

# Algoritmos y Estructuras de Datos

## Cursada 2023

### Ejercitación sobre Colas de Prioridades - Heap

#### Ejercicio 1

A partir de una heap inicialmente vacía, inserte de a uno los siguientes valores:

6, 4, 15, 2, 10, 11, 8, 1, 13, 7, 9, 12, 5, 3, 14

#### Ejercicio 2

- a) ¿Cuántos elementos hay, al menos, en una heap de altura  $h$ ?
- b) ¿Dónde se encuentra ubicado el elemento mínimo en una max-heap?
- c) ¿El siguiente arreglo es una max-heap : [23, 17, 14, 6, 13, 10, 1, 5, 7, 12] ?

#### Ejercicio 3

Dados los siguientes árboles, indique si representan una heap. Justifique su respuesta.



#### Ejercicio 4

Dibuje todas las min-heaps posibles para este conjunto de claves: {A, B, C, D, E}

#### Ejercicio 5

A partir de una min-heap inicialmente vacía, dibuje la evolución del estado de la heap al ejecutar las siguientes operaciones:

Insert(5), Insert(4), Insert(7), Insert(1), DeleteMin(), Insert(3), Insert(6), DeleteMin(), DeleteMin(), Insert(8), DeleteMin(), Insert(2), DeleteMin(), DeleteMin()

#### Ejercicio 6

Aplice el algoritmo *BuildHeap*, para construir una min-heap en **tiempo lineal**, con los siguientes valores

{150, 80, 40, 10, 70, 110, 30, 120, 140, 60, 50, 130, 100, 20, 90}

#### Ejercicio 7

Aplice el algoritmo *HeapSort*, para ordenar descendentemente los siguientes elementos:

{15, 18, 40, 1, 7, 10, 33, 2, 140, 500, 11, 12, 13, 90}

Muestre paso a paso la ejecución del algoritmo sobre los datos.

### Ejercicio 8

Construir una max-heap binaria con los siguientes datos:

{5, 8, 12, 9, 7, 10, 21, 6, 14, 4}

- a) Insertándolos de a uno
- b) Usando el algoritmo BuildHeap

### Ejercicio 9

Suponga que una heap que representa una cola de prioridades está almacenada en el arreglo A (se comienza de la posición A[1]). Si insertamos la clave 16, ¿en qué posición quedará?

i:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A[i]:	11	21	27	37	36	34	32	43	44	42	51	62

- (a) A[2]                      (b) A[3]                      (c) A[6]                      (d) A[7]                      (e) A[12]

### Ejercicio 10

Suponga que una heap que representa una cola de prioridades está almacenada en el arreglo A (se comienza de la posición A[1]). Si aplica un delete-min, ¿en qué posición quedará la clave 62?

i:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A[i]:	11	21	27	37	36	34	32	43	44	42	51	62

- (a) A[1]                      (b) A[2]                      (c) A[10]                      (d) A[11]                      (e) A[12]

### Ejercicio 11

- a) Ordenar en forma creciente los datos del ejercicio anterior, usando el algoritmo HeapSort.
- b) ¿Cuáles serían los pasos a seguir si se quiere ordenar en forma decreciente?

### Ejercicio 12

¿Cuáles de los siguientes arreglos representan una max-heap, min-heap o ninguna de las dos?

- arreglo 1: 0 1 2 0 4 5 6 7 8 9
- arreglo 2: 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0
- arreglo 3: 5 5 5 6 6 6 6 7 7 1
- arreglo 4: 9 3 9 2 1 6 7 1 2 1
- arreglo 5: 8 7 6 1 2 3 4 2 1 2

### Ejercicio 13

Un arreglo de 7 enteros se ordena ascendentemente usando el algoritmo *HeapSort*. Luego de la fase inicial del algoritmo (la construcción de la heap), ¿cuál de los siguientes es un posible orden del arreglo?

- (a) 85 78 45 51 53 47 49
- (b) 85 49 78 45 47 51 53
- (c) 85 78 49 45 47 51 53
- (d) 45 85 78 53 51 49 47
- (e) 85 51 78 53 49 47 45

#### Ejercicio 14

En una Heap, ¿para un elemento que está en la posición  $i$  su hijo derecho está en la posición.....?

- (a)  $\lfloor i/2 \rfloor$
- (b)  $2*i$
- (c)  $2*i + 1$
- (d) Ninguna de las anteriores

#### Ejercicio 15

¿Siempre se puede decir que un árbol binario lleno es una Heap?

- (a) Sí
- (b) No

#### Ejercicio 16

La operación que agrega un elemento a la heap que tiene  $n$  elementos, en el peor caso es de .....

- (a)  $O(n)$
- (b)  $O(n \log n)$
- (c)  $O(\log n)$
- (d) Ninguna de las otras opciones

#### Ejercicio 17

Se construyó una Máx-Heap con las siguientes claves: 13, 21, 87, 30, 25, 22, 18. ¿Cuál de las siguientes opciones corresponde al resultado de realizar la construcción insertando las claves **una a una**?

- (a) 87, 30, 25, 22, 21, 18, 13
- (b) 87, 30, 22, 21, 25, 13, 18
- (c) 87, 30, 25, 13, 22, 18, 21
- (d) 87, 30, 22, 13, 25, 21, 18

#### Ejercicio 18

Se construyó una Máx-Heap con las siguientes claves: 13, 21, 87, 30, 25, 22, 18. ¿Cuál de las siguientes opciones corresponde al resultado de realizar la construcción aplicando el algoritmo **Build-Heap**?

- (a) 87, 30, 25, 22, 21, 18, 13
- (b) 87, 30, 22, 21, 25, 13, 18
- (c) 87, 30, 25, 13, 22, 18, 21
- (d) 87, 30, 22, 13, 25, 21, 18

#### Ejercicio 19

El algoritmo HeapSort consta de dos etapas:

- 1) se construye una heap y
- 2) se realizan los intercambios necesarios para dejar ordenados los datos.

Asuma que la heap ya está construida y es la siguiente:

58 38 53 23 28 40 35 18

¿Cómo quedan los datos en el arreglo después de ejecutar sólo 2 pasos de la segunda etapa del Heapsort?

- (a) 40 38 23 28 35 18 53 58
- (b) 53 38 40 23 28 18 35 58
- (c) 40 38 23 35 28 18 53 58
- (d) 40 38 35 23 28 18 53 58

#### Ejercicio 20

Dada la Min-Heap 3, 8, 5, 15, 10, 7, 19, 28, 16, 25, 12. ¿En qué **posición** está ubicado el hijo derecho de la clave 15?

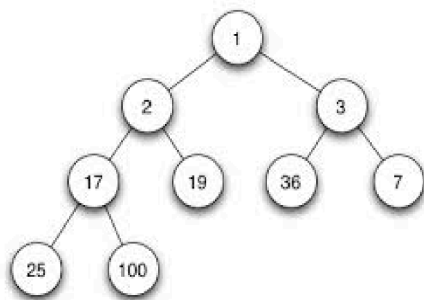
- (a) 7
- (b) 8
- (c) 9
- (d) 10

#### Ejercicio 21

Construya una min-heap con las siguientes claves: 15, 25, 23, 13, 18, 2, 19, 20, 17 insertándose una a una. Indique en qué posiciones quedaron ubicadas las claves: **2, 18 y 25**.

#### Ejercicio 22

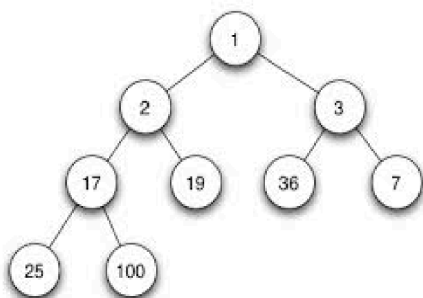
Luego de insertar la clave **15** en la siguiente min-heap, ¿cuántas de las claves que ya estaban en la heap han mantenido su lugar (es decir, ocupan en la min-heap resultante la misma posición que ocupaban antes de la inserción)?



- a) Ninguna
- b) Seis
- c) Ocho
- d) Nueve

#### Ejercicio 23

Luego de una operación de borrado del mínimo en la siguiente min-heap, ¿cuántas claves han cambiado de lugar (es decir, ocupan en la min-heap resultante un lugar diferente al que ocupaban en la min-heap antes del borrado)? (No contar la clave borrada, ya que no pertenece más a la heap)



- a) Ninguno
- b) Dos
- c) Tres
- d) Cuatro