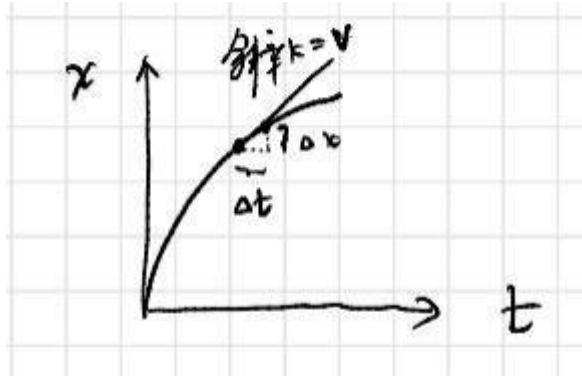


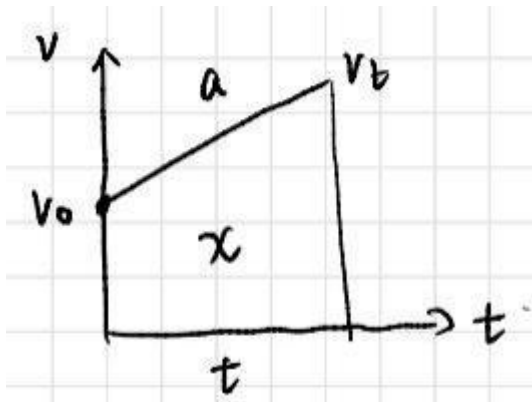
1. 切线和割线（求导）



对于一段 $x-t$ 图像，平均速度就是两点连线的割线斜率

而瞬时速度就是 Δt 趋向无穷小时的斜率，此时割线即为此时间点的切线斜率

2. 面积和积分



对于一段 vt 图像而言，如图围成的面积就是位移 x

对于匀加速运动来说，求面积有很多种方法

$$v_t = v_0 + at$$

①基础公式

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

②基础公式

$$v_t^2 - v_0^2 = 2ax$$

③速方差公式

$$x = \frac{1}{2}(v_0 + v_t)t$$

④平均速度

$$x = v_t t - \frac{1}{2} at^2$$

⑤不常用

根据求面积可知： v_0 ， v_b ， x ， a ， t 这五个物理量，知道任意三个就可以求另外两个

3. 匀加速运动的结论

1. 对于初速度为 0 的连续相等时间情景

$$v_{\text{末}} \quad 1: 2: 3: 4: \dots \quad \text{①}$$

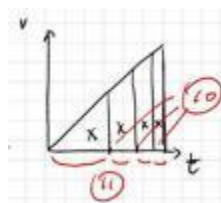
$$x_{\text{总}} \quad 1: 4: 9: 16: \dots \quad \text{②}$$

$$x_{\text{分}} \quad 1: 3: 5: 7: \dots \quad \text{③}$$

对于初速度为 0 的连续相等位移情景

$$t_{\text{总}} \quad 1: 2: 3: 4: \dots \quad (4)$$

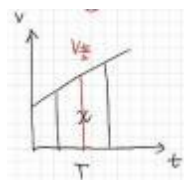
$$t_{\text{分}} \quad 1: (2-1):(3-2):(4-3): \dots (6)$$



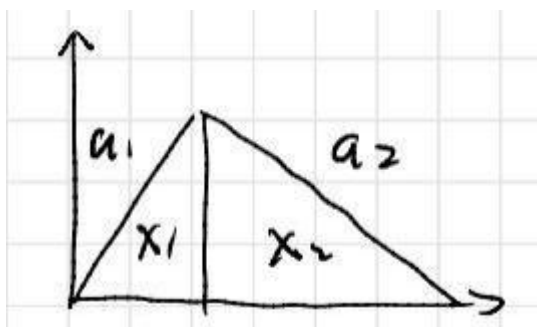
平均速度 = 中时速度

$$\bar{v} = \frac{x}{t} = v_{\frac{t}{2}} = \frac{v_0 + v_t}{2} \quad (7)$$

$$v_{\frac{x}{2}} = \sqrt{\frac{v_0^2 + v_t^2}{2}} \quad (8)$$



4. 0V0 问题, (消防员问题, 跳蚤问题)



$$a_1 x_1 = a_2 x_2 = \frac{h^2}{2} \quad (\text{距离和 } a \text{ 成反比})$$

5. 平均速度问题

识别标志: 给 x 和对应的 t (直角梯形有面接有高)

- 1 求 $\frac{x}{t}$, 记为 $v_{\frac{t}{2}}$ (画中位线, 算出速度)
- 2 横连构造 $rt\Delta$, 求 a , 求 v (a 的定义)
- 3 有 a 和 v 求 x (速方差或者 $\frac{1}{2}at^2$)

6. 追及问题结论

追击相遇问题中, 追击者距离目标初始距离为 S_0 , 以匀速追匀加速为例子,

☐ 0 交点是共速点, 且前后换速

☐ 1 图像上下夹出的面积永远是相对位移, 记为 $x_{\text{相}}$

☐ 2 交点左右两侧的相对位移永远相减 (一正一反)

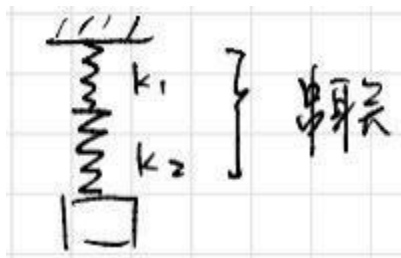
☐ 3 交点左侧为关键 $\Delta x_{\text{相}}$ 记作 s_1 , $\Delta x_{\text{相 max}} = s_1$

比大小	相遇次数	交点意义	交点间距
-----	------	------	------

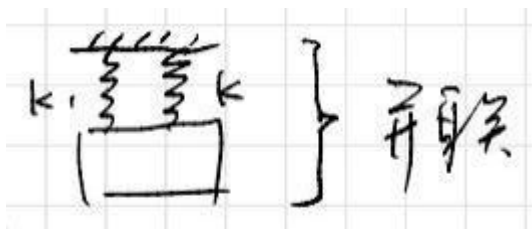
$S_0 > S_1$	0	最近点	$S_0 - S_1$
$S_0 = S_1$	1	最近点	0
$S_0 < S_1$	2	反追最远	$S_1 - S_0$

7. 弹簧的串并联问题

弹簧的串并联问题

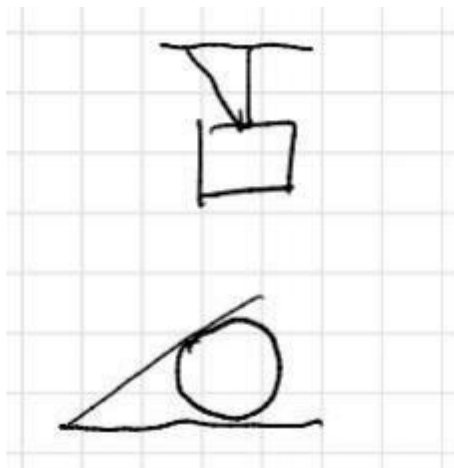


弹簧的串联, $k_{\#} = \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}$



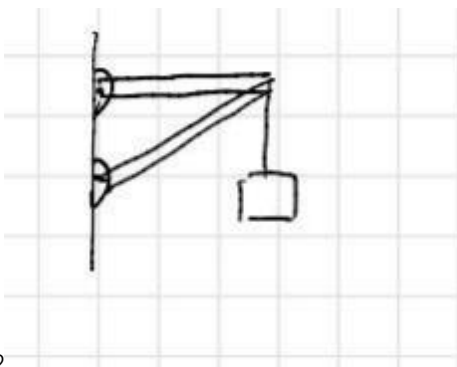
弹簧的并联 (变形量相同): $k_{\#} = k_1 + k_2$

8. 假设法求力的方向



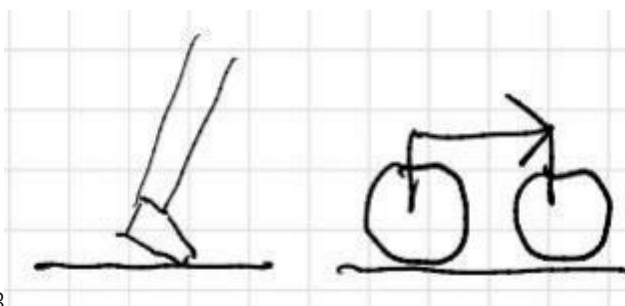
1

假设这个物体消失, 如果不影响作用物体状态则表示此绳或面对物体没有作用力。



2

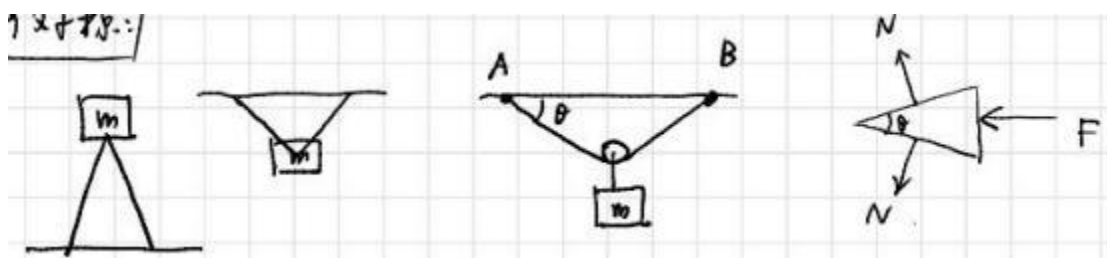
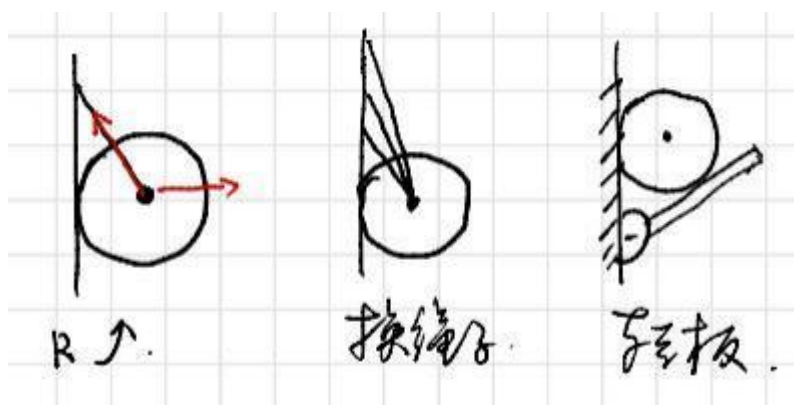
假设杆为绳，分析作用物块状态是否改变，如果改变说明此处杆不能为绳，即力作用方向必须提供支持力而不是拉力（判断杆作用力方向）



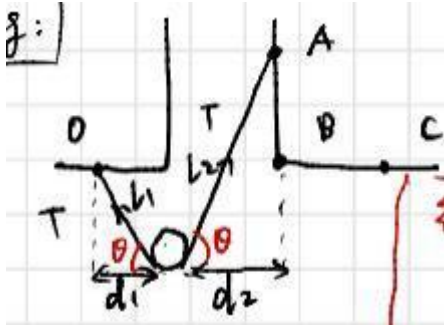
3

假设地面光滑，如果物体运动状态和地面不光滑时不一样，则代表两者有摩擦力作用

9. 竖小平大/Y 对称/定长绳及滑轮



特征：①三力共点平衡。②有横竖斜三个方向的力，只有斜边力转动，或者 Y 字形，对称转
结论：竖小平大，竖直不变



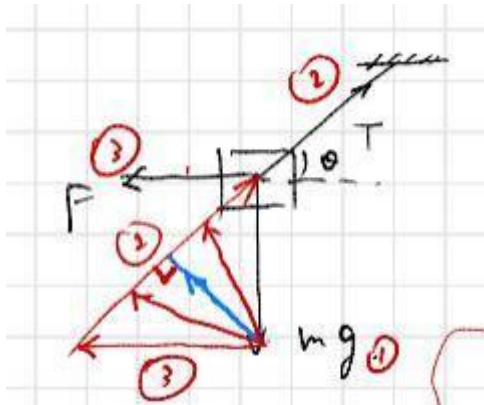
问：绳挂点从 A 到 B 和从 B 到 C, T 如何变化

结论：①。Y 相等，必对称 (θ 相同)

② θ 只由水平宽度决定

$$\textcircled{3} \cos \theta = \frac{d_1}{l_1} = \frac{d_2}{l_2} = \frac{d_1 + d_2}{l_1 + l_2} = \frac{d_{\text{总}}}{l_{\text{总}}}$$

10. 一般单边旋转问题/二三傻问题



如图 F 方向改变而 T 方向不变，求 F 和 T 的变化

1) 编号①②③

2) 反向延长②，竖直向下移③

3) 绕与 mg 交点转，观察长度变化

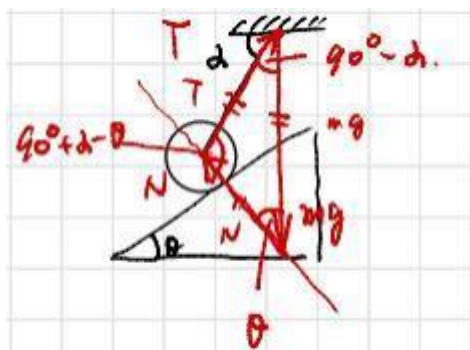
结论：②③垂直时，③最小，②单调变化

11. 双斜边静态平衡/相似三角形+正弦定理

注意：讲第二类动态平衡固定（一般单边旋转问题/二三傻问题），往往会变成此类问题

结论：给角度，考虑正弦定理

给边长，考虑相似比/直接比

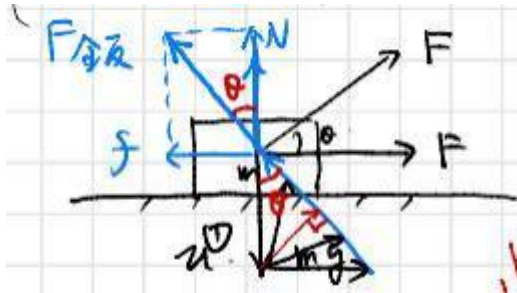


沿类：直接描线

垂类：画长垂线

Mg, 找特殊点画竖线

12. 全反力问题



如图，物体在 F 作用下，缓慢向上旋转，且一直保持匀速运动，研究 F/N 的大小关系
由于 $f = \mu N$ ，且方向不变， N 和 f 的合力的方向也会不变，此时讲四个力的问题变为三个力问题，继续用 23 傻方法求解

13. 双边转，动态平衡（很难）

- ① 某长度可见且固定，为第三类的变形（相似三角形）
- ② M 变化/有多个 $m \rightarrow$ 比例尺变化类
- ③ 两边夹角固定一起转 \rightarrow 构造辅助圆

14. 量纲分析法

$$K \frac{Qq}{r} = E$$

$$K \frac{Q}{r} = \varphi$$

$$P = \frac{E \cdot \frac{s_0}{4\pi r^2}}{t}$$

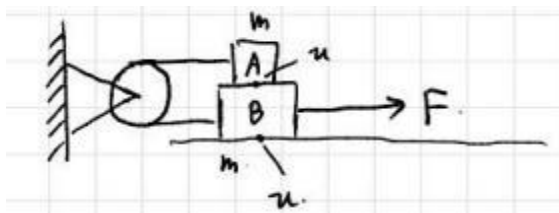
通过公式计算中对单位计算来判断等式是否成立的方法
常和估算法/数量级计算一同使用

15. 整体法

- 1) 相对静止

先整体再隔离是一般思路

- 2) 不相对静止，但是都平衡时照常使用



注：当系统各物均处于静止或者匀直状态，即使有相对运动，整体法也可以随便使用

3) 整体法进阶-反向添加 ma

特征：系统中物体存在 a ，且常常不共速/共加速

操作：看见 a ，擦掉 a ，反向添加 ma 的力

注意：1 本质是一种假设法。2 其他力都不变

效果：变有 a 为无 a ，整体法随时可用

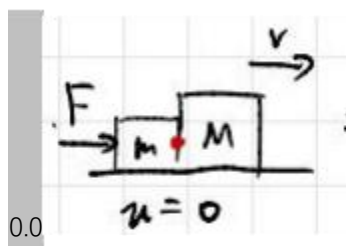
4) 连接体求内力/整体法求内力

特征：①系统内各物体相对静止（共 v 共 a ）

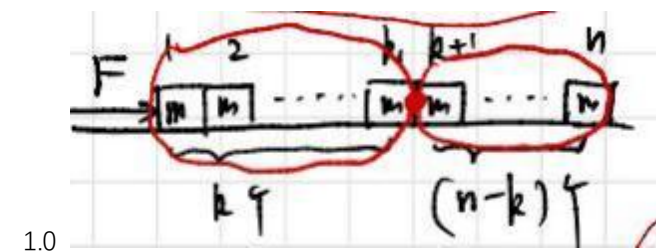
②所求力为系统内力

一般思路：先整体再隔离求内力

进阶思路：力按质量分配 $F_{\text{内}} = \frac{M}{M+m} F_{\text{外}}$



$$F_{\text{内}} = \frac{M}{M+m} F$$



$$F_k = \frac{n-k}{n} F$$

2.0 远端近端上成对出现的力

已按质量分配的力对内力无影响

亦可称作：给各自带来了相同加速度变化的力

常见形式有： mg umg $mgsin\theta$ $umgcos\theta$

3.0 远近端物体各有弹力的时候，各自分配，正减反加（增反减同）

注意：不要与正常的力的合成（叠加或抵消）混淆

4.0 远近端不按质量分配的一对力（ $F_1:F_2 \neq m_1:m_2$ ）

只需要计算不按质量分配的多余部分

按质量分配的部分无需计算

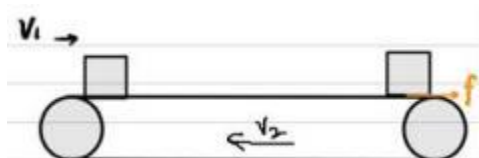
16. 超重和失重问题

只用看 a

- a 向上则超重:
- a 向下则失重
- a 向下且大小等于 g 则完全失重

17. 传送带问题

类型一：有限长 L ，需要讨论：



若 v_1 和 v_2 反向：

物块进行匀减速直线运动： $a_1 = \mu g$

物块运动到速度为零时的位移 $X = \frac{v_1^2}{2\mu g}$

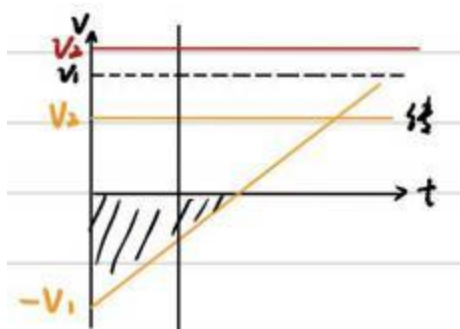
A) 当 $X > L$ 的时候

$$v' = \sqrt{v_1^2 - 2\mu g L}$$

B) 当 $X \leq L$ 时

(1) 若 $v_1 \leq v_2$ ，则对称往复 $v' = v_1$

(2) 若 $v_1 > v_2$ ，则最终 v_2 匀直



若 v_1 和 v_2 同向

A) $\left| \frac{v_1^2 - v_2^2}{2\mu g} \right| < L$ 时

在飞出前达到共速

(1) $v_1 > v_2$ 先减速后匀速

(2) $v_1 < v_2$ 先加速后匀速

B) $\left| \frac{v_1^2 - v_2^2}{2\mu g} \right| > L$

(1) $v_1 > v_2$ 一直减速

(2) $v_1 < v_2$ 一直加速

类型二：无限长，求划痕

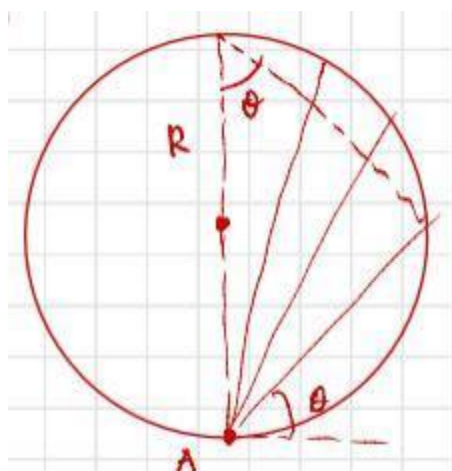
难点 1：传送带有加速度 a_0 时，需要讨论

如果 $|a_0| > \mu g$ ，速度交点以后不共速，物体以 μg 为加速度加减速

如果 $|a_0| \leq \mu g$ ，速度交点以后共速，物体以 a_0 为加速度加减速

难点 2: 划痕长为最大相对位移 (一般为 S_1)

18. 等时圆



条件: (1) 有一个端点在圆的最高点或者最低点

(2) 另一个端点在圆上

(3) 光滑杆

(4) 初始速度为 0

结论: 物体沿杆下滑的时间等于自由落体直径高度所用的时间

19. 关联运动

因为绳杆不可伸长, 两端速度沿绳杆投影永远相等

因为弧面不可, 其半径两端速度沿半径投影永远相等

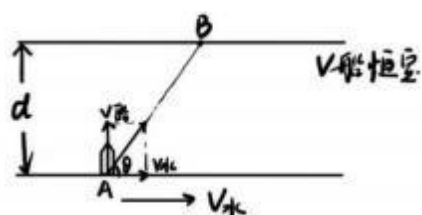
其中, $V_{沿}$ 常被称为牵连/关联速度

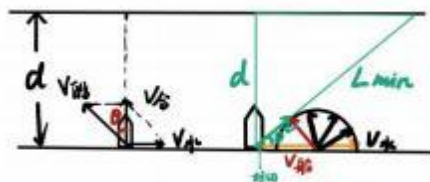
操作方法:

① 沿绳杆半径方向分解

2 $V_{A沿} = V_{B沿}$, 求解

20. 小船过河问题





过河时间最短的情况: (船速直接指向对岸)

$$t_{\min} = \frac{d}{v_{\text{船}}} \quad |AB|_x = \frac{v_{\text{水}} d}{v_{\text{船}}} \quad |AB| = \sqrt{d^2 + x^2} \quad \tan \theta = \frac{d}{x} = \frac{v_{\text{船}}}{v_{\text{水}}}$$

过河距离最短的情况:

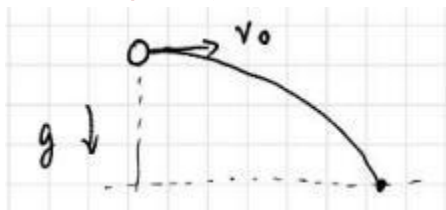
(1) $v_{\text{船}} > v_{\text{水}}$: 这种情况下可以使得船的绝对速度指向对岸, 以便 AB 距离为两岸距离

$$L_{\min} = d \quad \sin \theta = \frac{v_{\text{水}}}{v_{\text{船}}} \quad t = \frac{d}{v_{\text{船}} \cos \theta}$$

(2) $v_{\text{船}} < v_{\text{水}}$: 这种情况需要调整船速方向, 以便和速度与岸的夹角最大, 使得 AB 最短

$$\sin \theta = \frac{v_{\text{船}}}{v_{\text{水}}} < 1 \quad L_{\min} = \frac{d}{\sin \theta} = \frac{d \cdot v_{\text{水}}}{v_{\text{船}}}$$

21. 平抛运动



$$\begin{aligned} v_x &= v_0 \\ v_y &= gt \\ x &= v_0 t \\ y &= \frac{1}{2} gt^2 \end{aligned}$$

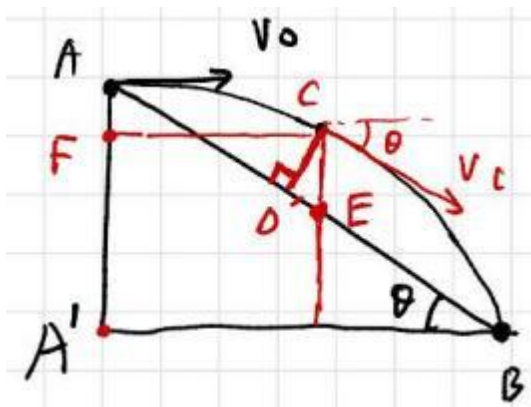
常规思路: 先求 t ① $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ (最常规) ② $t = \frac{x}{v_0}$ (较多) ③ $t = \frac{v_y}{g}$ (较少)

平抛运动的结论: $\tan \theta = \frac{gt}{v_0}$ $\tan \varphi = \frac{\frac{1}{2}gt^2}{v_0 t} = \frac{gt}{2v_0}$ 所以 $\tan \theta = 2 \tan \varphi$ (θ 是速度角, φ 是位移角)

几何结论: 以任意时刻的末位置反向延长末速度, 交水平位移于中点

解法: 平抛运动中, 有斜面角度想两角正切, 其次反向延长

22. 斜面上的平抛



1 对于 AB 而言,

$$2 \tan \theta = \frac{gt}{V_0}$$

$$t = \frac{2 \tan \theta \cdot V_0}{g}$$

$$AB = \frac{V_0 \cdot t}{\cos \theta} = \frac{2V_0^2 \tan \theta}{g \cdot \cos \theta}$$

2 对于弧 AC 而言, c 点速度于 AB 平行, θ 是速度角

$$\tan \theta = \frac{gt'}{V_0} \quad t' = \frac{\tan \theta V_0}{g} = \frac{t}{2}$$

所以 c 点是 ab 段的时间中点

3 求 CD, 及 d_{\max}

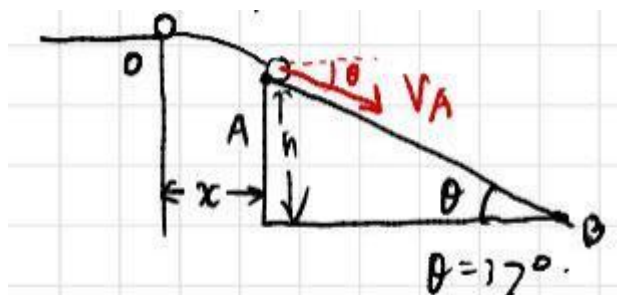
$$r_y = V_0 \sin \theta \quad a_y = g \cdot \cos \theta$$

$$d_{\max} = \frac{v_y^2}{2a_y} = \frac{V_0^2 \cdot \sin^2 \theta}{2g \cos \theta}$$

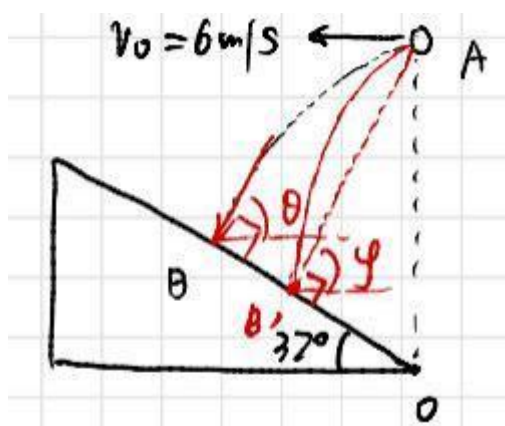
④ D 点不是 ab 中点, 且 $ad < db$, 因为沿斜面是匀加速运动

⑤ E 点才是 ab 中点, 且 F 点是 AA' 的四等分点、

除此以外, 还有顺着斜面和垂直于斜面的平抛:



末速度和斜面面平行



末速度和斜面垂直

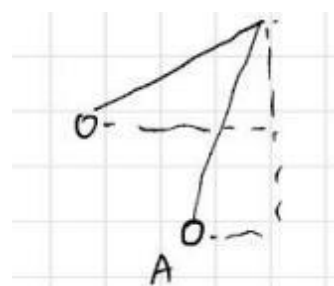
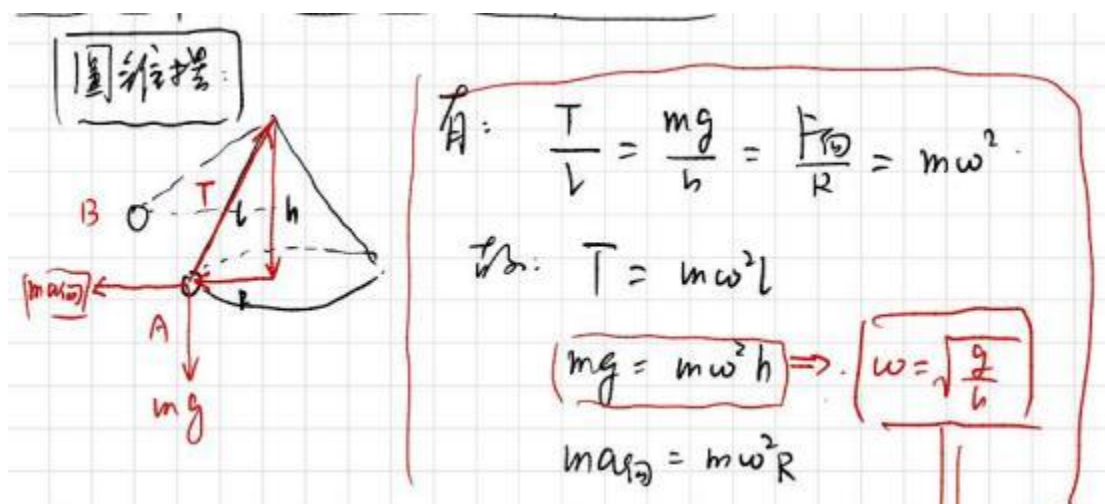
总结:

1. 速度角 $\tan\theta = \frac{gt}{v_0}$
 2. 位移角 $2\tan\theta = \frac{gt}{v_0}$
 3. 速度余角 $\frac{1}{\tan\theta} = \frac{gt}{v_0}$
- 位移余角 $\frac{2}{\tan\theta} = \frac{gt}{v_0}$

23. 圆锥摆结论

在圆锥摆问题中, 通过反向添加 ma 使得受力分析变成受力三角形问题

$$w = \sqrt{\frac{g}{h}} \begin{cases} T = mw^2 L \\ mg = mw^2 h \rightarrow w = \sqrt{\frac{g}{h}} \\ ma = mw^2 R \end{cases}$$



24. 机车启动问题

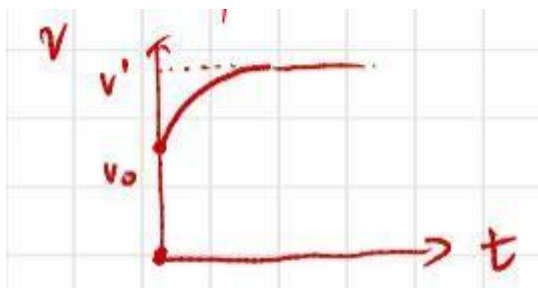
1. 恒力启动：

$F-f=ma$ ，以恒定加速度启动

2. 恒功率启动

$$P=Fv \quad F=\frac{P}{v} \quad F-f=ma$$

则汽车 $v-t$ 图如图所示



25. 机械能

1. 功能关系

能量：物体所具有做功的本领

功：能量转移或者转化的量度

2. 动能定理

合外力对物体做功的总和等于物体动能的变化量

3. 机械能守恒定理

当只有 mg 和 $k\Delta x$ 做功的时候，机械能（动能+重力势能+弹性形式）守恒

26. 竖直圆问题

1. 求某点速度，用动能定理

2. 求任何弹力，做径向受力分析

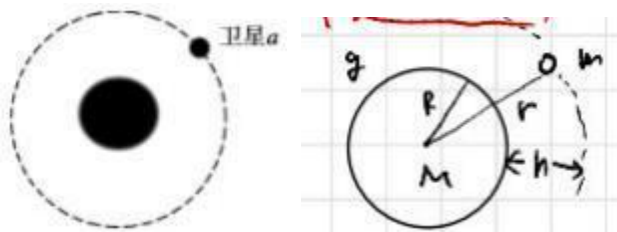
3. 求力必求向心力，求向心力必求动能

4. 恰好问题，

恰好能到最高点：最低点速度等于 $5gR$ ，恰能达到圆心等高点，最低点速度等于 gR

5. 一个物体能够做完整的竖直圆运动的话，上下压力差等于 $6mg$

27. 卫星环绕飞行



轨道半径 $r = R + h$

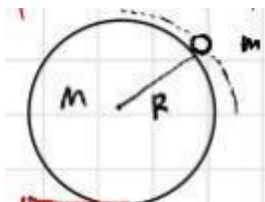
由牛顿第二定律，有 $\frac{GMm}{r^2} = m\frac{v^2}{r} = m\omega^2 r = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r$ (根据题设选择合适的等式)

$$\text{有 } v = \sqrt{\frac{GM}{r}}, \quad \omega = \sqrt{\frac{GM}{r^3}}, \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$$

由万能代换 $GM = gR^2$ (解答题中需要推导)

$$\text{有 } v = \sqrt{\frac{gR^2}{r}}, \quad \omega = \sqrt{\frac{gR^2}{r^3}}, \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{gR^2}}$$

28. 卫星近地飞行



轨道半径 $r = R$

由牛顿第二定律，有 $\frac{GMm}{R^2} = m\frac{v^2}{R} = m\omega^2 R = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R$

$$\text{有 } v = \sqrt{\frac{GM}{R}}, \quad \omega = \sqrt{\frac{GM}{R^3}}, \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM}}$$

由万能代换

有 $v = \sqrt{gR}$ (竖直圆最高点), $\omega = \sqrt{\frac{g}{R}}$ (圆锥摆), $T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$ (单摆周期)

要点：只需记第一排 $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}, \quad \omega = \sqrt{\frac{GM}{r^3}}, \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$ 其余速推即可

29. 高轨低速大周期

前提： $r \uparrow$

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} \downarrow, \quad \omega = \sqrt{\frac{GM}{r^3}} \downarrow, \quad a = \frac{GM}{r^2} \downarrow, \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}} \uparrow, \quad n = \frac{1}{T} \downarrow$$

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{GMm}{2r} \downarrow, \quad E_G = -\frac{GMm}{r} \uparrow, \quad E_M = E_k + E_G = -\frac{GMm}{2r} \uparrow$$

高轨 (r) 低速 (v 、 ω 、 a 、 n) 大周期 (T) 大机大势 (m 不变)
力和能量看小 m

30. 同步卫星

(1) 赤道上空

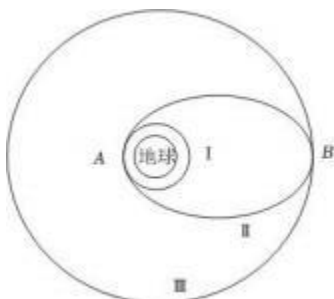
(2) $\omega = \omega_{\text{自}}, T = T_{\text{自}} = 24h$, ω 极小

(3) r 在人造卫星中最大, v 、 ω 最小

赤道上物体, ω 与同步卫星相同, 但是 v 、 a 更大

31. 变轨问题

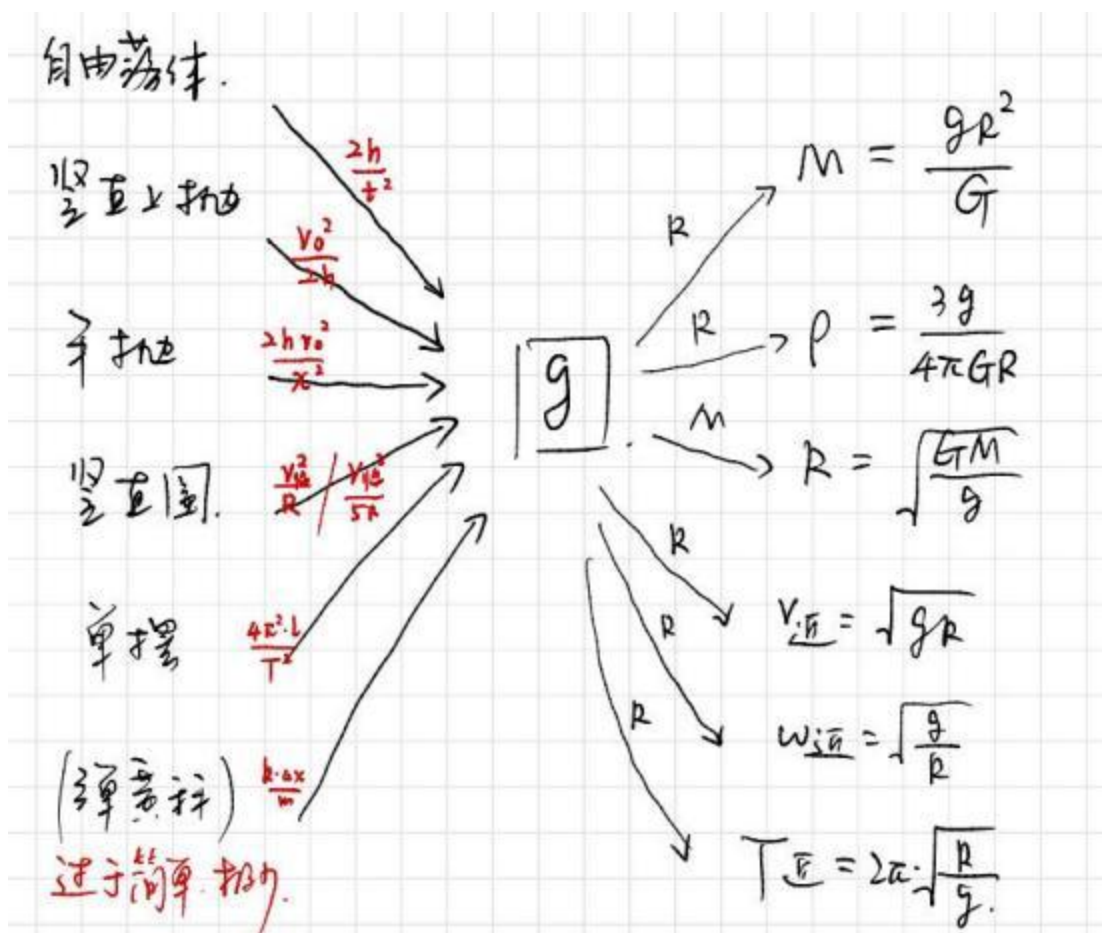
- 同一点: 外侧的 v 更大 (离心)
 内外 a 相同
 外侧 T 更大 (开三)
 不同点: 高轨低速大周期



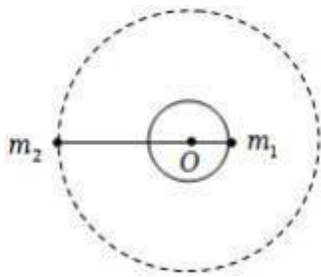
32. 开普勒三定律:

1. 椭圆定律 (轨道定律): 环绕天体在以中心天体为焦点的椭圆轨道上移动
2. 速度定律 (面积定律): 单位时间内焦半径划过面积相等 (线速度 v 近大远小)
3. 周期定律: 公转周期 T 的平方和椭圆轨道半长轴 a 的三次方成正比 $T^2 \propto a^3$

33. 宇航员问题



34. 双星问题



$$r_1 + r_2 = L \text{ ① (几何关系)}$$

$$\frac{Gm_1m_2}{L^2} = m_1\omega^2r_1 = m_2\omega^2r_2 \text{ ② (核心方程)}$$

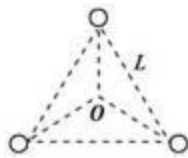
$$\text{由①②知} \begin{cases} r_1 = \frac{m_2}{m_1+m_2}L \\ r_2 = \frac{m_1}{m_1+m_2}L \end{cases} \text{ ③ (距离r按质量反比分配)}$$

$$\text{③代入②, 解得} \omega = \sqrt{\frac{G(m_1+m_2)}{L^3}} \text{ ④}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L^3}{G(m_1+m_2)}} \text{ ⑤ (}\omega、T\text{形式不变, m、r加“总”)}$$

$$\begin{cases} v_1 = \omega r_1 = \sqrt{\frac{G(m_1+m_2)}{L}} \frac{m_2}{m_1+m_2} \\ v_2 = \omega r_2 = \sqrt{\frac{G(m_1+m_2)}{L}} \frac{m_1}{m_1+m_2} \end{cases} \text{ ⑥ (v加“总”后再分配 (质量反比))}$$

35. 多星问题



$$\sqrt{3}\frac{Gm^2}{L^2} = m\omega^2\left(\frac{\sqrt{3}}{3}L\right) \quad (F_{\vec{2}/} = F_{\vec{1}/})$$

36. 宇宙速度

$$\text{引力势能 } E_{p\vec{r}} = -\frac{GMm}{r}$$

1. 选无穷远初为 0 势能点
2. 靠近星球过程中, $W_{\vec{r}} > 0$, $E_{pG} = 0 - W_{\vec{r}}$

第一宇宙速度 (环绕速度, 最大环绕速度, 最小离地速度)

$$v_1 = \sqrt{\frac{GM}{R}} = \sqrt{gR} = 7.9 \text{ km/s}$$

第二宇宙速度 (脱离速度, 脱离地球引力)

$$v_2 = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{2gR} = 11.2 \text{ km/s}$$

第三宇宙速度 (逃逸速度, 飞出太阳系, 只考理解)

$$v_3 = 16.7 \text{ km/s}$$

能使物体在无动力条件下脱离星球引力场范围的最小速度

$$v_2 = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{2gR} = \sqrt{2}v_1$$

37. 黑洞

$$v_2 = \sqrt{\frac{2GM}{R}} > c \quad (M \uparrow R \downarrow, \text{ 密度极大})$$

能量

$$E_k = \frac{GMm}{2r}$$

$$E_{pG} = -\frac{GMm}{r}$$

$$E_M = -\frac{GMm}{2r}$$

38. 碰撞中的一般方程和问题

$$\text{完全弹性碰撞} \quad \begin{cases} m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \\ \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 \end{cases}$$

$$\text{非完全弹性碰撞} \quad m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$$

$$\Delta E_k = \left(\frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 \right) - \left(\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \right)$$

完全非 $m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v'$

$$\Delta E_k = \left(\frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 \right) - \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v'^2$$

1) 完全弹性碰撞结论

$$\begin{cases} v_1' = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2} \\ v_2' = \frac{2m_1 v_1 - (m_1 - m_2)v_2}{m_1 + m_2} \end{cases} \text{手柄公式 (完整版)}$$

$$\begin{cases} v_1' = 2v_{\#} - v_1 = 2 \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} - v_1 \\ v_2' = 2v_{\#} - v_2 = 2 \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} - v_2 \end{cases} \text{另一种记忆方法}$$

2) 动撞静完全弹 ($v_2 = 0$ 时)

$$\begin{cases} v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 \\ v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 \end{cases} \text{半手柄公式}$$

3) $m_1 = m_2$ 时

$$\begin{cases} v_1' = v_2 \\ v_2' = v_1 \end{cases}$$

结论：质量相等时发生完全弹，速度交换

4) 动撞静连续多次弹碰，传递系数

每次碰撞后，被碰物体和碰前物体的速度、动量、动能等量的比值均为定值

$$k_v = \frac{v_2'}{v_1} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}$$

$$k_p = \frac{m_2}{m_1} \cdot \frac{v_2'}{v_1} = \frac{2m_2}{m_1 + m_2}$$

$$k_{E_k} = \frac{E_{k2}'}{E_{k1}} = \frac{m_2 v_2'^2}{m_1 v_1^2} = k_v \cdot k_p = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}$$

5) 类完全弹性碰撞

1. 放慢、缓和

- 2. 依然有相互作用
- 3. 合外力冲量为 0，且无动能损失
- 4. 一般会经过共速点

例：

- 1. 绳模型
- 2. 弹簧连接体
- 3. 电荷相互作用
- 4. 悬垂摆和弧面滑块

6) 循环弹碰

原理：能量和动量守恒的二次方程组存在两组解

$$\begin{matrix} v_1 \\ v_2 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} v_1' \\ v_2' \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} v_1 \\ v_2 \end{matrix} \Rightarrow \dots$$

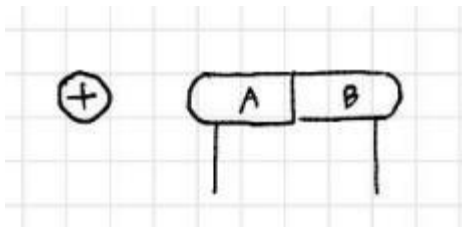
7) 小结论：

动量守恒： $v_1 + v_1' = v_2 + v_2'$

完全碰撞前后： $v_{相} = -v_{相}'$

最大形变，为共速时刻，速度前后对称

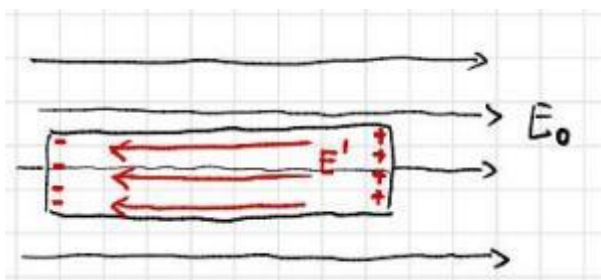
39. 感应起电问题



接地情况	操作	A	B
不接地	先分离再撤走电荷	负电	正电
不接地	先撤走电荷再分离	中性	中性

B 接地	先分离再撤走电荷	负电	中性
A 接地	先分离再撤走电荷	中性	负电

40. 静电平衡



1. 导体放在电场中，达到静电平衡后，此时导体内部处处合场强 $E_{\text{合}} = 0$ ， $E_{\text{内}} = -E_{\text{外}}$ ，

达内部处处无宏观电荷，电荷只分布在其外表面

2. 金属球壳可以屏蔽外部电场

3. 金属球壳只能屏蔽外部电场，但不能屏蔽内部电场（除非接地）

41. 三球平衡问题

三个带电小球如何自发平衡

结论：

1. 共线

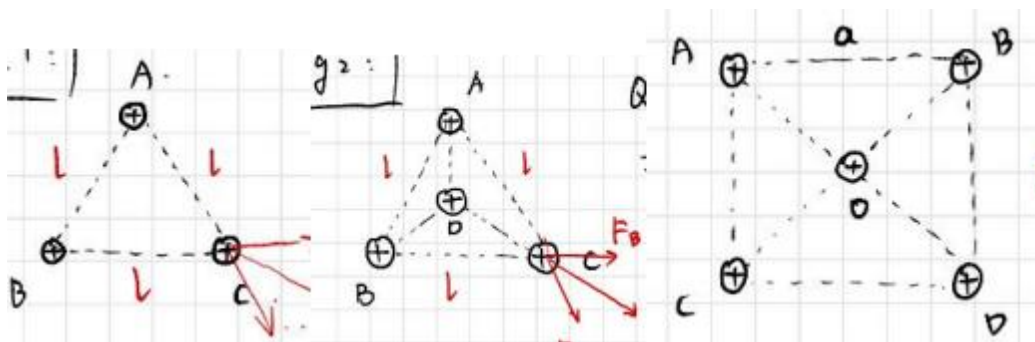
2. 两同夹异

3. 两大夹小

$$4. \frac{1}{\sqrt{q_2}} = \frac{1}{\sqrt{q_1}} + \frac{1}{\sqrt{q_3}}$$

$$\text{距离} \sqrt{\frac{q_1}{q_3}} = \frac{r_1}{r_3}$$

42. 多场源特殊图形

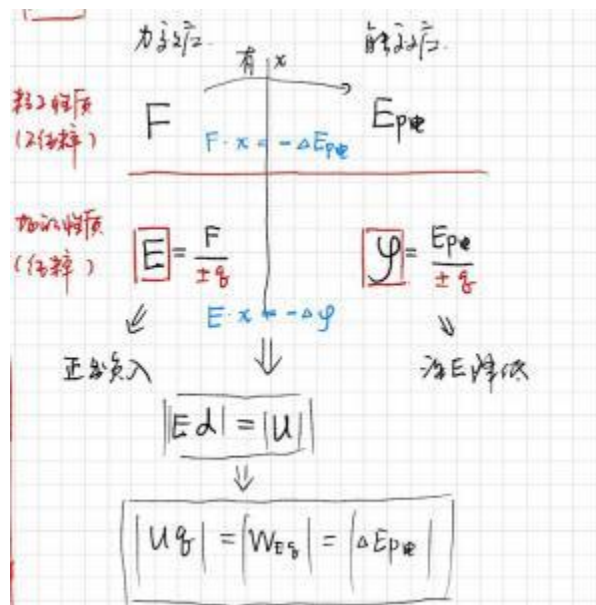


1. 反复检查 Q 和 r 的数值/倍数

2. 矢量合成，不要直接加成

43. 电场和电势

正电荷沿电场线方向，电势能做正功，电势能减小，电势降低
负电荷沿电场线方向，电势能做负功，电势能增大，电势降低
等势线/面与电场线处处垂直



44. 电场线和等势面

注意：

1. 切线表示合场强
 2. 正出负入
 3. 场线平滑（处处可导）
 4. 不能重合或相交
 5. 静电场是开放曲线，不闭合
 6. 电场 E：疏小密大
- 电势 φ ：沿低逆高

E、F、a：看疏密

φ ：看沿逆

v、p、 E_k 、W、 $E_{p电}$ ：看 F 的方向，用加速减速/做功正负定性判断

结论：

等势线交点处，垂直等势线指向凹侧

等势线疏密 = 电场线疏密

45. 开放电场

思路总结：换场/换力/换 g $E_q = mg'$

$$1. E = \frac{U}{d}, F = Eq = \frac{Uq}{d}$$

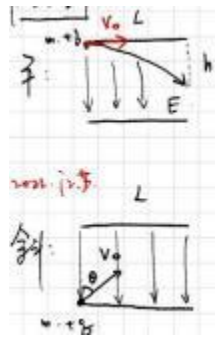
$$2. a = \frac{Eq}{m} \text{ or } \frac{Uq}{md}$$

3. 将 a 换成 g' 等效重力加速度
 a 的指向定义为力学下方

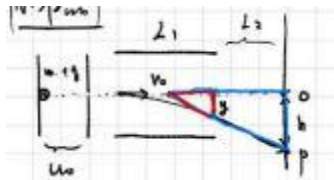
46. 封闭电场/加速、偏转、示波器

加速电场：与匀变速直线运动处理相同

偏转电场：与平抛/斜抛处理相同



示波器：加速电场和偏转电场的组合



结论： y 和 h 与粒子无关

47. 电容器

解题思路：

$$1. \frac{U}{d} = E = \frac{Q}{S}$$

2. 有电源用 U ，无电源用 Q

3. 同侧同，交叉反

4. 插入导体：间距 d 减小

插入电介质：面积 S 增大

5. 接地电势为 0 看 Ed ， Ed 都变则看比值

6. 静电计测 U ，验电器测 Q ， $C = \frac{Q}{U}$

$$\text{决定式: } C = \frac{\epsilon S}{4\pi k d}$$

48. 电学其他结论

$$E_p = \pm \frac{kQq}{r}, \varphi = \pm \frac{kQ}{r}$$

可以使用该结论做 $E-x$ 图定性判断

49. 电流相关

注意：电流是标量只有正负和顺逆

决定式： $I = nqsv$

方向：正电荷定向移动方向

在外电路中，电流从高电势流向低电势，正极流向负极

50. 电阻相关

定义式： $R = \frac{U}{I}$

只能用于纯电阻电路（电能完全转化为热量，不转化其他能量）

决定式： $R = \rho \frac{l}{S}$

ρ ：金属随温度上升电阻率上升，半导体相反

纯电路欧姆定律： $E = U_{\text{端}} + I r$

51. 电功相关

任何情况总功率 $P = UI$

任何情况热功率 $P = I^2 R$

纯电阻电路功率其他求法 $P = \frac{U^2}{R}$

52. 串并联相关

串联结论：

1. 电流处处相同
2. 串联分压，阻值正比分配功率
3. 总电阻=各电阻之和

并联结论：

1. 两端电压相同
2. 并联分流，阻值反比分配功率
3. 总电阻倒数=各支路电阻倒数之和

只有两项时 $R_{\text{总}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

53. 动态电路

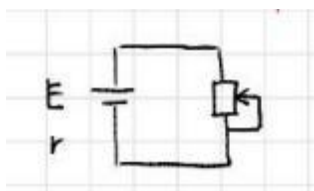
总结：串反并同

解释：

与变化的电阻 R_p 串联的用电器和电表，其电学参数（ U 、 I 、 P ）的变化与 R_p 阻值变化相同

并联则相反

54. 均值相关



当 E 、 r 已知且确定时

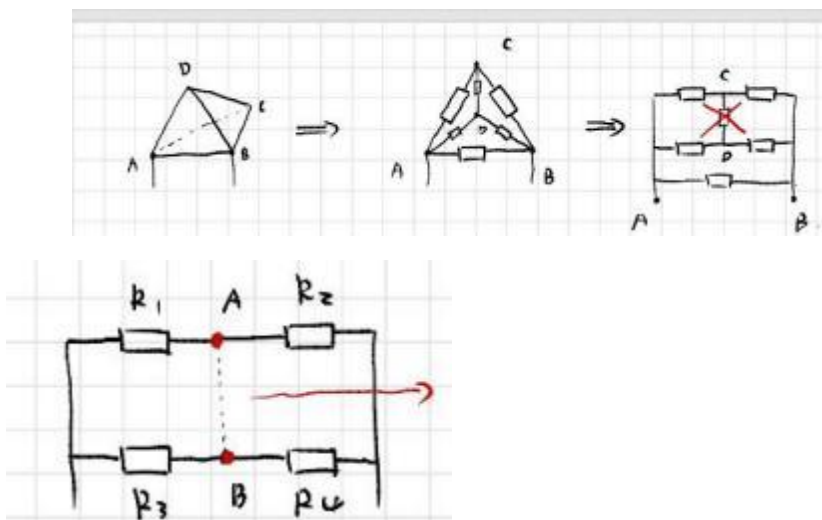
$R = r$ 时，外电路功率有最大值 $P_{R\max} = \frac{E^2}{4r}$

55. 复杂电路化简

基本原则：

1. 正出负入
 2. 由一根导线直接相连的两端电势 φ 相等
 3. 任意节点的穿入电流总和等于穿出电流总和
 4. 沿电流方向穿过 R ，电势 φ 下降 IR ，穿过电源，电势 φ 上升 E
- 沿电流方向绕任意回路回到起点， $\Delta\varphi = 0$

56. 电桥



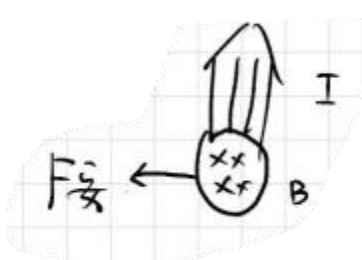
$\frac{R_1}{R_3} = \frac{R_2}{R_4}$ 时，电桥无电流

57. 节点法化简

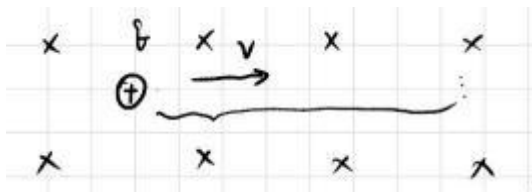
1. 标记等电势点
2. 按电流方向排序
3. 重画电、开、点
4. 按原位置安装用电器
5. 安放特殊原件（电表、电容）

58. 安培力与左手定则

$$\vec{F} = \vec{B}I\vec{L}$$

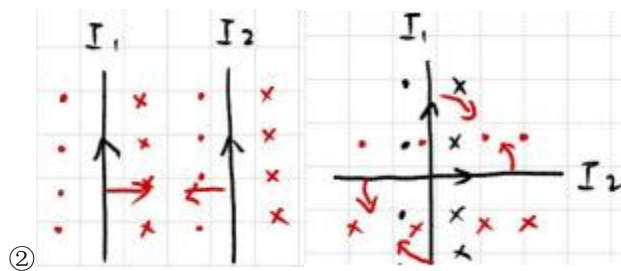


推论：①



洛伦兹力本质与安培力相同，互为宏微观形式

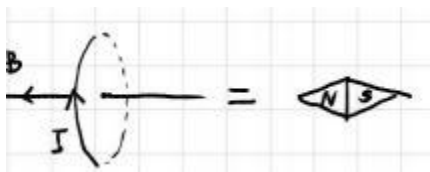
左手定则判断洛伦兹力时，四指指向电荷运动形成的电流方向。



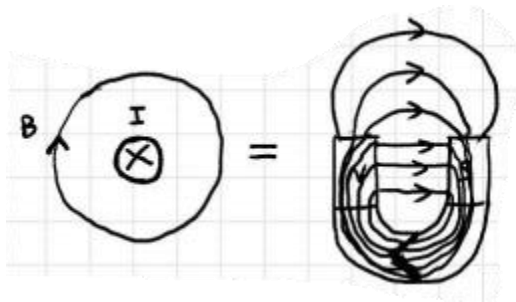
②

电流间的安培力趋同！（同向：吸引 反向：排斥 夹角：转至相同）

③磁感线形状相似的磁体可相互替换



环导线 \approx 直磁体

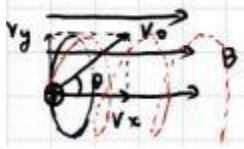


直导线 \approx 环磁体（u 型）

59. 单一有界场

$$\textcircled{1} R = \frac{mv}{qB}, \quad v = \frac{qBR}{m}, \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{qB}, \quad \omega = \frac{Bq}{m}$$

当 B 与 v 夹 θ 时，等距螺旋线



水平: $v_x = v_0 \cos\theta$, 匀速直线运动

竖直: $v_y = v_0 \sin\theta$, $R = \frac{mv_0 \sin\theta}{qB}$, 匀速圆周运动

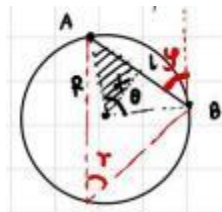
则螺旋线粗细 $d = 2R = \frac{2mv_0 \sin\theta}{qB}$

$$\text{周期 } T = \frac{2\pi m}{qB}$$

$$\text{圈距 } x = v_x T = \frac{2\pi m v_0 \cos\theta}{qB}$$

②数学基础:

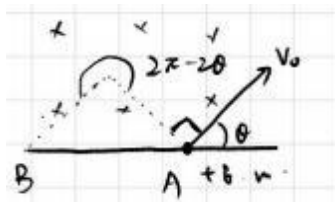
垂径定理及弦长公式:



$$l = 2R \sin \frac{\theta}{2}$$

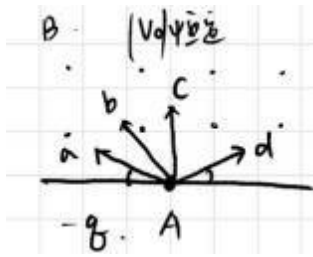
弦切角定理: 弦切角 φ = 圆周角 r , 圆心角 $\theta = 2\varphi = 2r$

60. 单一直线边界磁场



活用弦切角: 弦长: $2R \sin \frac{\theta_{\text{心}}}{2} = 2 \frac{mv_0}{qB} \sin(\pi - m)$

$$\text{时间: } \frac{\theta_{\text{心}}}{\omega} = \frac{2m\theta_{\text{弦切}}}{Bq}$$



本质上是同一围绕 A 点旋转 → 旋转圆问题

61. 双边界磁场

常规思路：作垂线，找圆心，画轨迹，找几何关系

奇葩思路：微元法/积分法/洛伦兹力分量式

$$F_{\text{洛}} = Bqv \begin{cases} F_{\text{洛}y} = Bqv_x \Rightarrow \Delta v_y = \frac{Bq}{m} x \\ F_{\text{洛}x} = Bqv_y \Rightarrow \Delta v_x = \frac{Bq}{m} y \end{cases}$$

标志：①在由初末速度方向，或一直某方向分位移

②带电粒子只受洛伦兹力，或某方向上只受洛伦兹力时，可以用

优势：①在 $\Delta v_y = \frac{Bq}{m} x$ 中寻找要求的答案

②省去几何关系寻找圆心和画角

③不需要确定圆心和轨迹

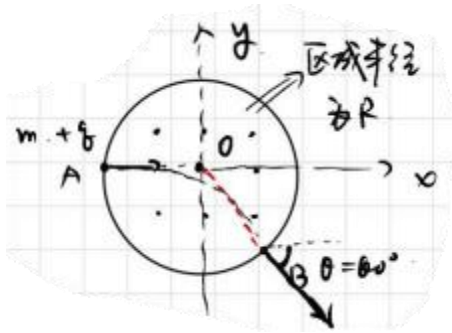
过程：①严格使用微元法证明

②亦可画出轨迹装作“由图中几何关系可知”

62. 三角形边界（纯几何）

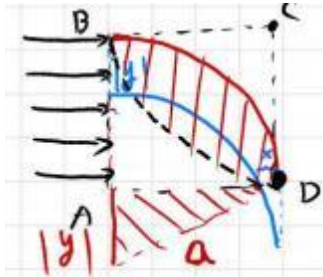
找临界 → 相切 → 几何求 R

63. 圆形磁场（对称，找直径）



对心进入，必离心出（经入经出）

64. 隐形磁场 → 磁聚焦



特点：入射平行，发射汇聚

磁场边界为圆形

$$r_{\text{轨迹}} = R_{\text{边界}}$$

结论：① 平行粒子束 ⇔ 汇聚到同一点（识别标志）

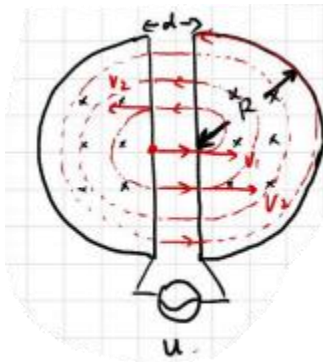
② 磁场是圆形

$$\textcircled{3} r_{\text{轨迹}} = R_{\text{磁场}}$$

④ 找汇聚点：过圆心，做平行束垂线 → 找等效最低点

找磁场圆：过汇聚点，做平行束垂线，上方 r 处为区域圆心

65. 回旋加速器



$$\textcircled{1} v_1 = \sqrt{\frac{2uq}{m}}, R_1 = \frac{mv_1}{qB}$$

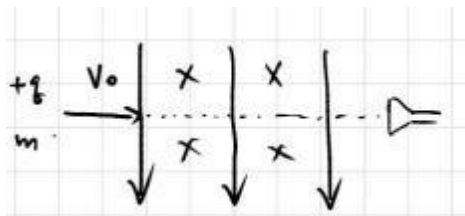
② $T_B = T_{\text{交}}$ ，通过调节 B 来匹配周期

③ 每次加速获得同样的动能 $\Delta E_k = uq$

$$\textcircled{4} v_{\max} = \frac{BqR}{m}$$

$$\textcircled{5} \text{求 } n, \left. \begin{matrix} v_n = v_{\max} \\ \sqrt{\frac{2nuq}{m}} = \frac{BqR}{m} \end{matrix} \right\} \rightarrow n = \frac{B^2 q R^2}{2mu} \text{ 向下取整}$$

66. 速度选择器

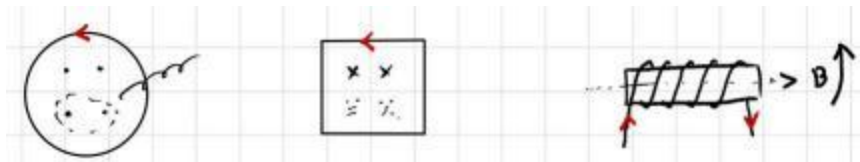


$$qvB = Eq \rightarrow v = \frac{E}{B}$$

注意：与 $\frac{q}{m}$ 和 \pm 无关，含重力场会导致 q 、 m 无法消除

67. 楞次定律

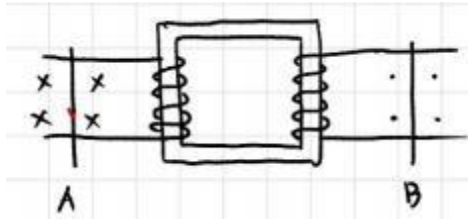
增反减同：



来拒去留

增缩减扩

68. 互感



若 B 杆向右运动，可知右侧线框电流方向为顺时针，右侧线圈的磁场方向在线圈内部由下向上，则左侧线圈外侧产生的磁场为增大的由上向下或减小的由下向上，对应的 A 杆运动分别为向右侧加速或向左侧减速。

69. 单杆导轨及线框问题

1) 单杆滑行类 (有 v_0 无外力)

$$F_1 = BIL \rightarrow F_1 t = BqL$$

$$F_{\text{安}} = \frac{B^2 l^2 v}{R_{\text{总}}} \rightarrow F_{\text{安}} t = \frac{B^2 l^2 x}{R_{\text{总}}}$$

2) 恒力单杆类

① 看见稳定: $F = F_{\text{安}}$

② 看见功率: $P = F_{\text{安}} v$

③ 看见 a , 列牛二 $a = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{F - F_{\text{安}}}{m}$

④ 看见 $Q/W_{\text{安}}$, 列动能定理

$$0 + Fx - Q = \frac{1}{2}mv'^2$$

$$Q = \left| W_{F_{\text{安}}} \right| = Fx - \frac{m}{2} \cdot \left(\frac{F(R+r)}{B^2 l^2} \right)^2$$

⑤ 看见 q , 列 $q = it$

$$q = I \cdot t = \frac{Blv \cdot t}{R+r} = \frac{Blx}{R+r}$$

$$\text{同时 } q = It = \frac{\frac{\Delta \phi}{R_{\text{总}}}}{\frac{\Delta t}{R_{\text{总}}}} \cdot t = \frac{\Delta \phi}{R_{\text{总}}}$$

⑥ 看见 x , 给 q 变成⑤ 给 Q 变成④

⑦ 看见 t , 列动量定理

$$\begin{aligned} \Sigma F \cdot t &= \Delta mv \\ (F - F_{\text{安}})t &= m \cdot v' \\ F \cdot t - \frac{B^2 l^2 x}{R+r} &= \frac{m \cdot F(R+r)}{B^2 l^2} \end{aligned}$$

$$t = \left[\frac{m \cdot F \cdot (R+r)}{B^2 l^2} + \frac{B^2 l^2 x}{R+r} \right] / F$$

70. 双杆导轨问题

$$(1) V_1' = V_2' = V_{\text{共}} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_0$$

$$(2) Q_{\text{总}} = |\Delta E_k| = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \cdot \frac{1}{2} m_1 v_0^2$$

$$Q_1 = \frac{r_1}{r_1 + r_2} \cdot Q_{\text{总}}, Q_2 = \frac{r_2}{r_1 + r_2} \cdot Q_{\text{总}}$$

结论同力学问题一样

71. 分子间作用力

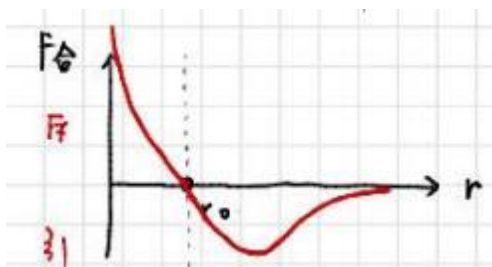
①包含引力、斥力，本质都是电磁力/库仑力

②与距离反相关

③r 较小时，斥力为主，（太近了嫌弃），r 降低，斥力增加快

R 较大时，引力为主，（太远了思念），r 增大。斥力减小快

④r=r₀ 时，引力斥力相等，合力为零



⑤做功

0→r₀，斥力做正功，E_p 减小

r₀→+∞，斥力做负功，E_p 增大

72. 理想气体方程

V 不变，等容过程，查理定律， $\frac{P}{T} = C$

P 不变，等压过程，盖-吕萨定律， $\frac{V}{T} = C$

T 不变，等温过程，玻意耳定律， $PV = C$

综合： $\frac{PV}{T} = C$ ， $PV = nRT$

73. y-x、y-t 图联系、转化问题

方法：互切观察法

①观察时刻、坐标，确定切割位置

②结合 V 波方向，找相同的 V 振方向，确定答案

高端技巧：左同右反

V 波 \leftarrow ，切口处图像一致

V 波 \rightarrow ，切口处图像左右对称

74. 多解问题

操作：①确定 Δt 或 Δx

②讨论 V 波 \leftarrow 或 \rightarrow ，或 a、b 两质点先后，确定其中之一的关键分数 $\frac{b}{a}$

$$\textcircled{3} T_{\text{通解}} = \frac{\Delta t}{n + \frac{b}{a}}, \lambda_{\text{通解}} = \frac{\Delta x}{n + \frac{b}{a}}$$

④解出通解，结合条件进行取舍。

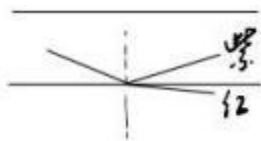
75. NB 光

1. 折射-牛光被暴打



越 NB，n 越大，波速 $v = \frac{c}{n}$ 越小，偏折程度越大

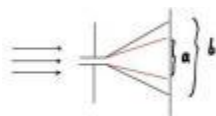
2. 全反射-牛光再被打



$$\text{临界角 } \sin i_0 = \frac{1}{n}$$

越 NB，临界角 i_0 越小，越容易发生全反射

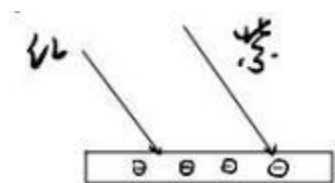
3. 干涉-牛光撞出去



$$\text{条纹宽度 } \Delta x = \frac{L}{a} \cdot \lambda$$

越 NB，波长 λ 越短，干涉条纹越窄

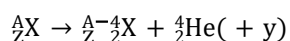
4. 光电效应-牛光打小朋友



$$\text{最大初动能 } E_k = h\nu - W_0$$

越 NB, 越容易发生光电效应, 最大初动能越大

76. 核反应方程式



注意: 反应前后质量数守恒, 但质量不守恒 (质量亏损)

反应前后电荷数守恒, 电荷守恒

77. 能级跃迁

$$\text{第 } n \text{ 级跃迁到第 } m \text{ 级: } h\nu = E_n - E_m = E_1 \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

注意: 一个电子由最高级 n 向下跃迁, 最多 $n-1$ 种光

一系列电子由最高级 n 向下跃迁, 最多有 C_n^2 种光

78. 打点计时器研究 v 和 a

①有器无表, 有尺无平, 低压交流

②先接通电源, 后释放小车

③换线带, 反复做, 择优用

④计时点 $\Delta t = 0.02\text{s}$, 计数点 $\Delta T = n \cdot \Delta t$

⑤ v : 取前段后段求平均速度

$$\text{⑥ } a = \frac{\Delta x}{T^2}$$

$$\text{⑦ } a = \frac{x_6 - x_1}{5T^2} \quad (\text{不好, 未能充分利用所有数据})$$

$$\text{⑧ 光电门 } v = \frac{d}{\Delta t}$$

79. 测量力与弹簧形变量的关系

①原理 $F = k \cdot \Delta x$

实操：根据数据列表画图求k

②注意横纵左边物理量

③非线性→超过弹性限度

80. 探究力的合成的规律

要点：①等效替换

②力的图示，注意单位长度

③重复次数，推测规律

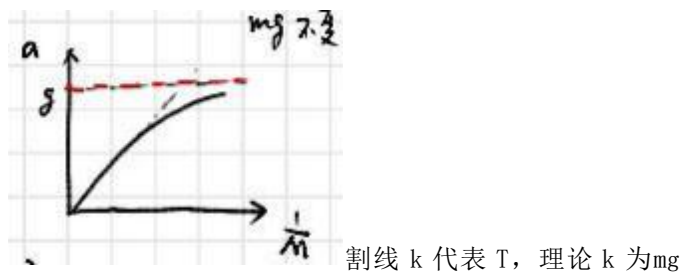
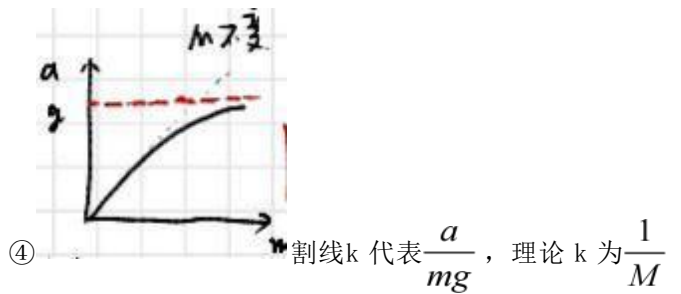
④超过弹性限度问题

81. 打点计时器验证牛顿第二定律

①木块（垫高木板），天平（测m）

② $mg-T$ （实际上 $T = \frac{M}{M+m}mg$ ），故要求 $M \gg m$

③平衡+检验（无重物，匀直纸带）



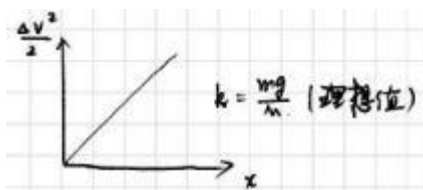
82. 打点计时器验证动能定理

①器材与步骤类验证牛二律

②所测内容不同， $|\Delta E_k| = W_{F合}$ ， $mgh = \frac{1}{2}M(v'^2 - v_0^2)$

③永远左侧大

④图像处理



83. 验证机械能守恒定律

①原理简化：m 和 M 是同一物体，器材竖直放置， $k=g$

②误差分析：阻力（空气、纸带摩擦）

改进：增大物块密度、降低空气阻力、减小纸带摩擦

③变形：单程-光电门

竖直圆-拉力传感器

84. 研究平抛运动

①坐标纸，铅垂线，木板，大头钉，胶带，记号笔，频闪相机

②同一高度、末端水平，可有摩擦

$$\textcircled{3} \quad g = \frac{\Delta y}{T^2}, \quad v_x = \frac{x}{T}, \quad v_y = \frac{y_1 + y_2}{2T}, \quad v_{\text{合}} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

85. 油膜法估算分子直径

①稀释!!!

目的：形成单分子层油膜

算法：1 份 \rightarrow k 份，N 滴 \rightarrow 1mL，则 1 滴 $= \frac{1}{N} \times \frac{1}{k} \text{mL}$

②数格子算面积

半格及以上 \rightarrow 1，小于半格 \rightarrow 0

注意边长及面积单位

$$\textcircled{3} \text{ 求直径 } d = \frac{V}{S} = \frac{\frac{1}{Nk} \text{mL}}{S \text{cm}^2} = \frac{1}{NKS} \text{cm}$$

86. 插针法测玻璃折射率

①面距大：偏高配置

针距大：好画光路图

②注意偏折方向

③有光路：折射 $n = \frac{\sin_{\text{大}}}{\sin_{\text{小}}}$

遮挡消失：全反射 $n = \frac{1}{\sin i_0}$