

Tipus recursius de dades (2a sessió)

R. Ferrer i Cancho

Universitat Politècnica de Catalunya

PRO2 (curs 2016-2017)

Versió 0.4

Avís: aquesta presentació no pretén ser un substitut dels apunts oficials de l'assignatura.

- ▶ Tema 7: Tipus recursius de dades
- ▶ 11a sessió

Avui

- ▶ Com s'implementen llistes (dues maneres diferents), arbres binaris.

Implementació amb nodes enllaçats de la classe Llista

Nova variant de *Llista*

- ▶ Permet mateixes funcionalitats.
- ▶ Novetat: punt d'interès enlloc d'iterador.

No veurem en aquest curs com es fa la implementació d'iteradors

Novetat tipus llista: punt d'interès

- ▶ Afegir operacions de desplaçament endavant i endarrera del punt d'interès.
- ▶ Operacions d'afegir i eliminar determinades per la posició del punt d'interès.
- ▶ Operacions per consultar i modificar l'element apuntat pel punt d'interès.
- ▶ Implementació: atribut (privat) de tipus punter a node.
- ▶ Avantatge: més modularitat (punt d'interès no manipulable independentment d'aquesta).
- ▶ Efecte lateral: passar llista per ref (no constant) per a qualsevol operació de cerca o recorregut.

Definició classe LLista l

- ▶ Apuntador a node `act` apunta a l'element consultable de la llista (si no es nul)
- ▶ Element actual: element apuntat per `act`
- ▶ `act` nul s'interpreta com si el punt d'interès estigués al final de tot (a sobre d'un element fictici posterior a l'últim element real).
- ▶ Accés ràpid tant al primer com a l'últim node de la llista (= dos punters a aquests nodes).
- ▶ Conveni llista buida: `longitud` zero i els tres apuntadors (`primer_node`, `ultim_node` i `act`) nuls.
- ▶ Per una altra part, els nodes han de contenir punters al següent i a l'anterior per poder desplaçar `act` endavant i endarrera.

Definició classe Llista I

```
template <class T> class Llista {
private:
    struct node_llista {
        T info;
        node_llista* seg;
        node_llista* ant;
    };
    int longitud;
    node_llista* primer_node;
    node_llista* ultim_node;
    node_llista* act;
    ... // especificació i implementació d'operacions privades
public:
    ... // especificació i implementació d'operacions públiques
};
```

Copiar cadenes

```
node_llista* copia_node_llista(node_llista* m, node_llista* oact,
                               node_llista* &u, node_llista* &a) {
/* Pre: cert */
/* Post: si m és nullptr, el resultat, u i a són nullptr; en cas contrari,
el resultat apunta al primer node d'una cadena de nodes que són còpia de
de la cadena que té el node apuntat per m com a primer, u apunta a l'últim
node, i a és o bé nullptr si oact no apunta a cap node de la cadena que comença amb m
o bé apunta al node còpia del node apuntat per oact */

node_llista* n;
if (m == nullptr) {n = nullptr; u = nullptr; a = nullptr;}
else {
    n = new node_llista;
    n->info = m->info;
    n->ant = nullptr;
    n->seg = copia_node_llista(m->seg, oact, u, a);
    if (n->seg == nullptr) u = n;
    else (n->seg)->ant = n;
    if (m == oact) a = n;
}
return n;
}
```


Esborrar cadenes

```
static void esborra_node_llista(node_llista* m) {  
/* Pre: cert */  
/* Post: no fa res si m és nullptr, en cas contrari, allibera espai dels  
        nodes de la cadena que té el node apuntat per m com a primer */  
    if (m != nullptr) {  
        esborra_node_llista(m->seg);  
        delete m;  
    }  
}
```

Constructures i destructora

```
Llista() {  
    longitud = 0;  
    primer_node = nullptr;  
    ultim_node = nullptr;  
    act = nullptr;  
}  
  
Llista(const Llista& original) {  
    longitud= original.longitud;  
    primer_node = copia_node_llista(original.primer_node, original.act,  
                                    ultim_node, act);  
}  
  
~Llista() {  
    esborra_node_llista(primer_node);  
}
```

Redefinició de l'assignació

```
Llista& operator=(const Llista& original) {  
    if (this != &original) {  
        longitud = original.longitud;  
        esborra_node_llista(primer_node);  
        primer_node = copia_node_llista(original.primer_node, original.act,  
                                         ultim_node, act);  
    }  
    return *this;  
}
```

Modificadores I

```
void l_buida() {  
    esborra_node_llista(primer_node);  
    longitud = 0;  
    primer_node = nullptr;  
    ultim_node = nullptr;  
    act = nullptr;  
}
```

Modificadores II

```
void afegir(const T& x) {  
    /* Pre: cert */  
    /* Post: el p.i. és com el seu valor original, però amb x  
       afegit a l'esquerra del punt d'interès */  
    node_llista* aux;  
    aux = new node_llista; // reserva espai pel nou element  
    aux->info = x;  
    aux->seg = act;  
    if (longitud == 0) { // la llista es buida  
        aux->ant = nullptr;  
        primer_node = aux;  
        ultim_node = aux;  
    }  
    else if (act == nullptr) { // el punt d'interès es troba  
                               // passat el darrer element  
        aux->ant = ultim_node;  
        ultim_node->seg = aux;  
        ultim_node = aux;  
    }  
    ...  
}
```

(continuació)

```
else if (act == primer_node) {
    aux->ant = nullptr;
    act->ant = aux;
    primer_node = aux;
}
else {
    aux->ant = act->ant;
    (act->ant)->seg = aux;
    act->ant = aux;
}
++longitud;
}
```

Modificadores IV

```
void eliminar() {  
    /* Pre: el p.i. és una llista no buida i el seu punt d'interès  
       no està a la dreta de tot */  
    /* Post: El p.i. és com el p.i. original sense l'element on estava el  
       punt d'interès i amb el nou punt d'interès avançat una posició a la dreta */  
    node_llista* aux;  
    aux = act; // conserva l'accés al node actual  
    if (longitud == 1) {  
        primer_node = nullptr;  
        ultim_node = nullptr;  
    }  
    else if (act == primer_node) {  
        primer_node = act->seg;  
        primer_node->ant = nullptr;  
    }  
    ...  
}
```

(continuació)

```
...  
else if (act == ultim_node) {  
    ultim_node = act->ant;  
    ultim_node->seg = nullptr;  
}  
else {  
    (act->ant)->seg = act->seg;  
    (act->seg)->ant = act->ant;  
}  
act = act->seg; // avança el punt d'interès  
delete aux; // allibera l'espai de l'element esborrat  
--longitud;  
}
```


Interès: concatenació eficient respecte concatenació cridant a afegir.

```
void concat(Llista& l) {  
    /* Pre: l=L */  
    /* Post: el p.i. té els seus elements originals seguits pels de  
    L, l és buida, i el punt d'interés del p.i. queda situat a  
    l'inici */  
    if (l.longitud > 0) { // si la llista l és buida no cal fer res  
        if (longitud == 0) {  
            primer_node = l.primer_node;  
            ultim_node = l.ultim_node;  
            longitud = l.longitud;  
        }  
        else {  
            ultim_node->seg = l.primer_node;  
            (l.primer_node)->ant = ultim_node;  
            ultim_node = l.ultim_node;  
            longitud += l.longitud;  
        }  
        l.primer_node = l.ultim_node = l.act = nullptr;  
        l.longitud = 0;  
    }  
    act = primer_node;  
}
```

```
bool es_buida() const {  
    return primer_node == nullptr;  
}
```

```
int mida() const {  
    return longitud;  
}
```

Noves operacions per a consultar i modificar l'element actual

```
T actual() const { // equival a consultar *it si it és un iterador
/* Pre: el p.i. és una llista no buida i el seu punt d'interès no està
    a la dreta de tot */
/* Post: el resultat és l'element actual del p.i. */
    return act->info;
}

void modifica_actual(const T &x) { // equival a fer *it=x (it és un iterador)
/* Pre: el p.i. és una llista no buida i el seu punt d'interès no està
    a la dreta de tot */
/* Post: el p.i. és com el seu valor original, però amb x reemplaçant
    l'element actual */
    act->info = x;
}
```

Noves operacions per a moure el punt d'interès I

```
void inici() {    // equival a fer it=l.begin(); si it és un iterador
/* Pre: cert */
/* Post: el punt d'interès del p.i. està situat a sobre del primer
        element de la llista o a la dreta de tot si la llista és buida */
    act = primer_node;
}

void fi() {       // equival a fer it=l.end(); si it és un iterador
/* Pre: cert */
/* Post: el punt d'interès del p.i. està situat a la dreta de tot */
    act = nullptr;
}

void avanca() {   // equival a fer ++it; si it és un iterador
/* Pre: el punt d'interès del p.i. no està a la dreta de tot */
/* Post: el punt d'interès del p.i. està situat una posició més a la
        dreta que al valor original del p.i. */
    act = act->seg;
}
```

Noves operacions per a moure el punt d'interès I

```
void retrocedeix() { // equival a fer --it; si it és un iterador
/* Pre: el punt d'interès del p.i. no està a sobre del primer element de la llista*/
/* Post: el punt d'interès del p.i. està situat una posició més a l'esquerra que al
valor original del p.i. */
    if (act == nullptr) act = ultim_node;
    else act = act->ant;
}

bool dreta_de_tot() const { // equival a comparar it==l.end() si it és un iterador
/* Pre: cert */
/* Post: el resultat indica si el punt d'interès del p.i. està a la dreta de tot */
    return act == nullptr;
}

bool sobre_el_primer() const { // equival a comparar it==l.begin() si it és un iterador
/* Pre: cert */
/* Post: el resultat indica si el punt d'interès del p.i. està a sobre del
primer element del p.i. o està a la dreta de tot si la llista és buida*/
    return act == primer_node;
}
```

Llistes doblement encadenades amb sentinella

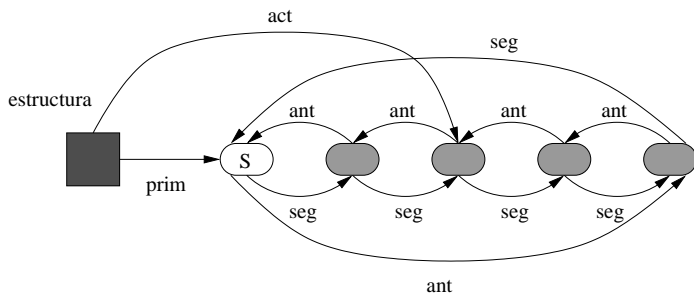
Implementacions llistes:

- ▶ Sense sentinella: nombre de nodes = nombre d'elements de la llista.
- ▶ Amb sentinella: nombre de nodes = nombre d'elements de la llista + 1

Sentinella:

- ▶ Node extra; no conté cap element real.
- ▶ Objectiu: simplificar el codi d'algunes operacions com ara afegir i eliminar.
- ▶ L'estructura mai tindrà punters amb valor nullptr. El sentinella farà el paper que aquests tenien.

Esquema estructura interna llistes doblement encadenades amb sentinella

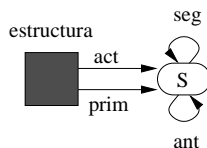


S, l'element sentinella:

- ▶ 1er element de l'estructura.
- ▶ Anar a l'inici és anar al següent del sentinella.
- ▶ No està prohibit que l'element actual sigui el sentinella però, si l'és, no es pot esborrar, modificar ni consultar.
- ▶ El darrer element de l'estructura és l'anterior del sentinella.
- ▶ El sentinella és el següent del darrer.

Esquema per llistes buides (amb sentinella i doble encadenament)

Si l'estructura és buida, el sentinella s'apunta a ell mateix.



Un nou atribut privat

sent apunta sempre al sentinella (fins i tot quan la llista és buida).

```
template <class T> class Llista {
private:
    struct node_llista {
        T info;
        node_llista* seg;
        node_llista* ant;
    };
    int longitud;
    node_llista* sent;
    node_llista* act;
    ... // especificació i implementació d'operacions privades
public:
    ... // especificació i implementació d'operacions públiques
};
```

Llista buida:

- ▶ següent i anterior del sentinella = sentinella

Llista no buida:

- ▶ següent del sentinella = primer de la llista
- ▶ anterior del sentinella = darrer de la llista
- ▶ sentinella = anterior del primer
- ▶ sentinella = següent del darrer

act mai valdrà nul

- ▶ act apuntarà a l'element consultable de la llista (l'actual) o bé
- ▶ act apuntarà al sentinella en el cas de que el punt d'interès estigui situat a la dreta de tot.

Els punters a node seg i ant tampoc valdran nul mai,

- ▶ cal reimplementar les operacions privades per copiar i esborrar cadenes de `node_llista`.

Nova còpia de cadenes de node_llista

```
node_llista* copia_node_llista(node_llista* m, node_llista* s, node_llista* oact,
                                node_llista* &ns, node_llista* &a)
/* Pre: s apunta a un sentinella, m i s pertanyen a la mateixa cadena de nodes */
/* Post: si m apunta a s, el resultat, ns i a apunten a una còpia del sentinella;
en cas contrari, el resultat apunta al primer node d'una cadena de nodes que
són còpia de la cadena que té el node apuntat per m com a primer i acaba en s,
ns apunta a la còpia del sentinella s, i a apunta al node còpia del node apuntat
per oact */
{
    node_llista* n = new node_llista;
    if (m==s) {n->ant = n; n->seg = n; ns = n; a = n;}
    else {
        n->info = m->info;
        n->seg = copia_node_llista(m->seg, s, oact, ns, a);
        (n->seg)->ant = n;
        ns->seg = n;
        n->ant = ns;
        if (m == oact) a = n;
    }
    return n;
}
```

Nou esborrament de cadenes de node_llista

```
static void esborra_node_llista(node_llista* m, node_llista* s)
/* Pre: s apunta a un sentinella, m i s pertanyen a la mateixa cadena
    de nodes */
/* Post: si m apunta a s, esborra el sentinella; en cas contrari,
    allibera espai dels nodes de la cadena que té el node apuntat
    per m com a primer i acaba en s */
{
    if (m != s) {
        esborra_node_llista(m->seg, s);
    }
    delete m;
}
```

Constructores

```
Llista() {  
    longitud = 0;  
    sent = new node_llista;  
    sent->seg = sent;  
    sent->ant = sent;  
    act = sent;  
}  
  
Llista(const Llista& original) {  
    longitud = original.longitud;  
    node_llista* aux;  
    aux = copia_node_llista((original.sent)->seg, original.sent,  
                           original.act, sent, act);  
}
```

Atenció: valor inicial del primer paràmetre de `copia_node_llista`.

Destructor i assignació

Destructor

```
~Llista() {  
    esborra_node_llista(sent->seg, sent);  
}
```

Redefinició de l'assignació

```
Llista& operator=(const Llista& original) {  
    if (this != &original) {  
        longitud = original.longitud;  
        esborra_node_llista(sent->seg, sent);  
        node_llista* aux;  
        aux = copia_node_llista((original.sent)->seg, original.sent,  
                                original.act, sent, act);  
    }  
    return *this;  
}
```


Modificadores I

```
void l_buida() {  
    esborra_node_llista(sent->seg, sent);  
    longitud = 0;  
    sent = new node_llista;  
    sent->seg = sent;  
    sent->ant = sent;  
    act = sent;  
}
```

```
void afegir(const T& x) {  
    node_llista* aux;  
    aux = new node_llista;  
    aux->info = x;  
    aux->seg = act;  
    aux->ant = act->ant;  
    (act->ant)->seg = aux;  
    act->ant = aux;  
    ++longitud;  
}
```

Modificadores II

```
void eliminar()
/* Pre: l'original + act != sent */
{
    node_llista* aux;
    aux= act;
    (act->ant)->seg = act->seg;
    (act->seg)->ant = act->ant;
    act = act->seg;
    delete aux;
    --longitud;
}
```

Modificadores III (ús de swap())

```
void concat(Llista& l) {
    if (l.longitud > 0) {
        if (longitud == 0) swap(set, l.sent);
        else {
            (sent->ant)->seg= (l.sent)->seg; // connectem les dues llistes
            (l.sent)->seg->ant= sent->ant;
            sent->ant= (l.sent)->ant; // adaptem sent al fet que l'ultim element
            ((l.sent)->ant)->seg= sent; // del p.i. passa a ser l'ultim element de l
            (l.sent)->seg= l.sent; // el sentinella de l passa a
            (l.sent)->ant= l.sent; // apuntar-se a ell mateix
        }
        l.act= l.sent;
        longitud+= l.longitud;
        l.longitud= 0;
    }
    act = sent->seg;
}
```

Operacions que no canvien amb sentinella o sense

Consultores

```
bool es_buida() const {  
    return longitud == 0;  
}  
  
int mida() const {  
    return longitud;  
}
```

Noves operacions per a consultar i modificar l'element actual

```
T actual() const  
/* Pre: l'original + act != sent */  
{  
    return act->info;  
}  
  
void modifica_actual(const T &x)  
/* Pre: l'original + act != sent */  
{  
    act->info = x;  
}
```

Noves operacions per a moure el punt d'interès

```
void inici() {  
    act = sent->seg;  
}
```

```
void fi() {  
    act = sent;  
}
```

```
void avança() {  
    act = act->seg;  
}
```

```
void retrocedeix() {  
    act = act->ant;  
}
```

```
bool dreta_de_tot() const {  
    return act == sent;  
}
```

```
bool sobre_el_primer() const {  
    return act == (sent->seg);  
}
```

Definició classe Arbre

- ▶ Un element d'un arbre binari: entre 0 i 2 següents.
- ▶ struct del node conté dos puntera a node.

```
template <class T> class Arbre {  
    private:  
        struct node_arbre {  
            T info;  
            node_arbre* segE;  
            node_arbre* segD;  
        };  
        node_arbre* primer_node;  
        ... // especificació i implementació d'operacions privades  
    public:  
        ... // especificació i implementació d'operacions públiques  
};
```

Arbre buit: atribut `primer_node` a node nul

Copiar jerarquies de nodes

Genera recursivament una còpia de la jerarquia de nodes que penja d'un punter a node_arbre donat.

```
static node_arbre* copia_node_arbre(node_arbre* m) {  
    /* Pre: cert */  
    /* Post: el resultat és nullptr si m és nullptr; en cas contrari, el resultat apunta  
            al node arrel d'una jerarquia de nodes que és una còpia de la  
            jerarquia de nodes que té el node apuntat per m com a arrel */  
    node_arbre* n;  
    if (m==nullptr) n=nullptr;  
    else {  
        n = new node_arbre;  
        n->info = m->info;  
        n->segE = copia_node_arbre(m->segE);  
        n->segD = copia_node_arbre(m->segD);  
    }  
    return n;  
}
```

- ▶ Usada en la constructora de còpia d'arbre.
- ▶ Hem suposat que l'operador d'assignació del tipus T de la info funciona com a una operació de còpia.

Esborrar jerarquies de nodes

Alliberar recursivament tots els nodes apuntats per un punter a node_arbre.

```
static void esborra_node_arbre(node_arbre* m) {  
    /* Pre: cert */  
    /* Post no fa res si m és nullptr; en cas contrari, allibera espai de tots els  
        nodes de la jerarquia que té el node apuntat per m com a arrel */  
    if (m != nullptr) {  
        esborra_node_arbre(m->segE);  
        esborra_node_arbre(m->segD);  
        delete m;  
    }  
}
```

Usada per la destructora d'arbre i en l'acció modificadora de buidar un arbre.

Constructores i destructora

```
Arbre() {  
    /* Pre: cert */  
    /* Post: el p.i. és un arbre buit */  
    primer_node= nullptr;  
}  
  
Arbre(const Arbre& original) {  
    /* Pre: cert */  
    /* Post: el p.i. és una còpia d'original */  
    primer_node = copia_node_arbre(original.primer_node);  
}  
  
~Arbre() {  
    esborra_node_arbre(primer_node);  
}
```

Operador d'assignació i modificadores l

```
Arbre& operator=(const Arbre& original) {  
    if (this != &original) {  
        esborra_node_arbre(primer_node);  
        primer_node = copia_node_arbre(original.primer_node);  
    }  
    return *this;  
}  
  
void a_buit() {  
    esborra_node_arbre(primer_node);  
    primer_node= nullptr;  
}
```

Modificadores II

```
void plantar(const T &x, Arbre &a1, Arbre &a2) {  
/* Pre: el p.i. és buit, a1=A1, a2=A2,  
   el p.i. no és el mateix objecte que a1 ni que a2 */  
/* Post: el p.i. és un arbre amb arrel igual a x, amb fill esquerre igual a A1  
   i amb fill dret igual a A2; a1 i a2 són buits */  
node_arbre* aux;  
aux= new node_arbre;  
aux->info = x;  
aux->segE = a1.primer_node;  
if (a2.primer_node != a1.primer_node or a2.primer_node == nullptr)  
    aux->segD = a2.primer_node;  
else  
    aux->segD = copia_node_arbre(a2.primer_node);  
primer_node = aux;  
a1.primer_node= nullptr;  
a2.primer_node= nullptr;  
}
```

Què podria passar amb `a.plantar(x, a, b)` (prohibit per la precondició)?

Modificadores III

```
void fills(Arbre &fe, Arbre &fd) {  
/* Pre: el p.i. no està buit i li diem A, fe i fd són buits  
   i no son el mateix objecte */  
/* Post: fe és el fill esquerre d'A, fd és el fill dret d'A,  
   el p.i. és buit */  
    fe.primer_node = primer_node->segE;  
    fd.primer_node = primer_node->segD;  
    delete primer_node;  
    primer_node = nullptr;  
}
```

Compte amb

- ▶ Què podria passar amb `a.fills(b,b)` (prohibit per la precondition)?
- ▶ `a.fills(a,b)`: precondition impossible de satisfer

```
T arrel() const {  
    /* Pre: el p.i. no és buit */  
    /* Post: el resultat és l'arrel del p.i. */  
    return primer_node->info;  
}  
  
bool es_buit() const {  
    /* Pre: cert */  
    /* Post: el resultat indica si el p.i. és un arbre buit */  
    return primer_node == nullptr;  
}
```