

## 2.1.7 Arbeit und Leistung bei Gleichstrom und Gleichspannung

Wie kann elektrische Energie gewonnen werden?

**Gewinnung elektrischer Energie** Elektrische Energie kann aus erneuerbaren Energien, fossilen Energien oder aus der Kernenergie gewonnen werden.

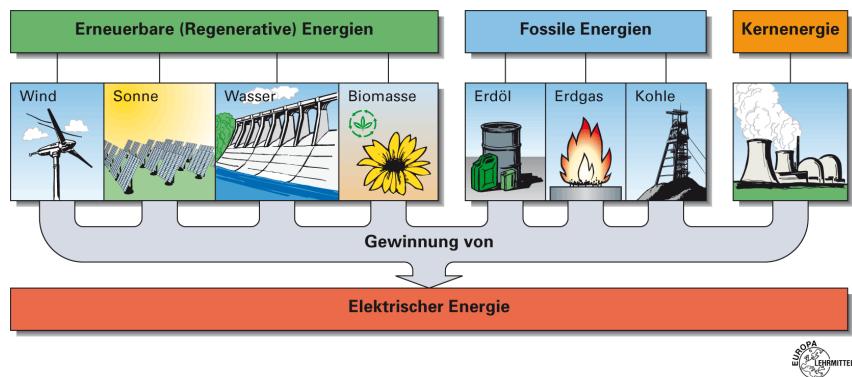


Abbildung 2.14: Gewinnung elektrischer Energie

**Merke:** Energie ist die Fähigkeit, Arbeit zu verrichten.

**Merke:** Energie lässt sich nicht erzeugen, sondern nur umwandeln.

**Merke:** Die Umwandlung von elektrischer Energie in eine andere Energieform wird als elektrische Arbeit bezeichnet.

Elektrische Energie ist eine hochwertige Energieform, weil sie sich ohne große Verluste in andere Energiearten überführen lässt, z.B. in mechanische Energie oder Wärmeenergie.

**Elektrische Arbeit** Elektrische Spannung entsteht durch Ladungstrennung unter Arbeitsaufwand.

**Merke:** Die elektrische Arbeit  $W$  ist das Produkt aus der Spannung  $U$ , der Stromstärke  $I$  und der Zeit  $t$ .

$$W = U \cdot I \cdot t \quad [W] = W_s; \quad [W_s] = VAs = Ij = Nm$$

Die elektrische Arbeit ist dabei umso größer,

- je größer die Spannung  $U$ ,
- je höher die Stromstärke  $I$  und
- je länger die Zeit  $t$  ist, in der ein Gerät elektrische Energie umsetzt.

In der Praxis ist für die elektrische Arbeit die Einheit Kilowattstunde (kWh) gebräuchlich.

$$1 \text{ kWh} = 1000 \text{ Wh} = 3\,600\,000 \text{ Ws} = 3\,600\,000 \text{ J} = 3,6 \text{ MJ}$$

**Messen der elektrischen Arbeit:** Die elektrische Arbeit kann durch Messen von Spannung  $U$ , Stromstärke  $I$  und der Zeit  $t$  mit anschließender Berechnung über die Formel  $W = U \cdot I \cdot t$  bestimmt werden.

**Beispiel:** Berechnen Sie die elektrische Arbeit, wenn eine Glühlampe an der Spannung von  $U = 12 \text{ V}$  angeschlossen ist und während einer Zeit von  $t = 24 \text{ h}$  ein Strom  $I = 0,44 \text{ A}$  fließt. ( $0,127 \text{ kWh}$ )

**Lösung.**

**Elektrische Leistung** Von der Leistung  $P$  spricht man, wenn eine bestimmte Arbeit  $W$  in der Zeit  $t$  verrichtet wird. Die Einheit der Leistung ist das Watt (W).

**Merke:** Elektrische Leistung ist also elektrische Arbeit pro Zeit.

Setzt man für die elektrische Arbeit die Formel  $W = U \cdot I \cdot t$  ein, so ergibt sich für die Leistung:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{U \cdot I \cdot t}{t} = U \cdot I$$

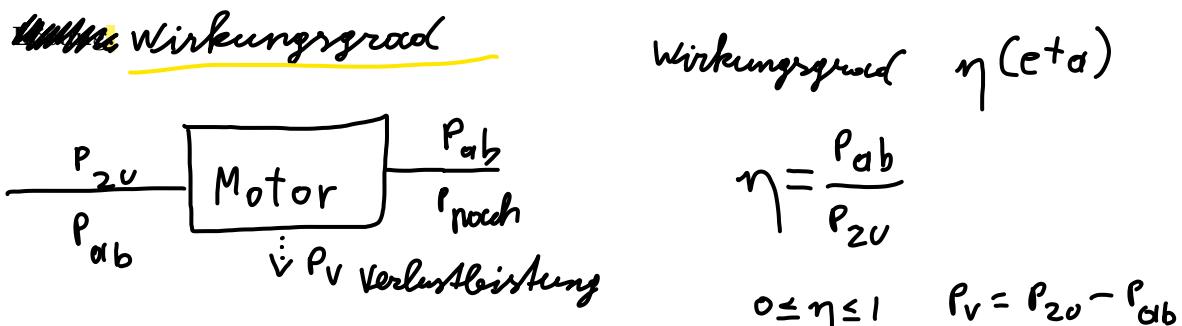
**Merke:** Die elektrische Leistung  $P$  errechnet man aus Spannung mal Stromstärke.

**Messen der elektrischen Leistung:** Die elektrische Leistung kann aus den Messwerten einer Strom- und Spannungsmessung mit anschließender Berechnung über die Formel  $P = U \cdot I$  berechnet werden.

**Beispiel.** Ein Kohlewiderstand mit  $1200 \Omega$  liegt an einer Spannung von 12 V. Berechnen Sie die aufgenommene Leistung! (120 mW)

**Lösung.**

**Beispiel.** Ein kleiner Tauchsieder für 24 V Gleichspannung hat eine Nennleistung von 100 W. Berechnen Sie a) den Nennstrom, b) den Betriebswiderstand des Tauchsieders. c) Wie viel % weniger Leistung gibt der Tauchsieder bei 5% Unterspannung ab? (a) 4,17 A b)  $5,76 \Omega$  c) 9,75%)



**Wirkungsgrad** In Energiewandlern wie Motoren usw. entstehen **Verluste und unerwünschte Wirkungen**. Der Strom erwärmt **Wicklungsdrähte** und verursacht **Reibungsverluste** in Lagern, Getriebeteilen etc. Es entsteht eine Wärmeentwicklung, die üblicherweise unerwünscht ist. Jenen Teil der aufgenommenen Leistung, der in ungewollte Verluste übergeht, nennt man **Verlustleistung  $P_V$** .

**Merke:** Der **Wirkungsgrad  $\eta$**  (griech. Kleinbuchstabe Eta) ist das **Verhältnis** der **abgegebenen Leistung** zur **aufgenommenen Leistung**. Der Wirkungsgrad kann als Dezimalzahl oder in Prozent angegeben werden. Er ist immer kleiner gleich 1 bzw. 100%.

**Verlustleistung**

$$P_V = P_{2u} - P_{ab}$$

**Wirkungsgrad**

$$\eta = P_{ab} / P_{2u}$$

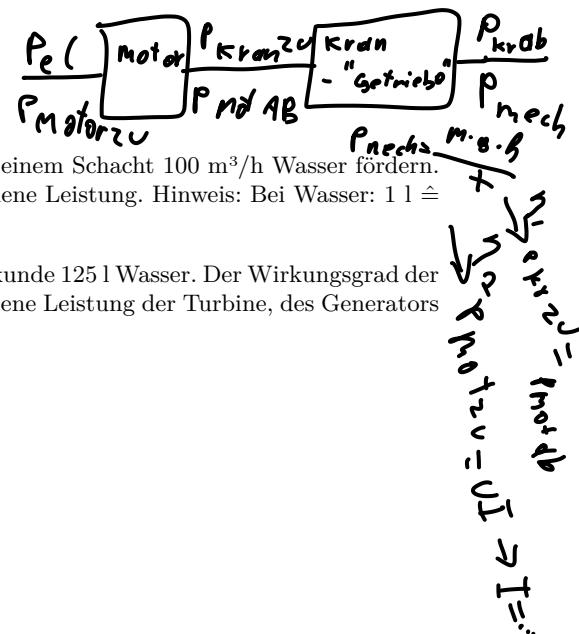
**Beispiel.** Ein Motor nimmt 4,65 kW elektrische Leistung auf und gibt an der Motorwelle 4,0 kW mechanische Leistung ab. Berechnen Sie a) die Verlustleistung  $P_V$  und b) den Wirkungsgrad  $\eta$  des Motors. (a) 0,65 kW; b) 0,86 oder 86%

$$\text{Lösung. } P_{2u} = 4.65 \text{ kW} \quad P_V = 4.65 \text{ kW} - 4 \text{ kW}$$

$$P_{ab} = 4.0 \text{ kW}$$

$$\text{Aufgaben } \frac{P_V = ?; \eta = ?}{\eta = \frac{P_{ab}}{P_{2u}} = \frac{4.0 \text{ kW}}{4.65 \text{ kW}} \approx 0.86}$$

1. Wie lange kann eine 60 W Glühlampe leuchten, bis sie 1 kWh umgesetzt hat? (16,67 h)
2. In einer Tischlerei geben die Antriebsmotoren der Maschinen folgende Nutzleistungen ab: Bandsäge 3 kW, Kreissäge 2 kW, Hobelmaschine 5 kW und die Abrichte 4 kW. Innerhalb der 40-stündigen Arbeitswoche sind die Maschinen im Mittel zu 60% in Betrieb. ( $40 \text{ h} \cdot 60\% = +$ )  
Wie hoch kommen die gesamten Stromkosten pro Woche, wenn 1 kWh 0,2 € kostet? (Der Gesamtwirkungsgrad ist mit  $\eta = 0,8$  angenommen.) (84 €)
3. Ein Kran soll in 30 s die Masse von 1,2 t auf eine Höhe von 10 m heben. Bei der gesamten Kraftübertragung nach dem Motor bis zum Kranhaken ist mit einem Wirkungsgrad  $\eta_1 = 0,6$  zu rechnen. Der Motor selbst ist für 400 V Gleichspannung bestimmt und hat den Wirkungsgrad  $\eta_2 = 0,82$ .
  - (a) Wie groß ist die Nutzleistung des Motors in kW? (6,54 kW)
  - (b) Welche Stromstärke nimmt der Gleichstrommotor auf? (19,94 A)
4. Eine Tauchpumpe hat einen Gesamtwirkungsgrad von 74% und soll aus einem Schacht 100 m<sup>3</sup>/h Wasser fördern. Die Förderhöhe beträgt 20 m. Berechnen Sie die vom Motor aufgenommene Leistung. Hinweis: Bei Wasser: 1 l = 1 kg. (7,36 kW)
5. Durch die Turbine eines Wasserkraftwerkes fließen bei 25 m Fallhöhe je Sekunde 125 l Wasser. Der Wirkungsgrad der Turbine beträgt 70%, der des Generators 90%. Berechnen Sie die abgegebene Leistung der Turbine, des Generators und den Gesamtwirkungsgrad. (21,46 kW; 19,31 kW; 63%)



## 2.2 Kirchhoffsche Regeln

Werden elektronische Bauteile wie Spannungsquellen und Widerstände miteinander verbunden, dann entsteht ein elektrisches Netzwerk.

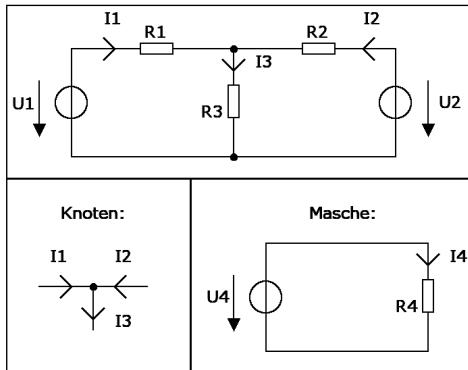


Abbildung 2.15: Elektrisches Netzwerk (Beispiele)

Das Netzwerk der oberen Schaltung ist aus Knoten und Maschen aufgebaut. Ein Knoten ist ein Punkt, von dem aus Ströme abzweigen oder zu ihm hinfleßen. Eine Masche entspricht einem geschlossenen Umlauf innerhalb der Schaltung. Die Kirchhoffschen Regeln gehen auf Gustav R. Kirchhoff (1824 bis 1887) zurück. Sie beschreiben das Verhalten von Strömen in den Knoten (Knotenregel) und von Spannungen in den Maschen (Maschenregel).

### 2.2.1 Knotenregel (1. Kirchhoffsches Gesetz)

In einem Stromknoten können Ladungen nicht verschwinden oder neu entstehen, man spricht vom Gesetz der Ladungserhaltung. Daher müssen alle dem Stromknoten zugeführten Ladungen gleich den abfließenden Ladungen sein. Dies bedeutet für die Ströme in einem Knoten:

**Merke:** In jedem Knoten (Stromverzweigungspunkt) ist die Summe der zufließenden Ströme gleich der Summe der abfließenden Ströme. Versieht man die zufließenden Ströme mit einem Vorzeichen, und die abfließenden Ströme mit dem anderen Vorzeichen, so kann man die Knotenregel auch so formulieren: Die Summe aller Ströme in einem Knotenpunkt ist Null.

$$\sum I_i = 0$$

Hierbei werden die dem Knoten zufließenden Ströme z.B. positiv und die abfließenden dann negativ eingesetzt.

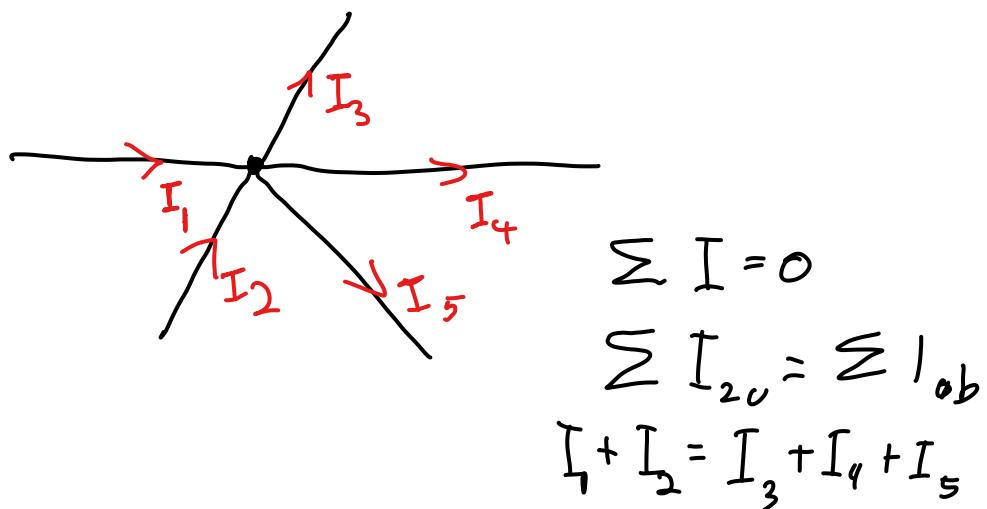


Abbildung 2.16: Knotenregel

„zu“ „ab“

Es gilt:  $\sum I = 0$

$$\sum I_{zu} = \sum I_{ab}$$

$$I_1 + I_2 = I_3 + I_4 + I_5$$

$\sum I_{zu}$ ...Summe der zufließenden Ströme

$\sum I_{ab}$ ...Summe der abfließenden Ströme

**Beispiel:** Im Knoten nach nachfolgender Abbildung wurden folgende Ströme gemessen:  $I_1 = 2A$ ,  $I_2 = -3A$ ,  $I_3 = -5A$ ,  $I_4 = 1A$ ,  $I_5 = -2A$ . Wie groß ist der Strom  $I_6$ ? (5 A)

$$I_6 = 2A - 3A + 5A - 1A + 2A$$

$$I_6 = 5A$$

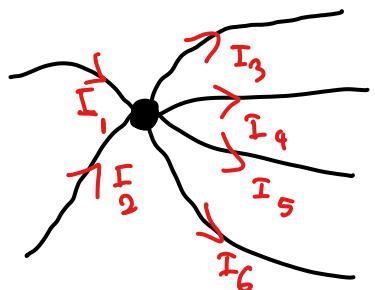


Abbildung 2.17: Knotenregel

### 2.2.2 Maschenregel (2. Kirchhoffsches Gesetz)

Aus dem Energieerhaltungssatz ergibt sich, dass beim Transport einer elektrischen Ladung in einem geschlossenen Stromkreis die zugeführte Arbeit und die abgegebene Arbeit gleich groß sein muss. So einen geschlossenen Stromkreis nennen wir Masche. Für die elektrische Spannung U gilt (sofern keine veränderlichen Magnetfelder im Bereich der Schaltung vorliegen) daher:

**Merke:** In einer Masche ist die Summe der Erzeugerspannungen gleich der Summe der Verbraucherspannungen.  
Oder: Die Summe der Spannungen in einer geschlossenen Masche ist Null. Dabei müssen die Spannungen vorzeichenrichtig summiert werden.

$$\sum U_i = 0$$

Die Richtung des Maschendurchlaufs kann dabei beliebig gewählt werden (ÖNORM EN 60375). Die in Zählrichtung zeigenden Spannungen werden positiv gezählt, die gegen die Zählrichtung verlaufenden Spannungen sind negativ einzusetzen.

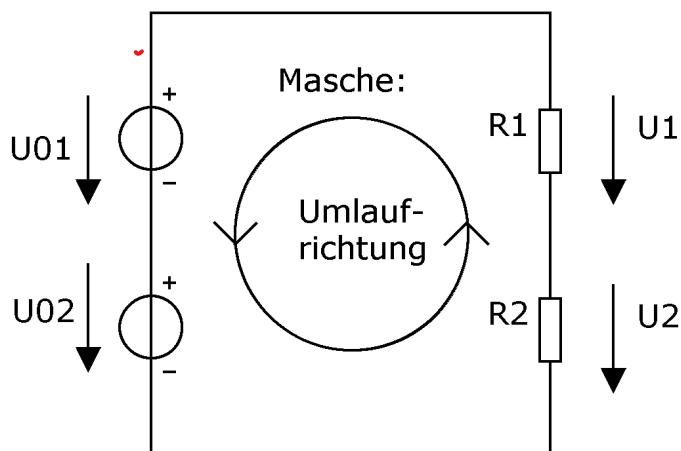


Abbildung 2.18: Maschenregel

Es gilt:  $\sum U = 0$

$$U_{01} + U_{02} - U_2 - U_1 = 0$$

$$U_{01} + U_{02} - U_2 - U_1 = 0$$

$$U_{01} + U_{02} = U_1 + U_2$$

$U_{01}, U_{02}$ ...Erzeugerspannungen

$U_2, U_1$ ...Verbraucherspannungen

Beispiel: Für das nachfolgende Bild soll der Strom  $I$  bestimmt werden, der durch die Masche fließt.

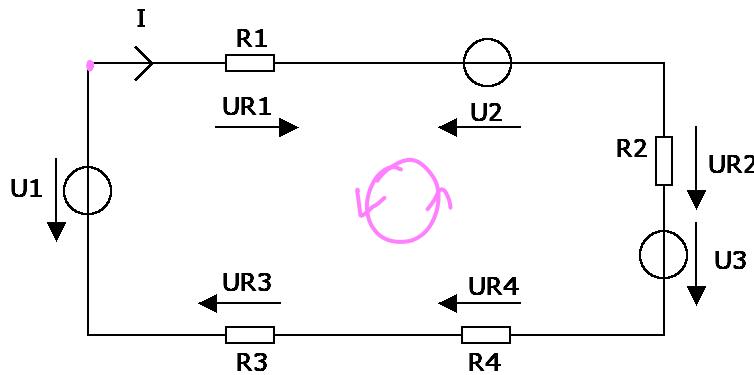


Abbildung 2.19: Maschenregel

$$U_1 - U_{R_3} - U_{R_4} - U_{R_2} + U_2 - U_{R_1} = 0$$

$$U_1 - I \cdot R_3 - I \cdot R_4 - U_3 - I R_2 + U_2 - I R_1 = 0$$

$$U_1 - U_3 + U_2 = I \cdot (R_3 + R_2 + R_1 + R_4)$$

$$I = \frac{U_1 - U_3 + U_2}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}$$

## 2.3 Einführung in die Gleichstrommessstechnik

In diesem Abschnitt lernen Sie Grundlegendes zur Messung elektrischer Größen, insbesondere zur Messung von Spannung und Strom.

Analoge Messgeräte, bei denen das Messergebnis mit einem Zeiger abgelesen werden kann, haben für die Gleichspannungs- und Gleichstrommessung an Bedeutung verloren. Ein Vorteil von Zeigermessgeräten liegt in der schnelleren Ablesbarkeit auf den ersten Blick. Der grobe Messwert und eine mögliche Änderung nach oben oder unten können leicht erkannt werden. So werden sie z.B. in Schaltschränken noch eingesetzt. Oft ist der Innenwiderstand bei Spannungsmessungen mit Digitalmultimetern höher als bei einfachen Zeigermessgeräten.

Soll der **Strom** gemessen werden, muss das Messgerät in Serie zum Messobjekt geschalten werden. Der Innenwiderstand des Amperemeters soll dabei möglichst klein sein, damit die Spannungsdifferenz, die durch den Innenwiderstand verursacht wird, klein ist, und somit das Messergebnis möglichst wenig verfälscht wird. Bei einem größeren Innenwiderstand des Amperemeters wäre weiters der Eigenverbrauch im Messgerät unerwünscht hoch.

Sollen **Spannungen** gemessen werden, werden Voltmeter verwendet, die parallel zum Messobjekt liegen. Bei einem **Voltmeter** soll der **Innenwiderstand sehr groß sein**, sodass möglichst **kein Strom** durch das Voltmeter selbst fließt. Dieser Nebenstrom würde ja dem Verbraucher abgezogen und somit das Messergebnis verfälschen.

Etwas **komplexer** wird die Problematik, wenn **Strom und Spannung** in einer Schaltung gleichzeitig gemessen werden sollen. Hier gibt es zwei Möglichkeiten: **Die stromrichtige Messung** (direkt zum Verbraucher liegt das Amperemeter in Serie) und **die spannungsrichtige Messung** (direkt zum Verbraucher parallel liegt das Voltmeter). Beide Schaltungen haben je nach Anwendungsfall ihre Berechtigung. Diese Varianten werden mit den wesentlichen Vor- und Nachteilen später genau besprochen. Für unsere einfachen Schaltungen im 1.Jahrgang bietet sich die Verwendung von Digitalmultimetern an, die spannungsrichtig geschalten werden. Das bedeutet, dass zum Verbraucher parallel das Voltmeter geschalten wird, und an diese Parallelschaltung das Amperemeter in Serie geschlossen wird:

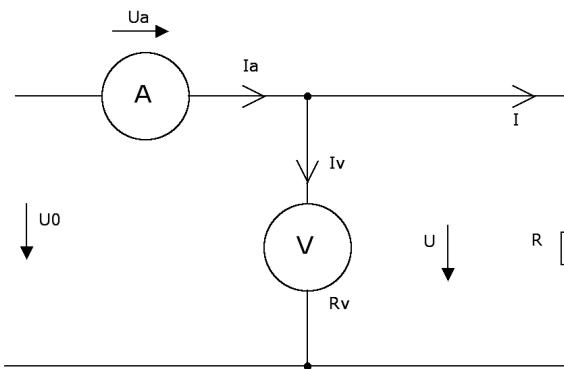


Abbildung 2.20: Spannungsrichtige Messschaltung

### 2.3.1 Bewertung von Messergebnissen

Die **Digitalmultimeter**, die in unserer Schule verwendet werden, haben üblicherweise eine **Genauigkeit im Prozentbereich**, bezogen auf den Messbereichsendwert. Das heißt, dass Anzeigestellen ab der dritten Nachkommastelle eigentlich keine Relevanz mehr haben.

**Absoluter Messfehler** Der absolute Messfehler ist die Abweichung des angezeigten Wertes vom richtigen Sollwert.

$$F = I - S \quad (2.1)$$

Dabei gilt:

- I = gemessener Wert (Istwert), angezeigter Wert am Messgerät
- S = Sollwert, wahrer Wert der Messgröße, prinzipiell nicht genau bekannt
- F = absoluter Fehler

**Relativer Messfehler** Wird der absolute Messfehler auf den Sollwert bezogen, so spricht man vom relativen Fehler  $F_r$ :

$$F_r = \frac{F}{S} = \frac{I - S}{S} \quad (2.2)$$

Um den relativen Fehler in **Prozent** anzugeben, wird das obige Ergebnis noch mit **100 multipliziert**. Bei kleinen Abweichungen ist eine Angabe in **Promille** oder in **ppm** (parts per million) üblich, dazu muss das Ergebnis mit  $10^3$  bzw. mit  $10^6$  multipliziert werden.

Messfehler werden allgemein in systematische und zufällige Messfehler unterteilt.

## 2.4 Die Berechnung von Gleichstromkreisen

Elektronische Schaltungen, die mit Gleichspannungs- oder Gleichstromquellen versorgt werden, nennt man auch **Gleichstromkreise**. Unter der **Berechnung** solcher Schaltungen versteht man die Ermittlung der auftretenden Ströme und die Bestimmung anderer Größen wie Spannungen, Leistungen, oder Bauteilwerte wie Widerstände. Hierzu gibt es verschiedene Verfahren, die nachfolgend erläutert werden.

### 2.4.1 Reihenschaltung von Widerständen

Bei der Reihenschaltung sind die einzelnen Verbraucher (wie Glühlampen) so geschalten, dass sie vom selben Strom durchflossen werden. Die Reihenschaltung nennt man auch Serienschaltung.

Es stellt sich die Frage, wie groß der **Gesamtwiderstand  $R$**  der Reihenschaltung ist. Wie groß muss also ein Widerstand  $R$  sein, der bei gleicher Spannung  $U$  den gleichen Strom  $I$  aufnimmt, wie die einzelnen Verbraucher zusammen?

**Versuch 1:** Schalten Sie zwei Glühlampen gleicher Leistung in Reihe an eine Spannungsquelle. Messen Sie den Strom vor, zwischen und nach den beiden Verbrauchern. Ein Vergleich der Messergebnisse ergibt: **Alle Amperemeter zeigen die gleiche Stromstärke an** ( $I_1 = I_2 = I_3$ ).

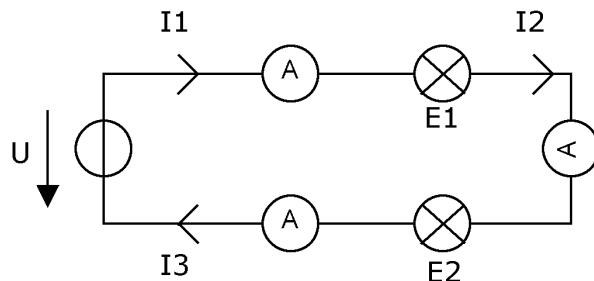


Abbildung 2.21: Reihenschaltung, Messen des Stromes

Der Strom ist in der Serienschaltung an allen gemessenen Stellen gleich groß, weil der Strom bei dieser Schaltung nicht verzweigt.

In der Serienschaltung fließt überall derselbe Strom.

**Versuch 2:** Schalten Sie zwei Verbraucher, z.B. zwei Glühlampen verschiedener Leistung, in Serie an eine Spannungsquelle und messen Sie alle Spannungen. Ein Vergleich der gemessenen Spannungen ergibt: **Die Teilspannungen an den Verbrauchern sind zusammen so groß wie die angelegte Gesamtspannung.**

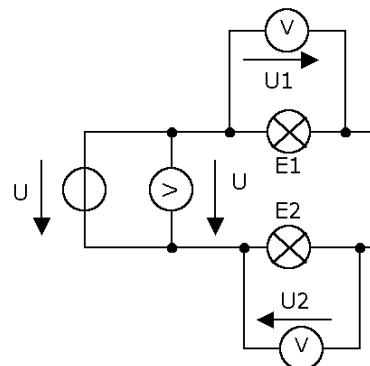


Abbildung 2.22: Reihenschaltung, Messen der Spannungen

Bei der Reihenschaltung liegt an jedem Verbraucher also ein Teil der Gesamtspannung. Die Gesamtspannung teilt sich also auf die einzelnen Verbraucher auf (man spricht von Spannungsteilung).

Bei der Reihenschaltung ist die Summe der Teilspannungen an den Verbrauchern so groß wie die angelegte Spannung.

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n \quad (2.7)$$

Dabei sind  $U$  die Gesamtspannung und  $U_1, U_2$  die Teilspannungen bzw. Verbraucherspannungen.

Der Erzeuger und die Verbraucher sind im 2. Versuch so geschaltet, dass sie einen geschlossenen Weg, eine so genannte Masche bilden. Allgemein können sich in einer Masche beliebig viele Verbraucher und auch mehrere Erzeuger befinden.

Es gilt die Maschenregel (2. Kirchhoffsches Gesetz): In einer Masche ist die Summe der Erzeugerspannungen (Quellenspannungen) und der Verbraucherspannungen null.

*Versuch 3:* Wiederholen Sie Versuch 2, messen Sie aber auch die Stromstärke. Berechnen Sie aus Strom, Teilspannungen und Gesamtspannung die Widerstände der beiden Verbraucher und den Gesamtwiderstand der Reihenschaltung. Vergleich der Messergebnisse ergibt: *Der Gesamtwiderstand  $R$  der beiden Verbraucher ist gleich der Summe der Einzelwiderstände  $R_1$  und  $R_2$ .*

$$\frac{U}{I} = \frac{U_1}{I} + \frac{U_2}{I} \Rightarrow R = R_1 + R_2$$

Bei der Reihenschaltung ist der Gesamtwiderstand gleich der Summe der Einzelwiderstände.

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots \quad (2.8)$$

Den **Gesamtwiderstand  $R$**  einer Schaltung nennt man auch **Ersatzwiderstand**. Durch diesen Widerstand fließt bei der gleichen Spannung der selbe Strom, wie durch die zusammengeschalteten Einzelwiderstände.

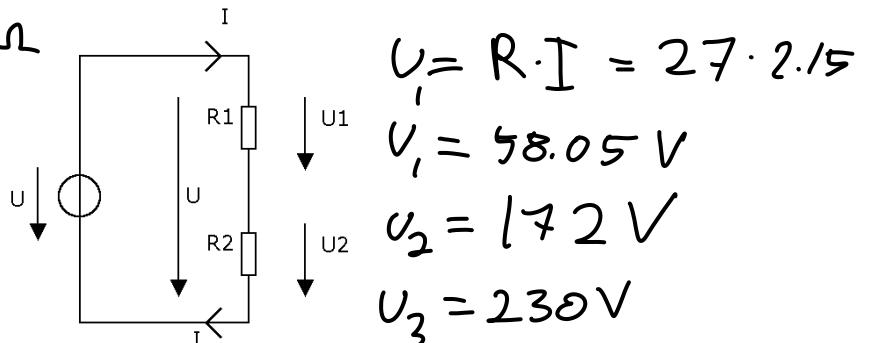
**Beispiel.** Zwei Widerstände,  $R_1 = 27\Omega$  und  $R_2 = 80\Omega$ , sind in Reihe geschaltet und liegen an einer Spannung von 230 V (siehe Bild). Berechnen Sie a) den Ersatzwiderstand, b) die Stromstärke, c) die Teilspannungen, die an den Einzelwiderständen liegen, und d) die Gesamtspannung. (107 Ω; 2,15 A; 58,05 V; 172 V; 230 V)

$$R = R_1 + R_2 = 27 + 80 = 107\Omega$$

$$I = \frac{U}{R}$$

$$I = \frac{230V}{107\Omega}$$

$$I = 2,15A$$



$$U = R \cdot I = 107 \cdot 2,15$$

$$U_1 = 58,05V$$

$$U_2 = 172V$$

$$U_3 = 230V$$

Abbildung 2.23: Strom, Spannungen und Widerstände einer Reihenschaltung

Bei der Reihenschaltung liegt am größeren Widerstand die größere Spannung an.

Vergleicht man die Werte der Teilspannungen mit den Bauteilwerten der Einzelwiderstände, so erkennt man, dass sich die Teilspannungen zueinander wie die Einzelwiderstände verhalten (siehe Beispiel).

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2} \quad (2.9)$$

Ebenso verhält sich die Teilspannung zur Gesamtspannung wie der zugehörige Einzelwiderstand zum Gesamtwiderstand.

$$\frac{U_1}{U} = \frac{R_1}{R} \quad \frac{U_2}{U} = \frac{R_2}{R} \quad (2.10)$$

Bei der Reihenschaltung verhalten sich die Spannungen wie die zugehörigen Widerstände.

**Vorwiderstände** Elektrogeräte oder einzelne Bauteile können durch Vorschalten eines Widerstandes (Vorwiderstand) an eine Spannung gelegt werden, die höher als ihre Bemessungsspannung ist.

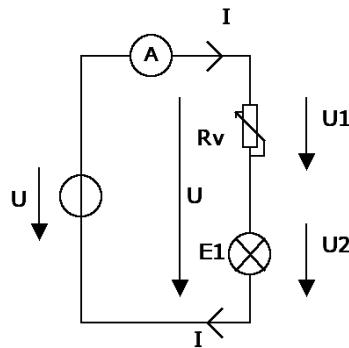


Abbildung 2.24: Vorwiderstand

Der Vorwiderstand  $R_v$  muss dabei so bemessen sein, dass von ihm die Spannungsdifferenz  $U_1 = U - U_2$  aufgenommen wird und er gleichzeitig den Strom in der Schaltung auf den Bemessungsstrom des Verbrauchers begrenzt. Verwendung finden Vorwiderstände z.B. zum Herabsetzen der Spannungen an LEDs oder Glühlämpchen.

$$R_v = \frac{U_1}{I} = \frac{U - U_2}{I} \quad (2.11)$$

Dabei sind  $R_v$  der Vorwiderstand,  $U$  die Gesamtspannung,  $U_1, U_2$  die Teilspannungen und  $I$  die Stromstärke. In der Praxis muss dabei immer die **maximal erlaubte Verlustleistung** vom eingesetzten Vorwiderstand berücksichtigt werden.

Vorwiderstände werden auch zur **Messbereichserweiterung von Spannungsmessgeräten** verwendet. Voltmeter können Spannungen bis zu einem bestimmten Endwert messen. Zum Messen höherer Spannungen kann der Messbereich durch Vorschalten eines Vorwiderstandes zum Messwerk erweitert werden.

**Spannung an Leitungen** Auch Leitungen haben Widerstände. Im nächsten Stromkreis sind Verbraucher und Leitung in Reihe geschaltet. Die angelegte Spannung der unteren Schaltung verteilt sich auf die Hinleitung, den Verbraucher und auf die Rückleitung. An Hin- und Rückleitung fällt ein Teil der angelegten Spannung ab. Dieser Spannungsverlust  $\Delta U$  an den Leitern steht dem Verbraucher nicht mehr zur Verfügung.

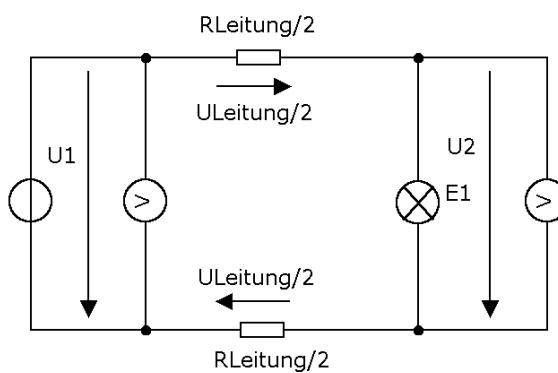


Abbildung 2.25: Spannungsverlust an Leitungen

An jedem stromdurchflossenen Leiter tritt eine Spannung auf.

$$(2.12)$$

Dabei sind  $\Delta U$  die Spannung an der Leitung,  $U_1$  die Spannung am Leitungsanfang (Netzspannung),  $U_2$  die Spannung am Leitungsende (Verbraucherspannung),  $I$  der Leiterstrom und  $R_{Leitung}$  der Widerstand der Verbindungsleitungen.

$$\Delta U = U_1 - U_2 \quad \Delta U = I \cdot R_{L+g} \quad R_{L+g} = \frac{2 \cdot l}{\delta A}$$

Soll der prozentuale Spannungsverlust an der Leitung berechnet werden, so gilt

$$\Delta u = \frac{\Delta U \cdot 100\%}{U_i} \quad (2.13)$$

Die Spannung an der Leitung wird umso größer, je größer der Strom im Leiter und je größer der Leiterwiderstand ist.

Die Spannung an Leitungen verursacht Energieverluste, die in Wärme umgewandelt werden. Man versucht daher, sie möglichst klein zu halten.

**Beispiel.** Eine zweiadrige Leitung aus  $1,5 \text{ mm}^2$  Kupfer ( $\gamma = 56 \frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2}$ ) mit der Länge  $l = 10 \text{ m}$  ist mit  $13 \text{ A}$  belastet. Wie groß ist a) die Spannung  $\Delta U$  an dieser Leitung in V und b) der prozentuale Spannungsverlust  $\Delta u$  in % der Netzspannung von  $230 \text{ V}$ ? (3,1 V; 1,35 %)

## 2.4.2 Aufgaben zur Serienschaltung

Zeichen Sie zu jedem Beispiel eine Skizze mit den vorkommenden Bauteilen und Größen.

1. Die Widerstände  $R_1 = 25 \Omega$  und  $R_2 = 35 \Omega$  liegen in Reihe an 220 V. Ermitteln Sie
  - (a) den Ersatzwiderstand, ( $60 \Omega$ )
  - (b) die Stromstärke, ( $3,67 \text{ A}$ )
  - (c) die Teilspannungen! ( $91,67 \text{ V}; 128,33 \text{ V}$ )
2. Die Widerstände  $R_1 = 50 \Omega$ ,  $R_2 = 150 \Omega$  und  $R_3 = 200 \Omega$  sind in Reihe ( $U_2 = 75 \text{ V}$ ) geschaltet. Berechnen Sie
  - (a) die Stromstärke, ( $0,5 \text{ A}$ )
  - (b) die Teilspannungen  $U_1$  und  $U_3$ , ( $25 \text{ V}; 100 \text{ V}$ )
  - (c) die Gesamtspannung  $U$  und ( $200 \text{ V}$ )
  - (d) den Ersatzwiderstand  $R$ . ( $400 \Omega$ )
3. Eine Reihenschaltung aus 2 Widerständen hat einen Ersatzwiderstand von  $140 \Omega$  und wird von  $2 \text{ A}$  durchflossen. Der Widerstand  $R_1$  hat  $50 \Omega$ . Berechnen Sie
  - (a) den Widerstand  $R_2$ , ( $90 \Omega$ )
  - (b) die Teilspannungen, ( $100 \text{ V}; 180 \text{ V}$ )
  - (c) die Gesamtspannung. ( $280 \text{ V}$ )
4. Der Antrieb eines Spielzeugautos mit  $R = 37 \Omega$  benötigt 4 in Reihe geschaltete Mignonzellen mit je  $U_{01} = 1,56 \text{ V}$ . Berechnen Sie die Stromstärke,
  - (a) wenn beim Batteriewechsel alle Zellen richtig, ( $168,65 \text{ mA}$ )
  - (b) eine Zelle falsch gepolt eingesetzt wird. ( $84,32 \text{ mA}$ )
5. Eine Fahrradlampe mit der Nennspannung  $U = 6 \text{ V}$  hat den Nennstrom  $I = 0,35 \text{ A}$ . Die Lampe soll an  $24 \text{ V}$  angeschlossen werden. Wie groß ist der erforderliche Vorwiderstand? ( $51,43 \Omega$ )
6. Eine Lampenkette aus 20 in Reihe geschalteten Lampen gleicher Leistungsaufnahme liegt an einer Spannung von  $227 \text{ V}$ . Für 3 durchgebrannte Lampen werden Drahtbrücken eingelegt.
  - (a) Welche Spannung liegt dann an jeder Lampe? ( $13,35 \text{ V}$ )
  - (b) Um wieviel % hat sich dadurch die Spannung an jeder Lampe erhöht? ( $17,65 \%$ )
7. Die Teilspannungen  $U_1, U_2, U_3, U_4$  der Widerstände einer Reihenschaltung ( $R_2 = 180 \Omega, U_3 = 16 \text{ V}$ ) verhalten sich wie  $1 : 1,5 : 2,25 : 3,75$ . Berechnen Sie
  - (a) die restlichen Widerstände, ( $120 \Omega; 270 \Omega; 450 \Omega$ )
  - (b) die restlichen Teilspannungen, ( $7,11 \text{ V}; 10,67 \text{ V}; 26,66 \text{ V}$ )
  - (c) die Gesamtspannung, ( $60,44 \text{ V}$ )
  - (d) den Gesamtwiderstand, ( $1020 \Omega$ )
  - (e) die Stromstärke. ( $59,26 \text{ mA}$ )

### 2.4.3 Parallelschaltung von Widerständen

*Versuch 1:* Schalten Sie drei Verbraucher, z.B. Glühlampen, parallel an eine Spannungsquelle. Messen Sie nacheinander die Spannungen an der Quelle und an jedem einzelnen Verbraucher und vergleichen Sie die Messwerte miteinander. Der Vergleich der Messergebnisse ergibt: *Die Spannungen an den Verbrauchern und an der Quelle sind gleich groß ( $U = U_1 = U_2 = U_3$ )*.

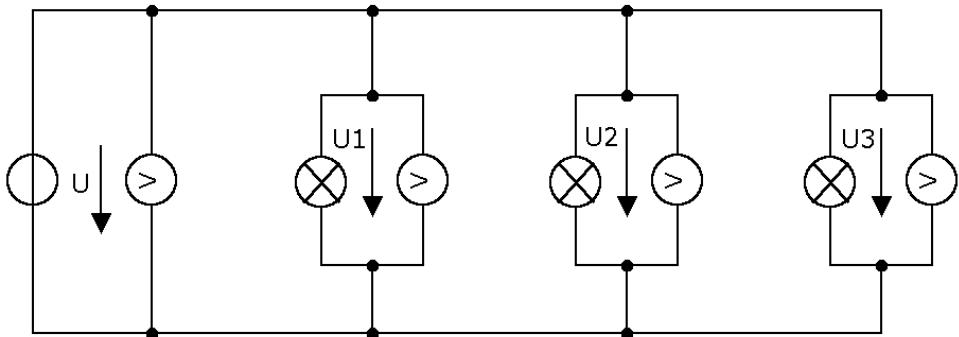


Abbildung 2.26: Parallelschaltung, Messen der Spannungen

An parallel geschalteten Verbrauchern liegt dieselbe Spannung.

Durch die Parallelschaltung ist es möglich, gleichzeitig mehrere Verbraucher unabhängig voneinander an dieselbe Spannung anzuschließen. Man schaltet daher ans Ortsnetz angeschlossene Verbraucher oft parallel.

*Versuch 2:* Schalten Sie drei parallel geschaltete Verbraucher (z.B. 3 Glühlampen) an eine Spannungsquelle. Messen Sie die Ströme in der Zuleitung und die Ströme durch die einzelnen Verbraucher. Ein Vergleich der Messergebnisse ergibt: *Die Ströme durch die einzelnen Verbrauchern ergeben zusammen die Stromstärke in der Zuleitung.*

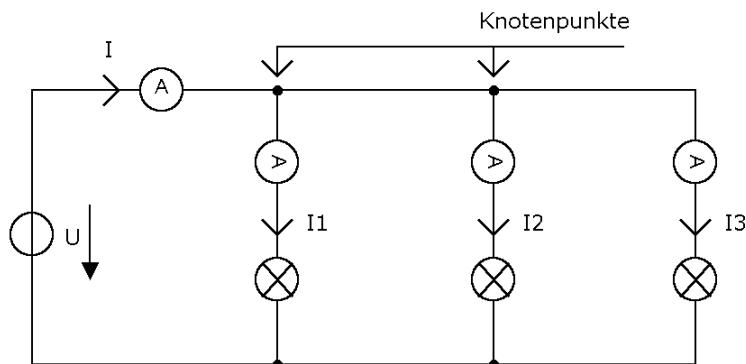


Abbildung 2.27: Parallelschaltung, Messen der Ströme

Der Strom in der Zuleitung verzweigt auf die Verbraucher. Man nennt die Ströme in den einzelnen Verbrauchern **Zweigströme** oder **Teilströme**.

Bei der Parallelschaltung ist der Gesamtstrom gleich der Summe der Teilströme (Zweigströme).

$$I = I_1 + I_2 + I_3 \quad (2.14)$$

Dabei sind  $I$  der Gesamtstrom und  $I_1, I_2, I_3$  die Teilströme bzw. Zweigströme.

Es gilt das 1. Kirchhoff'sche Gesetz - die Knotenregel : An jedem Knoten ist die Summe der zufließenden Ströme so groß wie die Summe der abfließenden Ströme.

*Versuch 3:* Schalten Sie zwei verschiedene große Widerstände parallel, und schließen Sie diese Widerstände an eine Spannungsquelle an. Messen Sie die Teilströme. Ein Vergleich der Ergebnisse ergibt: Durch den größeren Widerstand fließt der kleinere Strom, und durch den kleineren Widerstand der größere Strom.

An den Widerständen liegt bei Parallelschaltung dieselbe Spannung. Deshalb verhalten sich die Teilströme indirekt proportional zu den zugehörigen Widerstandswerten.

Bei der Parallelschaltung verhalten sich die Stromstärken umgekehrt proportional zu den zugehörigen Widerstandswerten. Der größere Strom fließt also durch den kleineren (niederohmigeren) Widerstand.

Den gesamten Widerstand der Parallelschaltung nennt man auch **Ersatzwiderstand R**. Er kann die Teilwiderstände ersetzen. Bei gleicher Spannung nimmt er den gleichen Strom auf wie die parallel geschalteten Einzelwiderstände zusammen.

Bei der Parallelschaltung ist der Ersatzwiderstand stets kleiner als der kleinste Einzelwiderstand.

Da für den Kehrwert des Widerstandes  $\frac{1}{R}$  auch der Leitwert G verwendet werden kann, lässt sich im Falle der Parallelschaltung mit Leitwerten manchmal einfacher rechnen als mit Widerständen. Wie sich bei der Parallelschaltung die Zweigströme zum Gesamtstrom summieren, so summieren sich auch die Einzelleitwerte der einzelnen Zweige zum **Ersatzleitwert G** der Parallelschaltung. Durch Parallelschalten wird der Leitwert also größer.

Bei der Parallelschaltung ist der Ersatzleitwert gleich der Summe der Einzelleitwerte.

$$\frac{1}{R} = \sum \frac{1}{R_i} \quad (2.15)$$

$$G = \sum G_i \quad (2.16)$$

Für zwei parallel geschaltete Widerstände gilt:

$$\frac{1}{R} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} \quad R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (2.17)$$

Für drei parallel geschaltete Widerstände gilt:

$$R = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3} \quad (2.18)$$

Für n gleich große parallel geschaltete Widerstände gilt:

$$R = \frac{R_1}{n} \quad (2.19)$$

**Beispiel.** Berechnen Sie den Ersatzwiderstand R für die beiden parallel geschalteten Widerstände ( $R_1 = 50 \Omega$ ,  $R_2 = 100 \Omega$ ) mithilfe der Einzelleitwerte.

Berechnen Sie den Ersatzwiderstand R aus obigen Beispiel nach der Formel für zwei parallel geschaltete Widerstände.

$$\begin{aligned} G_1 &= \frac{1}{R_1} = \frac{1}{50} S & G_2 &= \left( \frac{1}{50} + \frac{1}{100} \right) S = \frac{3}{100} S = 0.03 S \\ G_2 &= \frac{1}{R_2} = \frac{1}{100} S & R &= \frac{1}{0.03} \Omega = 33.3 \Omega \end{aligned}$$

$$R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{50 \cdot 100 \Omega^2}{150 \Omega} = 33.3 \Omega$$

#### 2.4.4 Aufgaben zur Parallelschaltung

Zeichen Sie zu jedem Beispiel eine Skizze mit den vorkommenden Bauteilen und Größen.

1. Vier Widerstände ( $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 20 \text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = 30 \text{ k}\Omega$ ,  $R_4 = 40 \text{ k}\Omega$ ) werden parallel geschaltet. Berechnen Sie den Ersatzwiderstand. (4,8 kΩ)
2. Zu den 3 parallel geschalteten Widerständen  $R_1 = 27\Omega$ ,  $R_2 = 33\Omega$ ,  $R_3 = 47\Omega$  soll ein Widerstand  $R_4$  parallel geschaltet werden, damit ein Ersatzwiderstand von  $4\Omega$  entsteht. Berechnen Sie den Widerstandswert von  $R_4$ . (6,2 Ω)
3. Auf einer Leiterplatte sind die Widerstände  $R_1 = 6,8 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 2,2 \text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = 5,6 \text{ k}\Omega$ ,  $R_4 = 2,7 \text{ k}\Omega$  parallel geschaltet. Durch den Widerstand  $R_4$  fließt ein Strom von  $2 \text{ mA}$ . Berechnen Sie
  - (a) die restlichen Teilströme. (0,794 mA; 2,45 mA; 0,964 mA)
  - (b) den Gesamtstrom. (6,213 mA)
  - (c) die Spannung an der Schaltung. (5,4 V)
  - (d) den Ersatzwiderstand. (869,15 Ω)
4. In einem elektrischen Heizgerät sind 6 gleiche Widerstände wahlweise parallel schaltbar. Der Ersatzwiderstand ändert sich beim Zurückschalten von 6 auf 4 Widerstände um  $5 \Omega$ . Berechnen Sie
  - (a) einen Einzelwiderstand, (60 Ω)
  - (b) den Ersatzwiderstand bei 6 Widerständen und (10 Ω)
  - (c) bei 4 Widerständen. (15 Ω)

#### 2.4.5 Gemischte Schaltungen

In der Praxis kommen häufig Schaltungen vor, die aus der Kombination von Reihenschaltungen und Parallelschaltungen bestehen. Solche Schaltungen bezeichnet man als gemischte Schaltungen.

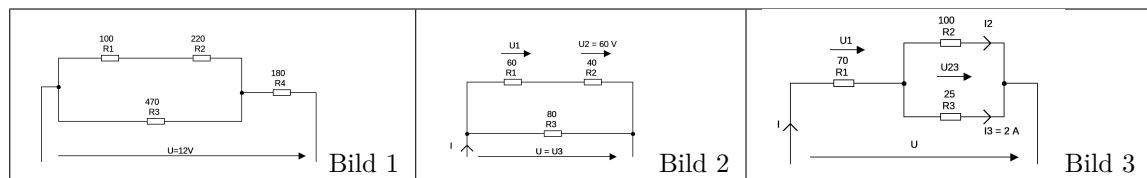
Gemischte Schaltungen nennt man auch Gruppenschaltungen.

Zur Ermittlung des Ersatzwiderstandes gemischter Schaltungen geht man wie folgt vor:

- Die Schaltung löst man von innen nach außen auf.
- Zusammenfassen von Reihen- oder Parallelschaltungen zu einem Ersatzwiderstand nach den Gesetzen der Reihen- und Parallelschaltung.
- Die neu entstandenen Schaltungen, die als Reihen- oder Parallelschaltungen vorliegen, sind wieder zu einem Ersatzwiderstand zusammenzufassen.
- Schritte wiederholen, bis nur noch ein Ersatzwiderstand vorliegt.

## 2.4.6 Aufgaben zu gemischten Schaltungen

1. Vier Widerstände sind nach Bild 1 geschaltet. Berechnen Sie
  - (a) den Ersatzwiderstand  $R$ , ( $370,38 \Omega$ )
  - (b) den Gesamtstrom  $I$ , ( $32,39 \text{ mA}$ )
  - (c) die Teilströme  $I_1$  bis  $I_4$  und die Teilspannungen  $U_1$  bis  $U_4$ . ( $19,28 \text{ mA}$ ;  $19,28 \text{ mA}$ ;  $13,12 \text{ mA}$ ;  $32,39 \text{ mA}$ ;  $1,93 \text{ V}$ ;  $4,24 \text{ V}$ ;  $6,17 \text{ V}$ ;  $5,83 \text{ V}$ )
2. Die Widerstände  $R_1$ ,  $R_2$  und  $R_3$  sind Bild 2 geschaltet. Berechnen Sie
  - (a) den Ersatzwiderstand  $R$ , ( $44,44 \Omega$ )
  - (b) die Teilströme, ( $1,5 \text{ A}$ ;  $1,88 \text{ A}$ )
  - (c) den Gesamtstrom, ( $3,38 \text{ A}$ )
  - (d) die Teilspannung  $U_1$  und ( $90 \text{ V}$ )
  - (e) die Gesamtspannung der Schaltung. ( $150 \text{ V}$ )
3. Drei Widerstände sind nach Bild 3 geschaltet. Berechnen Sie
  - (a) den Ersatzwiderstand  $R$ , ( $90 \Omega$ )
  - (b) die Ströme  $I_2$  und  $I_1$ , ( $0,5 \text{ A}$ ;  $2,5 \text{ A}$ )
  - (c) die Teilspannungen und ( $175 \text{ V}$ ;  $50 \text{ V}$ )
  - (d) die Gesamtspannung der Schaltung. ( $225 \text{ V}$ )
4. Die Widerstände  $R_1 = 40 \Omega$  und  $R_2 = 120 \Omega$  liegen parallel an  $150 \text{ V}$ . Dazu in Reihe liegt der Widerstand  $R_3 = 18 \Omega$ .
  - (a) Skizzieren Sie die Schaltung.
  - (b) Berechnen Sie
    - i. den Ersatzwiderstand, ( $48 \Omega$ )
    - ii. die Teilströme, ( $3,75 \text{ A}$ ;  $1,25 \text{ A}$ ;  $5 \text{ A}$ )
    - iii. den Gesamtstrom, ( $5 \text{ A}$ )
    - iv. die Spannung von  $R_3$ , ( $90 \text{ V}$ )
    - v. die Gesamtspannung. ( $240 \text{ V}$ )
5. Die Widerstände  $R_1 = 18 \Omega$ ,  $R_2 = 24 \Omega$  und  $R_3 = 36 \Omega$  liegen in Reihe an  $230 \text{ V}$ . Dann wird parallel zu  $R_2$  und  $R_3$  der Widerstand  $R_4 = 30 \Omega$  geschalten.
  - (a) Skizzieren Sie die Schaltung.
  - (b) Berechnen Sie
    - i. den Ersatzwiderstand, ( $38 \Omega$ )
    - ii. die Spannung am Widerstand  $R_4$  und ( $121 \text{ V}$ )
    - iii. den Strom durch den Widerstand  $R_2$ . ( $2,02 \text{ A}$ )



## 2.4.7 Spannungsteiler

Elektrogeräte und elektronische Geräte benötigen oft eine Spannung, die von null bis zu einer Höchstspannung einstellbar ist. So kann man z.B. die Helligkeit einer Lampe, die Lautstärke eines Verstärkers oder die Drehzahl eines Gleichstrommotors durch Ändern der angelegten Spannung verstehen. Diese Schaltungen beruhen auf dem Prinzip der Spannungsteilung.

Der Spannungsteiler besteht aus zwei in Reihe geschalteten Widerständen  $R_1$  und  $R_2$ .



Abbildung 2.28: Spannungsteiler mit Festwiderständen

An den beiden äußeren Anschlüsse der Reihenschaltung liegt die Spannung  $U$ ; am Widerstand  $R_2$  wird die Teilspannung bzw. Ausgangsspannung  $U_2$  bzw., wenn kein Verbraucher angeschlossen ist, die Spannung  $U_{20}$  (Leerlaufspannung) abgegriffen.

Man unterscheidet unbelastete und belastete Spannungsteiler.

**Unbelasteter Spannungsteiler** Dem unbelasteten Spannungsteiler wird kein Strom entnommen. Diesen Fall nennt man Leerlauf. Die Gesamtspannung  $U$  wird in die Teilspannungen  $U_1$  und  $U_{20}$  aufgeteilt. Die Leerlaufspannung  $U_{20}$  verhält sich zur Gesamtspannung  $U$  wie der Widerstand  $R_2$  zum Gesamtwiderstand  $R$  ( $R = R_1 + R_2$ ):

$$\frac{U_{20}}{U} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (2.20)$$

Dabei ist  $U$  die Gesamtspannung,  $U_{20}$  die Teilspannung bei Leerlauf (Leerlaufspannung) und  $R_1, R_2$  sind Spannungsteilerwiderstände.

**Beispiel.** Ein unbelasteter Spannungsteiler mit den Spannungsteilerwiderständen  $R_1 = 82\Omega$  und  $R_2 = 220\Omega$  liegt an einer Gesamtspannung von  $U = 40\text{ V}$ . Wie groß ist die Spannung an Widerstand  $R_2$ ?

$$U_{20} = ? \text{ V}$$

**Belasteter Spannungsteiler** Ein Spannungsteiler ist belastet, wenn ein Verbraucher  $R_L$  angeschlossen ist und ein Strom  $I_L$  entnommen wird.

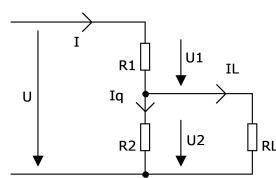


Abbildung 2.29: Belasteter Spannungsteiler

Durch den Lastwiderstand  $R_L$  fließt der Laststrom  $I_L$  und durch den Widerstand  $R_2$  der Querstrom  $I_q$ .

Durch  $R_1$  fließt die Summe der beiden Ströme  $I = I_L + I_q$ .

Bei Belastung wird der aufgenommene Strom  $I$  größer, weil der Ersatzwiderstand  $R_{2L}$  der Parallelschaltung von  $R_2$  und  $R_L$  kleiner ist als  $R_2$ . Damit ist auch der Gesamtwiderstand des Spannungsteilers kleiner als im unbelasteten Zustand.

Die Teilspannung  $U_2$  des belasteten Spannungsteilers verhält sich zur Gesamtspannung  $U$  wie der Ersatzwiderstand  $R_{2L}$  der Parallelschaltung zu Gesamtwiderstand  $R$  ( $R = R_1 + R_{2L}$ ):

$$U_2 = \frac{U \cdot R_{2L}}{R_1 + R_{2L}} \quad R_{2L} = \frac{R_2 R_L}{R_2 + R_L} \quad (2.21)$$

Dabei ist  $U$  die Gesamtspannung,  $U_2$  die Teilspannung bei Belastung,  $R_L$  der Lastwiderstand,  $R_{2L}$  der Ersatzwiderstand aus  $R_2$  und  $R_L$  und  $R_1, R_2$  sind Spannungsteilerwiderstände,  $I_L$  der Laststrom und  $I_q$  der Querstrom.

Für den Ersatzwiderstand der Parallelschaltung gilt

Die Ausgangsspannung  $U_2$  des belasteten Spannungsteilers ist umso stabiler (weicht umso weniger von der Leerlaufspannung  $U_{20}$  ab), je größer der Querstrom  $I_q$  gegenüber dem Laststrom  $I_L$  ist.