

Отчет по лабораторной работе №3

Дисциплина: Математическое моделирование

Выполнила Дяченко Злата Константиновна, НФИбд-03-18

Содержание

1	Цель работы	5
2	Задание	6
3	Объект и предмет исследования	7
4	Теоретические вводные данные	8
5	Выполнение лабораторной работы	10
5.1	Изначальные данные	10
5.2	Шаг 1	11
5.3	Шаг 2	11
5.4	Шаг 3	11
5.5	Шаг 4	12
6	Выводы	13

Список таблиц

Список иллюстраций

5.1	Модель боевых действий между регулярными войсками	11
5.2	Графики изменения численности войск армий в процессе боевых действий при условии участия только регулярных войск (с подкреплением)	11
5.3	Модель ведения боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов	12
5.4	Графики изменения численности войск армий в процессе боевых действий при условии участия регулярных войск и партизанских отрядов	12

1 Цель работы

Изучить и построить математические модели боевых действий.

2 Задание

- Построить графики изменения численности войск армии X и армии Y для боевых действий между регулярными войсками.
- Построить графики изменения численности войск армии X и армии Y для боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов.

3 Объект и предмет исследования

Объектом исследования в данной лабораторной работе являются простейшие модели боевых действий, а предметом исследования - конкретные два случая боевых действий и графики изменения численности войск для них.

4 Теоретические вводные данные

В общем случае главной характеристикой соперников являются численности сторон. Если в какой-то момент времени одна из численностей обращается в нуль, то данная сторона считается проигравшей (при условии, что численность другой стороны в данный момент положительна). Модель боевых действий между регулярными войсками описывается следующим образом

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t) \\ \frac{dy}{dt} &= -c(t)x(t) - h(t)y(t) + Q(t)\end{aligned}$$

Потери, не связанные с боевыми действиями, описывают члены $-a(t)x(t) - h(t)y(t)$. Коэффициенты $a(t)$, $h(t)$ характеризуют степень влияния различных факторов на потери. Члены $-b(t)y(t)$ и $-c(t)x(t)$ отражают потери на поле боя. Коэффициенты $b(t)$ и $c(t)$ указывают на эффективность боевых действий со стороны y и x соответственно. Функции $P(t)$, $Q(t)$ учитывают возможность подхода подкрепления к войскам X и Y в течение одного дня.

Нерегулярные войска в отличие от постоянной армии менее уязвимы, так как действуют скрытно, в этом случае сопернику приходится действовать неизбежно, по площадям, занимаемым партизанами. Поэтому считается, что темп потерь партизан, проводящих свои операции в разных местах на некоторой известной территории, пропорционален не только численности армейских соединений, но и численности самих партизан. В результате модель принимает вид:

$$\frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t)$$

$$\frac{dy}{dt} = -c(t)x(t)y(t) - h(t)y(t) + Q(t)$$

5 Выполнение лабораторной работы

5.1 Изначальные данные

Мой вариант 61. Между страной X и страной Y идет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны, и являются временными функциями $x(t)$ и $y(t)$. В начальный момент времени страна имеет армию численностью 66 000 человек, а в распоряжении страны армия численностью в 77 000 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты a, b, c, h постоянны. Также считаем $P(t)$ и $Q(t)$ непрерывные функции. Модель боевых действий между регулярными войсками

$$\frac{dx}{dt} = -0.35x(t) - 0.79y(t) + \sin(t + 1) + 2$$

$$\frac{dy}{dt} = -0.49x(t) - 0.14y(t) + \cos(t + 2) + 1$$

Модель ведения боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

$$\frac{dx}{dt} = -0.258x(t) - 0.67y(t) + \sin(2t) + 1$$

$$\frac{dy}{dt} = -0.46x(t)y(t) - 0.31y(t) + \cos(t) + 1$$

5.2 Шаг 1

Я построила модель боевых действий между регулярными войсками (рис. 5.1)

```
model lab3_war
  parameter Real a=0.35 "Степень влияния различных факторов на потери x";
  parameter Real b=0.79 "Эффективность боевых действий со стороны x";
  parameter Real c=0.49 "Эффективность боевых действий со стороны y";
  parameter Real h=0.14 "Степень влияния различных факторов на потери y";
  parameter Real x0=66000 "Численность армии x";
  parameter Real y0=77000 "Численность армии y";
  Real x(start=x0);
  Real y(start=y0);

equation
  der(x)=-a*x-b*y+Modelica.Math.sin(time+1)+2 "численность армии x с учетом только регулярных войск";
  der(y)=-c*x-h*y+Modelica.Math.cos(time+2)+1 "численность армии y с учетом только регулярных войск";
end lab3_war;
```

Рис. 5.1: Модель боевых действий между регулярными войсками

5.3 Шаг 2

Построила графики изменения численности войск армии X и армии Y в этом случае (рис. 5.2) Из графиков видно, что армия X потерпит поражение.

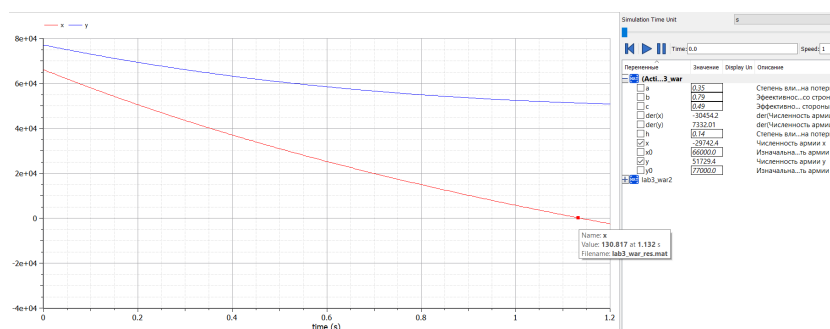


Рис. 5.2: Графики изменения численности войск армий в процессе боевых действий при условии участия только регулярных войск (с подкреплением)

5.4 Шаг 3

Построила модель боевых действий при условии, что у армии X регулярные войска, а у армии Y партизанские отряды (рис. 5.3)

```

model lab3_war2
parameter Real a=0.258 "Степень влияния различных факторов на потери x";
parameter Real b=0.67 "Эффективность боевых действий со стороны x";
parameter Real c=0.46 "Эффективность боевых действий со стороны y";
parameter Real h=0.31 "Степень влияния различных факторов на потери y";
parameter Real x0=66000 "Численность армии x";
parameter Real y0=77000 "Численность армии y";
Real x(start=x0);
Real y(start=y0);

equation
der(x)=-a*x-b*y+Modelica.Math.sin(2*time)"Численность армии x с участием регулярных войск";
der(y)=-c*x*y-h*y+Modelica.Math.cos(time)+1 "Численность армии y с участием партизанских отрядов";
end lab3_war2;

```

Рис. 5.3: Модель ведения боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

5.5 Шаг 4

Построила графики изменения численности войск армии X и армии Y для этого случая (рис. 5.4) Из графиков видно, что армия Y потерпит поражение. Все дело в том, что при рассмотрении уравнения простейшей модели, где есть лишь коэффициенты b и c , решение имеет вид $\frac{b}{2}x^2(0) - cy(0) = C_1$, откуда можно сделать вывод, что чтобы одержать победу партизанам необходимо увеличить коэффициент c и повысить свою начальную численность на соответствующую величину. Причем это увеличение, с ростом начальной численности регулярных войск ($x(0)$), должно расти не линейно, а пропорционально второй степени $x(0)$. Таким образом, регулярные войска находятся в более выгодном положении.

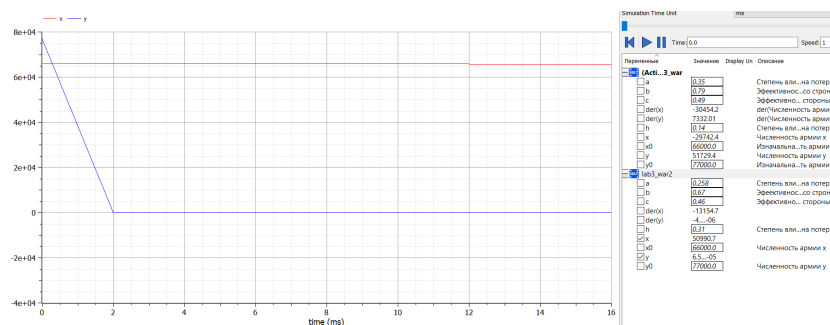


Рис. 5.4: Графики изменения численности войск армий в процессе боевых действий при условии участия регулярных войск и партизанских отрядов

6 Выводы

Я построила математические модели сражений для двух случаев: борьбы регулярных отрядов и борьбы регулярного отряда и партизанских войск. Результаты работы находятся в [репозитории на GitHub] (<https://github.com/ZlataDyachenko/workD>), а также есть [скринкаст выполнения лабораторной работы] (<https://www.youtube.com/watch?v=e6vSHGESWg8>).