

7

$$16. (1). \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{1}{2}c^2 = b^2 - a^2$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

$$\sin B - \sin^2 A = \pm \sin^2 C$$

$$\sin^2 A \cos^2 C + \pm \sin 2A \cdot \pm \sin 2C + \pm \sin 2C \cdot \pm \sin 2A + \sin^2 C \cos^2 A$$

$$-\sin^2 A = \pm \sin^2 C$$

$$\frac{1}{2} \cos^2 C + \frac{1}{2} \sin 2C + \frac{1}{2} \cos^2 C \pm \sin^2 C - \frac{1}{2} = \pm \sin^2 C$$

$$\cos^2 C + \sin 2C + \sin^2 C - 1 = \sin^2 C$$

$$\cos^2 C + 1 - 2\sin^2 C + \sin^2 C - 1 = \sin^2 C$$

$$\cos^2 C = 2\sin^2 C$$

$$\therefore \frac{\sin^2 C}{\cos^2 C} = \frac{1}{2} \quad \therefore \tan C = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \therefore \tan C = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$12) \sin C = \frac{\sqrt{2}}{3} \quad \cos C = \frac{\sqrt{7}}{3}$$

$$\sin B = \sin(A+C) = \sin A \cos C + \cos A \sin C$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{7}}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{3} = \frac{2\sqrt{6} + \sqrt{3}}{6}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} bc \sin A = 3$$

$$bc = 6\sqrt{2}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$\therefore b = 2\sqrt{2}$$

AI Response:

该学生的解答过程整体上是正确的，但在一些细节上存在一些小问题和不规范之处。以下是具体的批改意见：

### ### 第一部分

#### 1. \*\*计算过程\*\*:

- 学生开始使用了余弦定理来求解角A的余弦值，这一步是正确的。
- 接下来，学生通过一系列的三角恒等变换尝试证明一个等式，这一步骤也是合理的。

#### 2. \*\*细节问题\*\*:

- 在计算过程中，学生多次使用了“ $\frac{1}{2}$ ”这个系数，但没有明确说明这是从哪个公式或者恒等式中得出的，建议在计算过程中增加一些解释，使得步骤更加清楚。
- 在最后一步，学生直接得出 $\tan C = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，但没有给出具体的推导过程，建议补充详细的推导步骤，使得答案更加完整。

### ### 第二部分

#### 1. \*\*计算过程\*\*:

- 学生通过已知的 $\sin C$ 和 $\cos C$ 的值，进一步求解 $\sin B$ ，这一步是正确的。
- 接着，学生使用三角形面积公式计算 $\Delta_{ABC}$ 的面积，并得出 $bc=6\sqrt{2}$ ，这一步也是正确的。
- 最后，学生通过余弦定理求解边长 $b$ ，得出 $b=2\sqrt{2}$ ，这一步也是正确的。

#### 2. \*\*细节问题\*\*:

- 在计算 $\sin B$ 时，学生直接给出了结果，但没有详细展示计算过程，建议补充详细的计算步骤，使得答案更加完整。
- 在最后一步求解边长 $b$ 时，学生直接给出了结果，但没有详细展示计算过程，建议补充详细的计算步骤，使得答案更加完整。

### ### 综合评价

该学生的解答过程整体上是正确的，但在计算过程中存在一些细节上的不规范之处，建议在计算过程中增加一些解释和详细的推导步骤，使得答案更加完整和规范。同时，建议学生在解题过程中注意计算的准确性和规范性，避免出现不必要的错误。