情形一：

首先我们考虑最简单的情况，即：

1. 为在食堂用餐的总人数，为一个人在畅通无阻的情况下走过全路程而不取菜的时间。
2. 所有的菜在同学中的受欢迎程度是一样的，即每个菜被选择的概率是相同的。
3. 每个人在取菜过程中会且只会取一个菜，并且每个人取任何一道菜的时间都相同，设为。
4. 菜的种类共有种，恰好与所有取菜台前可以站立的同学人数之和相等，即在取菜走廊的个位置均有菜可以取。

把每位同学进入队伍后经过的位置依次标为1,….,S。

考虑固定窗口位置发生阻塞的期望。

首先考虑第一个位置，即1号位，设站在1号位的同学为A，A由于阻塞被耽误的时间的数学期望是E1。由假设条件易得，在其他S-1个位置的每个位置上，不发生阻塞的概率为：



故A在拿菜的过程中不会由于前面队伍的堵塞而耽误时间的概率为：



而A在拿菜的过程中由于前面队伍的堵塞而耽误时间的概率为：



因此对于在1号位的同学，他被耽误的时间的数学期望为：



再考虑更一般的情况，考虑走到第i个位置的同学X(1≤i≤S)，根据同样的分析方法，容易得到在他取菜的过程中队伍前面发生阻塞的概率为：



因此对于在i号位的同学，他被耽误的时间的数学期望为：



因此，对于每个同学而言，他从进入队伍到离开队伍所花费的时间的平均值为：



进一步，我们可以得知所有人花费的总时间为：



情形二：

在情形一的基础上，我们考虑每个菜的窗口前可以站m人，即队伍总人数L=mS。采用和情形一同样的分析方法，我们容易得到，对于走到第i个位置的同学X(1≤i≤L)，在他取菜的过程中队伍前面发生阻塞的概率为：



因此对于在i号位的同学，他被耽误的时间的数学期望为：



因此，对于每个同学而言，他从进入队伍到离开队伍所花费的时间的平均值为：



进一步，我们可以得知所有人花费的总时间为：



情形三：

在情形二的基础上，我们考虑每个人需要取p个菜，且每个菜仍然是被等概率选取的情况。此时，与之前情形不同的是，每个菜被选的概率增大了p倍。因此，容易得到所有人花费的总时间为：



情形四：

最后我们考虑最复杂的一种情形，我们假设同学对每个菜的偏好是不一定相同的，设S个菜被取的概率依次为p1,p2,…,ps。

我们仍然先考虑1号位，设站在1号位的同学为A，A由于阻塞被耽误的时间的数学期望是E1。由假设条件易得，在其他S-1个位置的位置j上，不发生阻塞的概率为：



故A在拿菜的过程中不会由于前面队伍的堵塞而耽误时间的概率为：



而A在拿菜的过程中由于前面队伍的堵塞而耽误时间的概率为：



因此对于在1号位的同学，他被耽误的时间的数学期望为：



再考虑更一般的情况，考虑走到第i个位置的同学X(1≤i≤L)，根据同样的分析方法，容易得到在他取菜的过程中队伍前面发生阻塞的概率为：



因此对于在i号位的同学，他被耽误的时间的数学期望为：



因此，对于每个同学而言，他从进入队伍到离开队伍所花费的时间的平均值为：



进一步，我们可以得知所有人花费的总时间为：



王艺瑾感悟：

我们小组在这篇课程论文上的进展并非一帆风顺。从最初的选题就经历了许多想法的碰撞和意见的磨合。虽然有许多主题最后被我们淘汰，但在一次次讨论的过程中，我们也发现了这些问题的各种拓展的可能性和研究方向，在之后有合适的机会时，它们仍然都是很值得研究的课题，如TSP问题，最小生成树问题等等。而在定完选题之后，我们小组又经过了许多轮讨论。最初的几次讨论我们一直关注着周期模型，在许多细节上也产生了较大的分歧，几次讨论之后仍然不能得到统一的意见。但最后经过老师的点拨，我们想到了更简洁但也贴近实际情况的概率模型，大大增加了模型的可行性。然而，即便我们在最后才想出完整的模型，之前的几次讨论仍然使我们的思维能力得到了训练，这些都是我们在这门课中得到的十分宝贵的经历。