

Grupa kit in njene upodobitve

Predstavitev pri diplomskem seminarju

Živa Urbančič

Fakulteta za matematiko in fiziko

14. november 2016



Slika: Emil Artin, 1898 - 1962

- Povezanost s teorijo vozlov.
- E. Artin: *Theorie der Zöpfe*, 1925.
- E. Artin: *Theory of braids*, 1946.

Geometrijska definicija

Na premicah $\{y = z = 0\}$ ter $\{y = 0, z = 1\}$ v \mathbb{R}^3 izberemo m točk z abscisami $x = 1, 2, \dots, m$.

Definicija

Kita z m prameni je množica m disjunktnih gladkih poti - *pramenov*, ki povezujejo točke s prve izbrane premice s tistimi z druge (v poljubnem vrstnem redu). Projekcija vsakega pramena na os z mora biti difeomorfizem.

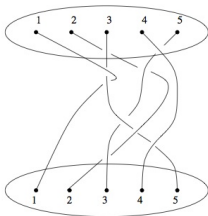
Slika: Primer kite s 5 prameni.

Geometrijska definicija

Na premicah $\{y = z = 0\}$ ter $\{y = 0, z = 1\}$ v \mathbb{R}^3 izberemo m točk z abscisami $x = 1, 2, \dots, m$.

Definicija

Kita z m prameni je množica m disjunktnih gladkih poti - *pramenov*, ki povezujejo točke s prve izbrane premice s tistimi z druge (v poljubnem vrstnem redu). Projekcija vsakega pramena na os z mora biti difeomorfizem.



Slika: Primer kite s 5 prameni.

Ekvivalenca kit

Definicija

Kiti B_0 in B_1 sta *ekvivalentni*, če sta *izotopni*.

Opomba

Eno vložitev kite lahko zvezno deformiramo v drugo.

Ekvivalenca kit

Definicija

Kiti B_0 in B_1 sta *ekvivalentni*, če sta *izotopni*.

Opomba

Eno vložitev kite lahko zvezno deformiramo v drugo.

Ali imamo grupo?

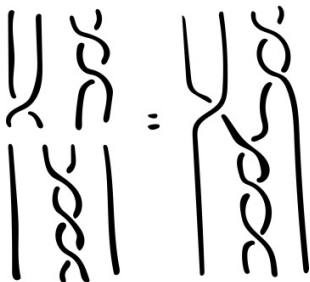
Trditev

Množica ekvivalenčnih razredov kit z m prameni za operacijo stikanja generira grupo.

Ali imamo grupo?

Trditev

Množica ekvivalenčnih razredov kit z m prameni za operacijo stikanja generira grupo.

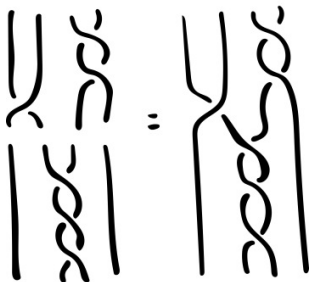


Slika: Stikanje.

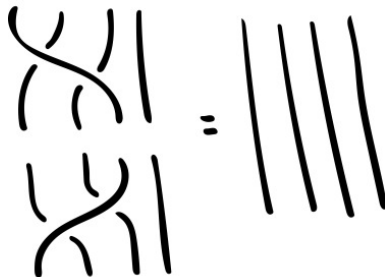
Ali imamo grupo?

Trditev

Množica ekvivalenčnih razredov kit z m prameni za operacijo stikanja generira grupo.



Slika: Stikanje.



Slika: Inverzni element in enota.

Algebraična definicija

Definicija

Grupa kit z m prameni je podana z $(m - 1)$ generatorji $\sigma_1, \dots, \sigma_{m-1}$ in naslednjimi relacijami:

$$\sigma_i \sigma_j = \sigma_j \sigma_i$$

za $|i - j| \geq 2$ in

$$\sigma_i \sigma_{i+1} \sigma_i = \sigma_{i+1} \sigma_i \sigma_{i+1}$$

za vse $i = 1, \dots, m - 2$.

Uporaba

- Mehanika fluidov.
- Statistična mehanika.
- Kriptografija.
- Reševanje polinomskih enačb.

Naslednjič ...

- G. Burde, H. Zieschang. *Knots*, 2nd ed. Walter de Gruyter, Berlin, 2003.
- V. O. Manturov. *Knot Theory*, 1st ed. CRC Press, 2004. Dostopno na <http://varf.ru/rudn/manturov/book.pdf>.
- *Braid theory*, v: Wikipedia: The Free Encyclopedia, [ogled 11. 11. 2016], dostopno na https://en.wikipedia.org/wiki/Braid_theory