

Tesina Segnali e Sistemi 2022

Lorenzo Franceschetti Mat. 2000263

1 Introduzione

È dato il segnale $x_t(t)$, ottenuto dalla modulazione in ampiezza del segnale $x(t)$ alla frequenza F_m :

$$x_t(t) = x(t)\cos(2\pi F_m t) \quad (1)$$

Chiamata con $X_t(f)$ la trasformata del segnale $x_t(t)$, si ha che:

$$X_t(f) = \frac{1}{2}[X(f - F_m) + X(f + F_m)] \quad (2)$$

dove $X(f)$ rappresenta la trasformata del segnale $x(t)$. Dallo studio in frequenza del segnale dato ci si attende quindi di trovare due gruppi di frequenze (corrispondenti a $X(f)$) centrati in $f = F_m$ e in $f = -F_m$. Una volta individuata la frequenza di modulazione, per recuperare il segnale $x(t)$ si può procedere come segue:

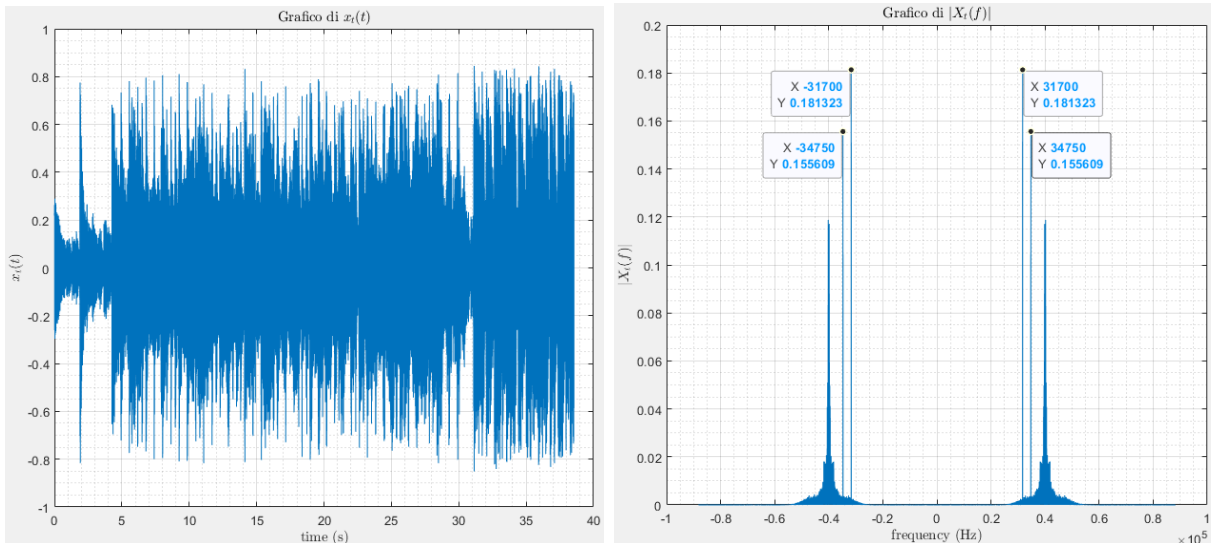
- Si moltiplica il segnale modulato per $2\cos(2\pi F_m t)$
- Si filtra il segnale ottenuto tramite un filtro con risposta in frequenza data da

$$H_{lp}(f) = \text{rect}\left(\frac{f}{2B_x}\right) \quad (3)$$

dove B_x è la larghezza di banda monolaterale del segnale $x(t)$

2 Studio del segnale modulato

Il segnale $x_t(t)$ e la sua trasformata di Fourier $X_t(f)$ risultano essere:



Trascurando per il momento i due picchi a $\pm 31700Hz$ e $\pm 34750Hz$, il grafico di $|X_t(f)|$ mostra due gruppi di componenti, uno per frequenze positive e uno per quelle negative, simmetrici rispettivamente agli assi $f = \pm 40000Hz$, come atteso per un segnale modulato in ampiezza con un coseno di frequenza $F_m = 40000Hz$.

3 Eliminazione degli artefatti dal segnale

Il segnale demodulato presenta un disturbo causato da due componenti ad alta frequenza, corrispondenti ai picchi in $\pm 31700Hz$ e $\pm 34750Hz$ che una volta demodulati si traducono in picchi in $\pm 5250Hz$ e $\pm 8300Hz$.

Per ridurre il disturbo delle componenti ad alta frequenza, si può adottare un notch filter, in grado di attenuare il segnale in un intervallo molto ristretto di frequenze. Tale filtro è caratterizzato da una frequenza centrale F_{filter} , attorno alla quale si sviluppa l'intervallo di attenuazione. Dovendo filtrare due componenti distanti tra loro più dell'ampiezza della banda attenuata del filtro, è necessario impiegare due distinti notch filter, centrati in $F_{filter} = 31700Hz$ e in $F_{filter} = 34750Hz$. All'ascolto, oltre alla mancanza dei fischi, si percepisce che alcuni toni risultano leggermente più ovattati.

4 Campionamento del segnale

Si procede a campionare il segnale $x(t)$ alla frequenza $F_c = 29400Hz$ ricavando il segnale $x_c(t)$. All'ascolto si nota la presenza di un disturbo ad alta frequenza, già presente in $x(t)$ e legato alle componenti a $5250Hz$ e $8300Hz$, assieme ad una leggera distorsione del suono legata al fenomeno di aliasing introdotto dal campionamento non ideale. Infatti il segnale $x(t)$ ha una larghezza di banda monolaterale pari a $B_x = 20000Hz$ e viene campionato alla frequenza $F_c = 29400Hz$, che non rispetta il requisito $F_c > 2B_x$, violando così una delle ipotesi del teorema di Shannon sul campionamento. Questo comporta che la parte del segnale eccedente la frequenza $\frac{F_c}{2} = 14700Hz$ vada a sovrapporsi al segnale utile causando un errore in banda e provocando la leggera distorsione.

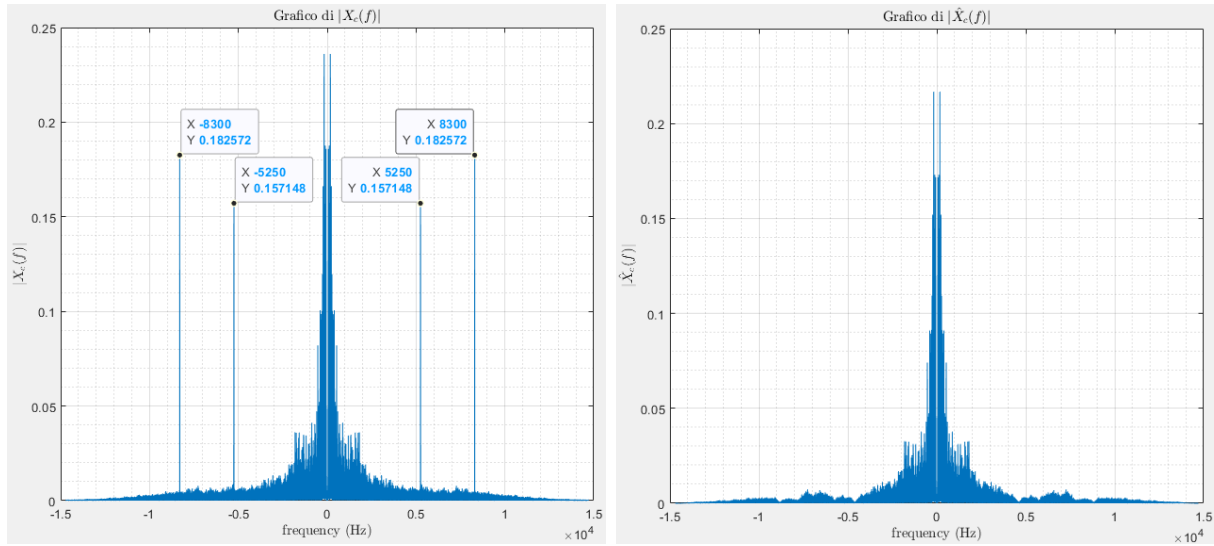
5 Schema alternativo per il campionamento

Per ridurre l'effetto dei disturbi e quello introdotto dal campionamento si può procedere come segue:

- Si filtra il segnale dato $x_t(t)$ con i due notch filter, per sopprimere i disturbi ad alta frequenza, e lo si demodula
- Si applica un filtro passa-basso con frequenza di taglio $F_{st} = 14650Hz$, per ridurre la larghezza di banda del segnale a $B_{\hat{x}_c} = F_{st} < \frac{F_c}{2}$.
- Si campiona il segnale così ottenuto a F_c per avere \hat{x}_c

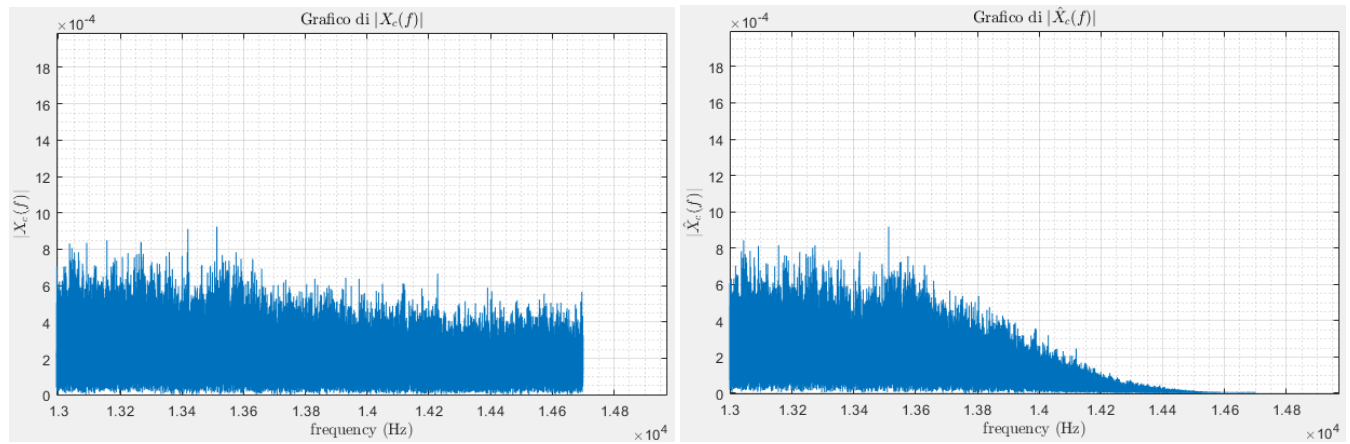
L'aggiunta del filtro passa-basso consente di rispettare l'ipotesi del teorema di Shannon $F_c > 2B_{\hat{x}_c}$ per l'operazione di campionamento ed eliminare l'errore in banda.

6 Considerazioni sui due metodi



Dall'ascolto dei due segnali si nota come, oltre alla scomparsa dei due toni relativi alle componenti ad alta frequenza, nel secondo caso il segnale è più chiaro anche se leggermente più ovattato, soprattutto per alcuni toni (probabilmente per effetto dei notch filter).

Confrontando i grafici dei moduli delle trasformate dei due segnali x_c e \hat{x}_c , si nota infatti la scomparsa dei picchi in ± 5250 Hz e ± 8300 Hz, dovuta all'intervento dei notch filter.



Osservando in particolare le code in prossimità di $\pm \frac{F_c}{2}$, si può notare come in questa zona $|\hat{X}_c(f)|$ assuma valori generalmente minori rispetto a $|X_c(f)|$, avendo eliminato la componente di aliasing con il filtro passa-basso.