

Задание 7. Перечислимость и разрешимость.

1. Докажите, что множество натуральных чисел разрешимо тогда и только тогда, когда оно само и его дополнение перечислимы.

2. Докажите, что следующие теории перечислимы:

множество всех логических следствий перечислимой теории конечной сигнатуры;

множество всех логических следствий аксиом бесконечных полугрупп, групп, колец, и полей;

множество всех логических следствий аксиом арифметики Пеано;

множество всех логических следствий аксиом ZFC.

3. Докажите, что следующие теории разрешимы:

множество всех логических следствий аксиом плотного линейного порядка без наибольшего и наименьшего элементов;

множество всех логических следствий аксиом нетривиальных делимых абелевых групп без кручения;

множество всех логических следствий аксиом алгебраически замкнутых полей фиксированной характеристики;

множество всех логических следствий аксиом вещественно замкнутых упорядоченных полей;

множество всех логических следствий аксиом любой полной перечислимой теории.

4. Докажите, что следующие теории разрешимы:

множество всех логических следствий аксиом плотного линейного порядка;

множество всех логических следствий аксиом алгебраически замкнутых полей;

множество всех логических следствий аксиом линейных порядков, булевых алгебр, абелевых групп (очень трудная задача, задача 4 считается решенной даже без этого пункта).

5. Сравните по вычислительной сложности теории основных числовых структур.