

ДОМАШНИЕ ЗАДАНИЯ.

Задание 1. Логика предикатов

1. Запишите аксиомы теории групп предложениями следующих сигнатур: $\{=, \cdot\}$; $\{=, \cdot, e\}$; $\{=, \cdot, e, {}^{-1}\}$; $\{=, P\}$ (P — трехместный предикатный символ, обозначающий график умножения). Какая из этих сигнатур лучше соответствует изложению теории групп? Сделайте синтаксический анализ полученных формул.

2. Докажите основные равносильности (см. файл reminderLogic1). Докажите, что любую формулу можно привести к предваренному виду, в котором бескванторная часть является ДНФ бескванторных формул.

3. Существует ли алгоритм, вычисляющий значение $\varphi^{\mathbb{A}}$ по любой конечной сигнатуре σ , σ -предложению φ , и конечной σ -структуре \mathbb{A} . Если да, оцените время работы вашего алгоритма.

4. Докажите, что отношение \leq не определимо в структуре $(\mathbb{Z}; =, +)$, а операция $+$ не определима в структуре $(\mathbb{Z}; =, \leq)$.

5. Напишите предложения сигнатуры $\{=, \leq\}$ такие, что любая модель получившегося множества предложений является плотным линейным порядком с наименьшим, но без наибольшего элемента. Докажите, что любые две счетные модели этого множества изоморфны. Верно ли это для моделей мощности континуум?