

7

$$16. (1). \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{1}{2}c^2 = b^2 - a^2$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

$$\sin B - \sin^2 A = \pm \sin^2 C$$

$$\sin^2 A \cos^2 C + \pm \sin 2A \cdot \pm \sin 2C + \pm \sin 2C \cdot \pm \sin 2A + \sin^2 C \cos^2 A$$

$$-\sin^2 A = \pm \sin^2 C$$

$$\frac{1}{2} \cos^2 C + \frac{1}{2} \sin 2C + \frac{1}{2} \cos \frac{1}{2} \sin^2 C - \frac{1}{2} = \pm \sin^2 C$$

$$\cos^2 C + \sin 2C + \sin^2 C - 1 = \sin^2 C$$

$$\cos^2 C + 1 - 2\sin^2 C + \sin^2 C - 1 = \sin^2 C$$

$$\cos^2 C = 2\sin^2 C$$

$$\therefore \frac{\sin^2 C}{\cos^2 C} = \frac{1}{2} \quad \therefore \tan C = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \therefore \tan C = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$12) \sin C = \frac{\sqrt{2}}{3} \quad \cos C = \frac{\sqrt{7}}{3}$$

$$\sin B = \sin(A+C) = \sin A \cos C + \cos A \sin C$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{7}}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{3} = \frac{2\sqrt{6} + \sqrt{3}}{6}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} bc \sin A = 3$$

$$bc = 6\sqrt{2}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$\therefore b = 2\sqrt{2}$$

AI Response:

学生在解答这道题目时，展示了一定的理解力和计算能力，但在某些步骤中存在一些不清晰和错误的地方。下面是详细的分析和建议：

对于第一小题（I）：

1. ****计算cosA****：

学生使用了余弦定理来计算cosA，得出的结果是 $\sqrt{2}/2$ ，这一步是正确的。但需要注意的是，这里的计算过程略显冗余，可以直接得出cosA的值，而不必一步步地写出来。

2. ****从sinB-sinA=1/2sinC推导出-tsinA=1/2sinC****：

这一步的推导看起来有些混乱。在从sinB-sinA=1/2sinC到-tsinA=1/2sinC的过程中，没有清晰地说明t是什么，这使得推导过程显得不连贯。同时，这里的推导似乎没有直接利用到cosA的值，有些脱节。

3. ****后续的三角恒等变换****：

在进行三角恒等变换时，学生试图通过一系列的恒等式变换来证明某个结论，但这些变换过程显得有些复杂且不必要。特别是在 $\cos^2 C + 1 - 2\sin^2 C + \sin^2 C - 1 = \sin^2 C$ 这一步中，简化后得到 $\cos^2 C = 2\sin^2 C$ ，这一步是正确的，但后续的 $\tan C = \sqrt{2}$ 的计算中，没有解释清楚是如何从 $\tan^2 C = 2$ 得到 $\tan C = \sqrt{2}$ 的，这里需要明确正切函数的正负号问题。

对于第二小题（II）：

1. ****计算sinC和cosC****：

学生直接给出了 $\sin C = \sqrt{3}/3$ 和 $\cos C = \sqrt{6}/3$ ，这与第一小题中的结果是矛盾的，因为在第一小题中推导出的 $\tan C = \sqrt{2}$ ，对应的sinC和cosC应该满足 $\sin C / \cos C = \sqrt{2}$ 的关系，而学生给出的sinC和cosC显然不满足这个关系。这里需要重新计算sinC和cosC的值，以确保它们与第一小题的结果一致。

2. ****计算sinB****：

学生使用了和差化积公式来计算sinB，但这里需要明确A和C的关系。在三角形ABC中， $A + B + C = \pi$ ，因此 $A + C = \pi - B$ 。所以 $\sin B = \sin(\pi - (A + C)) = \sin(A + C)$ 。这里需要根据第一小题的cosA和sinC、cosC的值来重新计算sinB。

3. ****计算△ABC的面积****：

学生根据面积公式 $S = 1/2bc * \sin A$ 计算出面积为3，这一步是正确的。但需要注意的是，这里需要明确b和c的具体值，而不仅仅是bc的乘积。

4. ****计算b的值****：

学生最后通过 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc * \cos A$ 计算出 $b = 2\sqrt{2}$ ，这一步需要进一步验证，确保所有计算都是一致的。

总结和建议：

1. 在推导过程中，要保持逻辑的连贯性和清晰性，避免出现不明确的符号和步骤。
2. 在三角恒等变换中，尽量选择简洁明了的方法，避免不必要的复杂变换。
3. 在计算过程中，要注意各个量之间的关系和一致性，确保所有计算结果都是相互协调的。
4. 在解答过程中，尽量详细地解释每一步的推导过程，以增强解答的可读性和理解性。