

Lattice QCD: Large-Momentum Effective Theory

李梓瑞

2025 年 6 月 2 日

Table of Contents

① 格点 QCD

② 大动量有效理论

什么是 QCD

量子色动力学 (Quantum Chromodynamics) 是一个描述夸克、胶子之间强相互作用的标准动力学理论. 夸克是构成重子 (质子、中子等) 以及介子 (π 、 K 等) 的基本单元, 而胶子则传递夸克之间的相互作用, 使它们相互结合, 形成各种核子和介子, 或者使它们相互分离, 发生衰变等.

- 非阿贝尔规范场论 (即杨米尔斯规范场论)
- 规范群 $SU(3)$, 群量子数被称为 “颜色” 或者 “色荷”
- 夸克有六种味 (上、下、奇、粲、底、顶), 每种味有三种颜色 (红、绿、蓝). 胶子是传递强相互作用的规范玻色子, 共有八种

什么是 QCD

特性: 禁闭 (低能)、渐近自由 (高能) $\sim 1 \text{ GeV}$

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}_i (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi_i - g_s A_\mu^a \bar{\psi}_i \gamma^\mu T_{ij}^a \psi_j - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F_a^{\mu\nu} \quad (1)$$

- 渐近自由: QCD 具有渐近自由的特性, 即在高能量 (短距离) 下, 强耦合常数变小, 夸克和胶子之间的相互作用减弱, 表现为 “自由” 粒子
- 夸克禁闭: 在低能量 (长距离) 下, 强耦合常数增大, 夸克和胶子被禁闭在强子内部, 无法以自由粒子的形式存在

非微扰方法-格点 QCD

基本框架

- 路径积分表示
- 时空离散化, 欧几里得空间
- 组态 (config): 位置、动量、 γ 矩阵、时间等
- 格点间距 a 提供了紫外截断, 格点的总体积提供了红外截断
- 因子化分开顶角和强子内部, twist-expansion \rightarrow LCDA

应用

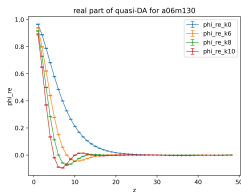
- 强子的质量和谱
- QCD 相结构

如何计算介子的质量

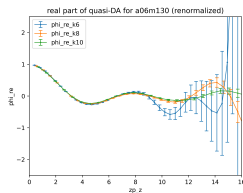
格点 QCD 模拟不含时的物理量

- ① 格点产生关联函数
- ② 关联函数到 Quasi-matrix element (LSZ reduction formula)
- ③ Quasi-ME 非微扰重整化
- ④ renormalized Quasi-ME 傅里叶变换 $\tilde{\phi}$
- ⑤ 反解积分 $\tilde{\phi}(x) \sim \int C(x, y) \phi(y) dy$
- ⑥ 物理外推 $\phi(y)$ 到 $a = 0$

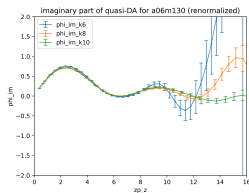
以 π 介子为例



(a) quasi-DA (real)

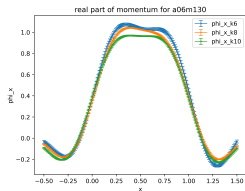


(b) renormalized quasi-DA (real)

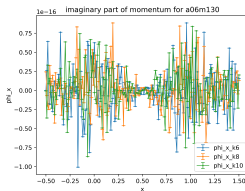


(c) renormalized quasi-DA (imag)

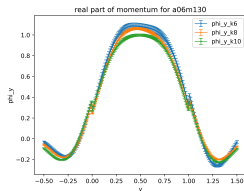
$$\tilde{\phi}(z, P_z) = \frac{C_2(z, t, P_z)}{C(z=0, t, P_z)} = \frac{H_0(1 + C(z)e^{-dE \cdot t})}{1 + C(0)e^{-dE \cdot t}} \quad (2)$$



(d) $\tilde{\phi}(x)$ (real)



(e) $\tilde{\phi}(x)$ (imag)



(f) $\phi(y)$

$$\tilde{\phi}(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dz e^{-ix\lambda} \tilde{\phi}(\lambda = zP_z) \quad (3)$$

$$\phi(y) = \int dx C^{-1}(x, y) \tilde{\phi}(x) + \cdots = \tilde{\phi}(x) - \int dx C_p(x, y)_+ \tilde{\phi}(x) + \cdots \quad (4)$$

其余技术

- 重采样
- 不同部分子分布函数 (PDF) 的形式
- 不同重整化方案
- 动量涂抹
- ...

References I

- [1] Xiangdong Ji, Yizhuang Liu, Yu-Sheng Liu, Jian-Hui Zhang and Yong Zhao. Large-momentum effective theory. Rev. Mod. Phys., 93:035005, Aug 2021.
- [2] 刘川. 格点量子色动力学导论.