



## 《人工智能与Python程序设计》——卷积神经网络



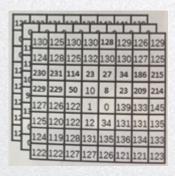
人工智能与Python程序设计 教研组

## 数字图像

- 数字图像是连续的光信号经过传感器的采样在空间域上的表达。一张图像是由一个包含若干个像素点的矩形框组成的。
- 每个小格子是一个像素
- 灰度值需要1个维度,表示像素的灰度值
- 彩色值需要3个维度,也就是3个图像通道:每个像素3个数字表示。



我们看到的图像



计算机看到的图像





• 屏幕像素&屏幕分辨率



#### 图像分辨率





## PyTorch实现卷积

- torch.nn.functional.conv2d(input, weight, bias=None, stride=1, padding=0, dilation=1, groups=1)
  - input: 输入张量 (batchsize x in\_channels x iH x iW) , iH和iW为输入 tensor的高、宽
  - weight: 过滤器(卷积核)张量(out\_channels, in\_channels/groups, kH, kW), kH和kW为卷积核的高、宽
  - bias: 可选偏置张量 (out\_channels)
  - stride: 卷积核的步长,可以是单个数字或一个元组 (sh x sw)
  - padding: 输入上隐含零填充。可以是单个数字或元组
  - groups:将输入分成组,in\_channels应该被组数除尽

#### 卷积计算输出大小

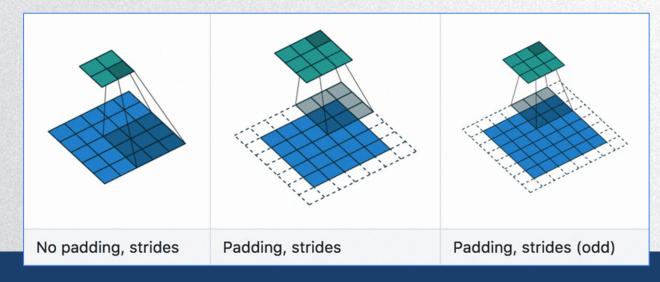


• n\*n的图像,用f\*f的滤波器进行卷积,padding=p,步长设为s,

$$n \times n \text{ image}$$
  $f \times f \text{ filter}$ 

$$padding p \qquad \text{stride } s$$

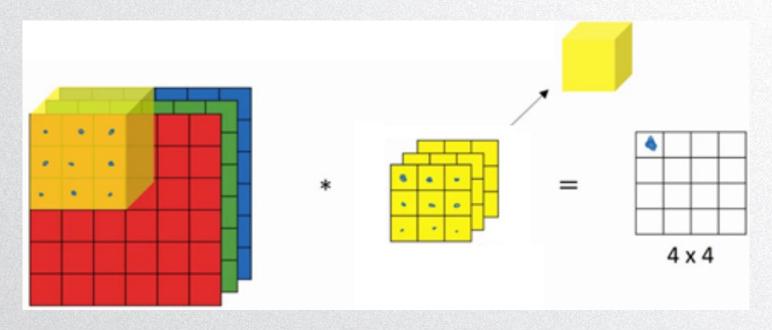
$$\left\lfloor \frac{n+2p-f}{s} + 1 \right\rfloor \times \left\lfloor \frac{n+2p-f}{s} + 1 \right\rfloor$$



## 多通道卷积

THIVERS/THOCHINA 1937 AND LE K.

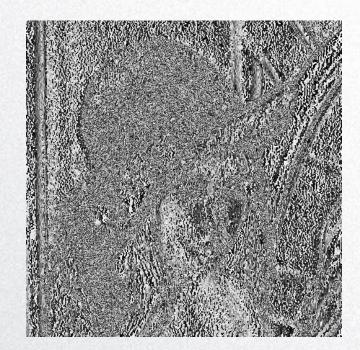
- 滤波器通道数和图像通道数要匹配
- 取出27个像素值,依次和滤波器对应参数相乘,求和



#### 多通道卷积

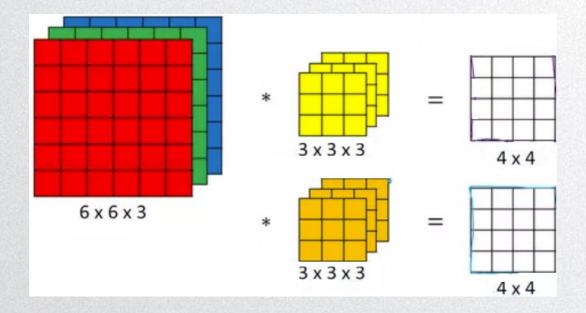


```
#多通道卷积(RGB)
image = totensor(image).unsqueeze(0)
w = torch. tensor([[[[1., 0., -1.]],
      \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow  [2., 0., -2.],
   ы — ы — ы [1., 0., -1.]]])
w = w. repeat(1, 3, 1, 1)
convv = F. conv2d(image, w, stride=1, padding=0)
convv = convv. squeeze(0)
convv = toPIL(convv)
convv. show()
```



## 多卷积核

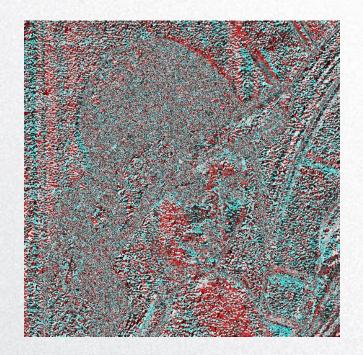
- 不仅检测垂直边缘,还需要同时检测垂直边缘和水平边缘
- 同时用多个过滤器: 把输出堆叠在一起, 得到4×4×2的输出立方体



## 多卷积核



```
# 多卷积核
w2 = torch. tensor([[[[1., 2., 1.]],
    \rightarrow \longrightarrow \longrightarrow \longrightarrow [0., 0., 0.],
  \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \qquad [-1., -2., -1.]]])
w2 = w2. repeat (1, 3, 1, 1)
w3 = torch. cat((w, w2), 0)
w3 = torch. cat((w3, w2), 0)
convh = F.conv2d(image, w3, stride=1, padding=0)
convh = convh. squeeze(0)
convh = toPIL(convh)
convh. show()
```





# 提纲



- □ 单个卷积层
- □池化层
- 世卷积神经网络

#### 手写数字识别

- 3×32×32的RGB图片中含有某个数字,识别它是从0-9这10个数字中的哪一个
- 分类问题





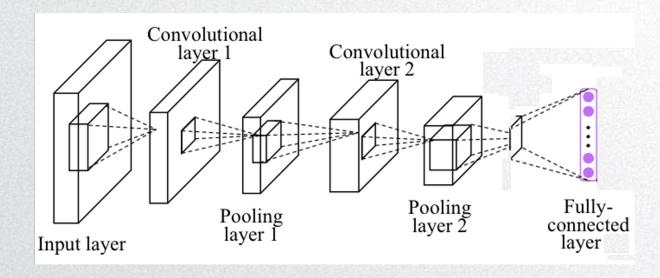




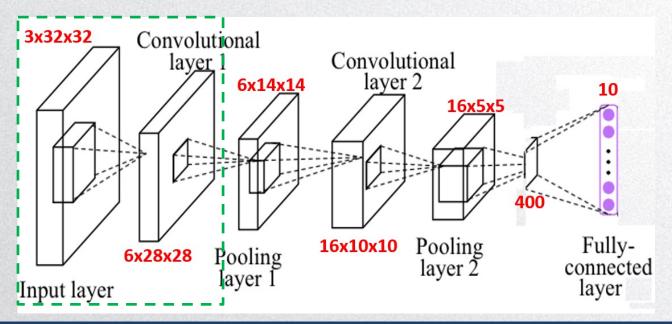
AND THE STATE OF CHINA

类似LeNet-5 (Yann LeCun创建)





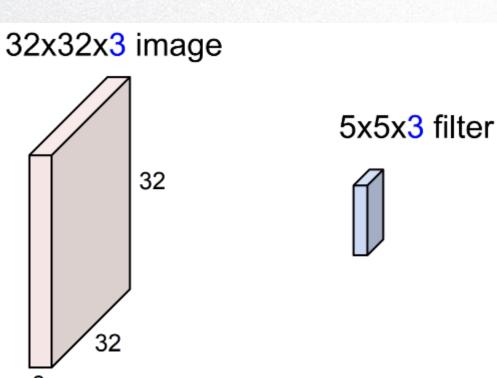
 输入是3×32×32的矩阵,第一层使用滤波器大小为5×5,步幅是1, padding是0,滤波器个数为6,那么输出为6×28×28。将这层标记 为CONV1,增加偏差,应用非线性函数(如ReLU)后输出结果。





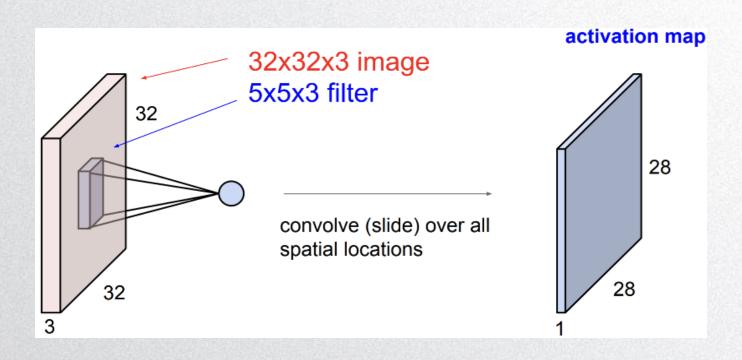
- 输入图片大小是3×32×32
- 用3×5×5的卷积核

• 输出: (32+0-5) /1 + 1



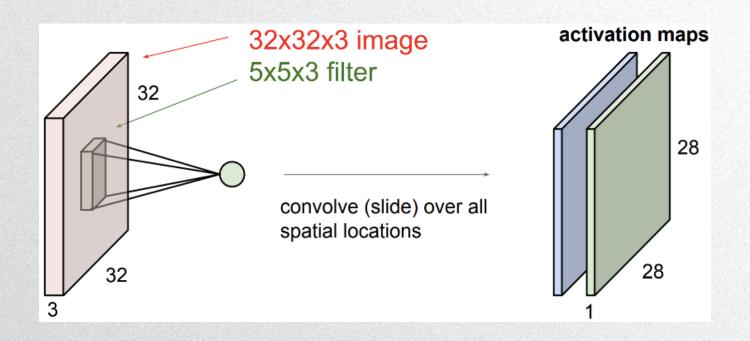


• 单个卷积核得到特征图



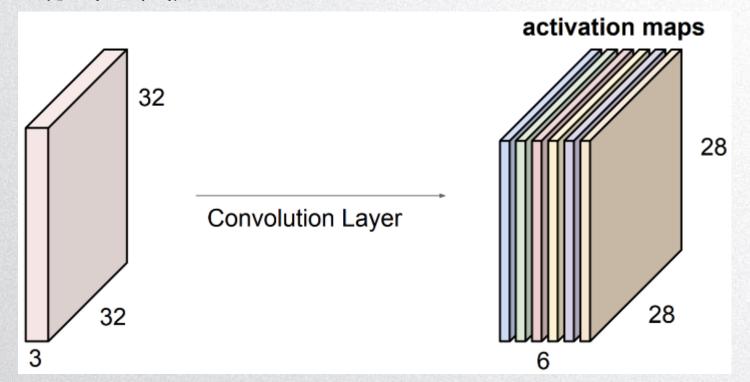
AN / R K

• 每个卷积核得到一个特征图

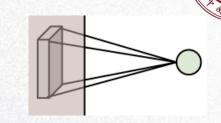




• 总共有6个卷积核



- 前向传播 (在每个局部)  $z^{[1]} = W^{[1]}a^{[0]} + b^{[1]}$
- 非线性函数:  $a^{[1]} = g(z^{[1]})$
- 滤波器用变量 $W^{[1]}$ 表示。
- 每个局部共进行了多少次乘法运算和加法运算?



- 应用激活函数ReLU,得到的6×28×28矩阵成为神经网络的下一层的输入。
- 通过这个过程把一个3×32×32维度的输入图像变换为一个6×28×28 维度的特征图,这就是卷积神经网络的一层

## Pytorch卷积层



- Pytorch实现这些只需要一行代码
- nn.Conv2d(self, in\_channels, out\_channels, kernel\_size, stride=1, padding=0, dilation=1, groups=1, bias=True))
  - in\_channel: 输入数据的通道数;
  - out\_channel: 输出数据的通道数;
  - kennel\_size: 卷积核大小,可以是int,或tuple;
  - stride: 步长;
  - padding

## Pytorch卷积层



```
import torch
import torch.nn as nn
import numpy as np
from PIL import Image
from torchvision import transforms
import torch.nn.functional as F
image = Image.open('5.jpg').convert('RGB')
input = transforms.ToTensor()(image).unsqueeze(0)
print(input.shape)
# Conv-1
Conv1 = nn.Conv2d(in_channels=3,out_channels=6,kernel_size=5,stride=1,padding=0)
Nf1 = nn.ReLU()
output1 = Nf1(Conv1(input))
print(output1.shape)
```

```
torch.Size([1, 3, 32, 32])
torch.Size([1, 6, 28, 28])
```



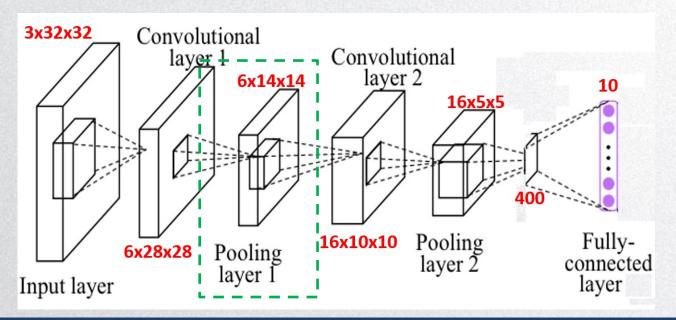


# 提纲



- 単个卷积层
- □ 池化层
- □ 卷积神经网络

• 在第一个卷积层之后,构建一个池化层,这里选最大池化,过滤器为 2×2, 步幅为2, padding为0。最终输出为6×14×14, 将该层标记 为**POOL1**。



#### 池化层

- 特征图展开成向量可能维度很大
- 池化:缩减模型的大小;提高计算速度;提高所提取特征的鲁棒性
- Max pooling:

1	1	2	4	
5	6	7	8	max pool with and stride 2
3	2	1	0	
1	2	3	4	

max pool with 2x2 filters and stride 2	6	8
-	3	4





• 最大池化

3	3	2	1	0
0	0	1	3	1
3	1	2	2	3
2	0	0	2	2
2	0	0	0	1

3.0	3.0	3.0
3.0	3.0	3.0
3.0	2.0	3.0

#### 最大池化

- 输入可能是神经网络中某一层的非激活值,可以看作是某些特征的集合。数字大意味着可能探测到了某些特定的特征。
- 如果在过滤器中提取到某个特征,那么保留其最大值。如果没有提取 到这个特征,可能在左下象限中不存在这个特征,那么其中的最大值 也还是很小。

1	1	2	4
5	6	7	8
3	2	1	0
1	2	3	4

max pool with 2x2 filters and stride 2

6	8
3	4

#### 最大池化

- 最大池化有一组超参数,但并没有参数需要学习。一旦确定了f和s, 它就是一个固定运算,梯度下降无需改变任何值。
- 计算卷积层输出大小的公式同样适用于最大池化。
- 如果输入是三维的,那么输出也是三维的。例如,输入是 $nc \times 5 \times 5$ , f=3, s=1, 那么输出是 $nc \times 3 \times 3$ 。计算最大池化的方法就是分别对每个通道执行刚刚的计算过程。

## 平均池化



- 选取的不是每个过滤器的最大值, 而是平均值
- f=3, s=1

3	3	2	1	0
0	0	1	3	1
3	1	2	2	3
2	0	0	2	2
2	0	0	0	1

	And in contrast of the last of	
1.0	1.2	1.8
1.1	0.8	1.3

## Pytorch池化层

- nn.MaxPool2d(kernel\_size, stride=None, padding=0, dilation=1, return\_indices=False, ceil\_mode=False)
  - kennel\_size: 卷积核大小,可以是int,或tuple;
  - stride: 步长;
  - padding
- nn.AvgPool2d(kernel\_size, stride=None, padding=0, ceil\_mode=False, count\_include\_pad=True)

## Pytorch池化层



```
import torch
import torch.nn as nn

x = torch.tensor([[3., 3., 2., 1., 0.], [0., 0., 1., 3., 1.]
x = x.view(1,5,5)
MP = nn.MaxPool2d(kernel_size=3,stride=1)
y = MP(x)
print(y)

MP2 = nn.AvgPool2d(3,1)
y = MP2(x)
print(y)
```

## Pytorch池化层



```
a = torch.randn(3,5,10)
MP3 = nn.MaxPool2d((5,1))
c = MP3(a)
print(c.shape)

x = torch.rand(1,3,7,7)
MP4 = nn.AvgPool2d(kernel_size=2,stride=2)
print(MP4.forward(x).shape)
```

```
torch.Size([3, 1, 10])
torch.Size([1, 3, 3, 3])
```

#### 池化层总结

- 池化的超参数包括过滤器大小f、步幅s、池化方式(最大池化和平均池化),常用的参数值为f=2,s=2,效果相当于高度和宽度缩减一半。
- 也可以增加表示padding的其他超参数,但很少这么用。
- 输入通道与输出通道个数相同,因为对每个通道都做了池化。
- 池化过程中没有需要学习的参数,只有这些超参数,可以是手动设置的,也可以是通过交叉验证设置的。

- 构建一个池化层,这里选最大池化,过滤器为2×2,步幅为2, padding为0。最终输出为6×14×14,将该输出标记为**POOL1**。
- 在计算神经网络有多少层时,通常只统计具有权重和参数的层。这里, 把CONV1和POOL1共同作为一个卷积,并标记为Layer1。

```
# Pool-1
Pool1 = nn.MaxPool2d((2,2),stride=2,padding=0)
utput1 = Pool1(output1)
print(output1.shape)
```

torch.Size([1, 6, 14, 14])

#### 层的划分

- 在卷积神经网络文献中,卷积有两种分类,这与所谓层的划分有关。
- · 一类卷积是一个卷积层和一个池化层一起作为一层,这就是神经网络的Layer1。
- 另一类卷积是把卷积层作为一层,而池化层单独作为一层。
- 在计算神经网络有多少层时,通常只统计具有权重和参数的层。因为 池化层没有权重和参数,只有一些超参数。
- 在阅读网络文章或研究报告时,可能会看到卷积层和池化层各为一层的情况,这只是两种不同的标记术语。这里我们用CONV1和POOL1来标记,两者都是神经网络Layer1的一部分。

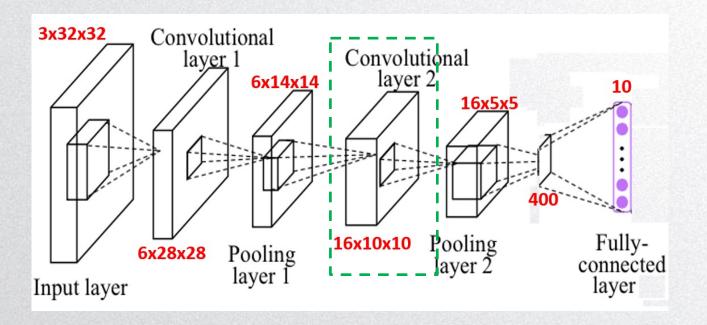


# 提纲



- 単个卷积层
- □池化层
- □ 卷积神经网络

• 再构建一个卷积层,过滤器大小为5×5,步幅为1,这次用16个过滤器,最后输出一个16×10×10的矩阵,标记为CONV2。



#### 练习: CONV2

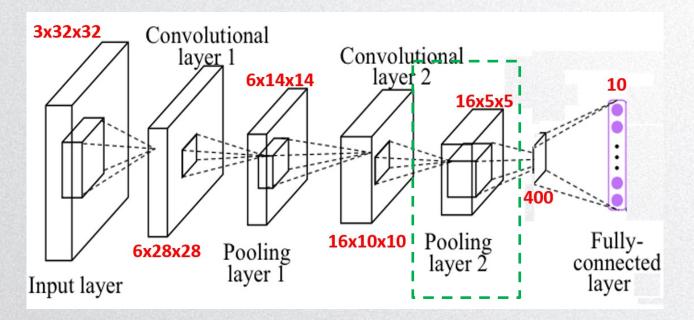


• 第二层卷积, 16个5\*5的卷积核

```
# Conv-2
Conv2 = nn.Conv2d(in_channels=6,out_channels=16,kernel_size=5,stride=1,padding=0)
Nf2 = nn.ReLU()
output2 = Nf2(Conv2(output1))
print(output2.shape)
```

torch.Size([1, 16, 10, 10])

- 最大池化层, f=2, s=2, 最后输出为16×5×5, 标记为POOL2
- · 第二个卷积层和最大池化层组成Layer2





### 练习: POOL2

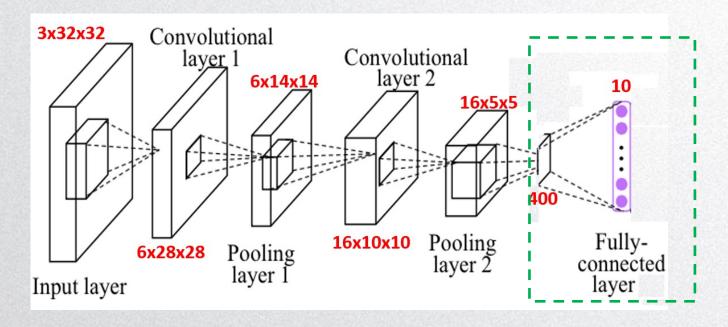


#### • POOL2

```
# Pool-2
Pool2 = nn.MaxPool2d((2,2),stride=2,padding=0)
output2 = Pool2(output2)
print(output2.shape)
```

torch.Size([1, 16, 5, 5])

- 16×5×5矩阵包含400个元素,平整化为一个大小为400的一维向量
- · 400个单元作为输入,10个单元作为输出,构建全连接层 (FC)



# 分类概率基础



- 二分类概率分布
  - 样本空间:一个事件所有发生的可能情况
    - S = {发生,不发生}
    - S = {第0类, 第1类}
  - 样本点概率: P(s), 满足  $P(s) \ge 0$ 且 $P(s) \le 1$
  - 定义在一个样本空间S的概率分布,满足
    - $P(s) \ge 0$ ,  $\forall s \in S$
    - P(第0类) + P(第1类) = 1
    - 可以用2个概率值 (一个概率分布) 表示对于一个事件发生的概率的估计
      - {0.1, 0.9}
      - {1,0}必定为第0类的概率
      - {0, 1} 必定为第1类的概率

# 分类概率基础



- 多分类概率分布
  - 样本空间:一个事件所有发生的可能情况
    - S = {第0类, 第1类, ..., 第C 1类}
  - 样本点概率: P(s), 满足  $P(s) \ge 0$ 且 $P(s) \le 1$
  - 定义在一个样本空间S的概率分布,满足
    - $P(s) \ge 0$ ,  $\forall s \in S$
    - $P(\$0类) + P(\$1类) + \cdots + P(\$C 1类) = 1$
    - 可以用 K个概率数表示对于一个事件发生的概率的估计
      - {0.1, 0.3, 0.2, 0.4}
      - {1, 0, 0, 0} 必定为第0类的概率
      - {0, 1, 0, 0} 必定为第1类的概率

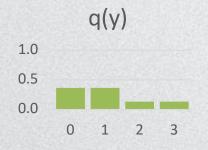
# 使用Softmax函数得到多分类概率估计



- 多分类: 假设总共有C类, y ∈ {0,1,2, ..., C 1}
  - q(y = i): 当前样本属于第i类的概率的估计值
- 问题: 如何得到q(y=1)?
  - 模型输出一个C维向量 $z = [z[0], z[1], ..., z[C-1]] ∈ R^C$
  - 利用softmax函数计算:

$$q(y = i) = \frac{e^{z[i]}}{\sum_{j} e^{z[j]}}$$

у	Z	exp(z)	q(y)
0	1.000	2.718	0.366
1	1.000	2.718	0.366
2	0.000	1.000	0.134
3	0.000	1.000	0.134



						a(v	/		
у	z	exp(z)	q(y)			417	)		
0	1.000	2.718	0.110	1.0					
1	3.000	20.086	0.810	0.5					
		1.000							
3	0.000	1.000	0.040	0.0			But		
					0	1	2		

- 16×5×5矩阵包含400个元素,平整化为一个大小为400的一维向量
- 400个单元作为输入, 10个单元作为输出, 构建全连接层 (FC)
- "全连接":维度为400×10,这400个单元与这10个单元的每一项 连接,有10个输出;对输出做SoftMax,得到属于各个数字的概率

```
#Flatten
output3 = output2.flatten(1)
print(output3.shape)

#FC
FC = nn.Linear(400,10)
output3 = FC(output3)
print(output3.shape)

#SoftMax
output = torch.softmax(output3, dim=1)
print(output)
```

# Softmax函数



- PyTorch提供的Softmax函数:
  - torch.softmax(input, dim)
  - 输入:
    - input: tensor Z
    - dim:维数index,沿着哪一维做softmax
  - 如果训练使用交叉熵损失函数,则在forward里不需要反对输出施加Softmax
    - 会在下节课介绍如何训练CNN时讲解

- 随着神经网络深度的加深,高度和宽度通常都会减少(从32×32到28×28,到14×14,到10×10,再到5×5),而通道数量会增加(从3到6到16不断增加),然后使用一个全连接层。
- 在神经网络中,另一种常见模式就是一个或多个卷积后面跟随一个池 化层,然后一个或多个卷积层后面再跟一个池化层,然后是几个全连 接层,最后是一个softmax。

## 搭建卷积神经网络

```
A B A K
```

```
# A class implementation
class CNN(nn.Module):
    def __init__(self):
        super().__init__()
       self.conv1 = nn.Conv2d(in_channels=3,out_channels=6,kernel_size=5,stride=1,padding=0)
        self.pool1 = nn.MaxPool2d((2,2),stride=2,padding=0)
        self.conv2 = nn.Conv2d(in channels=6,out channels=16,kernel size=5,stride=1,padding=0)
        self.pool2 = nn.MaxPool2d((2,2),stride=2,padding=0)
        self.fc = nn.Linear(400,10)
        self.nf = nn.ReLU()
   def forward(self, x):
        output1 = self.nf(self.conv1(x))
        print(output1.shape)
       output1 = self.pool1(output1)
        print(output1.shape)
        output2 = self.nf(self.conv2(output1))
        print(output2.shape)
        output2 = self.pool2(output2)
        print(output2.shape)
       # Flatten
        output3 = output2.flatten(1)
        print(output3.shape)
        # FC
        output3 = self.fc(output3)
        print(output3.shape)
        # SoftMax
        output = torch.softmax(output3,dim=1)
        return output
image = Image.open('5.jpg').convert('RGB')
input = transforms.ToTensor()(image).unsqueeze(0)
print(input.shape)
model = CNN()
output = model(input)
print(output)
```

### 搭建卷积神经网络



#### • 前向计算

```
image = Image.open('5.jpg').convert('RGB')
input = transforms.ToTensor()(image).unsqueeze(0)
print(input.shape)
model = CNN()
output = model(input)
print(output)
torch.Size([1, 3, 32, 32])
torch.Size([1, 6, 28, 28])
torch.Size([1, 6, 14, 14])
torch.Size([1, 16, 10, 10])
torch.Size([1, 16, 5, 5])
torch.Size([1, 400])
torch.Size([1, 10])
tensor([[0.1037, 0.1030, 0.0927, 0.1005, 0.0962, 0.1268, 0.0881, 0.0966, 0.0935,
         0.0988]], grad fn=<SoftmaxBackward0>)
```

### 搭建卷积神经网络



• 前向计算, batch\_size>1

```
image1 = Image.open('5.jpg').convert('RGB')
input1 = transforms.ToTensor()(image).unsqueeze(0)
image2 = Image.open('3.jpg').convert('RGB')
input2 = transforms.ToTensor()(image).unsqueeze(0)
input = torch.cat([input1, input2], 0)
print(input.shape)
model = CNN()
output = model(input)
print(output)
torch.Size([2, 3, 32, 32])
torch.Size([2, 6, 28, 28])
torch.Size([2, 6, 14, 14])
torch.Size([2, 16, 10, 10])
torch.Size([2, 16, 5, 5])
torch.Size([2, 400])
torch.Size([2, 10])
tensor([[0.1000, 0.1035, 0.0951, 0.0957, 0.1055, 0.0962, 0.0966, 0.0993, 0.1078,
         0.1002],
        [0.1000, 0.1035, 0.0951, 0.0957, 0.1055, 0.0962, 0.0966, 0.0993, 0.1078,
         0.1002]], grad fn=<SoftmaxBackward0>)
```

## 练习

• 3×32×32的图片,第一层用6个大小为5×5的滤波器,这一层有多少个 个参数?



- 参数数量
- 3×32×32的图片,假设用6个大小为5×5的滤波器,输出维度为 6×28×28,每个滤波器有3×5×5+1=76个参数,共76×6=456个参数。
- 如果用全连接层,输入3×32×32=3072个节点,输出
   6×28×28=4704个节点,参数数量4074×3072≈1400万
- 如果图片大小为1000×1000,全连接权重矩阵会变得非常大。卷积 参数数量保持不变。



- 参数共享
- 特征检测如垂直边缘检测如果适用于图片的某个区域,那么它也可能适用于图片的其他区域。每个特征检测器都可以在输入图片的不同区域中使用同样的参数。

10 10 10	10 10 10	10 10 10	0 0 0	0 0 0	0 0 0	*	1	0 -1	=	0 0	30 30	30 30	0
10	10	10	0	0	0			0  -1		0	30	30	0



- 稀疏连接
- 例:0是通过3×3的卷积计算得到的,它只依赖于这个3×3的输入的单元格,右边这个输出单元(元素0)仅与36个输入特征中9个相连接;其它像素值都不会对输出产生任影响。

10 10 10	10 10 10	10 10 10	0 0 0	0 0 0	0 0 0	*	1 0 -1 1 0 -1 1 0 -1	=	0 0	30 30 30	30 30 30	0 0
10	10 10	10 10	0	0	0				0	30	30	0

- 卷积神经网络通过参数共享和稀疏连接这两种机制减少参数,以便用 更少的训练数据来训练,防止过拟合。
- 平移不变性:向右移动两个像素,图片中的猫依然清晰可见;因为神经网络的卷积结构使得即使移动几个像素,这张图片依然具有非常相似的特征。

### 卷积神经网络训练



- 训练集: x表示一张图片, y是类别标注
- 损失函数:
  - nn.CrossEntropyLoss
  - 注意: PyTorch实现的多分类交叉熵不需要做softmax
- 优化器:例如梯度下降法或Adam

Training set 
$$(x^{(1)}, y^{(1)}) \dots (x^{(m)}, y^{(m)})$$
.

Cost 
$$J = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \mathcal{L}(\hat{y}^{(i)}, y^{(i)})$$

# PyTorch中的损失函数



- PyTorch提供的交叉熵损失函数:
  - nn.CrossEntropyLoss
  - 输入:
    - NxC维矩阵 $\mathbf{Z}$  , 其中每一行为 $\mathbf{z} = [z[0], z[1], ..., z[C-1]] \in \mathbb{R}^C$ 
      - 每个数据点在C个类别上的"确信度"
    - N维向量y, 其中每个元素为 $y \in \{0, 1, 2, ..., C 1\}$ 
      - 标准答案

$$loss(\mathbf{Z}, \mathbf{y}) = -\sum_{i=0}^{N-1} \log(\frac{e^{\mathbf{Z}[i, \mathbf{y}[i]]}}{\sum_{j} e^{\mathbf{Z}[i, j]}})$$

- 注意: 该损失函数同时计算了softmax函数和交叉熵函数:



# 谢谢!



