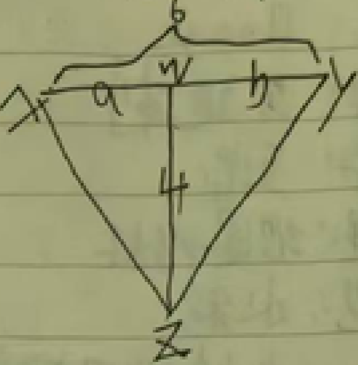
重修

已知 $a+b=6$, $a>0$ $b>0$. 求 $\sqrt{a^2+16}+\sqrt{b^2+16}$ 最小值

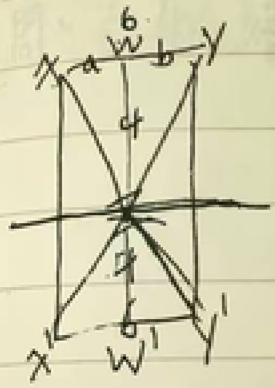


如圖.

求 $\sqrt{a^2+16}+\sqrt{b^2+16}$ 最小值.

則 $\sqrt{xw^2+4^2}+\sqrt{yw^2+4^2}$

則求 $xz+yz$ 的最小值



如圖，$x'y'z$ 是 xyz 的反轉

∵ $yz=y'z$, $xz=x'z$

∴ $xz+zy$ 最小值为 $xz+zy'/yz+zx'$

∵ 兩点之間綫段最短

∴ $xz+zy/yz+zx'$ 的最小值为綫段 xy'/yx'

∴ C点只能同時在 xy' 和 yx' 上

∵ $xyx'y'$ 是長方形

∴ C点为 xy 中点的正下方

∴ $xz+yz$ 的最短为双方相等

即 $xz=yz=6\div2=3$

因此 $\sqrt{a^2+16}+\sqrt{b^2+16}$ 最小值为 $\sqrt{3^2+16}+\sqrt{3^2+16}$

$=2\sqrt{25}$

$=10$

AI Response:

【注意：以下内容已从结构化格式转换为纯文本】

该学生在解答这道数学题时展示出了良好的理解和解题思路，但有几个关键步骤和计算需要进一步检查和澄清，以确保答案的准确性和理解的完整性。

首先，题目要求在条件 $a + b = 6$ 且 $a > 0$

$b > 0$ 下，求表达式 $\sqrt{a^2 + 16} + \sqrt{b^2 + 16}$
的最小值。学生通过几何方法将问题转化为求 $XZ + YZ$
的最小值，这是一个聪明的转换。他们将 YZ 视为 YZ 关于某条线的镜像
YZ'，从而将问题简化为求两点间最短路径。

然而，学生在求解过程中出现了一个关键的计算错误。他们假设 $XZ = YZ = \frac{6}{2} = 3$，但这并不一定正确，因为 a 和 b 并不一定等于
3。正确的做法是利用柯西不等式或参数法来求解最小值。

具体来说，我们可以利用柯西不等式来求解：

$$
(\sqrt{a^2 + 16} + \sqrt{b^2 + 16})^2 \leq (a^2 + 16 + b^2 + 16)(1^2 + 1^2)
$$

由于 $a + b = 6$，我们可以进一步计算 $a^2 + b^2$：

$$
a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab = 36 - 2ab
$$

带入不等式中：

$$
(\sqrt{a^2 + 16} + \sqrt{b^2 + 16})^2 \leq (36 - 2ab + 32) \cdot 2 = 2(68 - 2ab)
$$

为了使表达式最小，我们需要最大化 ab，而 ab 的最大值在 $a = b = 3$
时达到，此时 $ab = 9$。带入计算得到：

$$
(\sqrt{a^2 + 16} + \sqrt{b^2 + 16})^2 \leq 2(68 - 18) = 100
$$

因此，$\sqrt{a^2 + 16} + \sqrt{b^2 + 16}$ 的最小值为 $\sqrt{100} = 10$。

综上，学生在解题思路上是正确的，但需要修正计算过程，确保每一步的准确性。建议学生在解题时多注意细节，并尝试用多种方法验证结果，以提高解题的准确性和全面性。