

7

$$16. (1). \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{1}{2}c^2 = b^2 - a^2$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

$$\sin B - \sin^2 A = \pm \sin^2 C$$

$$\sin^2 A \cos^2 C + \pm \sin 2A \cdot \pm \sin 2C + \pm \sin 2C \cdot \pm \sin 2A + \sin^2 C \cos^2 A$$

$$-\sin^2 A = \pm \sin^2 C$$

$$\frac{1}{2} \cos^2 C + \frac{1}{2} \sin 2C + \frac{1}{2} \cos^2 C \pm \sin^2 C - \frac{1}{2} = \pm \sin^2 C$$

$$\cos^2 C + \sin 2C + \sin^2 C - 1 = \sin^2 C$$

$$\cos^2 C + 1 - 2\sin^2 C + \sin^2 C - 1 = \sin^2 C$$

$$\cos^2 C = 2\sin^2 C$$

$$\therefore \frac{\sin^2 C}{\cos^2 C} = \frac{1}{2} \quad \therefore \tan C = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \therefore \tan C = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$12) \sin C = \frac{\sqrt{2}}{3} \quad \cos C = \frac{\sqrt{7}}{3}$$

$$\sin B = \sin(A+C) = \sin A \cos C + \cos A \sin C$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{7}}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{3} = \frac{2\sqrt{6} + \sqrt{3}}{6}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} bc \sin A = 3$$

$$bc = 6\sqrt{2}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$\therefore b = 2\sqrt{2}$$

AI Response:

这位同学的解题过程展示了一定的数学技巧和对三角函数、余弦定理的掌握，但解答中存在一些错误和不清晰的地方。下面是对该解答的批改和解释：

(1) 对于第一问的解答

正确部分：

- ****余弦定理的使用****：学生正确地使用了余弦定理来表示边长关系，这是解题的基础。
- ****三角恒等变换****：在证明过程中，学生尝试使用三角恒等式进行变换，这是正确的思路。

错误和需要改进的地方：

- ****计算错误****：在计算过程中出现了计算错误，例如在展开和化简三角恒等式时，某些项的符号和系数出现了错误。例如，从 $(\sin^2 A \cos^2 C + \frac{1}{2} \sin 2A \times \frac{1}{2} \sin 2C + \frac{1}{2} \sin 2C \times \frac{1}{2} \sin 2A + \sin^2 C \cos^2 A)$ 到 $(-\sin^2 A = \frac{1}{2} \sin^2 C)$ 的化简过程中，存在计算错误。
- ****逻辑不清晰****：在证明过程中，逻辑链不够清晰，某些步骤之间的过渡缺乏明确的解释，这会影响阅卷老师对解题思路的理解。
- ****结论不准确****：最后得出的 $(\tan C = \sqrt{3/3})$ 的结论是不准确的，这可能是由于前面的计算错误导致的。

(2) 对于第二问的解答

正确部分：

- ****三角函数值的计算****：学生正确地计算了 $(\sin C)$ 和 $(\cos C)$ 的值。
- ****面积公式的使用****：学生正确地使用了三角形面积公式 $(\Delta_{\text{三角形 ABC}} = \frac{1}{2} bc \sin A)$ 来求解。

错误和需要改进的地方：

- ****计算过程****：在计算过程中，学生直接给出了 $(\Delta_{\text{三角形 ABC}} = 3)$ 和 $(bc = 6\sqrt{2})$ 的结果，但没有展示具体的计算步骤，这会影响解题的完整性和透明度。
- ****边长关系的求解****：在求解边长 (b) 的过程中，学生直接给出了 $(b = 2\sqrt{2})$ 的结果，但没有展示具体的计算步骤，这同样会影响解题的完整性和透明度。

总结

这位同学的解题思路是正确的，但在计算过程中存在一些错误和不清晰的地方。建议学生在解题过程中注意计算的准确性，每一步的逻辑链要清晰，展示详细的计算步骤，这样可以提高解题的准确性和完整性。