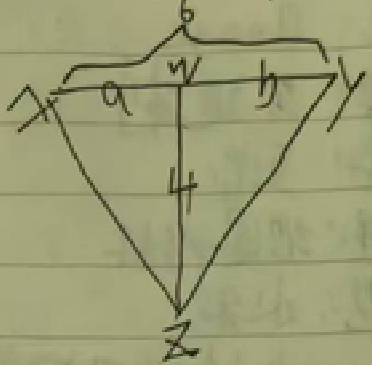
01 MON 02 TUE 03 WED 04 THU 05 FRI 06 SAT 07 SUN

重修

Date: / /

已知 $a+b=6$, $a>0$ $b>0$. 求 $\sqrt{a^2+16}+\sqrt{b^2+16}$ 最小值

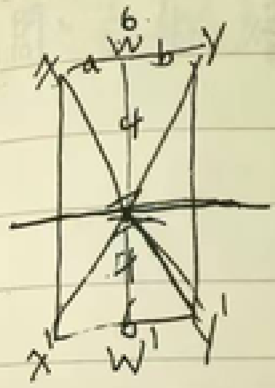


如圖.

求 $\sqrt{a^2+16}+\sqrt{b^2+16}$ 最小值.

則 $\sqrt{xw^2+4^2}+\sqrt{yw^2+4^2}$

則求 $xz+yz$ 的最小值



如圖, $x'y'z$ 是 xyz 的反轉

∵ $yz=y'z$, $xz=x'z$

∴ $xz+zy$ 最小值为 $xz+zy'$ / $yz+zx'$

∵ 兩点之間綫段最短

∴ $xz+zy$ / $yz+zx'$ 的最小值为綫段 xy' / yx'

∴ z点只能同時在 xy' 和 yx' 上

∵ $xyx'y'$ 是長方形

∴ z点为 xy 中点的正下方

∴ $xz+yz$ 的最短为双方相等

即 $xz=yz=6\div2=3$

因此 $\sqrt{a^2+16}+\sqrt{b^2+16}$ 最小值为 $\sqrt{3^2+16}+\sqrt{3^2+16}$

$=2\sqrt{25}$

$=10$

AI Response:

【注意：以下内容已从结构化格式转换为纯文本】

该学生在解答这道数学题时展示出了良好的理解和解题思路，但有几个关键步骤和计算需要进一步检查和澄清，以确保答案的准确性和理解的完整性。

首先，题目要求在条件 \(a + b = 6\) 且 \(a > 0

b > 0\) 下，求表达式 \(\sqrta^2 + 16 + \sqrtb^2 + 16\)
的最小值。学生通过几何方法将问题转化为求 \(XZ + YZ\)
的最小值，这是一个聪明的转换。他们将 \(YZ\) 视为 \(YZ\) 关于某条线的镜像
\(YZ'\)，从而将问题简化为求两点间最短路径。

然而，学生在求解过程中出现了一个关键的计算错误。他们假设 \(XZ = YZ = \frac62 =
3\)，但这并不一定正确，因为 \(a\) 和 \(b\) 并不一定等于
3。正确的做法是利用柯西不等式或参数法来求解最小值。

具体来说，我们可以利用柯西不等式来求解：

\

(\sqrta^2 + 16 + \sqrtb^2 + 16)^2 \leq (a^2 + 16 + b^2 + 16)(1^2 + 1^2)

\

由于 \(a + b = 6\)，我们可以进一步计算 \(a^2 + b^2\)：

\

a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab = 36 - 2ab

\

带入不等式中：

\

(\sqrta^2 + 16 + \sqrtb^2 + 16)^2 \leq (36 - 2ab + 32) \cdot 2 = 2(68 - 2ab)

\

为了使表达式最小，我们需要最大化 \(ab\)，而 \(ab\) 的最大值在 \(a = b = 3\)
时达到，此时 \(ab = 9\)。带入计算得到：

\

(\sqrta^2 + 16 + \sqrtb^2 + 16)^2 \leq 2(68 - 18) = 100

\

因此，\(\sqrta^2 + 16 + \sqrtb^2 + 16\) 的最小值为 \(\sqrt100 = 10\)。

综上，学生在解题思路上是正确的，但需要修正计算过程，确保每一步的准确性。建议学生在解题时多注意细节，并尝试用多种方法验证结果，以提高解题的准确性和全面性。