Tipus Recursius de Dades III
Programació 2
Facultat d'Informàtica d'Informàtica, UPC

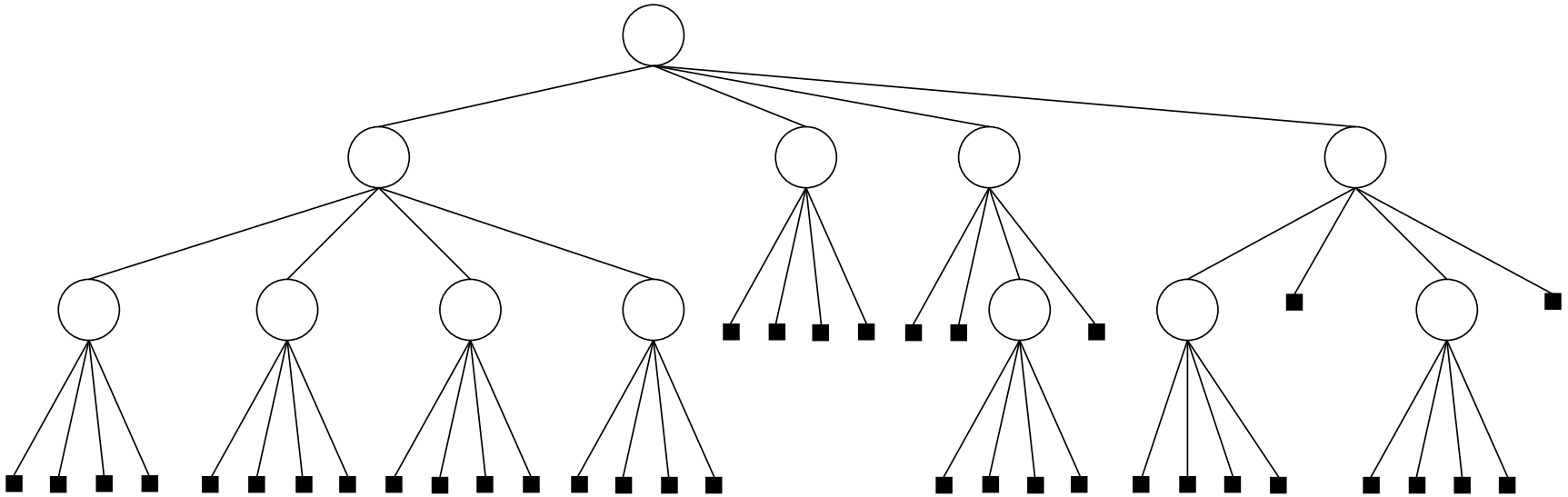
Conrado Martínez

Primavera 2019

- Apunts basats en els d'en Ricard Gavaldà
- Aquestes transparències **no** substitueixen els apunts de l'assignatura, els complementen

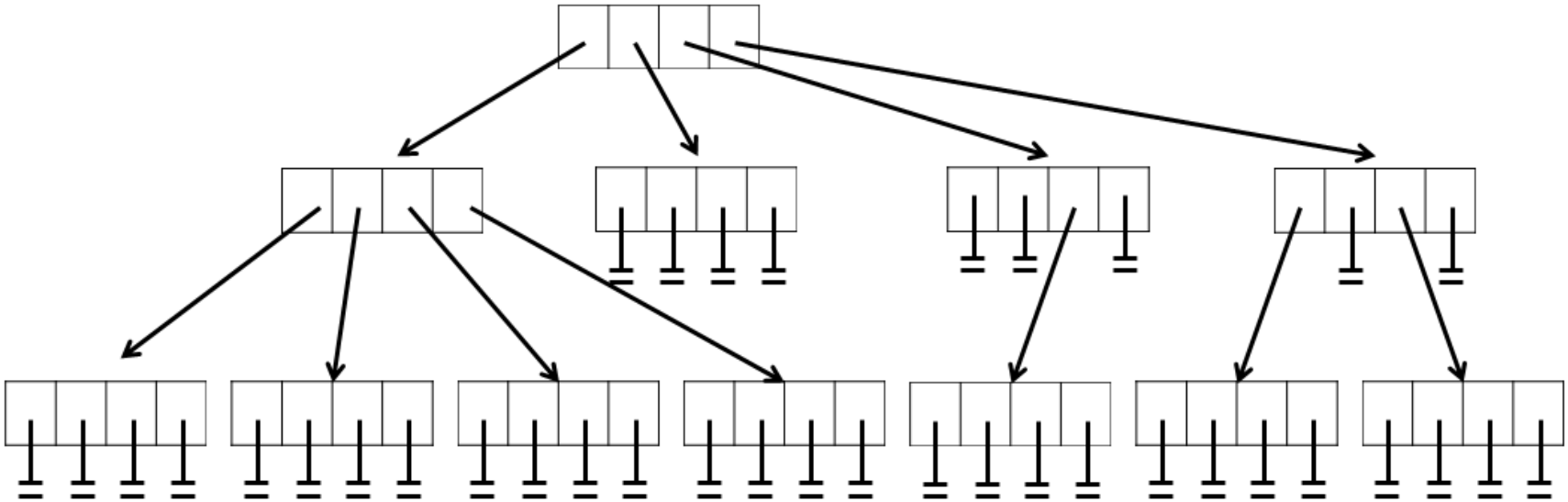
Part I

Arbres N-aris



- Generalització dels arbres binaris
- N: nombre de fills (binaris: N=2)

Arbres N-aris: Implementació



un node conté vector anb N apuntadors a node, un per a cada fill

operació “consultar i-èssim” eficient: accés directe

Definició classe `ArbreNari`

```
template <class T> class ArbreNari {
  private:
    struct node_arbreNari {
        T info;
        vector<node_arbreNari*> child;
    };
    int N;   // nombre de fills de cada subarbre
    node_arbreNari* root;
    ...  // operacions privades
  public:
    ...  // operacions públiques
};
```

Copiar jerarquies de nodes

```
static node_arbreNari* copia_node_arbreNari(node_arbreNari* m) {
/* Pre: cert */
/* Post: el resultat és nullptr si m és nullptr; en cas contrari,
         el resultat apunta al node arrel d'una jerarquia de nodes
         que és una còpia de la jerarquia de nodes que té el node
         apuntat per m com a arrel */

    if (m == nullptr) return nullptr;
    else {
        node_arbreNari* n = new node_arbreNari;
        n -> info = m -> info;
        int N = m -> child.size();
        n -> child = vector<node_arbreNari*>(N);
        for (int i = 0; i < N; ++i)
            n -> child[i] = copia_node_arbreNari(m -> child[i]);
        return n;
    }
}
```

Conté recursió i iteració

Esborrar jerarquies de nodes

```
static void esborra_node_arbreNari(node_arbreNari* m) {
/* Pre: cert */
/* Post no fa res si m és nullptr; en cas contrari,
        allibera espai de tots els nodes de la jerarquia
        que té el node apuntat per m com a arrel */
    if (m != nullptr) {
        int N = m -> child.size();
        for (int i = 0; i < N; ++i)
            esborra_node_arbreNari(m -> child[i]);
        delete m;
    }
}
```

Constructores/destructora I

```
ArbreNari(int n) {
/* Pre: cert */
/* Post: l'arbre implícit és un arbre buit d'aritat n */
    N = n;
    root = nullptr;
}

ArbreNari(const T& x, int n) {
/* Pre: cert */
/* Post: l'arbre implícit és un arbre amb arrel x i
         n fills buits */
    N = n;
    root = new node_arbreNari;
    root -> info = x;
    root -> child = vector<node_arbreNari*>(N, nullptr);
}
```

Constructores/destructora II

```
ArbreNari(const ArbreNari& original) {
/* Pre: cert */
/* Post: el resultat és una arbre còpia d'original */
    N = original.N;
    root = copia_node_arbreNari(original.root);
}

~ArbreNari() {
    esborra_node_arbreNari(root);
}
```

Modificadores I

```
/* Pre: l'arbre implícit té la mateixa aritat que original */
/* Post: l'arbre implícit és una còpia d'original */
ArbreNari& operator=(const ArbreNari& original) {
  if (this != &original) {
    node_ArbreNari* aux = copia_node_arbreNari(original.root);
    esborra_node_arbreNari(root);
    root = aux;
  }
  return *this;
}
```

```
void a_buit() {
/* Pre: cert */
/* Post: l'arbre implícit és un arbre buit de la mateixa aritat
         que tenia */
    esborra_node_arbreNari(root);
    root = nullptr;
}
```

Modificadores II

```
void plantar(const T& x, vector<ArbreNari>& v) {
/* Pre:  l'arbre implícit és buit, v = V, v.size() és l'aritat
         de l'arbre implícit, tots els components de v tenen la
         mateixa aritat que l'arbre implícit, i tots són objectes
         diferents entre sí i diferents de l'arbre implícit */
/* Post: l'arbre implícit té x com a arrel i els seus fills són iguals
         que els components de V; v conté arbres buits */
    root = new node_arbreNari;
    root -> info = x;
    root -> child = vector<node_arbreNari*>(N);
    for (int i = 0; i < N; ++i) {
        root -> child[i] = v[i].root;
        v[i].root = nullptr;
    }
}
```

Modificadores III

```
void fill(const ArbreNari& a, int i) {
/* Pre: l'arbre implícit és buit i de la mateixa aritat que a,
   a no és buit, i està entre 1 i el nombre de fills d'a */
/* Post: l'arbre implícit és una còpia del fill i-èssim d'a */
   root = copia_node_arbreNari(a.root -> child[i-1]);
}

void fills(vector<ArbreNari>& v) {
/* Pre:  l'arbre implícit és A, un arbre no buit,
         v és un vector buit */
/* Post: v conté els fills d'A i l'arbre implícit és buit */
    v = vector<ArbreNari>(N, ArbreNari(N));
    for (int i = 0; i < N; ++i)
        v[i].root = root -> child[i];
    delete root;
    root = nullptr;
}
```

Consultores

```
T arrel() const {
/* Pre: l'arbre implícit no és buit */
/* Post: el resultat és el valor a l'arrel de l'arbre implícit */
    return root -> info;
}

bool es_buit() const {
/* Pre: cert */
/* Post: el resultat indica si l'arbre implícit és un arbre buit */
    return root == nullptr;
}

int aritat() const {
/* Pre: cert */
/* Post: el resultat és l'aritat de l'arbre implícit */
    return N;
}
```

Eficiència de recorreguts arbres N-aris

Observació: `fills` ens permet recorreguts eficients

- *fills* té cost N, siguin els subarbres molt grans o molt petits
- No hi ha còpia d'arbres

Podria fer-se copiant cada fill amb `fill`, però és ineficient

Suma de tots elements d'un arbre

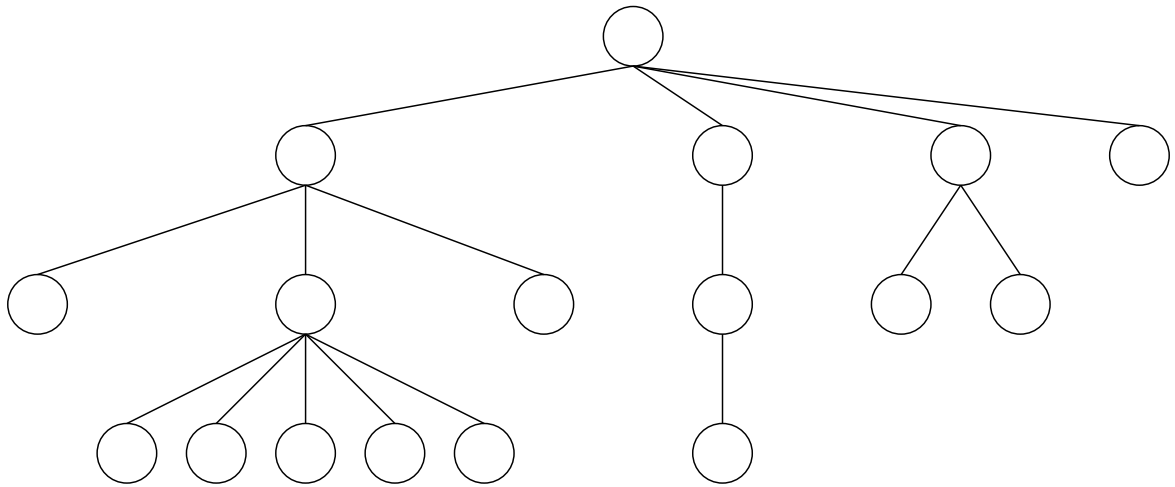
```
/* Pre: a = A */
/* Post: el resultat és la suma dels elements d'A */
int suma(ArbreNari<int>& a) {
    if (a.es_buit()) return 0;
    else {
        int s = a.arrel();
        int N = a.aritat();
        vector< ArbreNari<int> > v;
        a.fills(v);
        for (int i = 0; i < N; ++i) s += suma(v[i]);
        return s;
    }
}
```

Sumar un valor k a cada node d'un arbre

```
/* Pre: a = A */
/* Post: a és com A però havent sumat k a tots els seus elements */
void suma_k(ArbreNari<int>& a, int k) {
    if (not a.es_buit()) {
        int s = a.arrel() + k;
        int N = a.aritat();
        vector<ArbreNari<int> > v;
        a.fills(v);
        for (int i = 0; i < N; ++i) suma_k(v[i], k);
        a.plantar(s, v);
    }
}
```

Part I

Arbres generals I



- Nombre indeterminat de fills, no necessàriament el mateix a cada subarbre
- Propietat important: Un arbre general
  - o és l'arbre buit
  - o té qualsevol nombre (fins i tot zero) de fills, cap dels quals és buit

Arbres generals II. Implementacions

1. vector d'apuntadors de mida = nombre de fills
   - "consultar i-èssim" eficient
   - "eliminar fill i-èssim" potser és ineficient
   - (que no existeix en arbres N-aris!)
   - és la implementació que descriurem

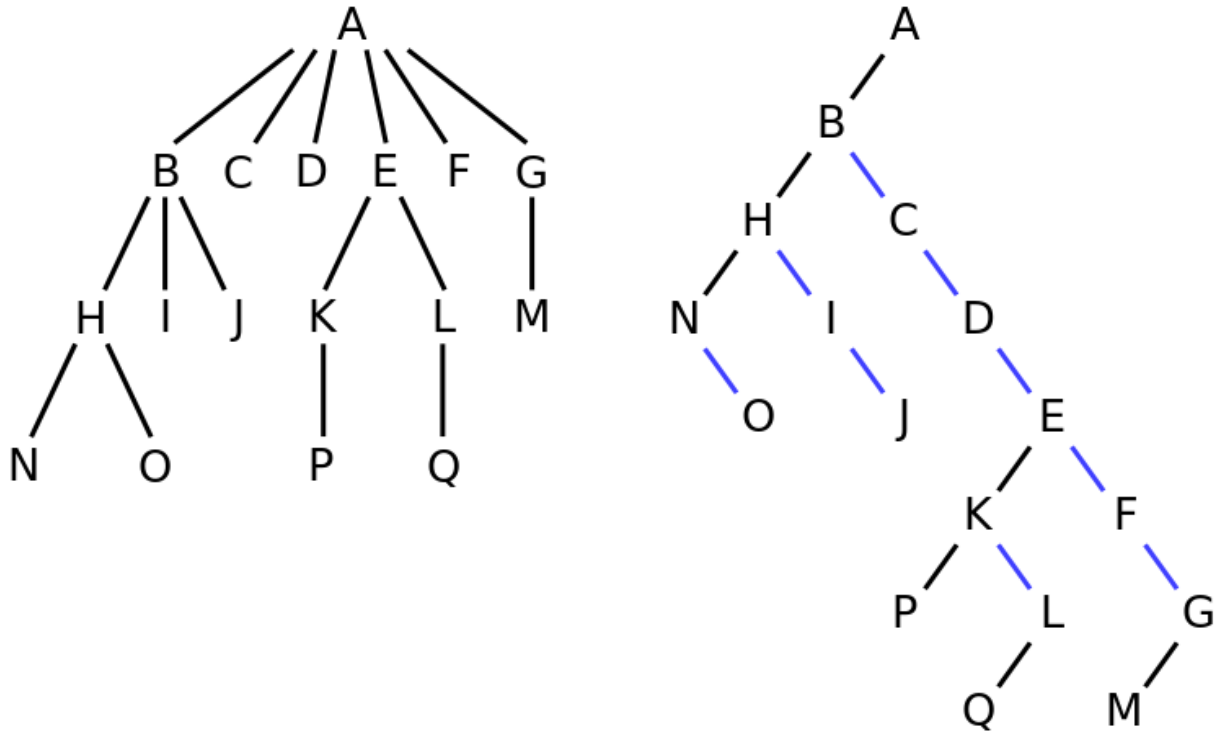
Arbres generals II. Implementacions

1. vector d'apuntadors de mida = nombre de fills
   - "consultar i-èssim" eficient
   - "eliminar fill i-èssim" potser és ineficient
   - (que no existeix en arbres N-aris!)
   - és la implementació que descriurem
2. *llista* d'apuntadors a fills
   - "consultar i-èssim" ineficient (accés seqüencial)
   - però ok per recorreguts seqüencials
   - "eliminar fill actual" eficient

Arbres generals II. Implementacions

1. vector d'apuntadors de mida = nombre de fills
   - "consultar i-èssim" eficient
   - "eliminar fill i-èssim" potser és ineficient
   - (que no existeix en arbres N-aris!)
   - és la implementació que descriurem
2. *llista* d'apuntadors a fills
   - "consultar i-èssim" ineficient (accés seqüencial)
   - però ok per recorreguts seqüencials
   - "eliminar fill actual" eficient
3. arbre binari "primer fill, germà dret"
   - reimplementació sobre arbres binaris

“primer fill, germà dret”: exemple



(font: http://en.wikipedia.org/wiki/Left-child_right-sibling_binary_tree)

Definició de la classe `ArbreGen`

```
template <class T> class ArbreGen
    private:
        struct node_arbreGen {
            T info;
            vector<node_arbreGen*> child;
        };
        node_arbreGen* root;
        ...  // operacions privades
    public:
        ...  // operacions públiques
};
```

Important: Ja no tenim un atribut amb el nombre de fills per a tot l'arbre; ni per a cada node. Es pot obtenir amb `child.size()`

Copiar i esborrar jerarquies de nodes

Idèntiques a les dels arbres N-aris (només canviar tipus dels nodes)

Constructores/destructores I

```
ArbreGen() {
/* Pre: cert */
/* Post: l'arbre implícit és un arbre general buit */
    root = nullptr;
}

ArbreGen(const T &x) {
/* Pre: cert */
/* Post: l'arbre implícit és un arbre general amb arrel x
         i 0 fills */
    root = new node_arbreGen;
    root -> info = x;
    // cal no fer arrel -> child = vector<node_arbreGen*>(0);
}
```

Constructores/destructores II

```
ArbreGen(const ArbreGen& original) {
/* Pre: cert */
/* Post: el resultat és una arbre còpia d'original */
    root = copia_node_arbreGen(original.root);
}

~ArbreGen() {
    esborra_node_arbreGen(root);
}
```

Modificadores I

```
ArbreGen& operator=(const ArbreGen& original) {
  if (this != &original) {
    node_ArbreGen* aux = copia_node_arbreGen(original.root);
    esborra_node_arbreGen(root);
    root = aux;
  }
  return *this;
}

void a_buit() {
/* Pre: cert */
/* Post: l'arbre implícit és un arbre general buit */
    esborra_node_arbreGen(root);
    root = nullptr;
}
```

Modificadores II

```
void plantar(const T &x) {
/* Pre: l'arbre implícit és buit */
/* Post: l'arbre implícit té x com a arrel i sense fills */
    root = new node_arbreGen;
       // inclou un root -> child = vector<node_arbreGen*>(0);
    root -> info = x;

}

void plantar(const T &x, vector<ArbreGen> &v) {
/* Pre:  l'arbre implícit és buit, v = V, cap component
         de v és un arbre buit */
/* Post: l'arbre implícit té x com a arrel i els elements de V
         com a fills; v conté només arbres buits */
    root = new node_arbreGen;
    root -> info = x;
    int n = v.size();
    root -> child = vector<node_arbreGen*>(n);
    for (int i = 0; i < n; ++i) {
        root -> child[i] = v[i].root;
        v[i].root = nullptr;
    }
}
```

Modificadores III

```
void afegir_fill(const ArbreGen& a) {
/* Pre: l'arbre implícit i a no són buits; a i l'arbre implícit
        són objectes diferents */
/* Post: l'arbre implícit té un fill més que a l'inici,
         i aquest nou fill és l'últim i còpia de l'arbre a */
   root -> child.push_back(copia_node_arbreGen(a.root));
}
```

Nota: aquí necessitem fer `push_back(...)`

Modificadores IV

```
void fill(const ArbreGen& a, int i) {
/* Pre: l'arbre implícit és buit, a no és buit, i està entre 1 i
   el nombre de fills d'a */
/* Post: l'arbre implícit és una còpia del fill i-èssim d'a */
    root = copia_node_arbreGen(a.root -> child[i-1]);
}

void fills(vector<ArbreGen> &v) {
/* Pre:  l'arbre implícit no és buit, li diem A, i no és cap
         dels components de v*/
/* Post: l'arbre implícit és buit, v passa a contenir els fills
         de l'arbre A */
    int n = root -> child.size();
    v = vector<ArbreGen>(n);
    for (int i = 0; i < n; ++i) v[i].root = root -> child[i];
    delete root; root = nullptr;
}
```

Consultores

```
T arrel() const {
/* Pre: l'arbre implícit no és buit */
/* Post: el resultat és el valor de l'arrel de l'arbre implícit */
    return root -> info;
}

bool es_buit() const {
/* Pre: cert */
/* Post: el resultat indica si l'arbre implícit és un arbre buit */
    return root == nullptr;
}

int nombre_fills() const {
/* Pre: l'arbre implícit no és buit */
/* Post: el resultat és el nombre de fills de l'arbre implícit */
    return root -> child.size();
}
```

Exemple: suma de tots els elements

```
int suma(ArbreGen<int>& a) {
/* Pre: a = A */
/* Post: el resultat és la suma dels elements d'A */
    int s;
    if (a.es_buit()) s = 0;
    else {
        s = a.arrel();
        vector<ArbreGen<int> > v;
        a.fills(v);
        int n = v.size();
        for (int i = 0; i < n; ++i) s += suma(v[i]);
    }
    return s;
}
```

Exemple: sumar k a cada element

```
void suma_k(ArbreGen<int>& a, int k) {
/* Pre: a = A */
/* Post: a és com A però havent sumat k a tots els seus elements */
    if (not a.es_buit()) {
        int s = a.arrel() + k;
        vector<ArbreGen<int> > v;
        a.fills(v);
        int n = v.size();
        if (n == 0)
            a.plantar(s,vector<int>(0));
        else {
            for (int i = 0; i < n; ++i) suma_k(v[i], k);
            a.plantar(s, v);
        }
    }
}
```