

Arbeitsblatt : Das Pascalsche Dreieck

Ziel: Sie sollen nach Bearbeitung dieses Blattes Terme (Binome) der Form $(a+b)^n$ ($n = 2; 3; 4; \dots$) zügig als Summe schreiben können und wissen, wie diese Summe aufgebaut ist.

Aufgabe 1 Die Potenz $(a+b)^2$ ergibt als Summe geschrieben: $(a+b)^2 = (a+b) \cdot (a+b) = a^2 + 2ab + b^2$

Die Potenz $(a+b)^3$ kann man so als Summe schreiben: $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$$(a+b)^3 = (a+b)^2 \cdot (a+b) = (a^2 + 2ab + b^2) \cdot (a+b) = a^3 + a^2b + 2a^2b + 2ab^2 + ab^2 + b^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

Berechnen Sie diese Summe.

Schreiben Sie die Summanden geordnet, beginnend mit der höchsten Potenz von a, nach absteigenden Potenzen von a; also: $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + a^0b^3$

$$(a+b)^3 = a^3 + \underline{3} a^2b^1 + \underline{3} a^1b^2 + b^3 \quad (\text{Ergänzen Sie die Zahlen an den Stellen } \underline{\quad}).$$

Aufgabe 2a) Wie könnte das unten stehende **Pascalsche Dreieck** aufgebaut sein? Füllen Sie die Kästchen im Dreieck bis zur 10-ten Zeile aus.

0										1									
1									1		1								
2								1		2		1							
3								1		3		3		1					
4								1		4		6		4		1			
5								1		5		10		10		5		1	
6								1		6		15		20		15		6	
7								1		7		21		35		35		21	
8								1		8		28		56		70		56	
9								1		9		36		84		126		126	
10								1		10		45		120		210		252	

b) Wie hätten Sie die Terme $(a+b)^2$ und $(a+b)^3$ aus Aufgabe 1 mit Hilfe dieser Tabelle schnell als Summe hinschreiben können? *beiden Zeile (Potenz 2 oder 3) und die jeweiligen Zahlen als Faktoren benutzen*

c) Schreiben Sie die folgenden Terme mithilfe des Pascal'schen Dreiecks direkt als Summe, das heißt *ohne Schritt für Schritt auszumultiplizieren*, *und die jeweiligen Zahlen als Faktoren benutzen und die Potenzen von a und b dazugehörigen zusammen addieren.*

$$(a+b)^4 = a^4 + \underline{4} a^3b^1 + \underline{6} a^2b^2 + \underline{4} a^1b^3 + b^4$$

$$(a+b)^5 = a^5 + \underline{5} a^4b + \underline{10} a^3b^2 + \underline{10} a^2b^3 + \underline{5} ab^4 + b^5$$

$$(x+h)^3 = x^3 + \underline{3} x^2h + \underline{3} xh^2 + h^3$$

$$(x+h)^7 = x^7 + \underline{7} x^6h + \underline{21} x^5h^2 + \underline{35} x^4h^3 + \underline{35} x^3h^4 + \underline{21} x^2h^5 + \underline{7} xh^6 + h^7$$

Aufgabe 3 Beantworten Sie diese Fragen ohne Rechnung, nur durch Nachdenken.

Der Term $(x+h)^{100}$ soll als Summe geschrieben werden.

a) Wie viele Summanden enthalten keinen Faktor h? Wie lauten diese Summanden? *1: x^{100}*

b) Wie viele Summanden enthalten genau den Faktor h? Wie lauten diese Summanden? *1: $100 x^{99} h$*

Aufgabe 4 Dieses Rechenschema funktioniert noch bei weiteren Termen. Schreiben Sie als Summe:

$$(2+b)^3 = 8 + 12b + 6b^2 + b^3 \quad \dots \quad (x-y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 \quad \dots$$

$$(x-1)^6 = x^6 - 6x^5 + 15x^4 - 20x^3 + 15x^2 - 6x + 1 \quad (2x+1)^4 = 16x^4 + 32x^3 + 24x^2 + 8x + 1 \quad \dots$$