

## 5 Einführung in die Messtechnik

In diesem Abschnitt lernen Sie Grundlegendes zur Messung elektrischer Größen, insbesondere zur Messung von Spannung, Strom und Widerstand.

Soll der Strom gemessen werden, muss das Messgerät in Serie zum Messobjekt geschaltet werden. Der Innenwiderstand des Amperemeters soll dabei möglichst klein sein, damit die Spannungsänderung  $I \cdot R_a$ , die durch den Innenwiderstand verursacht wird, klein ist, und somit das Messergebnis möglichst wenig verfälscht wird. Bei einem größeren Innenwiderstand des Amperemeters wäre weiters der Eigenverbrauch im Messgerät  $P = I^2 \cdot R_a$  unerwünscht hoch.

Sollen Spannungen gemessen werden, werden Voltmeter verwendet, die parallel zum Messobjekt liegen. Bei einem Voltmeter soll der Innenwiderstand sehr groß sein, sodass möglichst kein Strom durch das Voltmeter selbst fließt. Dieser Nebenstrom würde ja dem Verbraucher abgezogen und somit das Messergebnis verfälschen.

Etwas komplexer wird die Problematik, wenn Strom und Spannung in einer Schaltung gleichzeitig gemessen werden sollen. Hier gibt es zwei Möglichkeiten: Die stromrichtige Messung (direkt zum Verbraucher liegt das Amperemeter in Serie) und die spannungsrichtige Messung (direkt zum Verbraucher parallel liegt das Voltmeter). Beide Schaltungen haben je nach Anwendungsfall ihre Berechtigung.

Analoge Messgeräte, bei denen das Messergebnis mit einem Zeiger abgelesen werden kann, haben für die Gleichspannungs- und Gleichstrommessung an Bedeutung verloren. Ein Vorteil von Zeigermessgeräten liegt in der schnelleren Ablesbarkeit auf den ersten Blick. Der grobe Messwert und eine mögliche Änderung nach oben oder unten können leicht erkannt werden. So werden sie z.B. in Schaltschränken noch eingesetzt. Oft ist der Innenwiderstand bei Spannungsmessungen mit Digitalmultimetern höher als bei einfachen Zeigermessgeräten.

### 5.1 Stromrichtige Messschaltung

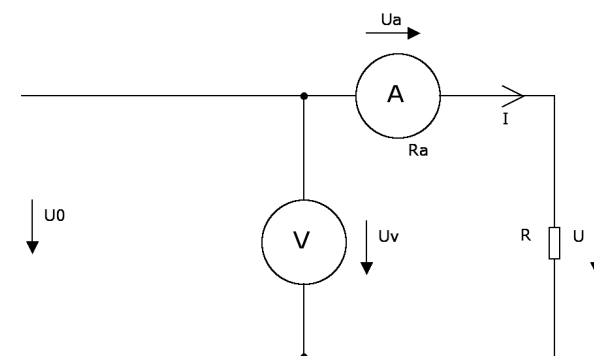


Abbildung 5.1: Stromrichtige Messschaltung

Hier werden gleichzeitig die Spannung und der Strom gemessen, wobei das Voltmeter nicht genau die Spannung des Widerstandes anzeigt. Es misst nämlich auch die Spannung am Innenwiderstand des Amperemeters mit:

$$U_v = U + R_a \cdot I \quad (5.1)$$

Der Verbraucherstrom wird direkt gemessen.

Ist der Innenwiderstand des Amperemeters  $R_a$  bekannt, kann der Spannungswert am Widerstand zurück berechnet werden:

$$U = U_v - R_a \cdot I \quad (5.2)$$

## 5.2 Spannungsrichtige Messschaltung

Hier liegt das Voltmeter parallel zum Verbraucher. Zu dieser Parallelschaltung hängt seriell das Amperemeter:

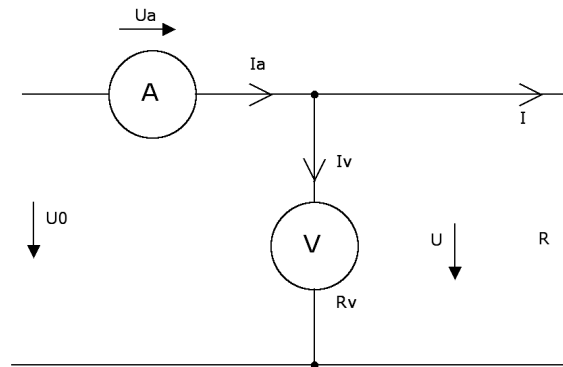


Abbildung 5.2: Spannungsrichtige Messschaltung

In dieser Schaltung wird nun die Spannung am Widerstand richtig gemessen. Der Strom  $I_v$  durch das Voltmeter ist allerdings ein Fehlerstrom, der vom Amperemeter mit erfasst wird:

$$I_a = I + I_v \quad (5.3)$$

Ist der Innenwiderstand des Voltmeters allerdings bekannt, so kann der Strom genau berechnet werden:

$$I = I_a - \frac{U}{R_v} \quad (5.4)$$

Es stellt sich nun die Frage, wann die spannungsrichtige und wann die stromrichtige Messschaltung verwendet wird. Bei der Verwendung von Digitalmultimetern ist der Eingangswiderstand bei Spannungsmessung meist außerordentlich hoch (im Vergleich zur Nichtidealität des Eingangswiderstandes bei der Strommessung). Somit liefert die spannungsrichtige Messung bei Digitalmultimetern und Kleinspannungen daher oft genauere Ergebnisse.

Hier noch eine Faustregel dazu:

- $\frac{R_v}{R} > \frac{R}{R_a} \Rightarrow$  spannungsrichtige Messschaltung verwenden
- $\frac{R}{R_v} > \frac{R_a}{R} \Rightarrow$  stromrichtige Messschaltung verwenden

## 5.3 Widerstandsmessung

Digitale Multimeter erlauben meist direkt eine Widerstandsmessung. Manchmal ist der maximale Fehler bei Digitalmultimetern im Widerstandsmessbereich höher als im Strom- oder Spannungsbereich. Soll mit solchen Messgeräten genauer gemessen werden, könnte der Widerstandswert auch rechnerisch aus Strom- und Spannungsmessung bestimmt werden.

### 5.3.1 Berechnung nach Strom- und Spannungsmessung

Hier kann entweder die strom- oder die spannungsrichtige Messschaltung verwendet werden. Bei der spannungsrichtigen Schaltung kann die 2-Draht- oder die 4-Draht-Methode eingesetzt werden. Bei der 4-Draht-Methode wird die Spannung am Verbraucher direkt und möglichst nahe an den Klemmen abgegriffen um den Fehlereinfluss der Spannung am Widerstand der Zuleitungen zu vermeiden. Diese Schaltung ist nur bei niederohmigen Verbrauchern  $R_x$  sinnvoll.

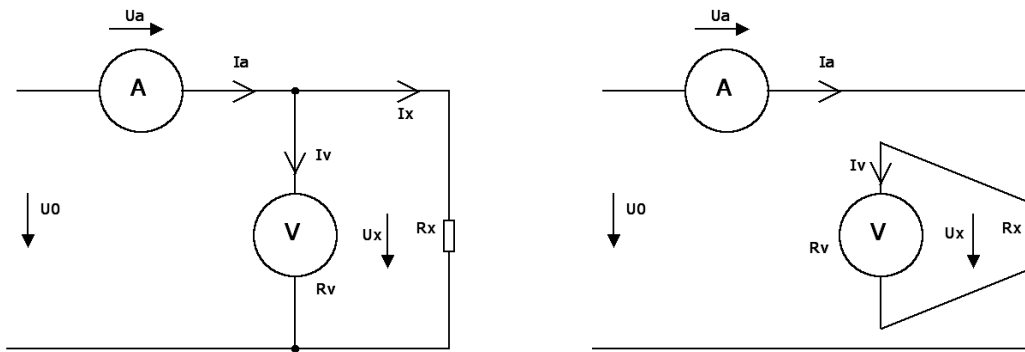


Abbildung 5.3: 2-Draht- und 4-Draht-Methode

**Beispiel**  $R_x \approx 100 \Omega$ , genaue Messung soll durch Strom- und Spannungsmessung erfolgen.

Amperemeter: Messbereichsendwert  $1 A$ , Innenwiderstand  $R_a = 2 \Omega$

Voltmeter: Messbereichsendwert  $200 V$ , Innenwiderstand  $R_v = 50 M\Omega$

a) Welche Messschaltung wird verwendet?

$$\frac{R_v}{R_x} = \frac{50000000 \Omega}{100 \Omega} = 500000$$

$$\frac{R_x}{R_a} = \frac{100 \Omega}{2 \Omega} = 50$$

$\Rightarrow$  Die spannungsrichtige Schaltung ist also genauer.

Messwerte in spannungsrichtiger Schaltung:  $I_a = 349 mA$ ,  $U_x = 35.0 V$

$$R_x = \frac{U_x}{I_a} = \frac{35 V}{0.349 A} = 100.29 \Omega$$

## 5.4 Widerstandsbestimmung mit Hilfe der Wheatstone-Brücke

Dieses Unterkapitel ist eine Wiederholung. Die Wheatstonebrücke soll hier als abgegliche Brücke arbeiten, das Messgerät dient also nur als Nullspannungsanzeige.

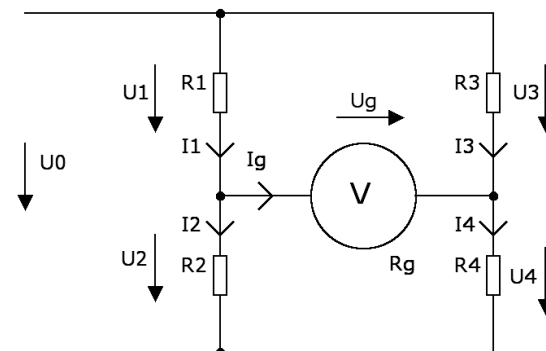


Abbildung 5.4: Wheatstone'sche Messbrücke

An der **Spannungsquelle** liegen die beiden **Widerstandsarme**  $R_1, R_2$  und  $R_3, R_4$ . Das Messwerk ist ein **Nullspannungsindikator**. Das bedeutet, dass **kein Strom** durch das **Messwerk** fließt, wenn die **Knotenpotenziale** an den Anschlüssen vom Messgerät **gleich hoch** sind. Somit ist die Brücke abgeglichen ( $U_2 = U_4$ ,  $I_g = 0$  und  $U_g = 0$ ).

In diesem Fall sind  $I_1 = I_2$  und  $I_3 = I_4$ . Weiters gilt dann:

$$R_1 \cdot I_1 = R_3 \cdot I_3 \text{ und } R_2 \cdot I_2 = R_4 \cdot I_4$$

Daraus folgt  $\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$  bzw.  $R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3$

Das bedeutet also im abgeglichenen Zustand: Die Produkte der diagonal gegenüberliegenden Widerstände sind gleich hoch.

In der Messbrücke kann nun ein Widerstand, z.B.  $R_1$ , durch den unbekannten Widerstand  $R_x$  ersetzt werden. Oft ist  $R_4$  als Potentiometer mit einer Skala ausgeführt. Dann wird die Brücke durch Drehen am Poti abgeglichen und der Wert  $R_x$  kann entweder sofort abgelesen werden oder errechnet werden. Ist die Brücke abgeglichen, so kann man den unbekannten Widerstand aus der Abgleichbedingung ableiten:

$$R_x = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_4} \quad (5.5)$$

## 5.5 Messfehler

### 5.5.1 Absoluter Messfehler

Der absolute Messfehler ist die Abweichung des **angezeigten Wertes vom richtigen Sollwert**.

$$F = I - S \quad (5.6)$$

Dabei gilt:

- **I** = **gemessener Wert (Istwert)**, angezeigter Wert am Messgerät
- **S** = **Sollwert**, wahrer Wert der Messgröße, prinzipiell nicht genau bekannt
- **F** = **absoluter Fehler**

### 5.5.2 Relativer Messfehler

Wird der absolute Messfehler auf den Sollwert bezogen, so spricht man vom relativen Fehler  $F_r$ :

$$F_r = \frac{F}{S} = \frac{I - S}{S} \quad (5.7)$$

Um den relativen Fehler in Prozent anzugeben, wird das obige Ergebnis noch mit 100 multipliziert. Bei kleinen Abweichungen ist eine Angabe in **Promille** oder in **ppm** (parts per million) üblich, dazu muss das Ergebnis mit  $10^3$  bzw. mit  $10^6$  multipliziert werden.

Messfehler werden in systematische und zufällige Messfehler unterteilt.

### 5.5.3 Systematische Fehler

Der systematische Messfehler ist bei mehreren Messungen reproduzierbar, das bedeutet er tritt regelmäßig auf. Dies können z.B. sein

- **Gerätefehler (justage)**
- **Einflüsse von außen** (Temperatur, elektromagnetische Felder, ...)
- **Schaltungseinflüsse**
- **persönliche Fehler** (z.B. Ableseprobleme)

Die Ursachen sind also **erfassbare, messbare Einflussgrößen**. Das unrichtige Messergebnis könnte somit evt. nachträglich korrigiert werden. Dazu können **Messnormale** (hochgenaue Vergleichselemente, aber nur für einen Messpunkt gebaut) oder **Präzisionsmessgeräte** hilfreich sein.

#### 5.5.4 Zufällige Fehler

Zufällige Fehler streuen regellos und nach beiden Vorzeichen des Sollwertes. Da dieser Fehlereinfluss eine Zufallsgröße ist, können die Methoden der Statistik herangezogen werden, um ihn zu minimieren:

Eine der einfachsten Methoden dazu ist die Bildung des **arithmetischen Mittels  $\bar{x}$** :

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i \quad (5.8)$$

wobei n die Anzahl der Messwerte (Stichprobenanzahl) ist.

Liegt **kein systematischer Messfehler** vor, aber ein **zufälliger Fehler**, **nähert sich der Mittelwert  $\bar{x}$  nach den Gesetzen der Wahrscheinlichkeitsrechnung bei oftmalig durchgeführter Messung eher dem exakten Wert der Messgröße S (dem Sollwert) an.**

### 5.6 Besonderheiten der Wechselstrommesstechnik

**Wechselströme und Wechselspannungen sind zeitabhängige Größen.** Wir verwenden für deren Beschreibung **Kleinbuchstaben**. Oft haben wir es mit periodischen Größen zu tun, deren arithmetischer Mittelwert über eine **Periode T Null ist**.

Die Begriffe arithmetischer **Mittelwert**, **Gleichrichtwert** und **Effektivwert** wurden bereits behandelt. Mathematisch ist dazu die **Integralrechnung** notwendig.

#### 5.6.1 Der Formfaktor und eine einfache Ableitung des Effektivwertes

Mit dem Formfaktor ist das Verhältnis von Effektivwert zum Gleichrichtwert eines periodischen Signals gemeint. Er hat einen Wertebereich von eins bis unendlich. **Bei sinusförmigen Größen liegt dieser bei F=1,11.**

Dieser ist wichtig bei Messgeräten, die den Effektivwert anzeigen sollen, diesen aber nicht richtig messen, sondern den **Gleichrichtwert ermitteln** und dann das **Ergebnis „strecken“**. Diese Messmethode ist **günstig** zu realisieren, und liefert aber nur für sinusförmige Größen genaue Ergebnisse. Angewendet wird diese Methode bei **Drehspulmesswerken mit Gleichrichterdiolen** und bei eher günstigen Digitalmultimetern (nicht aber bei „effektivwertrichtigen Digitalmultimetern“).

Digitale Messgeräte, die den **Effektivwert nach der Defintionsformel ermitteln**, tragen in der Regel eine spezielle Kennzeichnung (z.B. **True RMS**).

#### 5.6.2 Varianten mit digitaler Berechnung

Für Signalfrequenzen **bis einige 100 MHz** werden mittlerweile oft **digitale Verfahren** eingesetzt. Das Messsignal wird zunächst mit einer genügend hohen Abtastfrequenz abgetastet. Dabei soll die Kurvenform genau genug erfasst werden. Anschließend können Abtastwerte quadriert werden, und daraus Mittelwerte mit Wurzeln gebildet werden. So kann digital die Berechnungsformel der Effektivwertdefinition nachgebildet werden.

#### 5.6.3 Andere Möglichkeiten, um Effektivwerte zu messen

Eine Möglichkeit den Mittelwert zu messen, ergibt sich durch die Verwendung eines **Dreheisenmesswerkes**. Diese können vom Prinzip her in etwa **effektivwertrichtig** anzeigen.

Eine weitere Möglichkeit, Effektivwerte zu messen, arbeitet mit **Thermoumformern**. Der Messstrom fließt dabei durch einen **Widerstand**, der sich **proportional zum Quadrat des Stromes erwärmt**. Die entstehende **Temperaturerhöhung wird gemessen**. Daraus kann der **Effektivwert** abgeleitet werden. Das Messgerät kann kalibriert werden, in dem ein Gleichstrom durch den Widerstand fließt, der die gleiche Temperaturerhöhung verursacht. Diese Methode kann bis in den **GHz-Bereich** eingesetzt werden.

#### 5.6.4 Wiederholung - Crestfaktor

Der **Crestfaktor** ist das **Verhältnis von Scheitelwert zu Effektivwert**. Er ist daher immer größer gleich eins.

Der Crestfaktor ist damit auch ein Maß für die Impulsförmigkeit eines Signales. Daher sollte ein bestimmter Crestfaktor als **Schutz gegen Übersteuerung oder Zerstörung** eingehalten werden.

## 5.7 Übungsbeispiele zur Messtechnik

- Beispiel 1: Gegeben ist ein Messgerät zur Spannungsmessung. Bei einem Strom von  $I_M = 200 \mu A$  schlägt das Messgerät voll aus. Es besitzt einen Innenwiderstand von  $R_M = 8 \Omega$ .

Gesucht ist jener Vorwiderstand  $R_V$  zur Erweiterung des Messbereiches auf  $U_m = 10 V$ .

- Beispiel 2: Betrachten Sie ein Messgerät zur Strom- und Spannungsmessung. Bei einem Strom von  $I_M = 200 \mu A$  schlägt das Messgerät voll aus. Es besitzt einen Innenwiderstand von  $R_M = 8 \Omega$ .

Es sollen drei verschiedene Spannungsmessbereiche möglich sein:  $U_{m1} = 1 V$ ,  $U_{m2} = 3 V$  und  $U_{m3} = 10 V$ . Gesucht sind die drei Vorwiderstände und der jeweilige Eigenverbrauch  $P_V$  des Messgerätes bei Maximalausschlag. Die drei Vorwiderstände sollen im größten Messbereich in Serie liegen.

- Beispiel 3: Ein Drehspulmesswerk mit  $I_M = 100 \mu A$  und Innenwiderstand  $R_M = 80 \Omega$  sowie einem Reihenwiderstand  $R_R = 320 \Omega$  soll auf einen Messbereich von  $I_m = 1 A$  erweitert werden. Dazu wird ein Widerstand zur Serienschaltung parallel geschaltet.

Gesucht sind der Nebenwiderstand und die Spannung am Messgerät bei Endausschlag.

- Beispiel 4: Um ein Strommessgerät mit mehreren Strommessbereichen zu verwirklichen, sind mehrere Nebenwiderstände in Reihe geschaltet. Das Messwerk hat einen Endausschlag bei  $I_M = 0.5 mA$ , einen Innenwiderstand von  $R_M = 50 \Omega$ , dazu liegt ein Vorwiderstand  $R_R = 425 \Omega$  in Serie. Gesucht sind die Nebenwiderstände  $R_{Nx}$  für die Messbereiche  $I_{m1} = 1 A$ ,  $I_{m2} = 0.1 A$  und  $I_{m3} = 0.01 A$ .

Ein Tipp dazu: Bei der Berechnung der Nebenwiderstände kann zuerst für den kleinsten Messbereich die Summe aller Nebenwiderstände ermittelt werden. Danach kann im größten Messbereich begonnen werden, die einzelnen Nebenwiderstände auszurechnen.

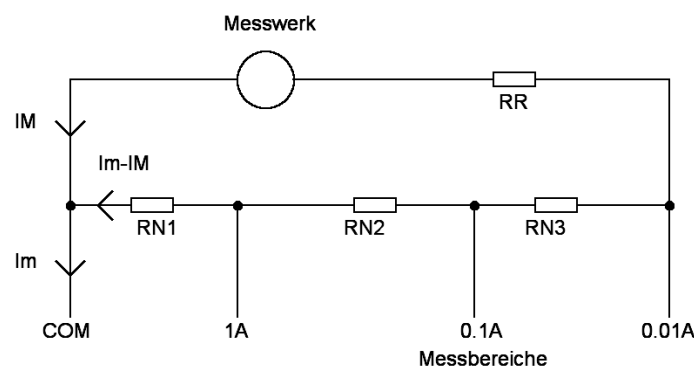


Abbildung 5.5: Amperemeter mit mehreren Messbereichen