

1. Bisección

Considere la siguiente ecuación:

$$f(x, y) = x + y \sin(\log(y^2 + 1) - y) = 1,$$

donde \log corresponde al logaritmo natural. Notar que este es un problema unidimensional.

- (a) Construya un algoritmo basado en el **método de la Bisección** que obtenga el valor de y dado un valor conocido de $x = \hat{x}$, es decir, debe encontrar el valor de y tal que se cumpla la siguiente ecuación $f(\hat{x}, y) = 1$. Usted debe explicitar todos los parámetros requeridos para ejecutar el método.
- (b) Proponga y construya un algoritmo que encuentre un intervalo $[a, b]$ tal que $b - a = 1$ para ejecutar el método de la Bisección, dado un valor conocido de $x = \hat{x}$. Luego ejecute su algoritmo para $\hat{x} = 2$.
- (c) Ejecute su algoritmo de la Bisección en el intervalo $[a, b]$ del ítem anterior, para encontrar algún y tal que $\hat{x} = 2$ considerando una tolerancia de 10^{-6} . Luego evalúe si la raíz encontrada es exacta o no.
- (d) Calcule la cantidad de iteraciones que necesita su algoritmo para encontrar una solución con 9 decimales correctos.
- (e) Modifique su algoritmo de la Bisección para que se detenga cuando encuentre una solución con p decimales correctos. Compruebe sus resultados.

2. IPF y Newton

Se tiene la siguiente función continua y diferenciable en \mathbb{R} :

$$f(x) = x^3 + 4x^2 - 2$$

- (a) Proponga una iteración de punto fijo con convergencia lineal, que permita encontrar la raíz de $f(x)$ en $[0, 2]$.
- (b) Aplique computacionalmente la iteración de punto fijo en $[0, 2]$, para verificar su respuesta anterior.
- (c) Proponga una iteración de punto fijo con tasa de convergencia $S = 0.8$ aproximadamente que permita encontrar una la raíz de $f(x)$ en $[0, 2]$.
- (d) Proponga una iteración de punto fijo con tasa de convergencia $S = 0.1$ aproximadamente que permita encontrar una la raíz de $f(x)$ en $[0, 2]$.
- (e) Aplique computacionalmente las iteraciones de punto fijo obtenidas en las preguntas anteriores para verificar que converge a la raíz indicada y que la tasa de convergencia solicitada efectivamente se obtiene.
- (f) Revise si es posible utilizar Newton en este problema. Justifique y, de ser posible, revise la convergencia del algoritmo, comparandola con las de los algoritmos previos.