1 Physikalische Größen, Einheiten, Gleichungen

1.1 Physikalische Größen

Physikalische Größen dienen zur Beschreibung von Naturvorgängen (Eigenschaften und Zustände). Bekannte Größen sind z.B. Länge, Zeit, Geschwindigkeit, elektrische Spannung, Temperatur.

Diese physikalischen Größen benötigen zur Darstellung und Messung **Einheiten**. Einheiten für die Zeit sind beispielsweise Stunde, Minute, Sekunde.

Zur Vereinfachung werden physikalische Größen und Einheiten mit Abkürzungen (Symbolen) beschrieben. So werden die Länge durch l, die Zeit durch t, das Meter durch m und die Sekunde durch s abgekürzt.

Jede physikalische Größe setzt sich aus einem **Zahlenwert** und einer **Einheit** zusammen, also

---

Wählen wir als Beispiel

$$l = 5 \text{ m},$$

so sind l die physikalische Größe (Länge), 5 der Zahlenwert und m die Einheit (Meter).

Fakt. *Die Einheiten dürfen also niemals weggelassen werden!*

1.2 Das internationale Einheitensystem

In Technik, Forschung, Wissenschaft, Wirtschaft, Handel und Gewerbe werden vorwiegend **SI-Einheiten** verwendet. SI ist eine Abkürzung für Système Internationale d'Unités (internationales Einheitensystem), welches 1960 beschlossen wurde. Dieses international vereinbarte Einheitensystem enthält sieben Basiseinheiten (siehe Tabelle 1), welche beliebig festgelegt wurden. Seit 2019 gilt eine Neudefinition.

Basisgröße	**Formelzeichen**	**Basiseinheit**	**Kurzzeichen**
Länge	l	Meter	m
Masse	m	Kilogramm	kg
Zeit	t	Sekunde	s
Elektrische Stromstärke	I	Ampere	A
Thermodynamische Temperatur	T	Kelvin	K
Lichtstärke	I_v	Candela	cd
Stoffmenge	n	Mol	mol

Tabelle 1: Basisgrößen und Basiseinheiten des internationalen Einheitensystems

Das SI-Basiseinheitensystem wurde 1971, 1983, 2018 und zuletzt 2019 grundlegend verändert. Bis 2018 hatte jede der sieben SI-Basiseinheiten eine eigene Definition, z.B. nach dem Prinzip „Die Basiseinheit ... ist das ...-Fache von ...“. Aus diesen SI-Basiseinheiten wurden die anderen SI-Einheiten abgeleitet.

Drei der sieben Basiseinheiten waren so definiert, dass man physikalischen Konstanten (der Strahlung des Cäsium-Atoms $\Delta\nu_{\mathrm{Cs}}$, der Lichtgeschwindigkeit c, dem Photometrischen Strahlungsäquivalent K_{cd}) einen festen Wert zugewiesen hatte.

Seit 20. Mai 2019 gilt eine neue Vorgangsweise. Es wurden vier weiteren Konstanten feste Werte zugewiesen: Dem Planckschen Wirkungsquantum h, der Elementarladung e, der Boltzmannkonstante k_B und der Avogadro-Konstante N_A. Diese können zur Berechnung der SI-Basiseinheiten herangezogen werden:

Abkürzung	**Konstante**	**Wert**	**seit**
$\Delta\nu_{Cs}$	Strahlung des Caesium-Atoms	$9192631770\,Hz$	1967
c	Lichtgeschwindigkeit	$299792458\,m/s$	1983
h	Plancksches Wirkungsquantum	$6,62607015 \cdot 10^{-34}\,Js$	2019
e	Elementarladung	$1,602176634 \cdot 10^{-19}\,C$	2019
k_B	Boltzmann-Konstante	$1,380649 \cdot 10^{-23}\,J/K$	2019
N_A	Avogadro-Konstante	$6,02214076 \cdot 10^{23}\,mol^{-1}$	2019
K_{cd}	Photometrisches Strahlungsäquivalent	$683\,lm/W$	1979

Tabelle 2: Konstantendefinition

Daraus lassen sich alle SI-Basiseinheiten und SI-Einheiten berechnen:

Abkürzung	**Konstante**	**ableitbar aus**
Sekunde	$\Delta\nu_{Cs} = 9192631770\,\frac{1}{s}$	
Meter	$c = 299792458\,\frac{m}{s}$	Sekunde
Kilogramm	$h = 6,62607015 \cdot 10^{-34}\,\frac{kg \cdot m^2}{s}$	Sekunde und Meter
Ampere	$e = 1,602176634 \cdot 10^{-19} As$	Sekunde
Kelvin	$k_B = 1,380649 \cdot 10^{-23}\,\frac{kg \cdot m^2}{s^2 K}$	Kilogramm, Meter und Sekunde
Mol	$N_A = 6,02214076 \cdot 10^{23}\,\frac{1}{mol}$	
Candela	$K_{cd} = 683\,\frac{cd \cdot sr \cdot s^3}{kg \cdot m^2}$	Kilogramm, Meter und Sekunde

Tabelle 3: Ableitung der SI-Basiseinheiten aus den Konstanten

Nachfolgend einige Beispiele, wie aus SI-Basiseinheiten andere SI-Einheiten abgeleitet werden:

Die SI-Einheit **Geschwindigkeit** finden wir aus der Gleichung

---

die angibt, dass die Geschwindigkeit (v) eines Körpers gleich dem zurückgelegten Weg (l) dividiert durch die benötigte Zeit (t) ist. Die zugehörige Einheitengleichung lautet

---

Darin bedeuten [v] die Einheit der Geschwindigkeit, [l] die Einheit des Weges und [t] die Einheit der Zeit. Mit den SI-Basiseinheiten [l] =1 m und [t] = 1 s wird die abgeleitete SI-Einheit der Geschwindigkeit

---

Die SI-Einheit der **Kraft** finden wir aus der dynamischen Grundgleichung Kraft (F) gleich Masse (m) mal Beschleunigung (a), also aus

---

Die zugehörige Einheitengleichung lautet

Mit $[m] = \text{kg}$ und $[a] = \text{m/s}^2$ wird

Hierfür verwendet man auch die Bezeichnung Newton (Einheitenzeichen: N). Somit ist die SI-Einheit der Kraft

(1.1)

Ein Newton ist also diejenige Kraft, die einem Körper der Masse 1 kg die Beschleunigung 1 m/s² erteilt.

Die Einheit der **Arbeit** (oder **Energie**) finden wir aus der Gleichung

die angibt, dass die geleistete Arbeit (W) sich aus dem Produkt der Kraft (F) und dem von der Kraft zurückgelegten Weg (l) ergibt. Die zugehörigen Einheitengleichungen

liefert, wenn wir als Einheit der Kraft $[F] = \text{N}$ und als Einheit für den zurückgelegten Weg $[l] = \text{m}$ einsetzen,

Hierfür verwendet man auch die Bezeichnung Joule (Einheitenzeichen: J). Daher ist die SI-Einheit der Arbeit (oder Energie)

(1.2)

Ein Joule ist also gleich der Arbeit, die geleistet wird, wenn eine Kraft von einem Newton um einen Meter verschoben wird.

Bei SI-Einheiten tritt in sie verbindenden Einheitengleichungen kein von eins verschiedener Zahlenfaktor auf. So ist zum Beispiel die Krafteinheit Newton (N) eine SI-Einheit, da sie durch $1\ \text{N} = 1\ \text{kg}\cdot\text{m/s}^2$ dargestellt werden kann. Dagegen ist die Krafteinheit Kilopond (kp) keine SI-Einheit, da $1\ \text{kp} = 9{,}81\ \text{kg}\cdot\text{m/s}^2$ ist.

Oft verwendet man dezimale Vielfache oder dezimale Teile. Man schreibt für l = 10000 m besser l = 10 km.

Vorsilbe	**Symbol**	**Bezeichnung**	**Zehnerpotenz**
Exa	E	Trillion	10^{18}
Peta	P	Billiarde	10^{15}
Tera	T	Billion	10^{12}
Giga	G	Milliarde	10^{9}
Mega	M	Million	10^{6}
Kilo	k	Tausend	10^{3}
Hekto	h	Hundert	10^{2}
Deka	da	Zehn	10
Dezi	d	Zehntel	10^{-1}
Zenti	c	Hunderstel	10^{-2}
Milli	m	Tausendstel	10^{-3}
Mikro	μ	Millionstel	10^{-6}
Nano	n	Milliardstel	10^{-9}
Piko	p	Billionstel	10^{-12}
Femto	f	Billiardstel	10^{-15}
Atto	a	Trillionstel	10^{-18}

Tabelle 4: Vorsätze und Bezeichnungen von dezimalen Vielfachen und dezimalen Teilen von Einheiten

Um die Größenverhältnisse verständlicher zu machen, möchten wir den Astrophysiker Prof. Oberhummer aus seinem Buch „Kann das alles Zufall sein?“ zitieren. Er schreibt:

> Zum besseren Verständnis stellen wir uns einen Aufzug ganz besonderer Art vor, der kurz GOL (Größen-Ordnungs-Lift) genannt wird. Wir steigen in den GOL ein und betrachten die Anzeigetafel dieses Lifts. Momentan leuchtet auf der Anzeigetafel die Null auf. Weiters findet man unter der

Anzeigetafel des GOL noch einen Hinweis: „Achtung! Erstens: Wenn Sie mit diesem Lift eine Etage hinauffahren, werden Sie um einen Faktor zehn größer! Zweitens: Wenn Sie mit diesem Lift eine Etage hinunterfahren, werden Sie um einen Faktor zehn kleiner! Drittens: Wenn Sie wieder ihre normale Größe bekommen wollen, drücken Sie die Null!“

Wir betrachten im folgenden nur Größenordnungen, das heißt, wir nehmen einmal an, dass wir genau einen Meter groß sind. Neugierig geworden, steigen Sie in den GOL ein und drücken auf den Knopf mit der Zahl 1. Wenn Sie dann aus dem GOL aussteigen, sind Sie wirklich zehn Meter groß. Die anderen Menschen reichen nur mehr bis zu Ihrem Knöchel, und Bäume kommen Ihnen wie Sträucher vor. Drücken Sie nun den Knopf mit der Zahl 2, so sind Sie bereits hundert Meter groß und erreichen schon fast die Höhe des Wiener Stephansdoms mit 137 Metern. Ermutigt drücken Sie den Knopf mit der Zahl 4 und sind nun 10000 Meter groß. Sie sind jetzt größer als der höchste Berg der Erde, der Mount Everest (8848m). Wenn Sie den Knopf mit der Zahl 7 drücken, sind Sie $10^7 m$ =10 Millionen Meter groß. Sie erreichen damit fast den Durchmesser der Erde mit 12735 km.

Die Knöpfe im GOL stellen, wie Sie schon bemerkt haben, die jeweiligen Zehnerpotenzen dar, um die wir größer werden. Sie können auch die Knöpfe mit den negativen Zahlen drücken, nun werden Sie jeweils um einen Faktor 10, 100, 1000 etc. kleiner. Mit Hilfe des GOL können wir abschätzen und veranschaulichen, wie groß die Objekte im Universum sind, mit denen wir es im technischen Leben zu tun haben:

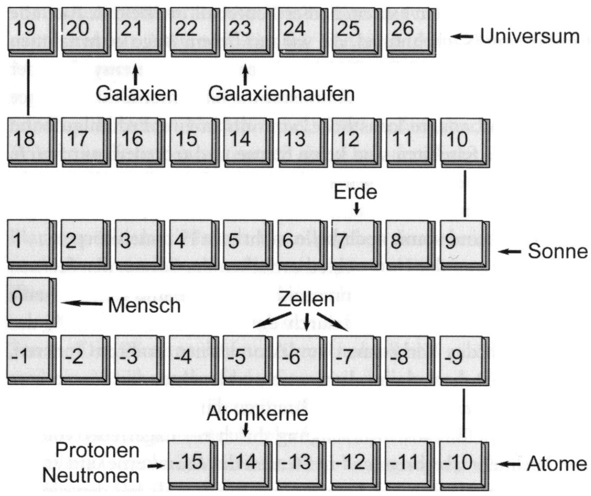

Abbildung 1.1: Größenordnungslift (GOL) nach Heinz Oberhummer.

Aufgaben

1. Verwandeln Sie
   (a) in μm: 0,405 mm; 0,5 cm; 1,625 mm.
   (b) in mm: 1,2 m; 41 cm; 8,9 dm; 80 μm.
2. Wandeln Sie um
   (a) in cm²: 0,87 m²; 12 dm²; 473 mm².
   (b) in mm³: 2 cm³; 15 dm³; 127 m³.
3. Wandeln Sie um
   (a) in V: 0,5 kV; 20 kV; 250 mV; 220 μV.
   (b) in A: 0,35 kA; 320 mA; $750 \cdot 10^{-3}$kA.
   (c) in W: 0,850 kW; 3200 mW; 0,0045 MW.

1.3 Rechnen mit Größen

Beim Rechnen mit Größen sind folgende Rechenregeln zu beachten:

1.3.1 Addieren und Subtrahieren

Regel Physikalische Größen werden addiert bzw. subtrahiert, indem man ihre Zahlenwerte addiert bzw. subtrahiert und dem Ergebnis die gemeinsame Maßeinheit hinzufügt.

Nur gleichartige Einheiten dürfen addiert bzw. subtrahiert werden.

Beispiel. $I = 5\,mA + 6000\,\mu A - 0,003\,A$

Lösung

1.3.2 Multiplizieren und Dividieren

Regel Physikalische Größen werden multipliziert bzw. dividiert, indem man ihre Zahlenwerte und Einheiten multipliziert bzw. dividiert.

Beispiel. $A = 7\,m \cdot 90\,cm$

Lösung

Beispiel. $h = \frac{8\,m^2}{200\,cm}$

Lösung

1.3.3 Potenzieren

Regel Physikalische Größen werden potenziert, indem ihre Zahlenwerte und Einheiten einzeln potenziert werden.

Beispiel. $U^2 = (4\,V)^2$

Lösung

1.3.4 Radizieren

Regel Physikalische Größen werden radiziert, indem man aus ihren Zahlenwerten und Einheiten einzeln die Wurzel zieht.

Beispiel. $l = \sqrt{441\,cm^2}$

Lösung

Aufgaben

1. $U = 0,06\,V + 30\,mV + 80000\,\mu V + 3 \cdot 10^2\,mV + 4 \cdot 10^{-4}\,kV$ =(0,87V)
2. $R = 0,47\,k\Omega + 2,2 \cdot 10^2\,\Omega + 5,6 \cdot 10^5\,m\Omega + 8,2 \cdot 10^{-4}\,M\Omega + 100\,\Omega$ =(2,17kΩ)
3. $\frac{49\,V\,A}{14\,kA \cdot 7\,mV}$ =(0,5)
4. $\frac{48\,\mu V\,A}{12\,mA}$ =(4mV)
5. $\frac{1}{40\,\frac{1}{s} \cdot 2\,k\frac{V}{A}}$ =(12,5 $\mu\frac{As}{V}$)

1.4 Aufgaben zu Größenordnungen

1. Verschieben Sie das Komma oder ergänzen Sie die richtigen Zehnerpotenzen:

20 mV=..........V	200 μm=............cm=.............km	1 kg/m^3=...............g/cm^3
0,04 $M\Omega$=........Ω	$4,85 \cdot 10^{-5}\, m^3$=..................mm^3	1 kW/m^2 =.................W/cm^2
5200 m=...........km	$0,00073\, g$=....................μg	6 MW=...................W
$2 \cdot 10^5\, W$=..............kW	5 mm = ... m	0,7 km-140 m=.................km
50000 kW=........MW=...............GW	1 km/h=..............m/s	0,004 Mm=.....................mm

2. Der mittlere Abstand der Erde von der Sonne beträgt in etwa 149,6 Gm. Das sind $1,496 \cdot 10^{\square}$ mm.
3. Der Erddurchmesser beträgt in etwa 12,7 Mm, der Sonnendurchmesser liegt bei ungefähr 1,4 Gm. Um welchen Faktor ist die Sonne größer als die Erde?
4. Sebastian behauptet, dass eine Unterrichtsstunde ein bisschen länger als ein Mikrojahrhundert ist. Hat er recht?
5. Welche der folgenden Längenangaben sind nicht äquivalent zu $5\,\mu m$? (Verwenden Sie m!)
   (a) $5000\, nm$
   (b) $0,005\, mm$
   (c) $5 \cdot 10^{-3}\, cm$
6. Drücken Sie die folgenden Wellenlängenbereiche wie angegeben aus.
   (a) Mikrowellen: $0,3\, m$ bis $10^{-3}\, m$ in mm
   (b) Infrarotes Licht: $1\, mm$ bis $780\, nm$ in μm
7. Sichtbares Licht besitzt eine Wellenlänge zwischen $0,000000380\, m$ und $0,000000780\, m$. Schreiben Sie diese Wellenlängen in Nanometer.
8. Ergänzen Sie nachfolgende Tabelle!

Vorsilbe	Symbol	Bezeichnung	Zehnerpotenz
Giga			
	M		
		Tausend	
			10^{-3}

9. Welche der genannten Größen ist im SI-Einheitensystem keine Basisgröße?
   (a) Masse m
   (b) Kraft F
   (c) Spannung U
   (d) Kapazität C
   (e) Zeit t
10. 10^9 ist das .... fache von 10^5.
11. Richtig oder falsch?
    (a) Die Hälfte von 10^6 ist $5 \cdot 10^5$
    (b) Das Doppelte von 10^{-5} ist 0,00002
    (c) Die Hälfte von 10^{-8} ist 0,000000005
    (d) Ein Zehntel von 10^{-2} ist 10^{-3}
12. Der Durchmesser von roten Blutkörperchen beträgt 7,5 μm und die Dicke am Rand etwa $2\,\mu m$. Wie viele cm sind das jeweils?