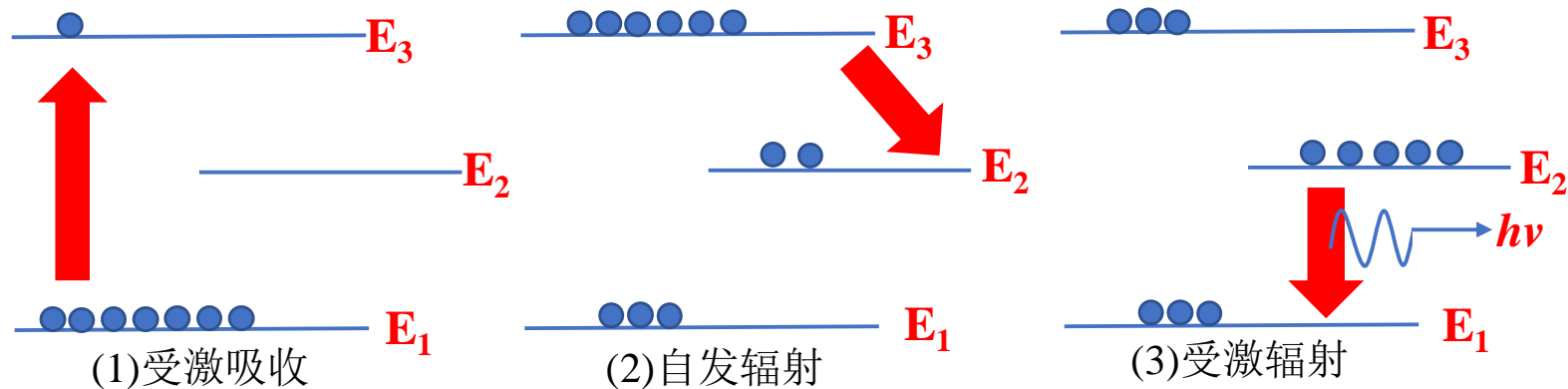


图5-13 激光产生过程

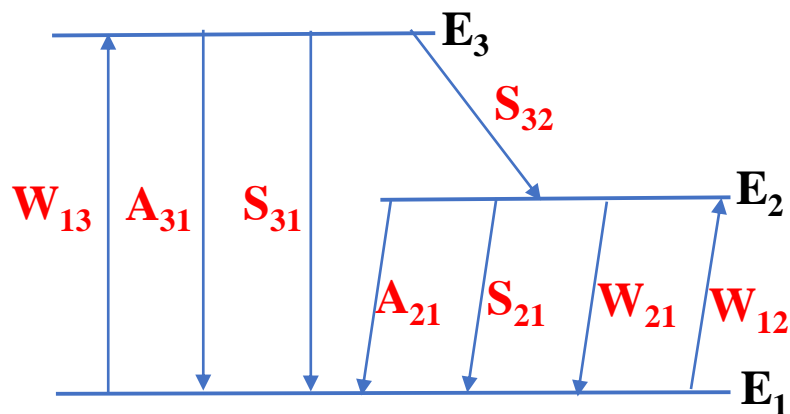


图5-14 三能级系统示意图

各能级粒子数随时间变化的方程：

$$\begin{cases} \frac{dn_3}{dt} = n_1 W_{13} - n_3 (S_{32} + A_{31} + S_{31}) \\ \frac{dn_2}{dt} = n_1 W_{12} - n_2 W_{21} - n_2 (A_{21} + S_{21}) + n_3 S_{32} \\ n_1 + n_2 + n_3 = n \end{cases} \quad (5-30)$$

第 l 个模式内的光子数密度为 N_l ,该模式的光子寿命为 τ_{Rl} ,光子数密度速率方程:

$$\frac{dN_l}{dt} = n_2 W_{21} - n_1 W_{12} - \frac{N_l}{\tau_{Rl}} \quad (5-31)$$

因此,速率方程组可改写为:

$$\begin{cases} \frac{dn_3}{dt} = n_1 W_{13} - \frac{n_3 S_{32}}{\eta_1} \\ \frac{dn_2}{dt} = -(n_2 - \frac{f_2}{f_1} n_1) \sigma_{21}(\nu, \nu_0) \nu N_l - \frac{n_2 A_{21}}{\eta_2} + n_3 S_{32} \\ n_1 + n_2 + n_3 = n \\ \frac{dN_l}{dt} = (n_2 - \frac{f_2}{f_1} n_1) \sigma_{21}(\nu, \nu_0) \nu N_l - \frac{N_l}{\tau_{Rl}} \end{cases} \quad (5-32)$$

式中, $\eta_1 = \frac{S_{32}}{S_{32} + A_{31}}$ 表示 E_3 能级向 E_2 能级无辐射跃迁的量子效率; $\eta_2 = \frac{A_{21}}{S_{21} + A_{21}}$ 表示 E_2 能级向基态跃迁的量子效率。

三能级系统有两种不同方式产生激光:

- E_3 为激光上能级, 由 $E_3 \rightarrow E_2$ 的受激跃迁产生激光 (气体三能级激光器)
- E_2 为激光上能级, 由 $E_2 \rightarrow E_1$ 的受激跃迁产生激光 (固体三能级激光器)

□ 四能级系统速率方程

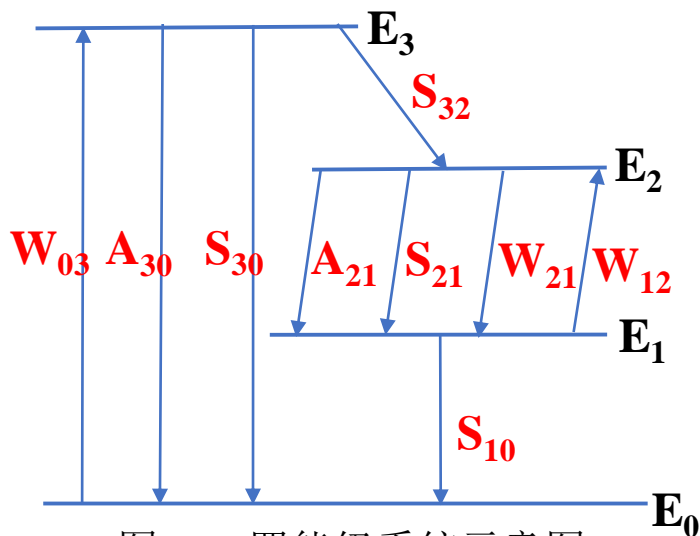


图5-15 四能级系统示意图

四能级系统特点:

- 激光下能级 E_1 不再是基态
- 能级 E_2 与 E_1 之间形成集居数反转
- $S_{30}, A_{30} \ll S_{32}, S_{21} \ll A_{21}$

各能级粒子数随时间变化的方程:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dn_3}{dt} = n_0 W_{03} - n_3 (S_{32} + A_{30}) \\ \frac{dn_2}{dt} = -\left(n_2 - \frac{f_2}{f_1} n_1\right) \sigma_{21}(\nu, \nu_0) \nu N_l - n_2 (A_{21} + S_{21}) + n_3 S_{32} \\ \frac{dn_0}{dt} = n_1 S_{10} - n_0 W_{03} + n_3 A_{30} \\ n_0 + n_1 + n_2 + n_3 = n \\ \frac{dN_l}{dt} = \left(n_2 - \frac{f_2}{f_1} n_1\right) \sigma_{21}(\nu, \nu_0) \nu N_l - \frac{N_l}{\tau_{Rl}} \end{array} \right. \quad (5-33)$$

2.3 多模振荡速率方程

若激光器中有 m 个模振荡，其中第 l 个模的频率、光子数密度、光子寿命分别为 ν_l 、 N_l 及 τ_{Rl} 。则 E_2 能级的速率方程为：

$$\frac{dn_2}{dt} = -\sum_l \left(n_2 - \frac{f_2}{f_1} n_1 \right) \sigma_{21}(\nu_l, \nu_0) \nu N_l - n_2 (A_{21} + S_{21}) + n_3 S_{32} \quad (5-34)$$

第 l 个模的光子数密度速率方程为：

$$\frac{dN_l}{dt} = \left(n_2 - \frac{f_2}{f_1} n_1 \right) \sigma_{21}(\nu_l, \nu_0) \nu N_l - \frac{N_l}{\tau_{Rl}} \quad (5-35)$$

简化：

- 各个模式的损耗均相同
- 将线型函数 $g(\nu, \nu_0)$ 用矩形谱线代替
- 矩形谱线的高度与谱线轮廓中心点的高度相等
- 矩形谱线所包含的面积与原谱线相等

3、均匀加宽激光工作物质对光的增益

3.1 增益系数

□增益系数的定义和表达式

频率为 ν ，光强为 I_0 的准单色光入射，由于受激辐射，在传播过程中光强将不断增加。在 z 处光强为 $I(z)$ ， $z+dz$ 处光强为 $I(z)+dI(z)$ （如图5-16所示），则增益系数定义为：

$$G = \frac{dI(z)}{I(z)dz} \quad (5-36)$$

将 $\begin{cases} I(z)=Nh\nu v \\ dz = vdt \end{cases}$ 代入式（5-36），得： $G = \Delta n \sigma_{21}(\nu, \nu_0) = \Delta n \frac{\nu^2 A_{21}}{8\pi \nu_0^2} g(\nu, \nu_0)$ （5-37）

- $g(\nu, \nu_0)$ 的函数形式对增益系数 G 起主要作用。因此， $G(\nu)$ 具有和线型函数相同的曲线形状，即中心频率处 G 最大。
- 证明：激光增益系数与介质的光谱线宽成反比。

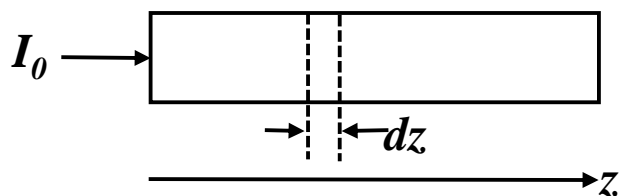


图5-17 光在增益物质中的放大

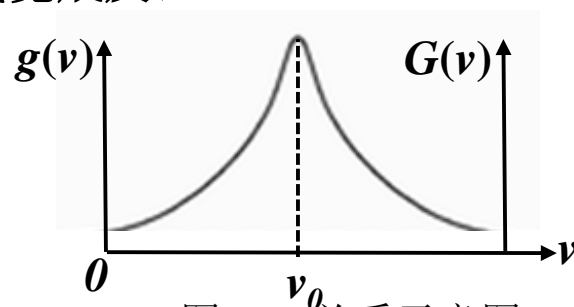


图5-18 关系示意图

3.2 反转集居数饱和

- **反转集居数饱和：** 反转集居数随受激辐射（入射光强 I ）增大而减小。
- **增益饱和：** 增益系数随入射光强增大而下降。

□ 稳态时的反转集居数密度

- **稳态情况：**

$$\frac{dn_0}{dt} = \frac{dn_2}{dt} = \frac{dn_3}{dt} = 0 \quad (5-38)$$

一般四能级系统中 $S_{01} \gg W_{03}$, $S_{32} \gg W_{03}$, $S_{30} \gg W_{32}$, 则方程可近似:


$$\left\{ \begin{array}{l} n_3 S_{32} \approx n_0 W_{03} \\ n_3 \approx 0 \\ n_1 = n_0 \frac{W_{03}}{S_{10}} \approx 0 \\ \Delta n = n_2 - n_1 \approx n_2 \\ \frac{d\Delta n}{dt} = -\boxed{\Delta n \sigma_{21}(\nu, \nu_0) \nu N} - \boxed{\frac{\Delta n}{\tau_2}} + \boxed{n_0 W_{03}} \end{array} \right. \quad (5-39)$$

受激辐射消耗的反转粒子数
抽运作用使反转粒子数增加

有限能级寿命导致的反转粒子数减少

稳态时： $\frac{dn}{dt}=0$ 且 $n_0 \approx n$ ，则：

$$\Delta n = \frac{n W_{03} \tau_2}{1 + \sigma_{21}(\nu, \nu_0) \nu N \tau_2} \quad (5-40)$$

 $N = I_\nu / h\nu$

$$\Delta n = \frac{\Delta n^0}{1 + \frac{I_\nu}{I_s(\nu)}} \quad (5-41)$$

式子 $I_s(\nu) = \frac{h\nu_1}{\sigma_{21}(\nu, \nu_0) \tau_3} \approx \frac{h\nu_0}{\sigma_{21}(\nu, \nu_0) \tau_3}$ 为频率 ν 处的饱和光强，其数值决定于增益介质的性质和受激辐射光频率。

➤ 小信号情况： $I_\nu \ll I_s(\nu)$ ，受激辐射很微弱，忽略受激辐射项，则：

$$\Delta n = \Delta n^0 = n W_{03} \tau_2 \quad (5-42)$$

小信号反转集居数密度与入射光强无关，其大小正比于受激辐射上能级寿命及激发概率 W_{03} 。

□ 反转集居数饱和

➤ 大信号情况： I_ν 足够强，则 $\Delta n < \Delta n^0$

由于 I_ν 的增大，受激辐射作用增强，导致上能级粒子数急剧减少。

(1) Δn 与入射光强 I_ν 的关系：

$$\Delta n(\nu_0, I_0) = \frac{\Delta n^0}{1 + \frac{I_{\nu 0}}{I_s}} \quad (5-43)$$

入射光强越大，反转粒子数密度的饱和作用越显著。

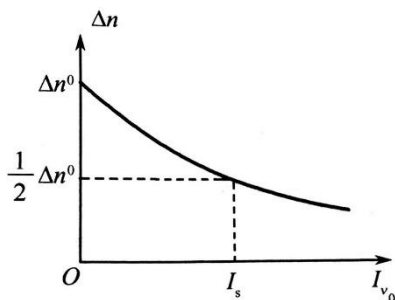


图5-19 均匀加宽介质大信号

➤ $I_{\nu 0} = 0$ 时， $\Delta n = \Delta n^0$

➤ $I_{\nu 0} = I_s$ 时， $\Delta n = \frac{1}{2} \Delta n^0$

(2) Δn 与入射频率 ν 的关系：

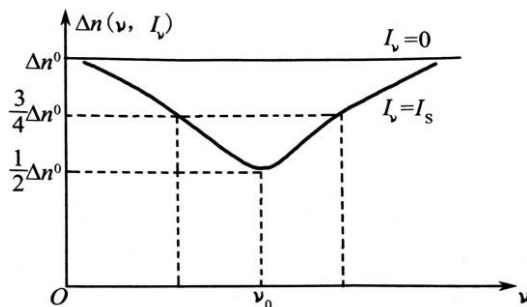


图5-20 反转粒子数密度与入射光频率的关系曲线

➤ $I_\nu = 0$ 时， $\Delta n = \Delta n^0$ ，是一条水平直线。

➤ $I_\nu = I_s$ 时，入射光频率越靠近中心频率，饱和作用越强，反之越弱。

➤ 当入射光频率在 $\nu - \nu_0 = \pm \sqrt{1 + \frac{I_\nu}{I_s}} \frac{\Delta \nu_H}{2}$ 范围内，会引起显著饱和作用。

3.3 增益饱和

当频率为 ν 光强为 I_ν 的准单色光入射到均匀加宽工作物质时，其增益系数为：

$$G_H(\nu, I_\nu) = \Delta n \sigma_{21}(\nu, \nu_0) = \Delta n \frac{\nu^2}{8\pi\nu_0^2} A_{21} g_H(\nu, \nu_0) \quad (5-44)$$

将式（5-43）代入式（5-44）得：

$$G_H(\nu, I_\nu) = \frac{G_H^0(\nu)}{1 + \frac{I_\nu}{I_s(\nu)}} \quad (5-45)$$

其中 $G_H^0(\nu)$ 为小信号增益系数，当 $I_\nu \ll I_s(\nu)$ 时，

$$G_H^0(\nu) = \Delta n^0 \sigma_{21}(\nu, \nu_0) = \Delta n^0 \frac{\nu^2}{8\pi\nu_0^2} A_{21} g_H(\nu, \nu_0) \quad (5-46)$$

小信号增益系数和入射光频率有关，其曲线关系为小信号增益曲线，形状取决于线型函数 $g_H(\nu, \nu_0)$ ，如图5-21所示。

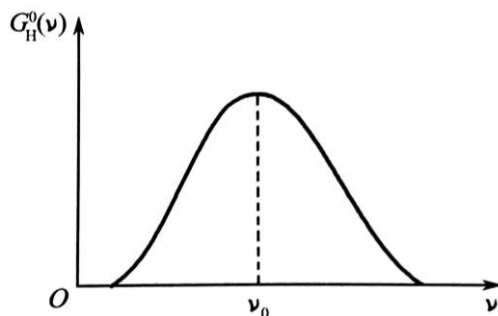
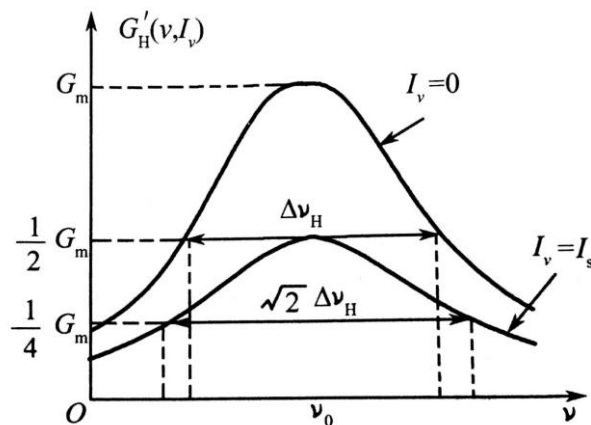


图5-21 小信号增益系数

信号增益系数（如图5-22所示）：

$$G_H(\nu, I_\nu) = \frac{\left(\frac{\Delta\nu_H}{2}\right)^2}{(\nu - \nu_0)^2 + \left(\frac{\Delta\nu_H}{2}\right)^2 \left(1 + \frac{I_\nu}{I_s}\right)} \quad (5-47)$$



- $I_\nu = I_s$ 时，在 ν_0 处增益系数降至小信号的 $\frac{1}{2}$
- 当 $\nu = \nu_0 \pm \frac{\Delta\nu_H}{2}$ 时，增益系数降至小信号的 $\frac{2}{3}$

图5-22 均匀加宽工作物质的增益饱和

思考：当两个不同频率、光强的光同时存在于激光工作物质中，在强光增益饱和的同时，对弱光的增益系数会产生什么影响？

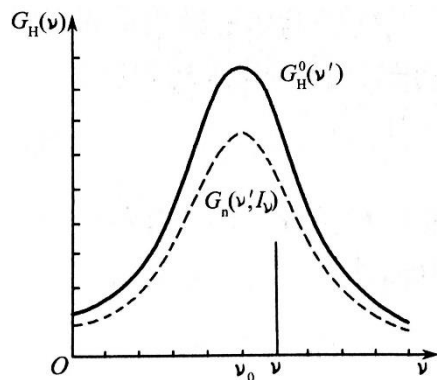


图5-23 均匀加宽工作物质中，强光入射使增益曲线均匀饱和

增益曲线下降的原因：

在均匀加宽的激光工作物质对各个频率入射光的放大作用均相同。因此，入射光引起反转集居数密度的下降，又将导致弱光 ν' 增益系数的下降。

4、非均匀加宽激光工作物质对光的增益

4.1 增益饱和

设小信号情况下的反转集居数密度 Δn^0 ，表现中心频率在 $\nu_0' \sim \nu_0' + d\nu_0'$ 范围内的粒子反转集居数密度为：

$$\Delta n^0(\nu_0')d\nu_0' = \Delta n^0 g_i(\nu_0', \nu_0)d\nu_0' \quad (5-48)$$

则这部分粒子的增益dG可表示为：

$$dG = \frac{\left(\frac{\Delta\nu_H}{2}\right)^2}{(\nu - \nu_0')^2 + \left(\frac{\Delta\nu_H}{2}\right)^2 \left(1 + \frac{I_\nu}{I_s}\right)} G_H^0(\nu_0') \quad (5-49)$$

式中, $G_H^0(\nu_0') = \frac{\nu^2 A_{21} \Delta n^0 g_i(\nu_0', \nu_0) d\nu_0'}{4\pi^2 \nu_0'^2 \Delta\nu_H}$ 为中心频率处的小信号增益系数最大值。

总得增益为全部粒子对增益贡献的综合，则：

$$G_i(\nu, I_\nu) = \int dG = \frac{\nu^2 A_{21} \Delta n^0}{4\pi^2 \nu_0'^2 \Delta\nu_H} \left(\frac{\Delta\nu_H}{2}\right)^2 \int_0^\infty \frac{g_i(\nu_0', \nu_0) d\nu_0'}{(\nu - \nu_0')^2 + \left(\frac{\Delta\nu_H}{2}\right)^2 \left(1 + \frac{I_\nu}{I_s}\right)} \quad (5-50)$$

如图5-24所示，对于非均匀加宽介质， $\Delta\nu_D \gg \Delta\nu_H$ ，因而在 $|v - v_0| < \frac{\Delta\nu_H}{2}$ 的范围内， $g_i(v_0, v_0) \approx g_i(v, v_0)$ ，则增益系数可简化为：

$$G_i(v, I_v) = \frac{G_i^0(v)}{\sqrt{1 + \frac{I_v}{I_s}}} \quad (5-51)$$

当 $I_v \ll I_s$ 时，小信号增益系数为：

$$G_i^0(v) = \frac{v^2 A_{21} \Delta n^0}{8\pi v_0^2} g_i(v, v_0) = \Delta n^0 \sigma_{21}(v, v_0) \quad (5-52)$$

小信号增益系数和频率的关系完全取决于非均匀加宽线型函数。

对于非均匀加宽介质而言，增益系数随光强的增大而减小。

强度为 I_v 的光入射时获得的增益系数是小信号时的 $(1 + I_v/I_s)^{-\frac{1}{2}}$ → 增益饱和现象

若非均匀加宽属多普勒加宽， $G_i(v, I_v) = G_D(v, I_v)$ ，则：

$$G_i^0(v) = G_i^0(v) \exp\left[-\frac{(4\ln 2)(v - v_0)^2}{\Delta\nu_D^2}\right] \quad (5-53)$$

$$G_i(v, I_v) = \frac{G_i^0(v)}{\sqrt{1 + I_v/I_s}} \exp\left[-\frac{(4\ln 2)(v - v_0)^2}{\Delta\nu_D^2}\right] \quad (5-54)$$

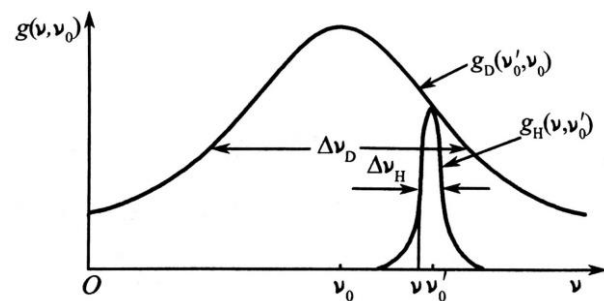


图5-24 非均匀加宽谱线与均匀加宽的关系

4.2 烧孔效应

□ 反转集居数密度的烧孔效应

- 当入射光足够强，则频率 ν_1 处的反转集居数密度为（如图5-25所示）：

$$\Delta n(\nu_1) = \frac{\Delta n^0(\nu_1)}{1 + \frac{I_{\nu_1}}{I_s}} \quad (5-55)$$

$\Delta n^0(\nu_1)$ 为频率 ν_1 处的小信号集居数密度，对应图中A点。由于饱和效应，集居数密度由A点下降到A'点。

- 对于表现中心频率为 ν_2 的粒子，由于偏离中心频率，所以引起的饱和效应较小，则：

$$\frac{\Delta n(\nu_2)}{\Delta n^0(\nu_2)} > \frac{\Delta n(\nu_1)}{\Delta n^0(\nu_1)} \quad (5-56)$$

集居数密度由B点下降到B'点。

- 当表现中心频率变为 ν_3 ，且有 $\nu_3 - \nu_1 > \sqrt{1 + \frac{I_{\nu_1}}{I_s}} \cdot \frac{\Delta \nu_H}{2}$ ，饱和效应可忽略，C点不再下降。

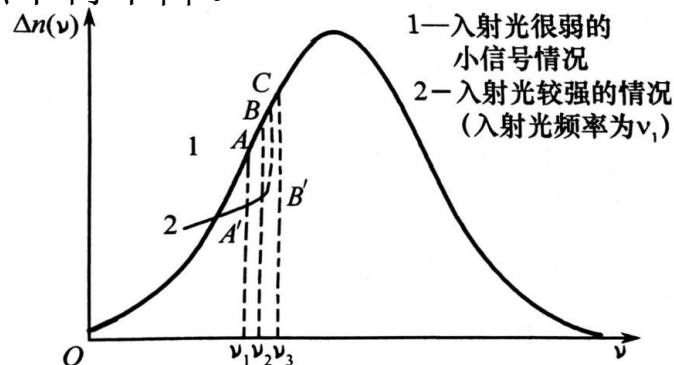


图5-25 非均匀加宽工作物质中反转集居数密度和频率的关系

在频率 ν_1 ，光强 I_{ν_1} 的强光作用下，非均匀加宽介质中的反转集居数密度产生局部饱和，即使表现中心频率处在

$$\nu - \nu_1 = \pm \sqrt{1 + \frac{I_{\nu_1}}{I_s} \cdot \frac{\Delta\nu_H}{2}} \quad (5-58)$$

范围内产生一个以 ν_1 为中心的小孔（如图5-25虚线所示）。

$$\text{孔的深度为: } \Delta n^0(\nu_1) - \Delta n(\nu_1) = \frac{I_{\nu_1}}{I_{\nu_1} + I_s} \Delta n^0(\nu_1) \quad (5-59)$$

$$\text{孔的宽度为: } \delta\nu = \sqrt{1 + \frac{I_{\nu_1}}{I_s}} \cdot \Delta\nu_H \text{ — 饱和频率宽度} \quad (5-60)$$

➤ 特性：受激辐射产生的光子数=烧孔面积

受激辐射功率 \propto 烧孔面积

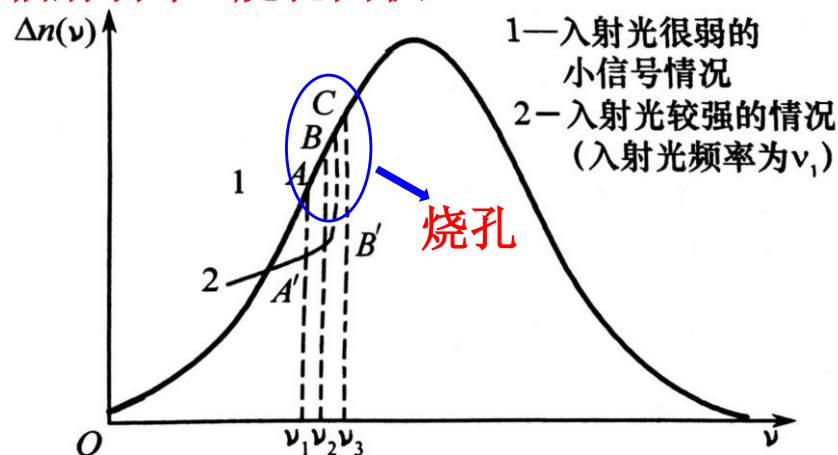


图5-25 非均匀加宽工作物质中反转集居数密度和频率的关系

□增益曲线的烧孔效应

- 定义：因增益系数与反转集居数密度成正比，则在 ν_1 附近宽度约为 $\sqrt{1+I_{\nu_1}/I_s} \Delta\nu_H$ 范围内有增益饱和作用，在此范围外的增益系数仍等于小信号增益系数，即曲线上形成一个烧孔。

思考：若同时有一频率为 ν 的弱光入射，增益系数会如何变化？

若 ν 处在强光引起的烧孔范围内，则弱光增益系数将小于其小信号增益系数；反之，则不受强光影响。

思考：若同时有多个频率的光入射，增益系数会如何变化？

当间隔大于饱和频率范围，会形成各自的烧孔；反之，烧孔会出现重叠，发生两个频率争夺反转粒子数的现象。

□非均匀加宽气体激光器中驻波产生的烧孔效应

对于多普勒加宽的气体激光器，频率为 ν_1 的振荡模在增益曲线上会形成两个烧孔且对称地分布在中心频率两侧（如图5-26所示）。

如图5-26所示，当频率为 ν_A 的纵模沿 z 方向传播时，它和表现中心频率为 ν_1 的粒子产生共振，则运动速度为：

$$\nu_z = c \left(\frac{\nu_1}{\nu_0} - 1 \right) \quad (5-61)$$

当频率为 ν_A 的纵模反射后，与速度为 $-\nu_z$ 的粒子发生共振作用，则运动速度为：

$$\nu_z = c \left(1 - \frac{\nu_1}{\nu_0} \right) \quad (5-62)$$

表现中心频率为：

$$\nu_0' = 2\nu_0 - \nu_1 \quad (5-63)$$

单一频率的光在腔内来回反射时，使 $\pm\nu_z$ 的激发态粒子减少，则对应两个烧孔。

思考：若光波频率恰好是多普勒加宽线型函数的中心频率时，会如何变化？

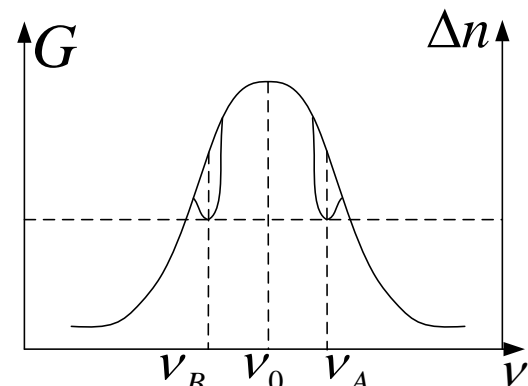


图5-25 非均匀加宽气体激光器的增益系数及反转集居数的速度分布曲线

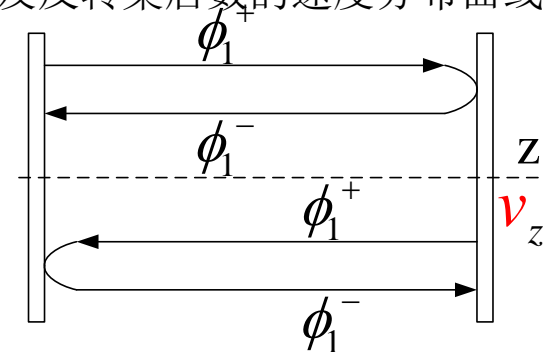


图5-26 气体激光器中纵模与运动原子相互作用说明图