

**В.Л. Селиванов**

## **Основы теории множеств**

**ФМКН СПбГУ, 1 курс, осенний семестр 2024**

### **Вопросы по курсу**

1. Зачем нужна теория множеств? Основные этапы ее развития.
2. Множества. Равенство и включение множеств. Операции над множествами.
3. Свойства операций над множествами.
4. Отношения и операции над ними. Область определения и область значений.
5. Функциональные отношения, частичные и тотальные функции.
6. Инъекции, сюръекции, биекции.
7. Классы предпорядков и частичных порядков.
8. Отношения эквивалентности. Теорема о фактор-множестве.
9. Мощность множества, сравнение мощностей, примеры.
10. Теорема Кантора-Шрёдера-Бернштейна.
11. Теорема Кантора о множестве-степени.
12. Конечные множества, их определения и свойства.
13. Счетные множества. Определение, примеры и свойства.
14. Континуальные множества. Определение и примеры. Континуум-гипотеза.
15. Определение структуры натуральных чисел в теории множеств.
16. Основные свойства структуры натуральных чисел.
17. Определение структуры целых чисел в теории множеств.
18. Основные свойства структуры целых чисел.
19. Определение структуры рациональных чисел в теории множеств.
20. Основные свойства структуры рациональных чисел.
21. Определение структуры вещественных чисел в теории множеств.
22. Основные свойства структуры вещественных чисел.
23. Определение структуры комплексных чисел в теории множеств.
24. Основные свойства структуры комплексных чисел.
25. Парадоксы теории множеств, необходимость ее аксиоматизации.
26. Аксиомы нетривиальности и объемности.
27. Аксиома пары. Упорядоченные пары в ZFC.
28. Аксиома выделения.
29. Аксиома объединения.
30. Аксиома степени.
31. Аксиома замены.
32. Аксиома бесконечности.
33. Аксиома фундирования.
34. Аксиома выбора.
35. Фундированные частичные порядки и доказательства по индукции.
36. Вполне упорядоченные множества, их свойства.
37. Сравнимость порядковых типов вполне упорядоченных множеств.
38. Ординалы и их свойства.
39. Ординалы как порядковые типы вполне упорядоченных множеств.
40. Рекурсивные определения по ординалам.
41. Лемма Цорна.
42. Теорема Цермело.
43. Равносильные формулировки аксиомы выбора.
44. Сравнимость мощностей. Кардиналы.

- 45. Шкала кардиналов.
- 46. Кумулятивная иерархия.
- 47. Арифметика кардиналов.
- 48. Арифметика ординалов.

## **Литература**

- 1. Н.К. Верещагин, А. Шень. Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Часть 1. Начала теории множеств. — 4-е изд., доп. — М.: МЦНМО, 2012. — 112 с.
- 2. Т. Йех. Теория множеств и метод форсинга. Перевод с английского В. И. Фуксона под редакцией В.Н. Гришина. М.:Мир, 1973. 150 с.
- 3. К. Куратовский, А. Мостовский. Теория множеств. Перевод с английского М.И. Кратко под редакцией А.Д. Тайманова. М.:Мир, 1970. 416 с.
- 4. И.А. Лавров, Л.Л.Максимова. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. Издание четвертое, М.: Наука, 2001. 256 с.