

重修

Date: / /

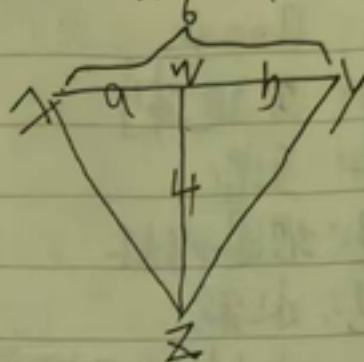
已知 $a+b=6$, $a>0$, $b>0$. 求 $\sqrt{a^2+16} + \sqrt{b^2+16}$ 最小值

如图.

求 $\sqrt{a^2+16} + \sqrt{b^2+16}$ 最小值.

则 $\sqrt{x^2+4^2} + \sqrt{y^2+4^2}$

则求 $xz + yz$ 的最小值



如图, $X'Y'Z$ 是 XYZ 的反轉

$\therefore YZ = Y'Z, XZ = X'Z$

$\therefore XZ + ZY$ 最小值为 $XZ + ZY' / YZ + ZX'$

\therefore 兩点之間綫段最短

$\therefore XZ + ZY / YZ + ZX'$ 的最小值为綫段 $X'Y' / YX'$

\therefore C点只能同時在 XY' 和 YX' 上

$\therefore XYX'Y'$ 是長方形

\therefore C点为 XY 中点的正下方

$\therefore XZ + YZ$ 的最短为双方相等

即 $XZ = YZ = 6 \div 2 = 3$

因此 $\sqrt{a^2+16} + \sqrt{b^2+16}$ 最小值为 $\sqrt{3^2+16} + \sqrt{3^2+16}$

$= 2\sqrt{25}$

$= 10$

€•, f„ ...†‡^‰ Š €< Œ• Ž••' ' " " • Š— —™Š>
" œ• Šž Ÿ• ĩ Ħ^ £ ¤Š‰ ^ ¥| ¤§

.. ©• €^a™« ¬- \ (a + b = 6\) ® \ (a > 0

b > 0\) • «^{- °} \ (\sqrt{a^2 + 16} + \sqrt{b^2 + 16}\)

^ ±^{2 3} § μ• ¶• „^{1 °} € « \ (XZ + YZ\)

^ ±^{2 3} • »> ' ¼½^ §¾¿¹ \ (YZ\) Ä \ (YZ\) ' ÁÂ¬Ã^ ÄÅ

\ (YZ'\)• Æ^{1 °} €Ç « ÈÉÊ±ËŒ Ĩ §

Í Æ• « μÎ Ĩ „ Đ...> ' ' " ^ — ÑÒ§¾¿ ÓÔ \ (XZ = YZ = \frac{6}{2} =

3\)• Ž ŒÖ> ×Ø • Û \ (a\) Š \ (b\) ŒÖ> ×ÚÁ

3§Ø ^ Û „ ÜÝ ÞßÖÚ à á „ â« ±^{2 3} §

ãäâå• æ¿Ç ÜÝ ÞßÖÚ â«

\

(\sqrt{a^2 + 16} + \sqrt{b^2 + 16})^2 \leq (a^2 + 16 + b^2 + 16)(1^2 + 1^2)

\

èÁ \ (a + b = 6\)• æ¿Ç Š> " — \ (a^2 + b^2\)

\

a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab = 36 - 2ab

\

éêÖÚ Ĩ

\

(\sqrt{a^2 + 16} + \sqrt{b^2 + 16})^2 \leq (36 - 2ab + 32) \cdot 2 = 2(68 - 2ab)

\

...ë^{- °} ±² • æ¿™± Ĩ \ (ab\)• Æ \ (ab\) ^ ± Ĩ³ \ (a = b = 3\)

• ° í • î • \ (ab = 9\)§ éê— ĩ í

\

(\sqrt{a^2 + 16} + \sqrt{b^2 + 16})^2 \leq 2(68 - 18) = 100

\

Ûî • \ (\sqrt{a^2 + 16} + \sqrt{b^2 + 16}\) ^ ±^{2 3} \ (\sqrt{100} = 10\)§

õñ• €< Œñ» Ø ^ • Ž™òØ— μÎ • ĩ ó> " ^ £ ¤§ôõ

€• ö ÷ø• ÕùúÝöû• „ üý þ• ÿ €^ £ ¤Š ¤§