

2024 年广东省重点中学信息学邀请赛 (GDKOI 2024)

提高组 第一试

2024 年 1 月 6 日

注意事项

- 1. 严格按照题目所要求的格式进行输入、输出，否则严重影响得分。
- 2. 题目测试数据有严格的时间限制，超时不得分。
- 3. C/C++ 中函数 `main()` 的返回值类型必须是 `int`，程序正常结束时的返回值必须是 0。
- 4. 输入文件格式不用判错；输入输出文件名均已给定，不用键盘输入。
- 5. 评测环境为 NOI 系列活动标准竞赛环境，编译器版本为 `g++ 9.4.0`。
- 6. 若无特殊说明，结果的比较方式为全文比较（过滤行末空格及文末回车）。
- 7. 对于 C++ 选手，64 位整数输入输出格式为 `%lld`。
- 8. 选手提交的程序源文件必须不大于 100KB。
- 9. 对于 C++ 语言的编译选项为 `-O2 -std=c++14`

| 试题名称 | 匹配 | 新本格魔法少女 | 鸡 |
|-------|---------------------------|-----------------------|--------------------------|
| 提交文件名 | <code>matching.cpp</code> | <code>mfsn.cpp</code> | <code>chicken.cpp</code> |
| 输入文件名 | <code>matching.in</code> | <code>mfsn.in</code> | <code>chicken.in</code> |
| 输出文件名 | <code>matching.out</code> | <code>mfsn.out</code> | <code>chicken.out</code> |
| 时间限制 | 1 秒 | 6 秒 | 3 秒 |
| 空间限制 | 512 MB | 512 MB | 512 MB |
| 满分 | 100 | 100 | 100 |

第一题 匹配

提交文件: matching.cpp
输入文件: matching.in
输出文件: matching.out
时间空间限制: 1 秒, 512 MB

给定一个 $2n$ 个点 m 条边的二分图，左部点编号为 $1 \sim n$ ，右部点编号为 $n + 1 \sim 2n$ 。
给定每条边为黑色或白色，你需要找到一个完美匹配，使得匹配里的黑色边数恰好为偶数。
如果你对二分图的定义有疑问：

- 二分图是一个无向图，点分为左右两部分，每部分各 n 个点，每条边都连接两个属于不同部分的点。
- 一个完美匹配是一个大小为 n 的边的集合，使得每个点都恰好与集合里的一条边相连。

输入格式

第一行一个正整数 T ，表示数据组数。每组数据的格式如下：

第一行两个正整数 n, m ，表示二分图一侧的点数和边数。接下来 m 行，每行三个整数 u_i, v_i, c_i ($1 \leq u_i \leq n, n + 1 \leq v_i \leq 2n, 0 \leq c_i \leq 1$)，表示一条连接 u_i, v_i 的边，颜色为 c_i 。 $c_i = 0$ 表示白色， $c_i = 1$ 表示黑色。

输出格式

对于每组数据：如果无解，输出一行 ‘-1’。否则，输出一行 n 个正整数，表示你找到的完美匹配里每条边的编号。边按照输入顺序编号为 $1 \sim m$ 。

样例数据

| matching.in | matching.out |
|--------------------|---------------------|
| 2 | 5 3 6 |
| 3 7 | -1 |
| 3 6 1 | |
| 2 6 0 | |
| 2 5 1 | |
| 3 5 1 | |
| 1 6 1 | |
| 3 4 0 | |
| 1 5 1 | |
| 3 7 | |
| 1 6 1 | |
| 3 5 1 | |
| 2 5 1 | |
| 3 4 1 | |
| 1 5 0 | |
| 1 4 0 | |
| 2 6 0 | |
| 见下发文件 matching2.in | 见下发文件 matching2.out |

样例解释

在第一组数据中，一个合法的完美匹配是 (1,6),(2,5),(3,4)，且里面有恰好两条黑色边。

在第二组数据中，虽然存在完美匹配，但每个完美匹配都有奇数条黑色边。

数据范围

本题使用子任务捆绑测试。

对于所有数据，保证 $1 \leq T \leq 250, 2 \leq n, \sum n \leq 500, 1 \leq m \leq n^2$ 。保证图中不存在重边，即对于 $i \neq j$ 有 $(u_i, v_i) \neq (u_j, v_j)$ 。

Subtask 1(20%) : $n \leq 8, T \leq 10$

Subtask 2(20%) : $n \leq 18, T \leq 10$

Subtask 3(20%) : c_i 在 $\{0, 1\}$ 里独立均匀随机。

Subtask 4(40%) : 无特殊限制。

第二题 新本格魔法少女

提交文件: mfsn.cpp
输入文件: mfsn.in
输出文件: mfsn.out
时间空间限制: 6 秒, 512 MB

给定一个长度 n 的整数序列 a_1, \dots, a_n ;

给定一个由 m 次操作构成的操作序列, 操作从 1 开始编号, 到 m 结束。操作序列中包含修改操作和求和操作, 修改操作给定 l, r, v , 将 a_l, a_{l+1}, \dots, a_r 修改为 v , 求和操作给定 l, r , 查询 $\sum_{i=l}^r a_i$;

共 q 次查询, 每次查询给出 L, R , 询问将序列 a 初始化为 0 后, 依次进行操作序列中的第 $L, L+1, \dots, R$ 次操作, 每次求和操作的答案之和。

输入格式

第一行三个整数 n, m, q ;
接下来 m 行, 每行 $1, l, r, v$ 或 $2, l, r$ 表示一次操作;
接下来 q 行, 每行两个整数 L, R 表示一次查询。

输出格式

共 q 行, 每行一个整数, 依次表示每次查询的答案。

样例数据

| mfsn.in | mfsn.out |
|-----------|----------|
| 10 5 4 | 64 |
| 1 9 10 7 | 0 |
| 1 7 10 9 | 0 |
| 2 3 10 | 36 |
| 1 10 10 1 | |
| 2 5 10 | |
| 2 5 | |
| 1 1 | |
| 3 4 | |
| 1 3 | |

数据范围

对所有数据, 满足 $1 \leq l \leq r \leq n, 1 \leq v \leq n, 1 \leq L \leq R \leq m, 1 \leq n, m, q \leq 5 \times 10^5$ 。
对 10% 的数据, $n, m, q \leq 10^2$ 。
对另外 20% 的数据, $n, m, q \leq 5 \times 10^3$ 。
对另外 10% 的数据, 每次操作都是求和操作。
对另外 20% 的数据, 每次查询满足 $L = 1$ 。
对另外 20% 的数据, $n, m, q \leq 2 \times 10^5$ 。
对于其余数据, 无特殊限制。

第三题 鸡

提交文件: `chicken.cpp`
输入文件: `chicken.in`
输出文件: `chicken.out`
时间空间限制: 3 秒, 512 MB

对于一个非负整数序列 a ，定义它对应的**独立集序列** $f(a)$ ：

- 假设将 a_i 改为 0，此时选出若干个两两不相邻的数使得它们的和最大，则 $f(a)_i$ 表示和的最大值。

现在给定 n, m ，求有多少个长度为 n 的非负整数序列 b 满足以下条件：

- 存在至少一个长度为 n ，值域为 $[0, m]$ 的非负整数序列 a 使得 $f(a) = b$ 。

答案对给定的质数 MOD 取模。

输入格式

共一行，三个数，表示 n, m, MOD 。

输出格式

共一行，一个数，表示答案。

样例数据

| <code>chicken.in</code> | <code>chicken.out</code> |
|-------------------------|--------------------------|
| 3 1 1000000007 | 6 |
| 4 2 1000000007 | 47 |
| 20 24 1000000007 | 901565358 |
| 123 234 1000000009 | 141754844 |
| 1234 2345 1004535809 | 576196526 |

数据范围

本题使用子任务捆绑测试。

对于 100% 的数据， $1 \leq n, m \leq 3 \times 10^3$ ， $n \geq 2$ ， $10^9 < MOD < 1.01 \times 10^9$ ， MOD 为质数。

Subtask 1(10%) : $n, m \leq 5$ 。

Subtask 2(15%) : $n \leq 300$ ， $m = 1$ 。

Subtask 3(25%) : $n \leq 300$ ， $m \leq 5$ 。

Subtask 4(20%) : $n, m \leq 50$ 。

Subtask 5(15%) : $n, m \leq 300$ 。

Subtask 6(15%) : 无特殊限制。