Programación 2
Corrección de programas

Fernando Orejas

Transparencias basadas en las de Ricard Gavaldà

1. Corrección de programas
2. Estados y aserciones
3. Corrección de programas iterativos
4. Diseño inductivo

Corrección de programas

Definición

Un programa es correcto si para todos los valores posibles que cumplen la Precondición, el programa termina y los resultados cumplen la Postcondición.

```
// Exponenciación

// Pre: x = A, y = B >= 0
// Post: El resultado p es A^B

    int p = 1;
    while (y > 0) {
        y = y - 1;
        p = p*x;
    }
```

¿Cómo podemos probar que un programa es correcto?

No podemos probar que funciona para cada valor:

Razonamiento genérico sobre los valores

+

Inducción

Estados y aserciones

Razonamiento sobre programas

Un estado de un programa es la n-upla de valores que tienen las variables en un momento dado

Una aserción es la descripción lógica de un conjunto de estados

Razonamiento sobre programas

Método: anotamos el programa con aserciones que describen los estados en distintos puntos y argumentamos que la anotación es correcta

Un programa es (parcialmente) correcto si es cierto que:

```
// Pre
Programa
//Post
```

Corrección de un programa con un bucle

Esquema básico:

```
// Pre: ...
Inicialización

   while (C) {
   B
}

Tratamiento final
// Post: ...
```

Corrección de un programa con un bucle

Esquema básico:

```
// Pre: ...
Inicialización
// Pre del bucle: ...
   while (C) {
   B
}
// Post del bucle: ...
Tratamiento final
// Post: ...
```

Invariantes

Un invariante de un bucle es una aserción que siempre se cumple, independientemente del número de iteraciones

Típicamente, se colocan a la entrada del bucle

Describe la relación que existe entre las variables que intervienen en el bucle

Los invariantes se demuestran por inducción

Los invariantes son una buena documentación

Verificación de bucles

Para razonar sobre un bucle hemos de:

1. Probar que la Pre del bucle implica el Inv
2. Si se cumple Pre y se cumple C, después de ejecutar B, se vuelve a cumplir Inv
3. Si se cumple Inv y no se cumple C, entonces se cumple la Post del bucle
4. El bucle termina

Terminación de bucles

Para demostrar que un bucle termina hemos de definir una función F sobre las variables del bucle que cumpla:

1. F(...) >= 0

1. Si en un punto de la ejecución del bucle F(...) = N, después de ejecutar una iteración el F(...) < N.

```
// Exponenciación

// Pre: x == A, y == B >= 0

    int p = 1;
    // Inv: y>=0, A^B = x^y * p
    while (y > 0) {
        y = y - 1;
        p = p*x;
    }

// Post: El resultado p es A^B
```

```
// Exponenciación

// Pre: x == A, y == B >= 0

    int p = 1;
    // Inv: y>=0, A^B = x^y * p
    while (y > 0) {
        y = y - 1;
        p = p*x;
    }

// Post: El resultado p es A^B

F(p,x,y) = y
```

Suma de un vector

```
// Pre: true
double suma(const vector<double>& v) {
    int a = 0;
    double s = 0;

    while (a < v.size()) {
        s += v[a];
        ++a;
    }
    return s;
}
// Post: retorna la suma de todos los elementos de v
```

Suma de un vector

```
// Pre: true
double suma(const vector<double>& v) {
    int a = 0;
    double s = 0;
    // Inv: 0 <= a <= v.size(), s=suma(v[0..i-1])
    while (a < v.size()) {
        s += v[a];
        ++a;
    }
    return s;
}
// Post: retorna la suma de todos los elementos de v

F(...) = v.size()-a
```

Diseño Inductivo

Diseño inductivo

Invertimos el proceso. A partir de una Pre y una Post:

1. Diseñamos un invariante adecuado
2. Definimos una inicialización para que se cumpla el invariante
3. Definimos una condición del bucle que, negada, garantice la postcondición
4. Diseñamos un cuerpo del bucle que mantenga el invariante.

```
// contar a's

/* Pre: En la entrada tenemos una secuencia S de
caracteres acabada en un punto*/

/* Post: Escribe el número de a's que hay en S */
```

```
// contar a's

/* Pre: En la entrada tenemos una secuencia S de
   caracteres acabada en un punto*/

/* Post: Escribe el número de a's que hay en S */

/* Inv: cont es el número de a's en la parte tratada
   de S y c contiene el primer carácter no tratado de S
*/
```

```
// contar a's
int main() {



    // Inv: cont es el número de a's en la parte tratada
    //      de S y c contiene el primer carácter no
    //      tratado de S
    while (      ) {


    }

}
```

```
// contar a's
int main() {
    char c;
    cin >> c;
    int cont = 0;
    // Inv: cont es el número de a's en la parte tratada
    //      de S y c contiene el primer carácter no
    //      tratado de S
    while (      ) {



    }

}
```

```
// contar a's
int main() {
    char c;
    cin >> c;
    int cont = 0;
    // Inv: cont es el número de a's en la parte tratada
    //      de S y c contiene el primer carácter no
    //      tratado de S
    while (c != '.') {


    }

}
```

```
// contar a's
int main() {
    char c;
    cin >> c;
    int cont = 0;
    // Inv: cont es el número de a's en la parte tratada
    //      de S y c contiene el primer carácter no
    //      tratado de S
    while (c != '.') {
        if (c == 'a') cont = cont + 1;
        cin >> c;
    }

}
```

```
// contar a's
int main() {
    char c;
    cin >> c;
    int cont = 0;
    // Inv: cont es el número de a's en la parte tratada
    //      de S y c contiene el primer carácter no
    //      tratado de S
    while (c != '.') {
        if (c == 'a') cont = cont + 1;
        cin >> c;
    }
// cont es el número de a's en S

}
```

```
// contar a's
int main() {
    char c;
    cin >> c;
    int cont = 0;
    // Inv: cont es el número de a's en la parte tratada
    //      de S y c contiene el primer carácter no
    //      tratado de S
    while (c != '.') {
        if (c == 'a') cont = cont + 1;
        cin >> c;
    }
// cont es el número de a's en S
    cout << cont << endl;
}
```

```
// contar a's
int main() {
    char c;
    cin >> c;
    int cont = 0;
    // Inv: cont es el número de a's en la parte tratada
    //      de S y c contiene el primer carácter no
    //      tratado de S
    while (c != '.') {
        if (c == 'a') cont = cont + 1;
        cin >> c;
    }
// cont es el número de a's en S
    cout << cont << endl;
}
```

F(...) = longitud de S

```
// Exponenciación (versión 1)

// Pre: x == A, y == B >= 0
// Post: El resultado p es A^B

    int p = 1;
    // Inv: y>=0, A^B = x^y * p
    while (y > 0) {
        y = y - 1;
        p = p*x;
    }
```

```
// Exponenciación (versión 2)

// Pre: x == A, y == B >= 0
// Post: El resultado p es A^B

    int p = 1;
    // Inv: y>=0, A^B = x^y * p
    while (y > 0) {
        if (y % 2 == 0) {
            x = x * x;
            y = y / 2;
        }
        else {
            p = p * x;
            y = y - 1;
        }
    }
```

La segunda versión es mucho más rápida que la primera

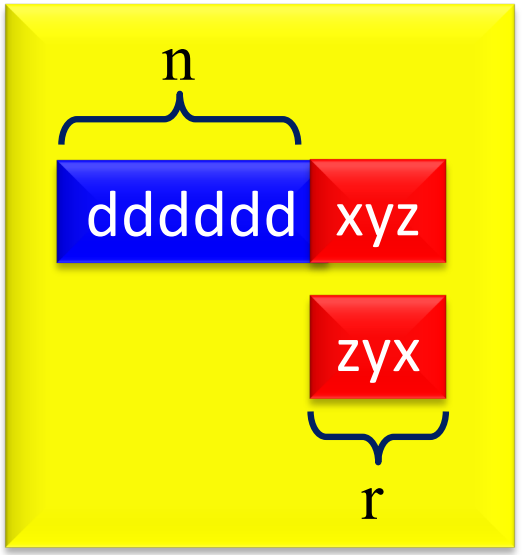
B	4	8	64	1024	1048576	2^n
v1	4	8	64	1024	1048576	2^n
v2	3	4	7	11	21	n+1

Inversión de dígitos

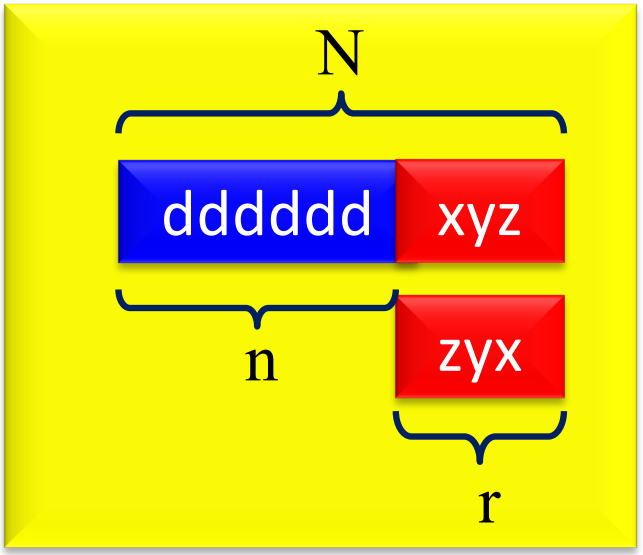
Se pide diseñar una función que, dado un número n > 0, calcule el número con los dígitos al revés:

```
35276  →  67253
   19  →  91
    3  →  3
    0  →  0
```

```
// Pre:  n ≥ 0
// Post: devuelve n con los dígitos al revés (base 10)

int reverse_digits(int n) {
    int r;




}
```



```
// Pre:  n = N ≥ 0
// Post: devuelve un múmero con los dígitos de N al revés (base
//       10)

int reverse_digits(int n) {
    int r = 0;
    // Inv:                    →
    while (n>0) {
        r = 10*r + n%10;
        n = n/10;
    }
    return r;
}
```



F(...) = Número de dígitos de n

Inserción en una lista ordenada L1 de los elementos de otra lista ordenada L2

```
/* Pre: L1=[x1,...,xn], L2=[y1,...,ym] y las dos listas
    están ordenadas */
/* Post: L1 contiene x1,...,xn,y1,...,ym y está ordenada */

/* Inv: L1 está ordenada y contiene antes de it1 todos los
elementos de L2 anteriores a it2, además de todos los
elementos x1, ...xn. */
```

```
/* Pre: L1=[x1,...,xn], L2=[y1,...,ym] y las dos listas
    están ordenadas */
/* Inv: L1 está ordenada, contiene todos los elementos de L2
menores que *it1, que son anteriores a it2, además de todos
los elementos x1, ...xn. */

//Inicialización:

    list<int>::iterator it1 = L1.begin();
    list<int>::iterator it2 = L2.begin();

//cuerpo del bucle:

        if (*it1 < *it2) ++it1;
        else {L1.insert(it1,*it2); ++it2;
```

```
/* Pre: L1=[x1,...,xn], L2=[y1,...,ym] y las dos listas
    están ordenadas */
/* Inv: L1 está ordenada y contiene todos los elementos de
L2, anteriores a it2, que son menores que *it1, además de
todos los elementos x1, ...xn. */

//condición del bucle:

(it1 != L1.end() and it2 != L2.end()
```

Es decir, a la salida del bucle se cumpliría:

```
/* L1 está ordenada y contiene todos los elementos de L2,
anteriores a it2, que son menores que el mayor elemento de
L1, además de todos los elementos x1, ...xn. */
```

Es decir, en L1, todavía no estarían los elementos de L2 que son mayores o iguales que el mayor elemento de L1. Añadiendo un bucle final, el algoritmo quedaría:

```
    list<int>::iterator it1 = L1.begin();
    list<int>::iterator it2 = L2.begin();
    while (it1 != L1.end() and it2 != L2.end() ) {
        if (*it1 < *it2) ++it1;
        else {L1.insert(it1,*it2); ++it2;
    }
    while (it2 != L2.end() ) {
        L1.insert(it1,*it2);
        ++it2;
    }
}
```

F(...) = dist. de it1 a L1.end()+ dist. de it2 a L2.end()