

## 2.5 Analyse und Simulation von elektronischen Grundschaltungen

Wir beschäftigen uns im 1. Jahrgang mit der Berechnung von **Gleichstromschaltungen**, bestehend aus idealisierten linearen passiven Bauteilen. In Abstimmung mit dem Computerpraktikum werden Messungen durchgeführt und die Messergebnisse bewertet.

### 2.5.1 Berechnungen mit linearen Gleichungssystemen

Liegt eine Schaltung von idealen Widerständen, Spannungsquellen oder Stromquellen vor, so ist es

- mit dem Ohmschen Gesetz (zur Berechnung der Widerstände),
- mit der Knotenregel (zur Berechnung der Stromstärken) und
- der Maschenregel (zur Berechnung der Spannungen)

möglich, gesuchte Widerstände, Ströme oder Spannungen zu berechnen, sofern genügend Angaben vorliegen.

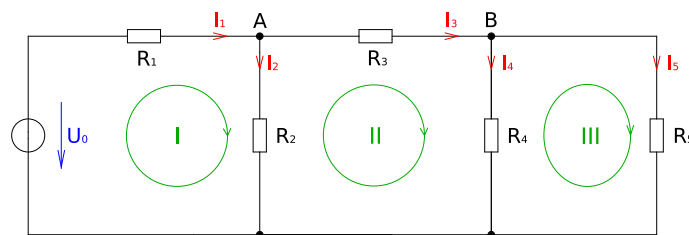


Abbildung 2.39: Beispiel für eine einfache elektronische Schaltung

Dazu dient die Maschen- und Knotenanalyse.

#### Dabei sind folgende Grundsätze zu beachten:

- In einer Schaltung mit  $w$  Widerständen existieren  $w$  Gleichungen für die Anwendung vom Ohmschen Gesetz.
- Treten in der Schaltung  $k$  Knoten auf, gibt es  $(k - 1)$  linear unabhängige Knotenregeln. Das heißt nur  $(k - 1)$  Gleichungen beinhalten relevante Informationen.
- Sind im Schaltplan mit  $m$  Maschen vorhanden, ist dieser durch  $(m - 1)$  linear unabhängige Maschengleichungen zu beschreiben.

Zur Berechnung der fehlenden Größen sind lineare Gleichungssysteme aufzustellen und anschließend zu lösen. Verwendet werden dabei die in Angewandte Mathematik gelernten Verfahren, sowie Taschenrechner oder Mathematikprogramme zum Lösen von Gleichungssystemen mit mehreren Unbekannten.

#### Begriffserklärungen

Unter einer **Schaltung** oder einem **Netzwerk** verstehen wir hier eine Zusammenschaltung von idealen linearen passiven Bauelementen. An den Widerständen besteht die direkt proportionale Beziehung zwischen Spannung  $U$  und Strom  $I$  nach dem Ohm'schen Gesetz.

Mit dem Begriff **Zweig** ist eine **Verbindungsleitung** gemeint, die mindestens ein Bauteil, z.B. einen Widerstand, enthält.

Unter der **Masche** verstehen wir einen **geschlossenen Spannungsumlauf**. Dieser beginnt z.B. bei einem Knoten und endet wieder bei diesem. Jeder benutzte Zweig und jeder Knoten wird dabei nur einmal durchlaufen.

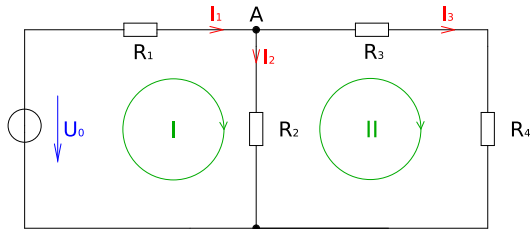
Die **Netzwerkanalyse** dient zur **Berechnung von unbekannten Spannungen und Strömen in den Zweigen** der Schaltung.

**Unabhängige Gleichungen** sind Gleichungen, die sich nicht aus der Linearkombination (z.B. Addieren, Subtrahieren usw.) anderer Gleichungen des betrachteten Gleichungssystems ableiten lassen.

## Aufgaben

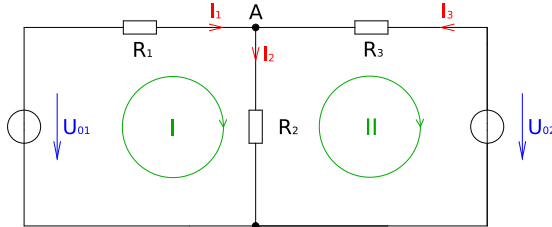
Bestimmen Sie zuerst symbolisch die Lösungen (also nur mit Variablen). Setzen Sie erst dann Zahlenwerte und Einheiten ein, um eine numerische Lösung zu erhalten.

1. Betrachten Sie den Schaltplan:  $U_0 = 10\text{ V}$ ,  $R_1 = 10\ \Omega$ ,  $R_2 = 18\ \Omega$ ,  $R_3 = 22\ \Omega$  und  $R_4 = 47\ \Omega$ . Stellen Sie für die Maschen I und II sowie den Knoten A drei linear unabhängige Gleichungssysteme auf. Berechnen Sie daraus die Ströme  $I_1$ ,  $I_2$  und  $I_3$ . (411,9 mA; 326,7 mA; 85,23 mA)

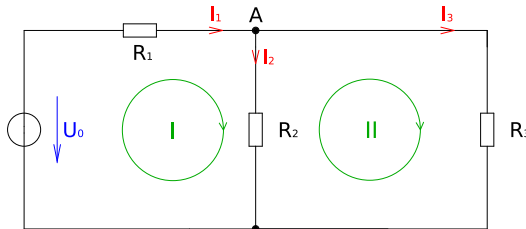


2. Berechnen Sie mit Hilfe der Maschen- und Knotengleichungen die fehlenden Ströme der folgenden Schaltungen:

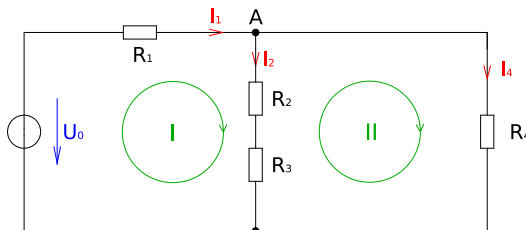
(a)  $U_{01} = 24\text{ V}$ ,  $U_{02} = 12\text{ V}$ ,  $R_1 = 22\ \Omega$ ,  $R_2 = 47\ \Omega$ ,  $R_3 = 100\ \Omega$  (373,6 mA; 335,8 mA; -37,8 mA)



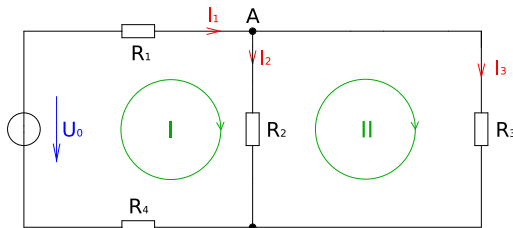
(b)  $U_0 = 24\text{ V}$ ,  $R_1 = 150\ \Omega$ ,  $R_2 = 470\ \Omega$ ,  $R_3 = 100\ \Omega$  (103,2 mA; 18,1 mA; 85,1 mA)



(c)  $U_0 = 24\text{ V}$ ,  $R_1 = 33\ \Omega$ ,  $R_2 = 12\ \Omega$ ,  $R_3 = 15\ \Omega$ ,  $R_4 = 68\ \Omega$  (458,7 mA; 328,3 mA; 130,3 mA)



(d)  $U_0 = 12\text{ V}$ ,  $R_1 = 22\ \Omega$ ,  $R_2 = 220\ \Omega$ ,  $R_3 = 47\ \Omega$ ,  $R_4 = 22\ \Omega$  (145,1 mA; 25,5 mA; 119,5 mA)



3. Vergleichen Sie alle ihre gewonnenen Ergebnisse im **Schaltungssimulationsprogramm** ihrer Wahl.

### 2.5.2 Lineare Überlagerung (Superpositionsprinzip nach Helmholtz)

Alle hier verwendeten Gleichungen wie das Ohmsche Gesetz und die Knoten-/Maschenregeln beschreiben lineare Zusammenhänge. Dies bedeutet, dass die Ströme linear von den Leerlaufspannungen der Schaltungen abhängen. Daraus ergibt sich der Satz der linearen Überlagerung:

Jeder Strom  $I_z$  im Zweig  $z$  errechnet sich aus der Summe aller durch diesen Zweig fließenden Teilstromstärken  $I_{z1}$  bis  $I_{zn}$ , die durch die einzelnen Quellenspannungen verursacht werden.

**Beispiel.** Der Strom  $I_3$  durch den mittleren Zweig soll errechnet werden. Er wird durch die beiden Quellenspannungen  $U_{01}$  und  $U_{02}$  erzeugt. Es gilt in diesem Fall  $I_2 = k_1 \cdot U_{01} + k_2 \cdot U_{02}$ .

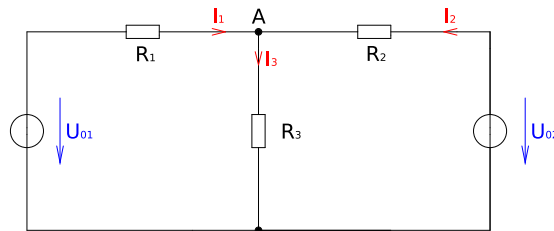


Abbildung 2.40: Einfache elektronische Schaltung zur Lösung nach dem Helmholtz - Verfahren

**Lösung:** Siehe Mitschrift.

Allgemein gesehen kann der Zusammenhang für den Strom  $I_z$  im Zweig  $z$  folgendermaßen formuliert werden:

$$\begin{aligned} I_z &= k_1 \cdot U_{01} + k_2 \cdot U_{02} + k_3 \cdot U_{03} + \dots + k_n \cdot U_{0n} \\ I_z &= I_{z1} + I_{z2} + I_{z3} + \dots + I_{zn} \end{aligned} \quad (2.24)$$

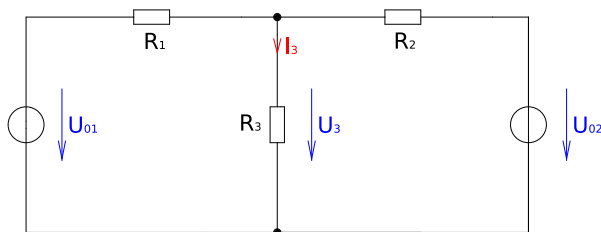
**Zur Berechnung der einzelnen Teilströme wird folgendes Vorgehen angewandt:**

1. Teilstrom  $I_{z1}$  berechnen:  
Alle Spannungsquellen bis auf die erste werden kurzgeschlossen und daraus der entsprechende Teilstrom  $I_{z1}$  berechnet.
2. Teilstrom  $I_{z2}$  berechnen:  
Alle Spannungsquellen bis auf eine zweite werden wieder kurzgeschlossen und der entsprechende Teilstrom  $I_{z2}$  errechnet.
3. Die Berechnung der anderen Teilströme erfolgt analog dazu.
4. Durch die lineare Überlagerung (Superposition) der Teilströme  $I_{z1}$  bis  $I_{zn}$  errechnet sich die gewünschte Stromstärke  $I_z$ .

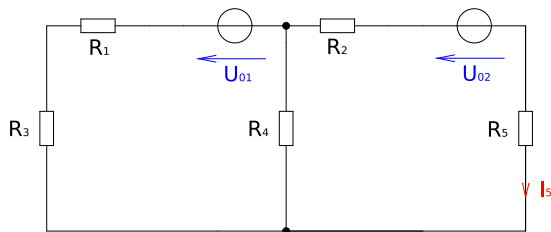
## Aufgaben

Verwenden Sie zur Berechnung dieser Beispiele das Superpositionsprinzip nach Helmholtz.

- Bestimmen Sie für die nachfolgende Schaltung mit idealen Spannungsquellen die Spannung  $U_3$  und Strom  $I_3$ . Verwenden Sie dazu folgende Angaben:  $U_{01} = 6V$ ,  $U_{02} = 10V$ ,  $R_1 = 22\Omega$ ,  $R_2 = 47\Omega$ ,  $R_3 = 100\Omega$ . (63,3 mA; 6,33 V)

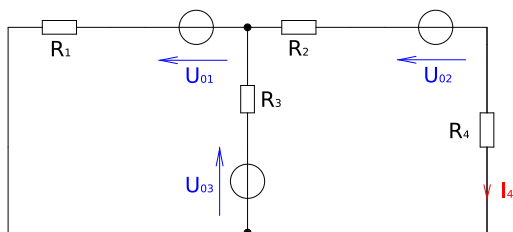


- Sie haben folgende Schaltung gegeben:  $U_{01} = 6V$ ,  $U_{02} = 8V$ ,  $R_1 = 120\Omega$ ,  $R_2 = 680\Omega$ ,  $R_3 = R_4 = R_5 = 1k\Omega$ .



Berechnen Sie Strom  $I_5$ . (4,9 mA)

- Sie haben folgende Schaltung gegeben:  $U_{01} = 4,5V$ ,  $U_{02} = 6V$ ,  $U_{03} = 7,5V$ ,  $R_1 = 330\Omega$ ,  $R_2 = 560\Omega$ ,  $R_3 = 390\Omega$ ,  $R_4 = 1200\Omega$ .



Berechnen Sie Strom  $I_4$ . (2,58 mA)