

7

$$16. (1). \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{1}{2}c^2 = b^2 - a^2$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

$$\sin B - \sin^2 A = \pm \sin^2 C$$

$$\sin^2 A \cos^2 C + \pm \sin 2A \cdot \pm \sin 2C + \pm \sin 2C \cdot \pm \sin 2A + \sin^2 C \cos^2 A$$

$$-\sin^2 A = \pm \sin^2 C$$

$$\frac{1}{2} \cos^2 C + \frac{1}{2} \sin 2C + \frac{1}{2} \cos \frac{1}{2} \sin^2 C - \frac{1}{2} = \pm \sin^2 C$$

$$\cos^2 C + \sin 2C + \sin^2 C - 1 = \sin^2 C$$

$$\cos^2 C + 1 - 2\sin^2 C + \sin^2 C - 1 = \sin^2 C$$

$$\cos^2 C = 2\sin^2 C$$

$$\therefore \frac{\sin^2 C}{\cos^2 C} = \frac{1}{2} \quad \therefore \tan^2 C = \frac{1}{2} \quad \therefore \tan C = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$12) \sin C = \frac{\sqrt{2}}{3} \quad \cos C = \frac{\sqrt{7}}{3}$$

$$\sin B = \sin(A+C) = \sin A \cos C + \cos A \sin C$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{7}}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{3} = \frac{2\sqrt{6} + \sqrt{3}}{6}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} bc \sin A = 3$$

$$bc = 6\sqrt{2}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$\therefore b = 2\sqrt{2}$$

AI Response:

学生在解答题目时，展示了对三角函数和余弦定理的掌握，但解答过程中存在一些逻辑和表达上的问题。以下是批改意见：

(I) 部分

1. ****表达清晰度****: 学生在解答过程中直接使用了三角恒等式和余弦定理, 但没有明确说明每一步的依据, 可能会让读者(或阅卷老师)难以理解其思路。建议在每一步后加上简短的说明。
2. ****逻辑连贯性****: 在从 $\sin^3 A \cos^2 C$ 这一步到 $-\sin^2 A = 1/2 \sin^2 C$ 的推导过程中, 学生似乎直接跳过了中间的化简步骤, 导致逻辑链条不够完整。建议详细展示每一步的化简过程, 以确保逻辑的连贯性。
3. ****结论的明确性****: 最终得到 $\tan C = \sqrt{3}$ 的结论时, 学生没有明确说明这是对题目的完整解答, 建议在最后加上一句“因此, 角C的正切值为 $\sqrt{3}$ ”, 以明确答案。

(II) 部分

1. ****表达清晰度****: 在计算 ΔABC 的面积时, 学生直接使用了面积公式, 但没有说明 $1/2bc$ 这部分的来源, 建议加上“其中, $1/2bc$ 是三角形底和高的乘积的一半”。
2. ****逻辑连贯性****: 在从 $\Delta ABC = 3$ 推导到 $bc = 6\sqrt{2}$ 的过程中, 学生直接跳过了面积公式中的 $\sin A$, 建议在推导过程中保留 $\sin A$, 并在最后解释由于 $\sin A = \sqrt{3}/2$, 因此可以消去 $\sin A$ 。
3. ****结论的明确性****: 在最后得到 $b = 2\sqrt{2}$ 时, 学生没有明确说明这是题目要求解的最终答案, 建议在最后加上一句“因此, 边b的长度为 $2\sqrt{2}$ ”。

综合建议

学生在解答数学题时, 应注重每一步的逻辑连贯性和表达清晰度, 确保阅卷老师能够清晰地理解其解题思路。同时, 在得到最终答案时, 应明确指出这是题目要求的解答, 以确保答案的完整性和明确性。