Tarea 3 – Espacios Vectoriales

Camilo Andrés Duran Tapia

208046_152 – Algebra Lineal

Diego Alejandro Penagos Vásquez

Universidad Nacional Abierta y a Distancia-UNAD

Escuela de Ciencias Básicas, Tecnología e Ingeniería – ECBTI

Ingeniería de Sistemas

Aguachica – 7/05/2025

Desarrollo de la Actividad (Literal C)

Ejercicio 1: Axiomas en un Espacio Vectorial.

Realice la verificación de los siguientes axiomas del espacio vectorial $\mathbb{R}\mathbf{3}$ utilizando los escalares y los vectores proporcionados.

C. Vectores: $\vec{u} = (4,5,-3)$; $\vec{v} = (1,-2,4)$ y $\vec{w} = (-3,-5,5)$.

Escalares: $\lambda = 3$; $\beta = 2$.

$\lambda = 3$ $\beta = 2$ $\vec{u} = (4,5,-3)$ $\vec{v} = (1,-2,4)$ $\vec{w} = (-3,-5,5)$	
Cerradura bajo la suma de vectores	$\vec{u} + \vec{v} \epsilon R^3$ $(4,5,-3) + (1,-2,4)$ $(5,3,1) \epsilon R^3$
Cerradura bajo el producto escalar	$\lambda * \vec{u} \epsilon R^3$ $3 * (4,5,-3)$ $(12,15,-9) \epsilon R^3$
Asociativa de la suma	$\vec{u} + (\vec{v} + \vec{w}) = (\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w}$ $(4,5,-3) + [(1,-2,4) + (-3,-5,5)] = [(4,5,-3) + (1,-2,4)] + (-3,-5,5)$ $(4,5,-3) + [(-2,-7,9)] = [(5,3,1)] + (-3,-5,5)$ $(4,5,-3) + (-2,-7,9) = (5,3,1) + (-3,-5,5)$ $(2,-2,6) = (2,-2,6)$
Existencia de elemento neutro aditivo	$\vec{u} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{u} = \vec{u}$ $(4,5,-3) + (0,0,0) = (4,5,-3)$
Existencia de inverso aditivo	$\vec{u} + (-\vec{u}) = \vec{0}$ $(4,5,-3) + (-4,-5,3) = (0,0,0)$
Conmutativa de la suma	$\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$ $(4,5,-3) + (1,-2,4) = (1,-2,4) + (4,5,-3)$ $(5,3,1) = (5,3,1)$

Asociativa de la multiplicación por escalar	$(\lambda * \beta)\vec{u} = \lambda(\beta * \vec{u})$ $(3 * 2)(4,5,-3) = 3\big(2 * (4,5,-3)\big)$ $6 * (4,5,-3) = 3(8,10,-6)$ $(24,30,-18) = (24,30,-18)$
Distributiva a derecha de la multiplicación escalar con respecto a la suma de vectores	$\lambda(\vec{u} + \vec{v}) = \lambda\vec{u} + \lambda\vec{v}$ $3\big((4,5,-3) + (1,-2,4)\big) = 3(4,5,-3) + 3(1,-2,4)$ $3(5,3,1) = (12,15,-9) + (3,-6,12)$ $(15,9,3) = (15,9,3)$
Distributiva de la multiplicación escalar con respecto a la suma de escalares	$(\lambda + \beta)\vec{u} = \lambda\vec{u} + \beta\vec{u}$ $(3 + 2)(4,5,-3) = 3(4,5,-3) + 2(4,5,-3)$ $5(4,5,-3) = (12,15,-9) + (8,10,-6)$ $(20,25,-15) = (20,25,-15)$

Ejercicio 2. Dependencia Lineal, Independencia Lineal y Conjuntos Generadores.

Considerando el conjunto S, se plantean las siguientes preguntas:

- ¿Es el conjunto $\boldsymbol{S}$ linealmente independiente o dependiente?
- ¿$\boldsymbol{S}$ genera al espacio tridimensional $\boldsymbol{R3}$?

C. $\boldsymbol{S} = \{(\mathbf{1}, \mathbf{3}, \mathbf{2}), (\mathbf{2}, \mathbf{7}, \mathbf{6}), (\mathbf{1}, \mathbf{5}, \mathbf{7})\}$

Dependencia Lineal

$$\boldsymbol{S} = \{(\mathbf{1}, \mathbf{3}, \mathbf{2}), (\mathbf{2}, \mathbf{7}, \mathbf{6}), (\mathbf{1}, \mathbf{5}, \mathbf{7})\}$$

$$\begin{cases} 1x + 3y + 2z = 0 \\ 2x + 7y + 6z = 0 \\ 1x + 5y + 7z = 0 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 2 & 0 \\ 2 & 7 & 5 & 0 \\ 1 & 5 & 7 & 0 \end{array}\right)$$

$f_2 \to 1f_2 - 2f_1$	$\begin{array}{ccc\|c} 2 & 7 & 5 & 0 \\ 2 & 6 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{array}$	$\left(\begin{array}{ccc\|c} 1 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 5 & 7 & 0 \end{array}\right)$
$f_3 \to 1f_3 - 1f_1$	$\begin{array}{ccc\|c} 1 & 5 & 7 & 0 \\ 1 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 5 & 0 \end{array}$	$\left(\begin{array}{ccc\|c} 1 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 5 & 0 \end{array}\right)$
$f_3 \to 1f_3 - 2f_2$	$\begin{array}{ccc\|c} 0 & 2 & 5 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \end{array}$	$\left(\begin{array}{ccc\|c} 1 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \end{array}\right)$

$$1x + 3y + 2z = 0$$
$$1y + 1z = 0$$
$$3z = 0$$

Si, como x=y=z =0 El conjunto de datos es linealmente independiente

¿$\boldsymbol{S}$ genera al espacio tridimensional $\boldsymbol{R3}$?
si, el conjunto $\boldsymbol{S}$ genera el espacio tridimensional $\boldsymbol{R3}$, ya que contiene tres vectores linealmente independientes.

Ejercicio 3. Bases ortogonales de $R3$.

Determine si el conjunto S corresponde a una base ortogonal de $\mathbb{R}^3$. En caso contrario, explique por qué no cumple con las condiciones de una base ortogonal. Finalmente Realice la comprobación utilizando GeoGebra, Symbolab u otro programa computacional similar

C. $S = \{(1,2,3),(2,3,4),(3,-4,5)\}$

<table>
<tr><td colspan="3">$$S = \{(1,2,3),(2,3,4),(3,-4,5)\}$$ $$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & -4 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$</td></tr>
<tr><td>1. Verificar ortogonalidad mediante el producto escalar</td><td colspan="2">$$A^T * B^T = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} = (2+6+12) = 20$$ $$A^T * C^T = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 5 \end{pmatrix} = (3-6+15) = 18$$ $$C^T * B^T = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 5 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} = (6-12+20) = 26$$</td></tr>
<tr><td colspan="3">Como todos los productos escalares entre pares de vectores no son cero, los vectores NO son mutuamente ortogonales</td></tr>
<tr><td>2. Verificar que sean linealmente independiente</td><td colspan="2">$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & -4 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$</td></tr>
<tr><td>$f_2 \to 1f_2 - 2f_1$</td><td>$$\left.\begin{array}{ccc} 2 & 3 & -4 \\ 2 & 4 & 6 \\ 0 & -1 & -10 \end{array}\right| \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \end{array}$$</td><td>$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & -10 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$</td></tr>
<tr><td>$f_3 \to 1f_3 - 3f_1$</td><td>$$\left.\begin{array}{ccc} 3 & 4 & 5 \\ 3 & 6 & 9 \\ 0 & -2 & -4 \end{array}\right| \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \end{array}$$</td><td>$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & -10 \\ 0 & -2 & -4 \end{pmatrix}$$</td></tr>
<tr><td>$f_3 \to 1f_3 - 2f_2$</td><td>$$\left.\begin{array}{ccc} 0 & -2 & -4 \\ 0 & -2 & -20 \\ 0 & 0 & 16 \end{array}\right| \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \end{array}$$</td><td>$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & -10 \\ 0 & 0 & 16 \end{pmatrix}$$</td></tr>
<tr><td colspan="3"></td></tr>
</table>

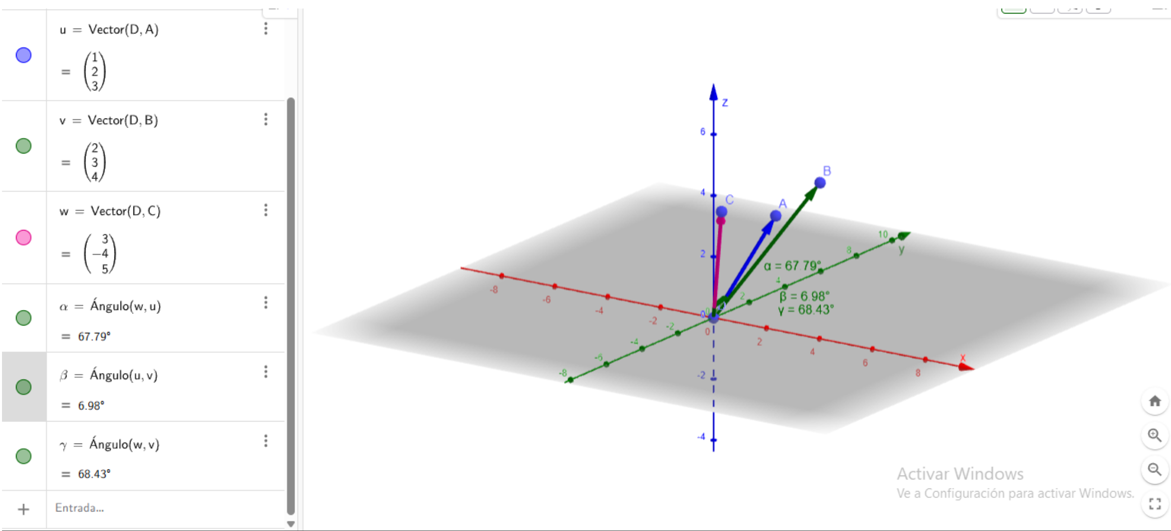
$$
\begin{aligned}
1x + 2y + 3z &= 0 \\
-1y - 10z &= 0 \\
16z &= 0
\end{aligned}
$$

Si x=y=z =0

El conjunto de datos es linealmente independiente

3. Grafica y conclusión

El conjunto **S** No es una base ortogonal de R^3, aunque el segundo criterio se cumple, es lineal independientes. Pero el primer criterio no se cumple, los vectores NO son mutuamente ortogonales



Ejercicio 4. Rango de una Matriz.

Determinar el rango de la matriz dada, utilizando el método de GaussJordán y el método de los determinantes.

$$C = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$		
1. Rango. Método de Gauss-Jordán y el método de los determinantes.	$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 1 \end{bmatrix}$	
$f_2 \to 1f_2 - 1f_1$	$\begin{matrix} 2 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -2 \end{matrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -2 \\ 4 & 3 & 1 \end{bmatrix}$
$f_3 \to 1f_3 - 2f_1$	$\begin{matrix} 4 & 3 & 1 \\ 4 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & -3 \end{matrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & -3 \end{bmatrix}$
La fila 3 pasa a ser la fila 2 y la fila 2 pasa a la fila 3, ya que el pivote en la fila 2 es 0, al hacer esto la matriz ya queda en forma escalonada		$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$
Rango de la matriz C es: **3**		

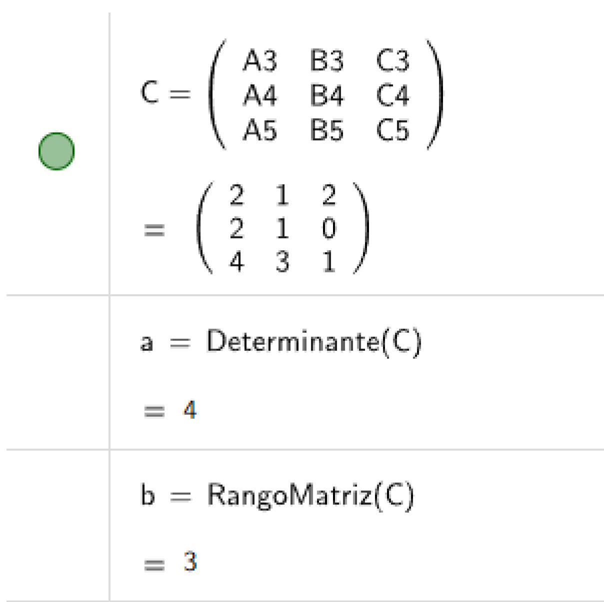
<table>
<tr>
<td>2. Rango. Método de los determinantes.</td>
<td>

$$|C| = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$|C| = (2 + 12 + 0) - (8 + 0 + 2)$$
$$|C| = (14) - (10)$$
$$|C| = 4$$

- Si $|C| \neq 0$ el rango de A es igual al número de columnas de A

<u>Rango es: 3</u>



</td>
</tr>
</table>

Ejercicio 5. Sistemas de Ecuaciones con infinitas soluciones.

Cada uno de los siguientes sistemas de ecuaciones lineales homogéneo $\mathbf{2} \times \mathbf{3}$), tiene infinitas soluciones. Para cada sistema, realiza lo siguiente:

<table>
<tr><td colspan="2">

$$C = \begin{cases} 3x - 5y + z = 0 \\ 15x - 25y + 5z = 0 \end{cases}$$

</td></tr>
<tr><td>

1. Determine el conjunto solución

</td><td>

- Reducir z

$$5f1 - f2$$

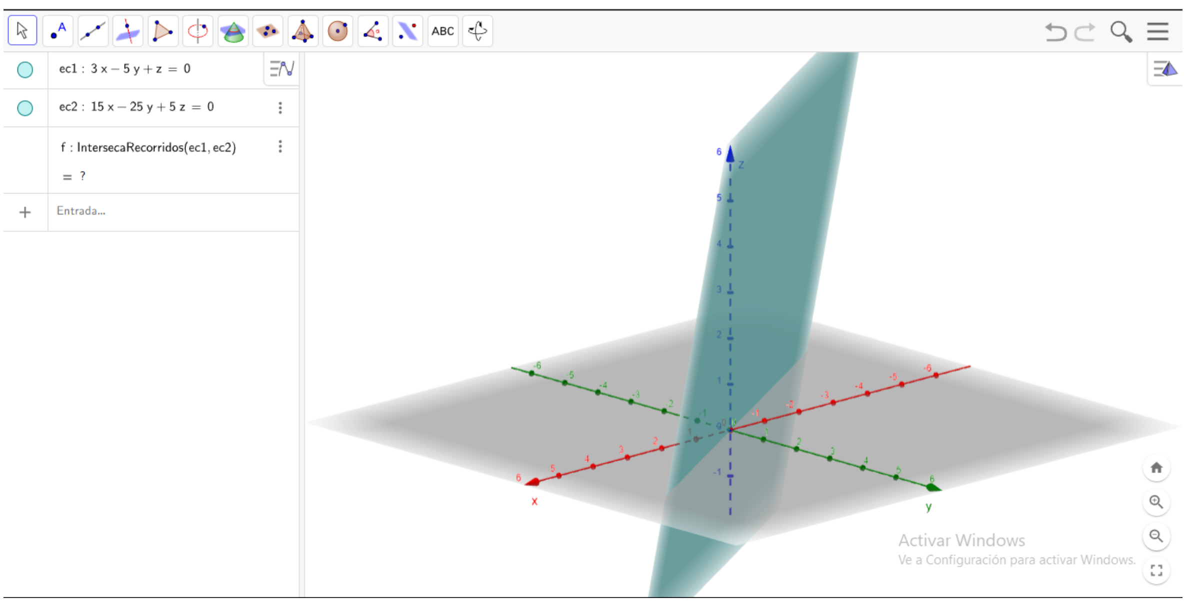
$$\begin{cases} 15x - 25y + 5z = 0 \\ 15x - 25y + 5z = 0 \end{cases}$$

$$0 = 0$$

El sistema tiene infinitas Soluciones

</td></tr>
<tr><td colspan="2">

Grafica



</td></tr>
</table>

Ejercicio 6: complementario Asistencia evento de Escuela

• **Nombre de la conferencia:** CYBERTECH WOMEN UNAD 2025 – LINKEDIN + IA

• **Nombre del conferencista o expositor:** Vanessa Marlene Morfin

• **Objetivo de la conferencia:**

El objetivo de esta conferencia es saber aprovechar la IA para construir nuestra marca personal y perfil en LinkedIn para ser mas visibles ante las otras personas como empleadores, clientes, etc.

• **Resumir con sus propias palabras el aprendizaje de la conferencia.**

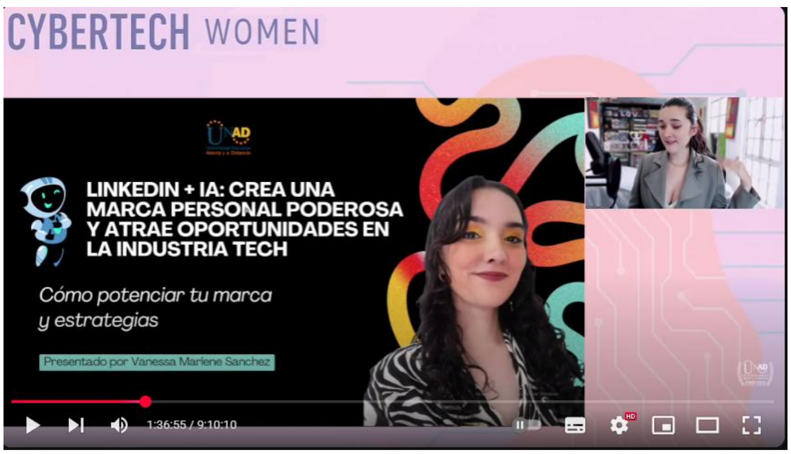
En esta conferencia llamada "LinkedIn + IA: Crea una marca personal poderosa y atrae oportunidades en la industria tech", presentada por Vanessa Marlene Sánchez como parte del evento CyberTech Women UNAD, nos muestra algunas estrategias muy importantes para mejorar nuestra marca personal en el entorno digital a través de LinkedIn y la Inteligencia Artificial.

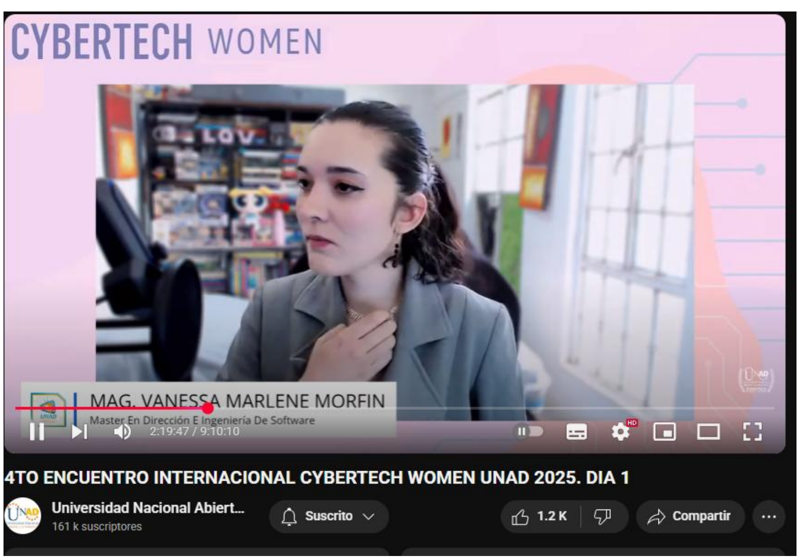
Ella explica sobre cómo aprovechar la IA como una herramienta para mejorar y resaltar nuestro perfil profesional y poder diferenciarnos en este mercado laboral que es tan competitivo, que nos ayude a ser visibles y ser digamos atractivos ante reclutadores y empresas con oportunidades laborales y no solo esto, sino que también es importante para quienes emprenden y buscan llegar a mas clientes o audiencia en caso de creadores de contenido.

Uno de los puntos más importantes fue sobre cómo utilizar la IA para generar descripciones llamativas, publicaciones relevantes y de valor que muestren mejor nuestras habilidades, logros y valores profesionales. Además, dio como tips prácticos para mejorar el perfil de LinkedIn, como la importancia de una foto profesional, un headline impactante, y promts para mejorar la sección de About me "Acerca de mí".

También hablo sobre la necesidad y la importancia de crear contenido constante y de valor, hacer NetWorking, interactuar siempre con la comunidad y construir una red de contactos sólida. En conclusión esta sesión no solo nos brindó la idea de cómo usar la IA como una herramienta para mejorar, sino que también nos brindó muchos tips para mejorar nuestra imagen digital y nuestra presencia en este mundo laboral digital, tratando todo esto con un enfoque motivador para tomar control de nuestra vida profesional y posicionarnos de manera efectiva en la industria tech ante este mundo tan competitivo.


CYBERTECH WOMEN
1:36:22 / 9:10:10
4TO ENCUENTRO INTERNACIONAL CYBERTECH WOMEN UNAD 2025. DIA 1
Universidad Nacional Abiert...
161 k suscriptores
Suscrito
1.2 K
Compartir


CYBERTECH WOMEN
LINKEDIN + IA: CREA UNA MARCA PERSONAL PODEROSA Y ATRAE OPORTUNIDADES EN LA INDUSTRIA TECH
Cómo potenciar tu marca y estrategias
Presentado por Vanessa Marlene Sanchez
1:36:55 / 9:10:10


CYBERTECH WOMEN
MAG. VANESSA MARLENE MORFIN
Master En Dirección E Ingeniería De Software
2:19:47 / 9:10:10
4TO ENCUENTRO INTERNACIONAL CYBERTECH WOMEN UNAD 2025. DIA 1
Universidad Nacional Abiert...
161 k suscriptores
Suscrito
1.2 K
Compartir

Referencias Bibliográficas

Grossman, S. I., Flores Godoy, J. J. (2019). Álgebra lineal: Determinantes. Pág. (194-149). McGraw-Hill.

Grossman, S. I., Flores Godoy, J. J. (2019). Álgebra lineal: Vectores en R2 y R3. Pág. (250-309). McGraw-Hill.

Grossman, S. I., Flores Godoy, J. J. (2019). Álgebra lineal: Vectores y matrices. Pág. (72-193). McGraw-Hill.

Trilleros, D. K. (2020). Inversa de una matriz: método de Determinantes. [Objeto_virtual_de_Informacion_OVI]. Repositorio Institucional UNAD.

Zúñiga, C., Rondón, J. (2010). Módulo de Álgebra Lineal: Determinantes. Pág (131-144). Universidad Nacional Abierta y a Distancia.

Zúñiga, C., Rondón, J. (2010). Módulo de Álgebra Lineal: Matrices. Pág (81-105).Universidad Nacional Abierta y a Distancia.