

7

$$16. (1). \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{1}{2}c^2 = b^2 - a^2$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

$$\sin B - \sin^2 A = \pm \sin^2 C$$

$$\sin^2 A \cos^2 C + \pm \sin 2A \cdot \pm \sin 2C + \pm \sin 2C \cdot \pm \sin 2A + \sin^2 C \cos^2 A$$

$$-\sin^2 A = \pm \sin^2 C$$

$$\frac{1}{2} \cos^2 C + \frac{1}{2} \sin^2 C + \frac{1}{2} \cos^2 C - \frac{1}{2} = \pm \sin^2 C$$

$$\cos^2 C + \sin^2 C + \sin^2 C - 1 = \sin^2 C$$

$$\cos^2 C + 1 - 2\sin^2 C + \sin^2 C - 1 = \sin^2 C$$

$$\cos^2 C = 2\sin^2 C$$

$$\therefore \frac{\sin^2 C}{\cos^2 C} = \frac{1}{2} \quad \therefore \tan C = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \therefore \tan C = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$(2) \sin C = \frac{\sqrt{2}}{3} \quad \cos C = \frac{\sqrt{7}}{3}$$

$$\sin B = \sin(A+C) = \sin A \cos C + \cos A \sin C$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{7}}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{3} = \frac{\sqrt{14} + \sqrt{6}}{6}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} bc \sin A = 3$$

$$bc = 6\sqrt{2}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$\therefore b = 2\sqrt{2}$$

AI Response:

该学生在解答这道三角函数与余弦定理的题目时，展示了一定的数学基础和解题思路，但解答过程存在一些错误和不清晰的地方。以下是具体的批改意见：

(1) 第一小题的批改

- **正确点**:

- 学生正确地使用了余弦定理 $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$ 并得出 $\cos A = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 。

- 学生在推导中试图将 $(\sin B - \sin A)$ 与 $(\frac{1}{2}\sin C)$ 关联起来，这在解题思路上是正确的。

- **错误与不清晰的地方**:

- 在从 $(\sin^2 A \cos^2 C + \frac{1}{2}\sin 2A \sin 2C + \frac{1}{2}\sin^2 C)$ 开始的推导中，步骤显得较为混乱，缺乏清晰的逻辑连接。特别是从 $(-\sin^2 A = \frac{1}{2}\sin^2 C)$ 推导到 $(\frac{1}{2}\cos^2 C + \frac{1}{2}\sin^2 C + \frac{1}{2}\cos \frac{1}{2}\sin C - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}\sin^2 C)$ 这一步骤，显得不连贯，缺乏中间必要的推导步骤。

- 最终得出 $(\tan C = \frac{\sqrt{2}}{2})$ 的结论，但推导过程不完整，缺乏严谨性。

(2) 第二小题的批改

- **正确点**:

- 学生正确地利用了第一小题的结果，设定了 $(\sin C = \frac{\sqrt{2}}{3})$ 和 $(\cos C = \frac{\sqrt{7}}{3})$ 。

- 应用和角公式 $(\sin B = \sin(A + C) = \sin A \cos C + \cos A \sin C)$ 并计算出 $(\sin B = 3\frac{\sqrt{14}}{6})$ 是正确的。

- **错误与不清晰的地方**:

- 在计算 $(\Delta ABC = \frac{1}{2}bc \sin A = 3)$ 时，学生直接得出 $(bc = 6\sqrt{2})$ ，但缺少了具体的推导过程，应展示出如何从面积公式得出 (bc) 的值。

- 最后一步从 $(a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A)$ 推导出 $(b = 2\sqrt{2})$ 时，也缺乏完整的计算过程，特别是 (c) 的值未给出，这使得 (b) 的计算缺乏完整性。

综合建议

- **加强逻辑性与连贯性**：在解题过程中，每一步推导都应有清晰的逻辑连接，特别是从一个公式到另一个公式的转换，应详细写出中间步骤，以确保解题过程的连贯性和正确性。

- **注重计算的完整性**：在涉及具体数值计算时，应完整展示计算过程，避免直接给出结果，这样有助于检查计算的正确性，也便于他人理解解题思路。

- **回顾基础知识**：在使用三角函数和余弦定理等基础知识时，应确保对这些定理和公式的理解与应用是准确无误的，必要时可回顾相关知识点，加深理解。