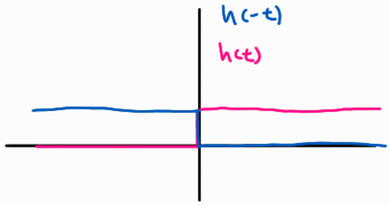
Lab 2 Convolución de señales

Juan D. Barceló
Isabella Chacón
Elkin Pulgar

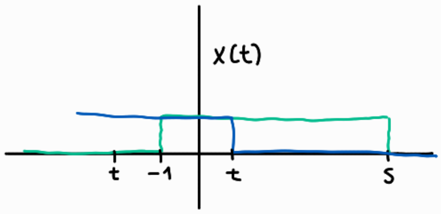
a) $h(t) = e^{\frac{4}{5}t}\, u(t)$ $\quad x(t) = e^{-\frac{3}{4}t}\left[u(t+1) - u(t-5)\right]$



$$h(t-\tau) = e^{4/5(t-\tau)}\, u(t-\tau)$$

$$x(\tau) = e^{-\frac{3}{4}\tau}\left[u(\tau+1) - u(\tau-5)\right]$$

$$y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{3}{4}\tau}\left[u(\tau+1) - u(\tau-5)\right] e^{\frac{4}{5}(t-\tau)}\, u(t-\tau)\, d\tau$$



$t < -1$ $\quad y(t) = 0$

$-1 \le t < 5$

$$y(t) = \int_{-1}^{t} e^{-3/4\tau}\, e^{4/5 t}\, e^{-\frac{4}{5}\tau}\, d\tau = e^{4/5 t}\int_{-1}^{t} e^{\frac{-31\tau}{20}}\, d\tau$$

$$= -\frac{20}{31} e^{4/5 t}\left(e^{\frac{-31t}{20}} - e^{31/20}\right)$$

$t \ge 5$

$$y(t) = \int_{-1}^{5} e^{-3/4\tau}\, e^{4/5 t}\, e^{-\frac{4}{5}\tau}\, d\tau = e^{4/5 t}\int_{-1}^{t} e^{\frac{-31\tau}{20}}\, d\tau = -\frac{20}{31} e^{4/5 t}\; e^{\frac{-31}{20}}\Big|_{-1}^{5} = -\frac{20}{31} e^{4/5 t}\left(e^{-31/4} - e^{31/20}\right)$$

$$y(t) = \begin{cases} 0 & t < -1 \\ -\frac{20}{31} e^{4/5 t}\left(e^{\frac{-31t}{20}} - e^{31/20}\right) & -1 \le t < 5 \\ -\frac{20}{31} e^{4/5 t}\left(e^{-31/4} - e^{31/20}\right) & t \ge 5 \end{cases}$$

El resultado es una constante multiplicada por una señal exponencial creciente lo cual genera un error despues de 5 con respecto a la ecuación dada por np.convolve dado a que como se acaba el rango de convolución la señal baja hasta cero, pero como la señal es infinita creciente, los calculos a mano no van a cero.

Se hacen los calculos nuevamente con $h(t) = e^{-4/5 t}\, u(t)$

$$y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{3}{4}\tau}\left[u(\tau+1) - u(\tau-5)\right] e^{-\frac{4}{5}(t-\tau)}\, u(t-\tau)\, d\tau$$

$t < -1$ $\quad y(t) = 0$

$-1 \le t \le 5$

$$y(t) = \int_{-1}^{t} e^{-3/4\tau}\, e^{-4/5 t}\, e^{4/5\tau}\, d\tau = e^{-4/5 t}\int_{-1}^{t} e^{\tau/20}\, d\tau = 20\, e^{-4/5 t}\left(e^{t/20} - e^{-1/20}\right)$$

$t \ge 5$

$$y(t) = \int_{-1}^{5} e^{-3/4\tau}\, e^{-4/5 t}\, e^{4/5\tau}\, d\tau = e^{-4/5 t}\int_{-1}^{5} e^{\tau/20}\, d\tau = 20\, e^{-4/5 t}\left(e^{5/20} - e^{-1/20}\right)$$

$$y(t) = \begin{cases} 0 & t < -1 \\ 20\, e^{-4/5 t}\left(e^{t/20} - e^{-1/20}\right) & -1 \le t < 5 \\ 20\, e^{-4/5 t}\left(e^{5/20} - e^{-1/20}\right) & t \ge 5 \end{cases}$$