

重修

Date: / /

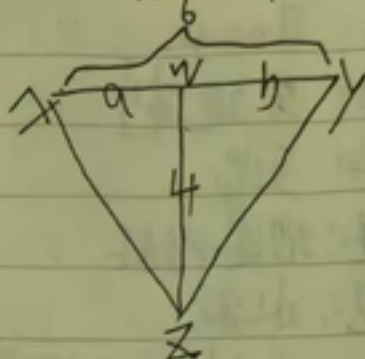
已知 $a+b=6$, $a>0$, $b>0$. 求 $\sqrt{a^2+16} + \sqrt{b^2+16}$ 最小值

如图.

求 $\sqrt{a^2+16} + \sqrt{b^2+16}$ 最小值.

则 $\sqrt{x^2+4^2} + \sqrt{y^2+4^2}$

则求 $xz + yz$ 的最小值



如图, $X'Y'Z$ 是 XYZ 的反转

$\therefore YZ = Y'Z, XZ = X'Z$

$\therefore XZ + ZY$ 最小值为 $XZ + ZY' / YZ + ZX'$

\therefore 两点之间线段最短

$\therefore XZ + ZY / YZ + ZX'$ 的最小值为线段 XY' / YX'

\therefore C点只能同时在 XY' 和 YX' 上

$\therefore XYX'Y'$ 是长方形

\therefore C点为 XY 中点的正下方

$\therefore XZ + YZ$ 的最短为双方相等

即 $XZ = YZ = 6 \div 2 = 3$

因此 $\sqrt{a^2+16} + \sqrt{b^2+16}$ 最小值为 $\sqrt{3^2+16} + \sqrt{3^2+16}$

$= 2\sqrt{25}$

$= 10$

【注意：以下内容已从结构化格式转换为纯文本】

该学生在解答这道数学题时展示出了良好的理解和解题思路，但有几个关键步骤和计算需要进一步检查和澄清，以确保答案的准确性和理解的完整性。

首先，题目要求在条件 $(a + b = 6)$ 且 $(a > 0$

$b > 0)$ 下，求表达式 $(\sqrt{a^2 + 16} + \sqrt{b^2 + 16})$

的最小值。学生通过几何方法将问题转化为求 $(XZ + YZ)$

的最小值，这是一个聪明的转换。他们将 (YZ) 视为 (YZ) 关于某条线的镜像

(YZ') ，从而将问题简化为求两点间最短路径。

然而，学生在求解过程中出现了一个关键的计算错误。他们假设 $(XZ = YZ = \frac{6}{2} = 3)$ ，但这并不一定正确，因为 (a) 和 (b) 并不一定等于

3。正确的做法是利用柯西不等式或参数法来求解最小值。

具体来说，我们可以利用柯西不等式来求解：

$$(\sqrt{a^2 + 16} + \sqrt{b^2 + 16})^2 \leq (a^2 + 16 + b^2 + 16)(1^2 + 1^2)$$

由于 $(a + b = 6)$ ，我们可以进一步计算 $(a^2 + b^2)$ ：

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab = 36 - 2ab$$

代入不等式中：

$$(\sqrt{a^2 + 16} + \sqrt{b^2 + 16})^2 \leq (36 - 2ab + 32) \cdot 2 = 2(68 - 2ab)$$

为了使表达式最小，我们需要最大化 (ab) ，而 (ab) 的最大值在 $(a = b = 3)$ 时达到，此时 $(ab = 9)$ 。代入计算得到：

$$(\sqrt{a^2 + 16} + \sqrt{b^2 + 16})^2 \leq 2(68 - 18) = 100$$

因此， $(\sqrt{a^2 + 16} + \sqrt{b^2 + 16})$ 的最小值为 $(\sqrt{100} = 10)$ 。

综上，学生在解题思路上是正确的，但需要修正计算过程，确保每一步的准确性。建议学生在解题时多注意细节，并尝试用多种方法验证结果，以提高解题的准确性和全面性。