1. Если функция непрерывна на отрезке $[a, b]$ и на его концах принимает значения разных знаков, то внутри отрезка найдется хотя бы одна точка, в которой функция обращается в нуль .

2. Если функция f непрерывна на сегменте и на своих концах принимает значение разных знаков, то существует такая точка c, принадлежащая этому отрезку, в которой $f(c) = 0$.

3. Пусть f непрерывна на отрезке $[a, b]$ и на концах этого отрезка принимает значения разных знаков, тогда найдется точка ξ на интервале (a, b), в которой значение функции равно нулю .

4. Если непрерывная функция, определённая на вещественном интервале, принимает два значения, то она принимает и любое значение между ними .

5. Пусть функция f непрерывна на отрезке $[a, b]$, причем $f(a) neq f(b)$, тогда для любого числа , заключенного между $f(a)$ и $f(b)$, найдется точка $\gamma \in (a, b)$, что $f(\gamma) = C$.

6. Если функция непрерывна на отрезке $[a, b]$, то, принимая любые два значения на $[a, b]$, функция принимает и всякое промежуточное значение .

7. Пусть функция f непрерывна на отрезке $[a, b]$ и $f(a) < f(b)$, то для любого числа A такого, что $f(a) < A < f(b)$, найдется точка из интервала (a, b), в которой $f(c) = A$.

8. Пусть функция f непрерывна на отрезке $[a, b]$ и пусть есть произвольное число, находящееся между значениями $f(a)$ и $f(b)$, тогда существует точка $\in [a, b]$, для которой $f() =$.

9. Пусть F абсолютно непрерывная функция на $[a, b]$, тогда она почти всюду дифференцируема, обобщенная производная F' интегрируема по Лебегу и для всех $x \in [a, b]$ выполняется равенство : $\int\limits_a^x F'(t) \cdot dt = F(x) - F(a)$.

10. Если f абсолютно непрерывна на $[a, b]$, то ее производная существует почти всюду, интегрируема по Лебегу и удовлетворяет равенству: $f(x) = f(a) + \int\limits_a^x f'(t) * dt$ для всех $x \in [a, b]$.

11. Если функция непрерывна на отрезке $[a, b]$, то среди ее значений на этом отрезке имеется наименьшее и наибольшее значение .

12. Если функция f непрерывна на отрезке $[a, b]$, то она ограничена на нём и притом достигает своих минимального и максимального значений, т.е. существуют $x_m,\ x_M \in [a, b]$ такие, что $f(x_m) \leq f(x) \leq f(x_M)$ для всех $x \in [a, b]$.

13. Если f непрерывна на $[a, b]$, то она достигает на нем своей верхней и нижней грани.

14. Если функция $f(x)$ монотонна (нестрого) на отрезке $[a, b]$, а функция $g(x)$ интегрируема на $[a, b]$, то существует точка $\xi \in [a, b]$ такая , что $\int\limits_a^b f(x) \cdot g(x)\, dx = f(a) \cdot \int\limits_a^\xi g(x)\, dx + f(b) \cdot \int\limits_\xi^b g(x)\, dx$.

15. Если $f, g \in R_{[a,b]}$ и функция $f(x)$ монотонна на $[a, b]$, то найдется такая точка $\xi \in [a, b]$, такие что $\xi \in [a, b]$ такая , что $\int\limits_a^b f(x) \cdot g(x)\, dx = f(a) \cdot \int\limits_a^\xi g(x)\, dx + f(b$
.

16. Если в промежутке $[a, b]$ функции $u(x)$ и $v(x)$ непрерывны и имеют непрерывные производные, то $\int_a^b u(x) dv(x) = (u(x) \cdot v(x))|_a^b = \int\limits_a^b v(x)\, du(x)$
.

17. Пусть функции u и v дифференцируемы на некотором интервале и пусть функция $u'(x) * v(x)$ имеет первообразную на этом интервале, тогда функция $u(x) * v'(x)$ также имеет первообразную на этом интервале,

причем справедливо равенство $\int u(x) * v'(x) * dx = u(x) * v(x) - \int v(x) * u'(x) * dx$
.

18. Если функция $f(x)$ кусочно-непрерывна на промежутке $[a, b]$, то на этом промежутке она интегрируема, т.е. существует $\int_a^b f(x)\, dx$.

19. Если функция кусочно-непрерывна на некотором отрезке, то она интегрируема на этом отрезке .

20. Если функция $\varphi(x)\colon M \to E$ непрерывна в некоторой точке $a \in M$, а функция $f\colon E \to \mathbb{R}$ непрерывна в соответствующей точке $b = \varphi(a) \in E$, то сложная функция $F(t) = f(\varphi(t))$ непрерывна в точке $t = a$.

21. Пусть функция $g(x)$ непрерывна в точке x_0 и функция $f(t)$ непрерывна в точке $t0 = g(x_0)$, тогда сложная функция $f(g(x))$ непрерывна в точке x_0 .

22. Для того, чтобы ограниченная функция f была интегрируема в смысле Дарбу, необходимо и достаточно, чтобы для любого $\varepsilon > 0$ нашлось разбиение P_ε такое, что $S(f, P_\varepsilon) - s(f, P_\varepsilon) < \varepsilon$.

23. Пусть функция f ограничена на отрезке $[a, b]$, тогда для того, чтобы f была интегрируемой на этом отрезке, необходимо и достаточно, чтобы для любого положительного ε существовало такое положительное δ, что для каждого разбиения Π , диаметр которого $d\,(\Pi) < \delta$, справедливо неравенство $\overline{S_\Pi} - \underline{S_\Pi} < \varepsilon$.

24. Ограниченная функция f интегрируема по Риману на отрезке $[a, b]$ тогда и только тогда, когда для любого $\varepsilon > 0$ можно найти такое разбиение P указанного отрезка, что выполняется неравенство: $\sum_{k=1}^{n}(M_k - m_k)\Delta x_k < \varepsilon$, где $m_k = inf\{f(t) : t \in [x_{k-1}, x_k]\}$ и $M_k = sup\{f(t) : t \in [x_{k-1}, x_k]\}$.

25. Ограниченная функция f интегрируема по Риману на отрезке $[a, b]$ тогда и только тогда, когда для любого положительного числа ε существует такое разбиение $P \in \sigma[a, b]$, что выполняется неравенство $U(P, f) - L(P, f) < \varepsilon$

.

26. Если непрерывная функция f на открытом интервале (a,b) удовлетворяет равенству $\int\limits_a^b f(x) \cdot h(x) \cdot dx = 0$ для всех финитных гладких функций h на (a,b), тогда f является тождественным нулем .

27. Если функция $f(x)$, $a \leq x \leq b$, непрерывна и для любой непрерывной функции $h(x)$, $a \leq x \leq b$, то $f(x) \equiv 0$.

28. Если ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ сходится, то его n-й член стремится к нулю при $n \to \infty$.

29. Если ряд $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ сходится, то ряд $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$ сходится .

30. Если функция $f(x)$ дифференцируема в некоторой точке x_0, принадлежащей интервалу $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$ и имеет в этой точке экстремум, то $f'(x_0) = 0$.

31. Если функция $y = f(x)$ имеет экстремум в точке x_0, то ее производная $f'(x_0)$ либо равна нулю, либо не существует.

32. Пусть функции f и g непрерывны в точке x_0, тогда функции $f(x) \pm g(x)$, $f(x) \cdot g(x)$ непрерывны в точке x_0 и если, дополнительно, $g(x_0) \neq 0$, то функция $f(x)/g(x)$ непрерывна в точке x_0 .

33. Если функции $f(x)$ и $g(x)$ определены в одном и том же промежутке X и обе непрерывны в точке x_0, то в той же точке будут непрерывны и функции $f(x) \pm g(x)$,$f(x) \cdot g(x)$, $\dfrac{f(x)}{g(x)}$ при условии, что $g(x_0) \neq 0$.

34. Если функция $f(x)$ и $g(x)$ интегрируемы на отрезке $[a,b]$, $p > 1$, $\dfrac{1}{p} + \dfrac{1}{q} = 1$, то справедливо неравенство $|\int\limits_a^b f(x) \cdot g(x)\, dx| \leq \int\limits_a^b |f(x) \cdot g(x)|\, dx \leq (\int\limits_a^b |f(x)|^p\, d$
.

35. Пусть $p, q \in (1, \infty)$, $\dfrac{1}{p} + \dfrac{1}{q} = 1$, функция f и g интегрируемы на $[a, b]$, тогда $|\int\limits_a^b f(x) \cdot g(x)\, dx| \leq \int\limits_a^b |f(x) \cdot g(x)|\, dx \leq (\int\limits_a^b |f(x)|^p\, dx)^{\dfrac{1}{p}} \cdot (\int\limits_a^b |g(x)|^q\, dx)^{\dfrac{1}{q}}$.

36. Пусть на отрезке $[a, b]$ функции $f(x)$ и $\alpha(x)$ интегрируемы, $m \leq f(x) \leq M$, $\alpha(x) \geq 0$, $\int\limits_a^b \alpha(x) dx = 1$, а функция φ выпукла и непрерывна на отрезке $[m, M]$, тогда имеет место неравенство $\varphi \cdot (\int\limits_a^b f(x) \cdot \alpha(x)\, dx) \leq \int\limits_a^b \varphi(f(x)) \cdot \alpha(x) \cdot dx$.

37. Для выпуклой функции $\varphi(x)$ и интегрируемой функции $f(x)$ выполняется неравенство $\varphi \cdot (\int\limits_a^b f(x)\, dx) \leq \dfrac{1}{b-a} \cdot \int\limits_a^b \varphi((b-a) \cdot f(x))\, dx$.

38. Если функции $f(x)$ и $g(x)$ на отрезке $[a, b]$ ограничены и возрастают, то справедливо неравенство $\int\limits_a^b f(x)\, dx \cdot \int\limits_a^b g(x)\, dx \leq (b-a) \cdot \int\limits_a^b f(x) \cdot g(x)\, dx$.

39. Пусть f и g заданы на $[a, b]$, причем f возрастает, а g убывает на $[a, b]$, тогда $\int\limits_a^b f(x) \cdot g(x)\, dx \leq \dfrac{1}{b-a} \cdot \int\limits_a^b f(x) \cdot \int\limits_a^b g(x)\, dx$.

40. Пусть $\varphi \geq 0$ - суммируемая на A функция и > 0 - произвольное положительное число, тогда $\mu\{x \in A | \varphi(x) \geq c\} \leq \dfrac{1}{c} \cdot \int\limits_A \varphi(x) d\mu$.

41. Если функция $f \in L_1(X)$, то для любого $\varepsilon > 0$ верно неравенство $\mu\{|f| \geq \varepsilon\} \leq \dfrac{1}{\varepsilon} \cdot \int\limits_X |f| d\mu$.

42. Если $f(x)$ непрерывна на промежутке $[a, b]$, то имеет место такая оценка определенного интеграла: $m(b-a) \leq \int_a^b f(x)\,dx \leq M(b-a)$, где m - наименьшее, а M - наибольшее значения функции $f(x)$ на промежутке $[a, b]$.

43. Если m есть наименьшее, а M - наибольшее значение функции $f(x)$ в промежутке (a, b), то значение интеграла $\int\limits_a^b f(x)\,dx$ заключено между $m(b-a)$ и $M(b-a)$.

44. Если функция непрерывна на отрезке $[a, b]$, то на этом отрезке она и ограничена .

45. Если f непрерывна на $[a, b]$, то она ограничена на нем, т.е. существует такое число M, что $|f(x)| \leq M$, при всех $x \in [a, b]$.

46. Если функция $f(x)$ имеет на интервале (a, b) первообразную $F(x)$, то $f(x) * dx = F(x) + C$, где С — произвольная постоянная функция .

47. Если $F(x)$ есть первообразная для $f(x)$ на промежутке, тогда $f(x) * dx = F(x) + C$, где C – произвольная постоянная.

48. Пусть функция g непрерывно дифференцируема на отрезке $[a, b]$ и множеством ее значений является отрезок $[a, b]$, причем $g(a) = c$, $g(b) = d$, тогда если функция f непрерывна на отрезке $[c, d]$, то выполняется равенство $\int\limits_c^d f(x)\,dx = \int\limits_a^b f(g(t)) \cdot g'(t) \cdot dt$.

49. Пусть функция $y = f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$, функция $x = g(t)$ и ее производная $g'(t)$ непрерывны при $t \in [\alpha, beta]$, множеством значений функции $x = g(t)$ при $t \in [\alpha, beta]$ является отрезок $[a, b]$ и $g(a) = a$, $g(b) = b$, то справедлива формула $\int\limits_a^b f(x)\,dx = \int\limits_\alpha^\beta f(g(t)) \cdot g'(t) \cdot dt$.

50. Если $f_n \in R[a, b], n \in \mathbb{N}$, и последовательность $\{f_n\}$ сходится к функ-

ции f равномерно на $[a,b]$, то $f \in R[a,b]$ и верно равенство $\lim\limits_{n\to\infty}\int\limits_a^b f_n(x)\,dx = \int\limits_a^b f(x)\,dx$
.

51. Пусть функции f_n интегрируемы по Риману на отрезке $[a,b]$ и последовательность $\{f_n\}$ сходится к функции f равномерно на этом отрезке, то функция f интегрируема на отрезке $[a,b]$ и выполняется равенство $\lim\limits_{n\to\infty}\int\limits_a^b f_n(x)\,dx = \int\limits_a^b f(x)\,dx$.

52. Пусть при всех $k \geq n_0$ и всех $x \in X$ выполняется неравенство $|u_k(x)| \leq a_k$ и числовой ряд $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ сходится, тогда функциональный ряд $\sum_{k=1}^{\infty} u_k$ сходится равномерно и абсолютно на множестве X .

53. Пусть $\sum_{n=1}^{\infty} u_n(x)$ и существует последовательность a_n такая, что для любого $x \in X$ выполняется неравенство $|u_n(x)| < a_n$, кроме того, ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ сходится, тогда ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n(x)$ сходится на множестве X абсолютно и равномерно .

54. Пусть функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a,b]$ и дифференцируема на интервале (a,b) , тогда для того, чтобы $f(x)$ была постоянна на отрезке $[a,b]$, необходимо и достаточно, чтобы для любого $x \in (a,b)$ выполнялось условие $f' = 0$.

55. Если во всех точках некоторого промежутка производная функции $f(x)$ равна нулю, то функция $f(x)$ сохраняет в этом промежутке постоянное значение .

56. Пусть функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a,b]$ и дифференцируема на интервале (a,b) , тогда чтобы $f(x)$ не убывала на отрезке $[a,b]$, необходимо и достаточно, чтобы при любом $x \in (a,b)$ выполнялось условие $f' \geq 0$.

57. Если во всех точках некоторого промежутка производная функции f больше нуля, то функция f возрастает в этом промежутке .

58. Пусть функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$ и дифференцируема на интервале (a, b) , тогда чтобы $f(x)$ не возрастала на отрезке $[a, b]$, необходимо и достаточно, чтобы при любом $x \in (a, b)$ выполнялось условие $f' \leq 0$.

59. Если во всех точках некоторого промежутка производная функции g меньше нуля, то функция g убывает на этом промежутке.

60. Пусть функция f непрерывна на промежутке $[a, b]$ и принимает на его концах значения разных знаков, тогда на этом промежутке существует такая точка c, в которой $f(c) = 0$.

61. Если функция $y = f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$ и на концах этого отрезка принимает значения разных знаков, тогда внутри отрезка $[a, b]$ найдется, по крайней мере, одна точка $x = C$, в которой функция обращается в ноль: $f(C) = 0$, где $a < C < b$.

62. Если функция $f(x)$ непрерывна на сегменте $[a, b]$, то она и равномерно непрерывна на этом сегменте .

63. Если f определена и непрерывна на отрезке $[a, b]$, то она равномерно непрерывна на нем.

64. Если функция f интегрируема по Риману на отрезке $[a, b]$, то функция f интегрируема по Лебегу на этом отрезке и $\int\limits_{[a,b]} f * d\mu = \int\limits_a^b f(x)dx$.

65. Если для функции, заданной на $[a, b]$, существует собственный интеграл Римана $\int\limits_a^b f(x)d\mu$, то она интегрируема и по Лебегу и ее интеграл Лебега $\int\limits_{[a,b]} f(x) * d\mu$ равен интегралу Римана .

66. Если $P(z)$ - полином степени $n \geq 1$ и для любого комплексного числа существует полином $Q(z)$ степени $n - 1$ такой, что справедливо

равенство $P(z) = (z - c) \cdot Q(z) + P(c)$.

67. Остаток при делении многочлена $P(z)$ на многочлен $z - a$ равен значению этого многочлена при $z = a$, то есть равен $P(a)$.

68. Пусть f — непрерывная функция, определённая на отрезке $[a, b]$, тогда для любого $\varepsilon > 0$ существует такой многочлен p с вещественными коэффициентами, что для всех x из $[a, b]$ одновременно выполнено условие $|f(x) - p(x)| < \varepsilon$.

69. Если функция $f(x)$ непрерывна на сегменте $[a, b]$, то для $\varepsilon > 0$ найдется многочлен $P_n(x)$ с номером n, зависящим от ε, такой, что $|P_n(x) - f(x)| < \varepsilon$ сразу для всех x из сегмента $[a, b]$.

70. Если функция $f(x)$ имеет конечную производную в промежутке $[a, b]$, то функция $f'(x)$ принимает, в качестве значения, каждое промежуточное число между $f'(a)$ и $f'(b)$.

71. Пусть функция $f(x)$ имеет производную на сегменте $[a, b]$, тогда для любого числа , заключенного между $A = f'(a + 0)$ и $B = f'(b - 0)$, на этом сегменте найдется точка ξ такая, что $f'(\xi) = C$.

72. Пусть $E \subset \mathbb{R}^d$ - произвольное множество, тогда для любой точки $x \in conv$ найдутся набор из $d + 1$ точки $x_1, \ldots, x_{d+1} \in E$ и числа $\lambda \geq 0$, $\sum\limits_{i=1}^{d+1} \lambda_i = 1$, такие, что $x = \sum\limits_{i=1}^{d+1} \lambda_i \cdot x_i$.

73. Пусть $A \subset R^m$ — компакт в m-мерном евклидовом пространстве, тогда $\forall x \in coA$ является выпуклой комбинацией не более чем $m + 1$ точек множества $A : coA = \left\{ x : x = \sum\limits_{i=1}^{m+1} \lambda_i x_i(x), \quad x_i(x) \in A, \quad \lambda_i \geqslant 0, \quad \sum\limits_{i=1}^{m+1} \lambda_i = 1, \quad i = 1,\ 2,\right.$.

74. Если на отрезке $[a, b]$ функции $f(x)$ и $g(x)$ непрерывны и дифференцируемы в каждой точке интервала (a, b), причем $g' \neq 0$ во всех точках этого интервала, то тогда между точками a и b существует точка c $(a < c < b)$, что имеет место равенство $\dfrac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = \dfrac{f'(c)}{g'(c)}$.

75. Если функции $f(x)$ и $g(x)$ определены и непрерывны на сегменте $[a, b]$, $f(x)$ и $g(x)$ имеют конечные производные $f'(x)$ и $g'(x)$ на интервале (a, b), $f'^2(x) + g'^2(x) \neq 0$ при $a < x < b$, $g(a) \neq g(b)$, то $\dfrac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = \dfrac{f'(c)}{g'(c)}$, где $a < c < b$.

76. Если функция $y = f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$ и дифференцируема на интервале (a, b), то внутри отрезка $[a, b]$ найдется хотя бы одна точка $(a < c < b)$ такая, что будет иметь равенство $f(b) - f(a) = f'(c) * (b - a)$.

77. Если функция $f(x)$ определена и непрерывна на сегменте $[a, b]$ и $f(x)$ имеет конечную производную $f'(x)$ на интервале (a, b), то $f(b) - f(a) = (b - a) \cdot f'(c)$, где $a < c < b$.

78. Если в знакочередующемся ряде $U_1 - U_2 + U_3 - \ldots$ члены таковы, что $U_1 > U_2 > U_3 > \ldots > 0$ и $\lim\limits_{n \to \infty} U_n = 0$, то знакочередующийся ряд сходится, его сумма положительна и не превосходит первого члена .

79. Если для знакочередующегося числового ряда $u_1 - u_2 + u_3 + \ldots + (-1)^{n-1} \cdot u_n + \ldots$ выполнены условия $u_1 > u_2 > \ldots > u_n > ldots$ и $\lim\limits_{n \to \infty} u_n = 0$, то ряд $u_1 - u_2 + u_3 + \ldots + (-1)$ сходится, при этом сумма положительна и не превосходит первого члена ряда .

80. Если функция $f(x)$ и $g(x)$ дифференцируемы в окрестности точки x_0 и, кроме того, $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = 0$ и $\lim\limits_{x \to x_0} g(x) = 0$ причем $g' \neq 0$ в окрестности точки x_0, то тогда $\lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{f'(x)}{g'(x)}$ при условии, что второй предел существует .

81. Пусть функции $f(x)$ и $g(x)$ определены и дифференцируемы в промежутке (a, b), $g'(x) \neq 0$ для всех $x \in (a, b)$, $\lim\limits_{x \to a} f(x) = 0$ и $\lim\limits_{x \to a} g(x) = 0$ существует конечный или бесконечный предел $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f'(x)}{g'(x)}$, тогда $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \lim\limits_{x \to a} \dfrac{f'(x)}{g'(x)}$.

82. Если последовательность $\{x_n\}$ такая, что для любого натурально-

го значения n, $y_n \leq x_n \leq z_n$ и , то и $\lim\limits_{n\to\infty} y_n = \lim\limits_{n\to\infty} z_n = A$, то и $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = A$.

83. Если последовательность a_n такая, что $b_n \leqslant a_n \leqslant c_n$ для всех n,причём последовательности b_n и c_n имеют одинаковый предел при $n \to \infty$, то $\lim\limits_{n\to\infty} b_n = \lim\limits_{n\to\infty} c_n = A \Rightarrow \lim\limits_{n\to\infty} a_n = A$.

84. Если $f(x)$ непрерывна на промежутке $[a, b]$, то между точками a и b найдется хотя бы одна точка ξ такая, что будет иметь место равенство $\int\limits_a^b f(x)dx = f(\xi) \cdot (b - a)$.

85. Пусть функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$, тогда существует точка $\xi \in [a, b]$ такая, что $\int\limits_a^b f(x)dx = f(\xi) \cdot (b - a)$.

86. Если неубывающая (невозрастающая) последовательность $\{x_n\}$ ограничена сверху (снизу), то она сходится .

87. Любая монотонная ограниченная последовательность $\{x_n\}$ имеет конечный предел, равный точной верхней границе, $sup\{x_n\}$ для неубывающей и точной нижней границе, $inf\{x_n\}$ для невозрастающей последовательности .

88. Пусть функция $f(x)$ абсолютно интегрируема на конечном или бесконечном интервале (a, b), тогда $\lim\limits_{\omega\to\infty} \int\limits_a^b f(x) \cdot \sin(\omega \cdot x) * dx = 0$.

89. Если функция f интегрируема на промежутке $[a, b]$, то $\lim\limits_{p\to+\infty} \int\limits_a^b f(x) \cdot \sin(p \cdot x) * dx =$.

90. Пусть последовательность функций сходится по мере к функции f на E, тогда из неё можно выделить подпоследовательность, которая сходится почти всюду на E к f.

91. Если последовательность функций f_n сходится по мере к f, то у неё существует подпоследовательность f_{n_k}, сходящаяся к f почти всюду .

92. Если функция f, определена на открытом множестве Ω евклидова пространства, $A \subset \Omega$ и $\overline{\lim\limits_{x \to a}} \dfrac{|f(x) - f(a)|}{|x - a|} < \infty$ для всех $a \in A$, тогда f дифференцируема почти везде в A .

93. Пусть g, определена на открытом множестве Ω пространства $\mathbb{R}^n$, $A \subset \Omega$ и $\overline{\lim\limits_{y \to a}} \dfrac{|g(y) - g(a)|}{|y - a|} < \infty$ для всех $a \in A$, тогда g дифференцируема почти везде в A .

94. Пусть a_n и b_n — две последовательности вещественных чисел, причём b_n положительна, неограничена и строго возрастает, тогда, если существует предел $\lim\limits_{n \to \infty} \dfrac{a_n - a_{n-1}}{b_n - b_{n-1}}$, то существует и предел $\lim\limits_{n \to \infty} \dfrac{a_n}{b_n}$, причём эти пределы равны .

95. Если a_n и b_n последовательности действительных чисел, b_n строго монотонна, неограничена и строго возрастает и существует предел $\lim\limits_{n \to \infty} \dfrac{a_n - a_{n-1}}{b_n - b_{n-1}} = l$, тогда $\lim\limits_{n \to \infty} \dfrac{a_n}{b_n} = l$.

96. Если вещественная функция, непрерывная на отрезке $[a, b]$ и дифференцируемая на интервале (a, b) , принимает на концах отрезка $[a, b]$ одинаковые значения, то на интервале (a, b) найдётся хотя бы одна точка, в которой производная функции равна нулю.

97. Пусть функция дифференцируема в открытом промежутке , на концах этого промежутка сохраняет непрерывность и принимает одинаковые значения: $f(a) = f(b)$, тогда существует точка , в которой производная функции равна нулю : $f'(c) = 0$.

98. Пусть функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$ и дифференцируема на интервале (a, b), причем $f(a) = f(b)$, тогда существует точка $c \in [a, b]$ такая, что $f'(c) = 0$.

99. Если функция f непрерывна на $[a, b]$, функция f дифференцируе-

ма во всех внутренних точках $[a, b]$ и $f(a) = f(b)$, тогда существует точка $c \in (a, b)$, в которой $f'(c) = 0$.

100. Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$, в каждой точке интервала (a, b) существует конечная производная $f'(x)$ и, кроме того,$f(a) = f(b)$, то тогда между точками a и b найдется хотя бы одна точка ,$a < c < b$ такая, что $f'(c) = 0$.

101. Если функция $f(x)$ определена на сегменте $[a, b]$ и является монотонной на этом сегменте, то она может иметь на этом сегменте только точки разрыва первого рода, причем множество всех ее точек разрыва не более чем счетно .

102. Если функция f определена на сегменте $[a, b]$ и монотонна, то она может иметь внутри этого сегмента, точки разрыва первого рода, и число этих точек либо конечно, либо счётно .

103. Если функция f интегрируема на $[a, b]$ и непрерывна в точке $x_0 \in [a, b]$, то функция $F(x) = \int\limits_a^x f(t)\,dt$ дифференцируема в точке функция x_0 и функция $F'(x_0) = f(x_0)$.

104. Если функция $f(x)$ непрерывна на промежутке $[a, b]$, то интеграл с переменным верхним пределом $\int\limits_a^x f(t)\,dt$ имеет производную, равную значению подынтегральной функции при верхнем пределе, т.е $\left(\int\limits_a^x f(t)\,dt\right)' = f(x)$.

105. Если функция f интегрируема на $[a, b]$ и непрерывна в точке $\in [a, b]$, то интеграл с переменным верхним пределом $F(x) = \int\limits_a^x f(t)\,dt$ имеет производную в точке и выполняется равенство $F'(c) = f(c)$.

106. Если $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$ и $\Phi(x)$ — любая её первообразная на этом отрезке, то имеет место равенство $\int\limits_a^b f(x)\,dx = \Phi(b) - \Phi(a) = \Phi(x)\Big|_a^b$.

107. Если $F(x)$ – любая первообразная функции $f(x)$, то справедливо равенство $\int\limits_a^x f(t)\,dt = F(x) - F(a)$.

108. Пусть f - функция, интегрируема по Риману на отрезке $[a, b]$ и функция F непрерывна на отрезке $[a, b]$ и дифференцируема в каждой внутренней точке этого отрезка, причем $F' = f(x)$, $a < x < b$, тогда справедлива формула $\int\limits_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$.

109. Если функция $y = f(x)$ определенна на отрезке $[a, b]$ и на этом отрезке $f(x)$ дифференцируема n раз, тогда $f(x)$ может быть представлена в виде $f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!} * (x-a) + \frac{f''(a)}{2!} * (x-a)^2 + \ldots + \frac{f^{(n-1)}(a)}{(n-1)!} * (x-a)^{n-1} + R_n$.

110. Пусть $k \geq 1$ является целым, и пусть функция $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ является k раз дифференцируемой в точке $a \in \mathbb{R}$, тогда существует функция $h_k : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ такая, что $f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!} * (x-a) + \frac{f''(a)}{2!} * (x-a)^2 + \ldots + \frac{f^{(k)}(a)}{k!} * (x-a$
$\lim\limits_{x \to a} h_k(a) = 0$.

111. Пусть функция $f(x)$ n раз дифференцируема в точке x_0, тогда $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!} * (x-x_0)^k + o((x-x_0)^n)$.