1. Если функция непрерывна на отрезке $[a, b]$ и на его концах принимает значения разных знаков, то внутри отрезка найдется хотя бы одна точка, в которой функция обращается в нуль .

2. Если функция f непрерывна на сегменте и на своих концах принимает значение разных знаков, то существует такая точка c, принадлежащая этому отрезку, в которой $f(c) = 0$.

3. Пусть f непрерывна на отрезке $[a, b]$ и на концах этого отрезка принимает значения разных знаков, тогда найдется точка ξ на интервале (a, b), в которой значение функции равно нулю .

4. Если непрерывная функция, определённая на вещественном интервале, принимает два значения, то она принимает и любое значение между ними .

5. Пусть функция f непрерывна на отрезке $[a, b]$, причем $f(a) neq f(b)$, тогда для любого числа , заключенного между $f(a)$ и $f(b)$, найдется точка $\gamma \in (a, b)$, что $f(\gamma) = C$.

6. Если функция непрерывна на отрезке $[a, b]$, то, принимая любые два значения на $[a, b]$, функция принимает и всякое промежуточное значение .

7. Пусть функция f непрерывна на отрезке $[a, b]$ и $f(a) < f(b)$, то для любого числа A такого, что $f(a) < A < f(b)$, найдется точка из интервала (a, b), в которой $f(c) = A$.

8. Пусть функция f непрерывна на отрезке $[a, b]$ и пусть есть произвольное число, находящееся между значениями $f(a)$ и $f(b)$, тогда существует точка $\in [a, b]$, для которой $f() =$.

9. Если функция непрерывна на отрезке $[a, b]$, то среди ее значений на этом отрезке имеется наименьшее и наибольшее значение .

10. Если функция f непрерывна на отрезке $[a, b]$, то она ограничена на нём и притом достигает своих минимального и максимального значений, т.е. существуют x_m, $x_M \in [a, b]$ такие, что $f(x_m) \leq f(x) \leq f(x_M)$

для всех $x \in [a, b]$.

11. Если f непрерывна на $[a, b]$, то она достигает на нем своей верхней и нижней грани.

12. Если функция $f(x)$ монотонна (нестрого) на отрезке $[a, b]$, а функция $g(x)$ интегрируема на $[a, b]$, то существует точка $\xi \in [a; b]$ такая , что $\int\limits_a^b f(x) \cdot g(x)\, dx = f(a) \cdot \int\limits_a^\xi g(x)\, dx + f(b) \cdot \int\limits_\xi^b g(x)\, dx$.

13. Если $f, g \in R_{[a,b]}$ и функция $f(x)$ монотонна на $[a, b]$, то найдется такая точка $\xi \in [a; b]$, такие что $\xi \in [a, b]$ такая , что $\int\limits_a^b f(x) \cdot g(x)\, dx = f(a) \cdot \int\limits_a^\xi g(x)\, dx + f(b$
.

14. Если в промежутке $[a, b]$ функции $u(x)$ и $v(x)$ непрерывны и имеют непрерывные производные, то $\int_a^b u(x) dv(x) = (u(x) \cdot v(x))|_a^b = \int\limits_a^b v(x)\, du(x)$
.

15. Пусть функции u и v дифференцируемы на некотором интервале и пусть функция $u'(x) * v(x)$ имеет первообразную на этом интервале, тогда функция $u(x) * v'(x)$ также имеет первообразную на этом интервале, причем справедливо равенство $\int u(x) * v'(x)\, dx = u(x) * v(x) - \int v(x) * u'(x)\, dx$
.

16. Если функция $f(x)$ кусочно-непрерывна на промежутке $[a, b]$, то на этом промежутке она интегрируема, т.е. существует $\int_a^b f(x)\, dx$.

17. Если функция кусочно-непрерывна на некотором отрезке, то она интегрируема на этом отрезке .

18. Для того, чтобы ограниченная функция f была интегрируема в смысле Дарбу, необходимо и достаточно, чтобы для любого $\varepsilon > 0$ нашлось разбиение P_ε такое, что $S(f, P_\varepsilon) - s(f, P_\varepsilon) < \varepsilon$.

19. Пусть функция f ограничена на отрезке $[a, b]$, тогда для того, чтобы f была интегрируемой на этом отрезке, необходимо и достаточно, чтобы для любого положительного ε существовало такое положительное δ, что для каждого разбиения Π , диаметр которого $d\,(\Pi) < \delta$, справедливо неравенство $\overline{S}_\Pi - \underline{S}_\Pi < \varepsilon$.

20. Ограниченная функция f интегрируема по Риману на отрезке $[a, b]$ тогда и только тогда, когда для любого $\varepsilon > 0$ можно найти такое разбиение P указанного отрезка, что выполняется неравенство: $\sum\limits_{k=1}^{n}(M_k - m_k)\Delta x_k < \varepsilon$, где $m_k = inf\{f(t) : t \in [x_{k-1}, x_k]\}$ и $M_k = sup\{f(t) : t \in [x_{k-1}, x_k]\}$.

21. Ограниченная функция f интегрируема по Риману на отрезке $[a, b]$ тогда и только тогда, когда для любого положительного числа ε существует такое разбиение $P \in \sigma[a, b]$, что выполняется неравенство $U(P, f) - L(P, f) < 0$.

22. Если функция $f(x)$ дифференцируема в некоторой точке x_0, принадлежащей интервалу $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$ и имеет в этой точке экстремум, то $f'(x_0) = 0$.

23. Если функция $y = f(x)$ имеет экстремум в точке x_0, то ее производная $f'(x_0)$ либо равна нулю, либо не существует.

24. Пусть $\varphi \geq 0$ - суммируемая на A функция и > 0 - произвольное положительное число, тогда $\mu\{x \in A|\varphi(x) \geq c\} \leq \dfrac{1}{c}\int\limits_A \varphi(x)\,d\mu$.

25. Если функция $f \in L_1(X)$, то для любого $\varepsilon > 0$ верно неравенство $\mu\{|f| \geq \varepsilon\} \leq \dfrac{1}{\varepsilon} * \int\limits_X |f|\,d\mu$.

26. Если $f(x)$ непрерывна на промежутке $[a, b]$, то имеет место такая оценка определенного интеграла: $m(b-a) \leq \displaystyle\int_a^b f(x)\,dx \leq M(b-a)$, где m - наименьшее, а M - наибольшее значения функции $f(x)$ на промежутке $[a, b]$.

27. Если m есть наименьшее, а M - наибольшее значение функции $f(x)$ в промежутке (a, b), то значение интеграла $\int\limits_a^b f(x)\,dx$ заключено между $m(b-a)$ и $M(b-a)$.

28. Если функция непрерывна на отрезке $[a, b]$, то на этом отрезке она и ограничена .

29. Если f непрерывна на $[a, b]$, то она ограничена на нем, т.е. существует такое число M, что $|f(x)| \leq M$, при всех $x \in [a, b]$.

30. Пусть функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$ и дифференцируема на интервале (a, b) , тогда для того, чтобы $f(x)$ была постоянна на отрезке $[a, b]$, необходимо и достаточно, чтобы для любого $x \in (a, b)$ выполнялось условие $f' = 0$.

31. Если во всех точках некоторого промежутка производная функции $f(x)$ равна нулю, то функция $f(x)$ сохраняет в этом промежутке постоянное значение .

32. Пусть функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$ и дифференцируема на интервале (a, b) , тогда чтобы $f(x)$ не убывала на отрезке $[a, b]$, необходимо и достаточно, чтобы при любом $x \in (a, b)$ выполнялось условие $f' \geq 0$.

33. Пусть функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$ и дифференцируема на интервале (a, b) , тогда чтобы $f(x)$ не возрастала на отрезке $[a, b]$, необходимо и достаточно, чтобы при любом $x \in (a, b)$ выполнялось условие $f' \leq 0$.

34. Если во всех точках некоторого промежутка производная функции f больше нуля, то функция f возрастает в этом промежутке .

35. Если во всех точках некоторого промежутка производная функции g меньше нуля, то функция g убывает на этом промежутке.

36. Если $P(z)$ - полином степени $n \geq 1$ и для любого комплексного числа существует полином $Q(z)$ степени $n-1$ такой, что справедливо равенство $P(z) = (z-c) \cdot Q(z) + P(c)$.

37. Остаток при делении многочлена $P(z)$ на многочлен $z-a$ равен значению этого многочлена при $z = a$, то есть равен $P(a)$.

38. Пусть f — непрерывная функция, определённая на отрезке $[a, b]$, тогда для любого $\varepsilon > 0$ существует такой многочлен p с вещественными коэффициентами, что для всех x из $[a,\ b]$ одновременно выполнено условие $|f(x) - p(x)| < \varepsilon$.

39. Если функция $f(x)$ непрерывна на сегменте $[a, b]$, то для $\varepsilon > 0$ найдется многочлен $P_n(x)$ с номером n, зависящим от ε, такой, что $|P_n(x) - f(x)| < \varepsilon$ сразу для всех x из сегмента $[a, b]$.

40. Если на отрезке $[a, b]$ функции $f(x)$ и $g(x)$ непрерывны и дифференцируемы в каждой точке интервала (a, b), причем $g' \neq 0$ во всех точках этого интервала, то тогда между точками a и b существует точка c $(a < c < b)$, что имеет место равенство $\dfrac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = \dfrac{f'(c)}{g'(c)}$.

41. Если функции $f(x)$ и $g(x)$ определены и непрерывны на сегменте $[a, b]$, $f(x)$ и $g(x)$ имеют конечные производные $f'(x)$ и $g'(x)$ на интервале (a, b), $f'^2(x) + g'^2(x) \neq 0$ при $a < x < b$, $g(a) \neq g(b)$, то $\dfrac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = \dfrac{f'(c)}{g'(c)}$, где $a < c < b$.

42. Если функция $y = f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$ и дифференцируема на интервале (a, b), то внутри отрезка $[a, b]$ найдется хотя бы одна точка $(a < c < b)$ такая, что будет иметь равенство $f(b) - f(a) = f'(c) * (b - a)$.

43. Если функция $f(x)$ определена и непрерывна на сегменте $[a, b]$ и $f(x)$ имеет конечную производную $f'(x)$ на интервале (a, b), то $f(b) - f(a) = (b-a) \cdot f'(c)$, где $a < c < b$.

44. Если функция $f(x)$ и $g(x)$ дифференцируемы в окрестности точки

x_0 и, кроме того, $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=0$ и $\lim\limits_{x\to x_0} g(x)=0$ причем $g'\neq 0$ в окрестности точки x_0, то тогда $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f'(x)}{g'(x)}$ при условии, что второй предел существует .

45. Пусть функции $f(x)$ и $g(x)$ определены и дифференцируемы в промежутке (a,b), $g'(x)\neq 0$ для всех $x\in(a,b)$, $\lim\limits_{x\to a} f(x)=0$ и $\lim\limits_{x\to a} g(x)=0$ существует конечный или бесконечный предел $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f'(x)}{g'(x)}$, тогда $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f'(x)}{g'(x)}$.

46. Если $f(x)$ непрерывна на промежутке $[a,b]$, то между точками a и b найдется хотя бы одна точка ξ такая, что будет иметь место равенство $\int\limits_a^b f(x)dx=f(\xi)\cdot(b-a)$.

47. Пусть функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a,b]$, тогда существует точка $\xi\in[a,b]$ такая, что $\int\limits_a^b f(x)dx=f(\xi)\cdot(b-a)$.

48. Если вещественная функция, непрерывная на отрезке $[a,b]$ и дифференцируемая на интервале (a,b) , принимает на концах отрезка $[a,b]$ одинаковые значения, то на интервале (a,b) найдётся хотя бы одна точка, в которой производная функции равна нулю.

49. Пусть функция дифференцируема в открытом промежутке , на концах этого промежутка сохраняет непрерывность и принимает одинаковые значения: $f(a)=f(b)$, тогда существует точка , в которой производная функции равна нулю : $f'(c)=0$.

50. Пусть функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a,b]$ и дифференцируема на интервале (a,b), причем $f(a)=f(b)$, тогда существует точка $c\in[a,b]$ такая, что $f'(c)=0$.

51. Если функция f непрерывна на $[a,b]$, функция f дифференцируема во всех внутренних точках $[a,b]$ и $f(a)=f(b)$, тогда существует точка $c\in(a,b)$, в которой $f'(c)=0$.

52. Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$, в каждой точке интервала (a, b) существует конечная производная $f'(x)$ и, кроме того, $f(a) = f(b)$, то тогда между точками a и b найдется хотя бы одна точка $a < c < b$ такая, что $f'(c) = 0$.

53. Если функция f интегрируема на $[a, b]$ и непрерывна в точке $x_0 \in [a, b]$, то функция $F(x) = \int\limits_a^x f(t)\,dt$ дифференцируема в точке функция x_0 и функция $F'(x_0) = f(x_0)$.

54. Если функция $f(x)$ непрерывна на промежутке $[a, b]$, то интеграл с переменным верхним пределом $\int\limits_a^x f(t)\,dt$ имеет производную, равную значению подынтегральной функции при верхнем пределе, т.е $\left(\int\limits_a^x f(t)\,dt\right)' = f(x)$.

55. Если функция f интегрируема на $[a, b]$ и непрерывна в точке $\in [a, b]$, то интеграл с переменным верхним пределом $F(x) = \int\limits_a^x f(t)\,dt$ имеет производную в точке и выполняется равенство $F'(c) = f(c)$.

56. Если $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$ и $\Phi(x)$ — любая её первообразная на этом отрезке, то имеет место равенство $\int\limits_a^b f(x)\,dx = \Phi(b) - \Phi(a) = \Phi(x)\Big|_a^b$.

57. Если $F(x)$ – любая первообразная функции $f(x)$, то справедливо равенство $\int\limits_a^x f(t)\,dt = F(x) - F(a)$.

58. Пусть f - функция, интегрируема по Риману на отрезке $[a, b]$ и функция F непрерывна на отрезке [a,b] и дифференцируема в каждой

внутренней точке этого отрезка, причем $F' = f(x)$, $a < x < b$, тогда справедлива формула $\int\limits_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$.

59. Если функция $y = f(x)$ определенна на отрезке $[a, b]$ и на этом отрезке $f(x)$ дифференцируема n раз, тогда $f(x)$ может быть представлена в виде $f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!} * (x-a) + \frac{f''(a)}{2!} * (x-a)^2 + \ldots + \frac{f^{(n-1)}(a)}{(n-1)!} * (x-a)^{n-1} + R_n$.

60. Пусть $k \geq 1$ является целым, и пусть функция $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ является k раз дифференцируемой в точке $a \in \mathbb{R}$, тогда существует функция $h_k : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ такая, что $f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \ldots + \frac{f^{(k)}(a)}{k!} * (x-a)^k +$ $\lim\limits_{x\to a} h_k(a) = 0$.

61. Пусть функция $f(x)$ n раз дифференцируема в точке x_0, тогда $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!} * (x-x_0)^k + o((x-x_0)^n)$.