

**В.Л. Селиванов**  
**Основы теории множеств (план лекций)**  
**ФМКН СПбГУ, 2023-2024 учебный год**

Одна пара лекций и одна пара практики в неделю, всего 8 недель.

Краткое содержание лекций (16 часов)

**Лекция 1.** Зачем нужна теория множеств? Основные этапы ее развития (наивная ТМ, аксиоматическая ТМ, современные исследования). Операции над множествами, их свойства. Отношения и функции. Специальные бинарные отношения: классы предпорядков и частичных порядков. Отношения эквивалентности, фактор-множества.

**Лекция 2.** Определение основных числовых структур (натуральных, целых, рациональных, вещественных (набросок), и комплексных чисел) в теории множеств.

**Лекция 3.** Мощность множества, сравнение мощностей. Теорема Кантора-Шрёдера-Бернштейна. Теорема Кантора о множестве-степени. Конечные, счетные и континуальные множества. Континуум-гипотеза. Парадоксы теории множеств, необходимость ее аксиоматизации.

**Лекция 4.** Аксиомы теории множеств ZFC как основа большей части современной математики. Примеры вывода установленных ранее фактов из аксиом.

**Лекция 5.** Фундированные частичные порядки и доказательства по индукции. Вполне упорядоченные множества. Сравнимость порядковых типов вполне упорядоченных множеств.

**Лекция 6.** Ординалы и порядковые типы вполне упорядоченных множеств. Рекурсивные определения по ординалам.

**Лекция 7.** Примеры утверждений, равносильных аксиоме выбора в теории ZF (включая теорему Цермело и лемму Цорна).

**Лекция 8.** Сравнимость мощностей. Кардиналы, шкала кардиналов. Кумулятивная иерархия. Арифметика кардиналов и ординалов. Теория множеств как активный раздел математики.

## **Литература**

1. Н.К. Верещагин, А. Шень. Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Часть 1. Начала теории множеств. — 4-е изд., доп. — М.: МЦНМО, 2012. — 112 с.
2. Т. Йех. Теория множеств и метод форсинга. Перевод с английского В. И. Фуксона под редакцией В.Н. Гришина. М.:Мир, 1973. 150 с.
3. К. Куратовский, А. Мостовский. Теория множеств. Перевод с английского М.И. Кратко под редакцией А.Д. Тайманова. М.:Мир, 1970. 416 с.
4. И.А. Лавров, Л.Л. Максимова, Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. Издание четвертое, М.: Наука, 2001. 256 с.