基于 0-1 规划的交巡警平台设置与调度模型

摘 要

本文研究的是交巡警平台的设置、管辖区域的划分以及发生重大突发事件时警务资源的调度问题。

问题一中,我们对城区 A 的交通网络和交巡警平台的设置进行了分析。首先,通过 Floyd 算法,计算出 20 个平台与各节点间的最短路径,并以此划分管辖区域,使各节点被距离它最近的平台管辖。尽管如此,仍有 6 个节点(28、29、38、39、61、92)距离平台超过 3km,导致这些节点发生案件时相应平台的出警时间过长。接下来,我们利用 0-1 规划模型,制定出了发生重大突发事件时交巡警平台警力的调度方案,并得出了最快完成全封锁的时间为 8min。最后,为使 A 区交巡警平台的设置更为合理,我们以各平台工作量的变异系数最小和最长出警时间最短为目标,再次建立 0-1 规划模型,设计出了新增平台的方案,即:①新增 4 个平台,分别位于节点 28(或 29)、61、39、91、此时,最长出警时间为 2.71min,工作量变异系数为 0.2004,是能在 3min内快速出警且新增平台数最少的方案;②新增 5 个平台,分别位于节点 28(或 29)、61、39、91、67,此时,最长出警时间仍为 2.71min,工作量变异系数下降为 0.1526,是能在 3min 内快速出警且各平台工作量最均衡的方案。

问题二中,我们首先结合问题一中的 Floyd 算法和 0-1 规划模型,在不增加交巡警平台的前提下,对全市各区平台的管辖范围进行了划分,得到了最优的分配方案,并对其合理性进行了分析,发现:① 主城各区交巡警平台工作量的变异系数都较小,即各平台的工作量较均衡,比较合理;② 主城各区的最长出警时间都较大,尤其是 D区和 E 区,远远超过了规定的 3min 出警时间,因此不合理。针对这一问题,以缩短最长出警时间为目标,继续采用 0-1 规划模型,设计出了能够在 3min 内快速出警且新增平台数最少的改进方案。

最后,在点 P(第 32 个节点)发生了重大刑事案件且犯罪嫌疑人已驾车逃跑 3min 的情况下,我们以嫌疑犯落网时间(从开始逃跑到最后被捕的时间)最短为目标,以交巡警成功封锁节点和嫌疑犯被完全围堵为约束条件,建立了 0-1 规划模型。求解出了 A 区的围堵方案,并发现在围堵的区域内有逃离 A 区的 4 个出口(节点 28,30,38,48),因此再将围堵范围拓展到 C、D、F 区。最终的调度方案为:调度 18 个平台的警力封锁 18 个节点,可使嫌疑犯在 20.25 分钟内落网。

本文建立的 0-1 规划模型能与实际紧密联系,结合实际情况对问题进行求解,使得模型具有很好的通用性和推广性。

关键词: 最短路径 Floyd 算法 0-1 规划 交巡警平台

一、问题重述

交巡警平台是将行政执法、治安管理、交通管理、服务群众四大职能有机融合的新型防控体系。由于警务资源有限,如何根据城市的实际情况与需求合理地设置交巡警服务平台、分配各平台的管辖范围、调度警务资源是警务部门需要面临的一个实际课题。

试就某市设置交巡警服务平台的相关情况,建立数学模型分析研究下面的问题:

(1)根据该市中心城区 A 的交通网络和现有的 20 个交巡警服务平台的设置情况示意图及相关的数据信息,请为各交巡警服务平台分配管辖范围,使其在所管辖的范围内出现突发事件时,尽量能在 3 分钟内有交巡警 (警车的时速为 60km/h) 到达事发地。

对于重大突发事件,需要调度全区 20 个交巡警服务平台的警力资源,对进出该区的 13 条交通要道实现快速全封锁。实际中一个平台的警力最多封锁一个路口,请给出该区交巡警服务平台警力合理的调度方案。

根据现有交巡警服务平台的工作量不均衡和有些地方出警时间过长的实际情况, 拟在该区内再增加2至5个平台,请确定需要增加平台的具体个数和位置。

(2)针对全市(主城六区 A, B, C, D, E, F)的具体情况,按照设置交巡警服务平台的原则和任务,分析研究该市现有交巡警服务平台设置方案的合理性。如果有明显不合理,请给出解决方案。

如果该市地点 P (第 32 个节点) 处发生了重大刑事案件,在案发 3 分钟后接到报警,犯罪嫌疑人已驾车逃跑。为了快速搜捕嫌疑犯,请给出调度全市交巡警服务平台警力资源的最佳围堵方案。

二、问题分析

2.1 问题一的分析

对于交巡警平台管辖区域的分配问题,为了尽量使交巡警在3分钟内(警车的时速为60km/h)到达事发地。我们将节点归为距离其最短的平台来管辖。该问题即转化为对平台与节点间最短路径的求解^[1]。

发生重大突发事件后,调度 20 个交巡警服务平台的警力资源,对进出该区的 13 条交通要道实现快速全封锁。根据假设 5,完成全封锁的时间取决于调度中距离最远的交巡警平台的警力到达出口的时间。因此,我们提出以下两个调度原则: (1) 以最大调度距离最短为优; (2) 以总调度距离最小为优。对于各平台,只有调度和不调度两种情况,因此,可用 0-1 规划的思想建立模型^[2]。

为了改善现有交巡警服务平台的工作量不均衡和有些地方出警时间过长的实际情况,我们提出以下交巡警平台设置原则:(1)平台的最长出警时间最短为优;(2)平台工作量的变异系数最小为优。依据以上两个原则,利用 0-1 规划模型,对管辖范围重新划分,并确定新增平台的个数及位置。

2.2 问题二的分析

要分析研究全市的交巡警服务平台设置是否合理,首先应根据问题一中交巡警平台的设置原则,对各区各平台的管辖范围进行划分,然后,根据平台的最长出警时间和工作量的均衡性,对其合理性进行分析。若不合理,则可通过增加平台数,来解决这一问题。

该市地点 P (第 32 个节点) 发生了重大刑事案件,犯罪嫌疑人已驾车逃跑 3min。为了快速围堵嫌疑犯,以其落网时间(从逃跑到最后被捕的时间)最短为目标,可以通过 0-1 规划模型设计平台警力的调度方案。成功封锁节点是指交巡警先于嫌疑犯到达该节点;成功围堵是指嫌疑犯被限制于一定的区域内,该区域与外界相通的道路节点全部被成功封锁。计算时可以先求出 A 区的围堵方案,在围堵的区域内若存在逃离 A 区的出口节点,则再将围堵范围拓展到其他区,直至嫌疑犯被完全围堵。

三、模型假设

- 1. 交巡警出警时间是指从交巡警平台到达事发地路口节点所用的时间:
- 2. 交巡警平台管辖区域的划分对象为路口节点;
- 3. 一般情况下,各个交巡警平台的管辖范围相互独立;
- 4. 警车的平均时速为 60km/h;
- 5. 全封锁是以最后一个路口节点完成封锁为标志;
- 6. 常规情形下,全市各区的交巡警平台不跨区管理;
- 7. 每个节点仅由一个平台管辖,每个平台可管辖多个节点;
- 8. 嫌疑犯的平均逃跑速度与警车的平均速度相同。

四、符号说明

| 符号 | 说明 | 单位 |
|------------|--------------------------------|------|
| m | 研究范围内节点的个数 | 个 |
| n | 研究范围内交巡警平台的个数 | 个 |
| l | 研究范围内进出口个数 | 个 |
| ${S}_{ij}$ | 交巡警平台 j 到节点 i 的距离 | km |
| V | 警车时速 | km/h |
| C_{i} | 节点i的案发率 | / |
| W_{j} | 交巡警平台 j 的工作量,即管辖范围内各节点案发率的总和 | / |
| T_{j} | 第 j 个平台的最长出警时间 | h |

五、 模型的建立与求解

5. 1 问题一: A 区交巡警平台的设置与调度分析

5.1.1 A 区交巡警平台的管辖范围分配

当出现突发事件时,显然为使交巡警警力尽量能在 3 分钟内(警车的时速为60km/h)到达事发地点,需要各节点由距离其最近的交巡警平台来管辖。该问题的核心是对平台与节点间路径之和最小值的求解,常用 Floyd 算法。

Floyd 算法步骤^[3](A 区的计算结果见附录 2)

第 1 步: 将各项点编为1,2,…,N确定矩阵 D_0 ,其中(i,j)元素等于从项点i到项点j最短弧的长度(如果有最短弧的话)。如果没有这样的弧,则令 $d_{ij}^0 = \infty$ 。对于i,令 $d_{ii}^0 = 0$ 。

第 2 步: 对 $M=1,2,\cdots,N$,依次由 D_{m-1} 的元素确定 D_m 的元素,应用下列递归公式:

$$d_{ii}^{m} = \min\{d_{im}^{m-1} + d_{mi}^{m-1}, d_{ti}^{m-1}\}$$
(1)

每当确定一个元素时,就记下它所表示的路。在算法终止时,矩阵 D_n 的元素(i,j)就表示从顶点i到顶点j最短路的长度。

根据附件中各点的坐标,作 A 区的交通网络图,见图 1(注:图中节点处加上圈的是平台,画图程序见附录 3)。

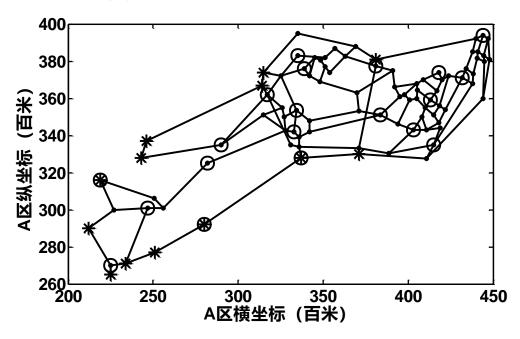


图 1 A 区的交通网络与平台设置的示意图

根据 Floyd 算法结果,和图 2 中的流程图,利用 MATLAB 编程^[4],可找出距离各节点最近的平台及其距离(程序见附录 4),见表 1。

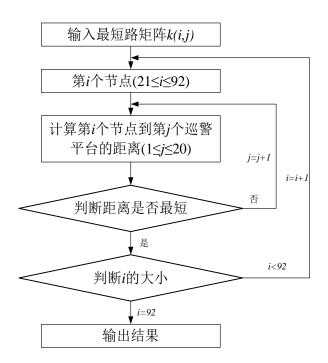


图 2 A 区寻找距离节点最近的交巡警平台的流程图

表 1 距离各节点最近的平台编号及距离

| 节点编号 | 平台编号 | 距离 (百米) | 节点编号 | 平台编号 | 距离 (百米) | 节点编号 | 平台编号 | 距离 (百米) |
|------|------|------------|------|------|------------|------|------|------------|
| 21 | A13 | 27.0831 | 45 | A9 | 10.9508 | 69 | A1 | 5 |
| 22 | A13 | 9.0554 | 46 | A8 | 9.3005 | 70 | A2 | 8.6023 |
| 23 | A13 | 5 | 47 | A7 | 12.8062 | 71 | A1 | 11.4031 |
| 24 | A13 | 23.8537 | 48 | A7 | 12.902 | 72 | A2 | 16.0623 |
| 25 | A12 | 17.8885 | 49 | A5 | 5 | 73 | A1 | 10.2961 |
| 26 | A11 | 9 | 50 | A5 | 8.4853 | 74 | A1 | 6.265 |
| 27 | A11 | 16.433 | 51 | A5 | 12.2932 | 75 | A1 | 9.3005 |
| *28 | A15 | 47.5184 | 52 | A5 | 16.5943 | 76 | A1 | 12.8361 |
| *29 | A15 | 57.0053 | 53 | A5 | 11.7082 | 77 | A19 | 9.8489 |
| 30 | A7 | 5.831 | 54 | A3 | 22.7089 | 78 | A1 | 6.4031 |
| 31 | A9 | 20.5572 | 55 | A3 | 12.659 | 79 | A19 | 4.4721 |
| 32 | A7 | 11.4018 | 56 | A5 | 20.837 | 80 | A18 | 8.0623 |
| 33 | A8 | 8.2765 | 57 | A4 | 18.6815 | 81 | A18 | 6.7082 |
| 34 | A9 | 5.0249 | 58 | A5 | 23.0189 | 82 | A18 | 10.7935 |
| 35 | A9 | 4.2426 | 59 | A5 | 15.2086 | 83 | A18 | 5.3852 |
| 36 | A16 | 6.0828 | 60 | A4 | 17.3924 | 84 | A20 | 11.7522 |
| 37 | A16 | 11.1818 | *61 | A7 | 41.902 | 85 | A20 | 4.4721 |
| *38 | A16 | 34.0588 | 62 | A4 | 3.5 | 86 | A20 | 3.6056 |
| *39 | A2 | 36.8219 | 63 | A4 | 10.3078 | 87 | A20 | 14.6509 |
| 40 | A2 | 19.1442 | 64 | A4 | 19.3631 | 88 | A20 | 12.9463 |
| 41 | A17 | 8.5 | 65 | A3 | 15.2398 | 89 | A20 | 9.4868 |
| 42 | A17 | 9.8489 | 66 | A3 | 18.402 | 90 | A20 | 13.0224 |
| 43 | A2 | 8 | 67 | A1 | 16.1942 | 91 | A20 | 15.9877 |
| 44 | A2 | 9.4868 | 68 | A1 | 12.0711 | *92 | A20 | 36.0127 |

由此可得各平台的管辖范围,见表 2。

表 2 各平台的管辖范围

| 平台 | 节点 | Ħ, | | | | | | | | 平台 | 节点 | Ħ, | | | | | | | |
|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| A1 | 67 | 68 | 69 | 71 | 73 | 74 | 75 | 76 | 78 | A11 | 26 | 27 | | | | | | | |
| A2 | 39 | 40 | 43 | 44 | 70 | 72 | | | | A12 | 25 | | | | | | | | |
| A3 | 54 | 55 | 65 | 66 | | | | | | A13 | 21 | 22 | 23 | 24 | | | | | |
| A4 | 57 | 60 | 62 | 63 | 64 | | | | | A14 | 无 | | | | | | | | |
| A5 | 49 | 50 | 51 | 52 | 53 | 56 | 58 | 59 | | A15 | 28 | 29 | | | | | | | |
| A6 | 无 | | | | | | | | | A16 | 36 | 37 | 38 | | | | | | |
| A7 | 30 | 32 | 47 | 48 | 61 | | | | | A17 | 41 | 42 | | | | | | | |
| A8 | 33 | 46 | | | | | | | | A18 | 80 | 81 | 82 | 83 | | | | | |
| A9 | 31 | 34 | 35 | 45 | | | | | | A19 | 77 | 79 | | | | | | | |
| A10 | 无 | | | | | | | | | A20 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 | 91 | 92 |

表 2 中,平台 6,10,14 由于距离周围的节点较远,因此主要负责解决自身的突发事件。

根据表 2, 我们在图中对各个平台的管辖范围进行划分, 见图 3。

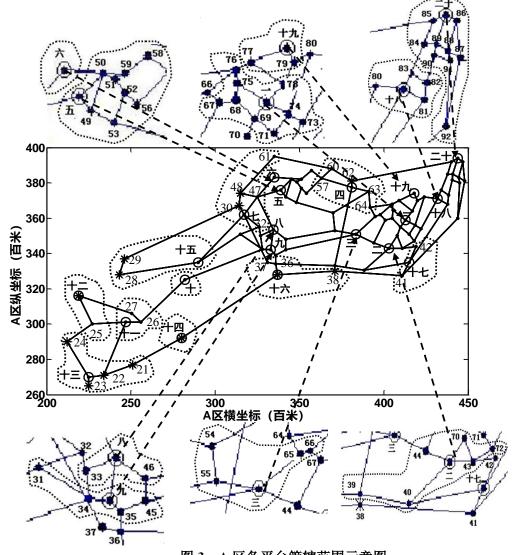


图 3 A 区各平台管辖范围示意图

5.1.2 A 区 13 条交通要道的快速封锁调度方案

根据 Floyd 算法得出的最短路径矩阵,我们可以求出 A 区 20 个平台分别到达 A 区 13 个出口的最短路程,见表 3 (程序见附录 5)。

| 表 3 | A区各平台到出口的最短路程 | (单位: | 百米) |
|------|---------------|----------|-----------|
| 70.0 | | \— III.• | H / 1 * / |

| 出口 | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | A6 | A7 | A8 | A9 | A10 |
|----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 1 | 222.36 | 204.64 | 183.52 | 219.97 | 176.28 | 176.59 | 149.15 | 140.93 | 130.11 | 75.87 |
| 2 | 160.28 | 141.30 | 127.67 | 150.09 | 129.70 | 130.00 | 109.01 | 94.34 | 82.74 | 127.76 |
| 3 | 92.87 | 73.88 | 60.26 | 82.67 | 62.28 | 62.59 | 41.60 | 26.92 | 15.33 | 69.57 |
| 4 | 192.93 | 173.95 | 160.32 | 182.73 | 162.35 | 162.65 | 141.66 | 126.99 | 115.39 | 95.11 |
| 5 | 210.96 | 191.97 | 178.35 | 200.76 | 177.50 | 177.80 | 150.36 | 142.14 | 131.32 | 77.08 |
| 6 | 225.02 | 206.03 | 192.41 | 214.82 | 191.55 | 191.86 | 164.42 | 156.19 | 145.38 | 91.13 |
| 7 | 228.93 | 211.21 | 190.09 | 226.54 | 182.85 | 183.16 | 155.72 | 147.50 | 136.68 | 82.44 |
| 8 | 190.01 | 172.29 | 151.17 | 162.27 | 113.07 | 113.37 | 85.70 | 102.28 | 97.76 | 141.95 |
| 9 | 195.16 | 177.44 | 156.32 | 155.35 | 106.15 | 106.46 | 80.15 | 104.93 | 107.24 | 151.44 |
| 10 | 120.83 | 103.11 | 82.00 | 81.03 | 31.83 | 32.14 | 5.83 | 30.61 | 34.92 | 79.11 |
| 11 | 58.81 | 39.82 | 60.94 | 48.61 | 94.21 | 94.52 | 73.53 | 58.85 | 47.26 | 101.50 |
| 12 | 118.50 | 103.10 | 81.98 | 73.96 | 24.76 | 25.06 | 12.90 | 30.99 | 41.99 | 86.19 |
| 13 | 48.85 | 60.35 | 43.93 | 3.50 | 52.55 | 53.37 | 79.92 | 86.77 | 93.37 | 147.61 |
| 续表 | : | | | | | | | | | |
| 出口 | A11 | A12 | A13 | A14 | A15 | A16 | A17 | A18 | A19 | A20 |
| 1 | 37.91 | 0.00 | 59.77 | 119.50 | 170.30 | 145.43 | 218.92 | 242.47 | 225.47 | 269.46 |
| 2 | 83.37 | 119.50 | 59.73 | 0.00 | 132.98 | 67.42 | 149.03 | 185.14 | 169.61 | 212.13 |
| 3 | 113.95 | 145.43 | 127.15 | 67.42 | 65.56 | 0.00 | 81.62 | 117.73 | 102.20 | 144.71 |
| 4 | 50.72 | 86.85 | 27.08 | 32.65 | 165.63 | 100.07 | 181.68 | 217.79 | 202.26 | 244.78 |
| 5 | 32.70 | 68.83 | 9.06 | 50.68 | 171.51 | 118.09 | 199.71 | 235.82 | 220.29 | 262.81 |
| 6 | 46.75 | 64.77 | 5.00 | 64.73 | 185.56 | 132.15 | 213.77 | 249.88 | 234.35 | 276.86 |
| 7 | 38.05 | 35.92 | 23.85 | 83.59 | 176.87 | 151.00 | 225.49 | 249.04 | 232.04 | 276.03 |
| 8 | 186.33 | 217.81 | 228.08 | 180.50 | 47.52 | 113.08 | 186.57 | 210.12 | 193.12 | 230.11 |
| 9 | 195.82 | 227.30 | 237.57 | 189.17 | 57.01 | 121.75 | 195.24 | 215.27 | 198.26 | 223.19 |
| 10 | 123.50 | 154.98 | 165.25 | 114.84 | 44.01 | 47.43 | 120.92 | 140.94 | 123.94 | 148.87 |
| 11 | 145.88 | 177.36 | 161.21 | 101.48 | 97.50 | 34.06 | 47.56 | 83.67 | 76.39 | 110.66 |
| 12 | 130.57 | 162.05 | 172.32 | 121.91 | 51.09 | 54.50 | 127.99 | 136.99 | 119.99 | 141.80 |
| 13 | 191.99 | 223.47 | 213.32 | 153.59 | 118.10 | 86.17 | 78.21 | 67.34 | 50.34 | 64.49 |

出现重大突发事件时,需调度 20 个交巡警服务平台的警力资源,对进出该区的 13 条交通要道实现快速全封锁。

对于各平台,只有调度和不调度两种情况,因此,可用 0-1 规划的思想建立模型。设 x_k 为第k个出口被第j个平台的警力封锁的情况,则有:

$$x_{kj} = egin{cases} 0, \ \hat{\mathbf{s}}k$$
个出口不被第 j 个平台的警力封锁 $1, \ \hat{\mathbf{s}}k$ 个出口被第 j 个平台的警力封锁 $(k=1,2,\cdots,l\;;\;j=1,2,\cdots,n)$

(1) 最快实现完全封锁的调度方案

题目要求在最短时间内实现全封锁,而全封锁的时间是由封锁最后一个路口所用的时间决定的。因此,以最快实现全封锁为目标函数,可转化为求最远调度距离的最小值,表述为:

$$\min Z = \max_{1 \le k \le l} \left(\sum_{j=1}^{n} S_{kj} x_{kj} \right)$$
 (3)

其中,Z表示所有调度中的最远距离, S_{kj} 表示第j个平台到第k个出口的距离。

约束条件为:

(1)平台安排的约束。由于有 20 个平台,13 个出口,每个平台最多封锁一个出口,因此第j个平台不一定被调去封锁出口,即

$$\sum_{k=1}^{l} x_{kj} \le 1, j = 1, 2, \dots, n \tag{4}$$

(2)出口被唯一一个平台封锁的约束,则有

$$\sum_{i=1}^{n} x_{kj} = 1, k = 1, 2, \dots, l$$
(5)

综上,最快实现全封锁的模型为[5]:

$$\min \ Z \ = \ \max_{1 \leq k \leq l} \left(\sum_{j=1}^n S_{kj} x_{kj} \right)$$

$$s.t. \begin{cases} \sum_{k=1}^{l} x_{kj} \leq 1, j = 1, 2, \dots, n \\ \sum_{j=1}^{n} x_{kj} = 1, k = 1, 2, \dots, l \\ x_{ki} \in \{0, 1\} \end{cases}$$

$$(6)$$

根据模型(6),利用 MATLAB 编程,最后可以得到数个最优解(程序见附录 5),再结合表 3,可得到其中四个结果,见表 4~7。

表 4 调度方案 1

表 5 调度方案 2

| | · /4/又/3 | /\ · | _ | | | <u>-</u> |
|----|----------|--------|---|----------|-----|----------|
| 出口 | 平台 | 距离(百米) | - | 出口 | 平台 | 距离(百米) |
| 1 | A12 | 0.00 | _ | 1 | A12 | 0 |
| 2 | A16 | 67.42 | | 2 | A16 | 67.42 |
| 3 | A5 | 62.28 | | 3 | A2 | 73.88 |
| 4 | A13 | 27.08 | | 4 | A14 | 32.65 |
| 5 | A10 | 77.08 | | 5 | A10 | 77.08 |
| 6 | A14 | 64.73 | | 6 | A13 | 5.00 |
| 7 | A11 | 38.05 | | 7 | A11 | 38.05 |
| 8 | A15 | 47.52 | | 8 | A15 | 47.52 |
| 9 | A7 | 80.15 | | 9 | A7 | 80.15 |
| 10 | A8 | 30.61 | | 10 | A9 | 34.92 |
| 11 | A9 | 47.26 | | 11 | A8 | 58.85 |
| 12 | A4 | 73.96 | | 12 | A5 | 24.76 |
| 13 | A2 | 60.35 | _ | 13 | A4 | 3.50 |
| | | | _ | <u> </u> | | <u> </u> |

表 6 调度方案 3

表 7 调度方案 4

| 出口 平台 距离(百米) 出口 平台 距离(百 1 A12 0.00 1 A12 0.00 2 A16 67.42 2 A16 67.42 3 A9 15.33 3 A8 26.92 4 A14 32.65 4 A13 27.08 5 A10 77.08 5 A10 77.08 |
|---|
| 2 A16 67.42 2 A16 67.42 3 A9 15.33 3 A8 26.92 4 A14 32.65 4 A13 27.08 |
| 3 A9 15.33 3 A8 26.92 4 A14 32.65 4 A13 27.08 |
| 4 A14 32.65 4 A13 27.08 |
| |
| 5 A10 77.08 5 A10 77.08 |
| |
| 6 A11 46.75 6 A14 64.73 |
| 7 A13 23.85 7 A11 38.05 |
| 8 A15 47.52 8 A15 47.52 |
| 9 A7 80.15 9 A7 80.15 |
| 10 A8 30.61 10 A9 34.92 |
| 11 A4 48.61 11 A2 39.82 |
| 12 A5 24.76 12 A4 73.96 |
| 13 A2 60.35 13 A5 52.55 |

观察上述四个调度方案可以发现,这些调度方案中,距离最远的都是平台7至出口9,为80.15 百米,所以完成A区完全封锁的时间即由此决定,需要8分钟。

在此基础上,以总调度距离最短为目标函数,对除平台7和出口9以外的出口和交巡警平台进一步作0-1规划的模型为:

$$\min Y = \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{k=1}^{l-1} S_{kj} x_{kj}$$

$$s.t. \begin{cases} \sum_{k=1}^{l-1} x_{kj} \leq 1, j = 1, 2, \dots, n-1 \\ \sum_{j=1}^{n-1} x_{kj} = 1, k = 1, 2, \dots, l-1 \\ x_{kj} \in \{0, 1\} \end{cases}$$

$$(7)$$

其中,Y表示总调度距离。n-1表示除平台 7 以外的平台总数,l-1表示除了出口 9 以外的出口总数。

利用 lingo 软件对其求解[6] (程序见附录 6), 最终结果见表 8。

表 8 最快实现完全封锁且总距离相对最短的调度方案

| 出口 | 平台 | 距离(百米) |
|----|-----|--------|
| 1 | A12 | 0 |
| 2 | A16 | 67.42 |
| 3 | A8 | 26.92 |
| 4 | A14 | 32.65 |
| 5 | A10 | 77.08 |
| 6 | A13 | 5 |
| 7 | A11 | 38.05 |
| 8 | A15 | 47.52 |
| 9 | A7 | 80.15 |
| 10 | A9 | 34.92 |

| 11 | A2 | 39.82 |
|----|----|-------|
| 12 | A5 | 24.76 |
| 13 | A4 | 3.5 |

综上,最快实现完全封锁的时间为8分钟,调度的总距离为477.79百米。

(2) 总距离最短的调度方案

若以总距离最小为目标函数(不考虑是否能最快完成全封锁),可表述为:

$$\min Y = \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{l} S_{kj} x_{kj}$$
 (8)

约束条件为:

$$s.t. \begin{cases} \sum_{k=1}^{l} x_{kj} \leq 1, j = 1, 2, \dots, n \\ \sum_{j=1}^{n} x_{kj} = 1, k = 1, 2, \dots, l \\ x_{kj} \in \{0, 1\} \end{cases}$$

$$(9)$$

利用 LINGO 软件对其求解(程序见附录7),最终结果见表9。

平台 距离(百米) 出口 1 0 A12 2 A14 0 3 A16 0 4 A9 115.39 5 A10 77.08 6 A13 5 7 38.05 A11 8 A15 47.51 9 A8 104.93 10 A7 5.83 11 A2 39.82 12 24.75 A5 13 A4 3.5

表 9 总距离最短的调度方案

总距离为 461.88 百米,最远距离为 115.39 百米,在 11 分 32 秒时完成全部封锁。 通过对比上述两种目标不同的规划,可以发现总距离最短时,完成全封锁所需的 时间更长,是由于其最远距离并非最短,不符合题目要求。因此我们采用最快实现完 全封锁且总距离相对最短的调度方案(见表 8)。

5.1.3 增加交巡警平台的分配方案

由于各平台管辖范围内的节点数差异很大,以及各节点的案发率不同,造成现有交巡警服务平台的工作量不均衡,部分地方的出警时间过长。因此,可以通过增加交巡警服务平台及重新分配管辖范围,来解决这一问题。

根据 Floyd 算法,平台与节点间的最短路程不超过 3km 的对应关系见表 10 及表 11 (程序见附录 8)。

表 10 各交巡警平台周围 3km 以内的所有节点

| 交巡警平台 | 节点 |
|-------|---|
| A1 | 1、42、43、44、64、65、66、67、68、69、70、71、72、73、74、75、76、77、78、79、80 |
| A2 | 2、39、40、42、43、44、66、67、68、69、70、71、72、73、74、75、76、78 |
| A3 | 3、43、44、54、55、64、65、66、67、68、70、76 |
| A4 | 4、57、58、60、62、63、64、65、66 |
| A5 | 5、47、48、49、50、51、52、53、56、58、59 |
| A6 | 6, 47, 48, 50, 51, 52, 56, 58, 59 |
| A7 | 7、30、31、32、33、34、47、48、61 |
| A8 | 8, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 45, 46, 47 |
| A9 | 9、31、32、33、34、35、36、37、45、46 |
| A10 | 10 |
| A11 | 11, 25, 26, 27 |
| A12 | 12、25 |
| A13 | 13、21、22、23、24 |
| A14 | 14 |
| A15 | 15, 28, 29, 31 |
| A16 | 16、33、34、35、36、37、38、45、46 |
| A17 | 17、40、41、42、43、70、72 |
| A18 | 18、71、72、73、74、77、78、79、80、81、82、83、84、85、87、 88、89、90、91 |
| A19 | 19、64、65、66、67、68、69、70、71、73、74、75、76、77、78、79、80、81、82、83 |
| A20 | 20、81、82、83、84、85、86、87、88、89、90、91、92 |

注:由表 1 可知,有 6 个节点(28、29、38、39、61、92)与距其最近的交巡警平台的距离超过 3km,但仍将其划归为距离最近的平台。

表 11 各节点周围 3km 以内的所有平台

| | | _1.1. | | 114 | | -11. | |
|----------------|----|-------|---------|-----|-----------------|------|----------------------|
| 节 | 平台 | 节 | 平台 | 节 | 平台 | 节 | 平台 |
| 点 | 编号 | 点 | 编号 | 点 | 编号 | 点 | 编号 |
| $\underline{}$ | j | i | j | i | j | i | j |
| 1 | A1 | 24 | A13 | 47 | A5, A6, A7, A8 | 70 | A1、A2、A3、A17、 A19 |
| 2 | A2 | 25 | A11、A12 | 48 | A5, A6, A7, A23 | 71 | A1, A2, A17, A18 |
| 3 | A3 | 26 | A11 | 49 | A5 | 72 | A1, A2, A17, A18 |
| 4 | A4 | 27 | A11 | 50 | A5, A6 | 73 | A1, A2, A18, A19 |
| 5 | A5 | 28 | A15 | 51 | A5, A6 | 74 | A1, A2, A18, A19 |
| 6 | A6 | 29 | A15 | 52 | A5, A6 | 75 | A1, A2, A19 |
| 7 | A7 | 30 | A7 | 53 | A5 | 76 | A1、A2、A3、A19 |

| 8 | A8 | 31 | A7、A8、 A9、A15 | 54 | A3 | 77 | A1、A18、A19 |
|----|-----|----|------------------|----|---------------------|----|------------------|
| 9 | A9 | 32 | A7、A8、A9 | 55 | A3 | 78 | A1, A2, A18, A19 |
| 10 | A10 | 33 | A7、A8、 A9、A16 | 56 | A5、A6 | 79 | A1、A18、A19 |
| 11 | A11 | 34 | A7、A8、 A9、A16 | 57 | A4 | 80 | A1、A18、A19 |
| 12 | A12 | 35 | A8, A9, A16 | 58 | A4、A5、A6 | 81 | A18, A19, A20 |
| 13 | A13 | 36 | A8, A9, A16 | 59 | A5, A6 | 82 | A18、A19、A20 |
| 14 | A14 | 37 | A8, A9, A16 | 60 | A4 | 83 | A18、A19、A20、 |
| 15 | A15 | 38 | A16 | 61 | A7 | 84 | A18, A20 |
| 16 | A16 | 39 | A2 | 62 | A4 | 85 | A18, A20 |
| 17 | A17 | 40 | A2、A17、 A22 | 63 | A4 | 86 | A20 |
| 18 | A18 | 41 | A17 | 64 | A1, A3, A4, A19 | 87 | A18, A20 |
| 19 | A19 | 42 | A1, A2, A17 | 65 | A1, A3, A4, A19 | 88 | A18, A20 |
| 20 | A20 | 43 | A1、A2、 A3、A17 | 66 | A1、A2、A3、 A4、A19 | 89 | A18、A20 |
| 21 | A13 | 44 | A1, A2, A3 | 67 | A1, A2, A3, A19 | 90 | A18, A20 |
| 22 | A13 | 45 | A8, A9, A16 | 68 | A1, A2, A3, A19 | 91 | A18, A20 |
| 23 | A13 | 46 | A8, A9, A16 | 69 | A1, A2, A19 | 92 | A20 |

由表 11 可知, 部分节点周围 3km 以内有多个平台, 因此根据工作量和出警时间 对其进行规划, 使得每个节点只被一个平台管辖。

对于节点i,只有被平台j管辖和不被平台j管辖两种情况,因此,可设计 01 变量。令:

$$x_{ij} = \begin{cases} 0, \ \hat{\mathbf{x}}i$$
个节点不被第 j 个平台的警力封锁
$$1, \ \hat{\mathbf{x}}i$$
个节点被第 j 个平台的警力封锁
$$(i=1,2,\cdots,m \ ; \ j=1,2,\cdots,n) \end{cases}$$
 (10)

交巡警平台的工作量可表示为该平台管辖范围内各节点案发率的总和,即:

$$W_{j} = \sum_{i} C_{i} x_{ij}$$
 (11)
 $(i = 1, 2, \dots, m ; j = 1, 2, \dots, n)$

其中, W_i 指交巡警平台j的工作量, C_i 表示节点i的日案发率。

根据假设 1, 交巡警的出警时间是指从接警到到达事发地路口节点的时间, 即:

$$T_{j} = \max_{1 \leq i \leq m} \left(\frac{S_{ij} x_{ij}}{V} \right)$$

$$(i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n)$$

$$(12)$$

其中, T_j 表示第j个平台的最长出警时间, S_{ij} 表示第j个平台到达第i个节点的最短距离。

(1) 确定目标函数

目标函数 1:要使各平台的工作量更加均衡,可使各交巡警平台工作量的变异系数最小,其值越小,表示各平台工作量越均衡,即:

$$\min f_1 = \frac{\sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^{n} (W_j - \bar{W})^2}}{\bar{W}}$$
(13)

目标函数 2: 最长出警时间达到最少,则有:

$$\min f_2 = \max_{1 \le j \le n} (T_j) \tag{14}$$

(2) 约束条件

1) 平台不闲的约束。为使每个平台不至于无管辖范围,可约束为它至少管辖自己所在的节点。当i=j时,即:

$$x_{ij} = 1, \stackrel{\text{def}}{=} i = j \tag{15}$$

2)每个节点都被平台管辖的约束。当 $i \neq j$ 时,由假设 7,第i个节点必定被1-n中的唯一一个平台管辖,即:

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1, \stackrel{\text{def}}{=} i \neq j \tag{16}$$

3) 出警时间不超过 3min。

综上,考虑平台的工作量呈均衡性及合理出警时间的模型[7]为:

$$egin{aligned} \min \ f_1 &= rac{\sqrt{rac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n \left(W_j - ar{W}
ight)^2}}{ar{W}} \ \min \ f_2 &= \max_{1 \leq j \leq n} (T_j) \ \sum_{1 \leq j \leq n}^n x_{ij} &= 1, \ i = j \ \sum_{j=1}^n x_{ij} &= 1, \ i \neq j \end{aligned}$$
 (17)
 $s.t. egin{aligned} S_{ij} &\leq 3 \ x_{ij} &\in \{0,1\} \ ar{W} &= rac{1}{n} \sum_{j=1}^n W_j \ (i = 1, 2, \cdots, m \ ; \ j &= 1, 2, \cdots, n) \end{aligned}$

在不增加交巡警平台的前提下,将表 11 中的数据代入模型 (17),利用 MATLAB 软件 (程序见附录 9)进行求解,结果见表 12。

表 12 最长出警时间最短且工作量均衡时各平台的管辖范围

| 交巡警平台 | 管辖的节点 | 日工作量(案件数) |
|-------|----------------------|-----------|
| A1 | 1 71 73 74 75 68 | 6.5 |
| A2 | 2 43 44 70 69 | 6.9 |
| A3 | 3 54 55 65 66 67 | 6.4 |
| A4 | 4 57 60 62 63 64 | 6.6 |
| A5 | 5 49 52 53 56 58 | 6.9 |
| A6 | 6 50 59 47 51 48 | 6.9 |
| A7 | 7 30 61 | 5.1 |
| A8 | 8 33 46 32 | 6.5 |
| A9 | 9 31 35 45 | 6.5 |
| A10 | 10 34 | 3.7 |
| A11 | 11 26 27 | 5.6 |
| A12 | 12 25 24 | 5.1 |
| A13 | 13 22 23 | 6 |
| A14 | 14 21 | 4.9 |
| A15 | 15 28 29 | 4.8 |
| A16 | 16 36 37 38 39 | 6.4 |
| A17 | 17 41 42 40 72 | 6.8 |
| A18 | 18 81 82 83 84 90 86 | 8.4 |
| A19 | 19 76 77 78 79 80 | 6.1 |
| A20 | 20 87 88 89 91 92 85 | 8.4 |

在不增加交巡警平台的前提下,最长出警时间为 5.70min,出现在平台 15 前往节点 29 处理突发事件时。工作量的变异系数为 0.1830。

同理可求得增加平台 1~5 个时工作量变异系数及最长出警时间的变化,见表 13。

表 13 增加平台后工作量的变异系数和最长出警时间 新增平台位置 工作量的 工作量的 变异

| 新增平 台个数 | 新增平台位置 (节点号) | 工作量的 标准差 | 工作量的 均值 | 变异 系数 | 最长出警 时间(min) |
|------------|-----------------|-------------|------------|----------|-----------------|
| 0 | 无 | 1.14 | 6.23 | 0.1830 | 5.70 |
| 1 | 28 或 29 | 1.34 | 5.93 | 0.2260 | 4.19 |
| 2 | 61 | 1.51 | 5.66 | 0.2668 | 3.82 |
| 3 | 39 | 1.35 | 5.41 | 0.2495 | 3.68 |
| 4 | 91 | 1.04 | 5.19 | 0.2004 | 2.71 |
| 5 | 67 | 0.76 | 4.98 | 0.1526 | 2.71 |

由表 13 可知,增加 1~2 个交巡警平台时,新增的平台主要设置在原来距离其所属平台较远的节点处,这样大大缩减了最长出警时间,但是该新增平台能够分担的工作量相对较少,因此变异系数反而增加。而当增加 4~5 个交巡警平台时,新增的平台主要分布在节点相对较密集而平台较少的区域,使工作量更加均衡,因而变异系数大大减小。

出现这种变化趋势的原因是:在未增加交巡警平台时,两个规划目标中出警时间过长是主要矛盾;而当新增平台数超过 3 个时,出警时间已维持在一个较低的水平,此时,工作量的变异系数成为了影响结果的主导因素。

结论:增加4个交巡警平台,分别位于节点28(29)、61、39和91,此时,最长出警时间已达到最小,为2.71min,工作量的变异系数较小,为0.2004。增加5个交巡警平台,分别位于节点28(29)、61、39、91和67,此时,工作量的变异系数最小,为0.1526,最长出警时间最短,为2.71min。因此,若只考虑最长出警时间,可以只增加4个交巡警平台;若同时考虑工作量的均衡性,需增加5个交巡警平台。

5.2 问题二:全市交巡警平台的设置与调度

5.2.1 全市现有交巡警平台设置的合理性分析及调整方案

(1) B区的情况

B区现有交巡警平台8个,节点73个。首先,根据Floyd算法,得到平台与节点间的最短路程,并与3km作比较,结果如图4(注:图中加有圆圈的节点表示交巡警平台,加有方框的节点表示被3km以内的平台管辖的节点,未加方框的节点距离周围平台超过3km。图5~图8同,程序见附录10)。

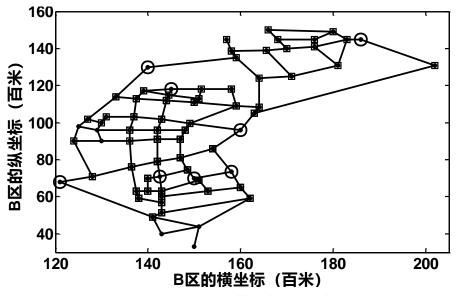


图 4 B 区现有交巡警平台设置示意图

由图可知,其中距离周围平台超过 3km 的节点是造成出警时间过长的原因,将 B 区的数据代入模型(17)可得到现有交巡警平台管辖范围的划分方案,见表 14。

| 农 14 D 区现有义巡查十日的目指把团及工作里 | | | | | |
|--------------------------|---|-----|--|--|--|
| 交巡警平台 | 管辖的节点 | 工作量 | | | |
| B1 | 101 102 103 120 121 122 123 | 5.4 | | | |
| B2 | 104 105 106 107 108 109 110 111 112 117 | 7.1 | | | |
| В3 | 113 114 115 116 126 128 129 131 136 | 7.3 | | | |
| B4 | 124 127 130 133 134 138 139 140 141 | 6.2 | | | |
| B5 | 135 137 143 144 119 142 145 162 | 6.7 | | | |
| B6 | 155 156 157 158 159 160 161 | 7.5 | | | |
| В7 | 148 149 152 153 163 164 165 | 5.2 | | | |
| B8 | 125 132 146 147 150 151 154 118 | 5.5 | | | |

表 14 B 区现有交巡警平台的管辖范围及工作量

B区最长出警时间为 4.47 分钟,平台工作量的变异系数为 0.1743。同理可求得其余各区的管辖范围及工作量。

(2) C 区的情况

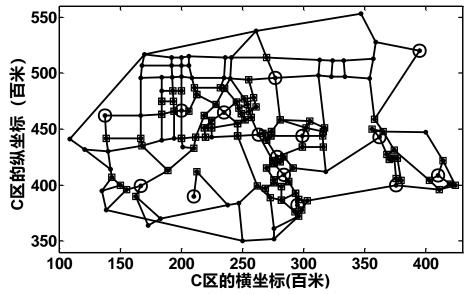


图 5 C 区现有交巡警平台设置示意图

表 15 C 区现有交巡警平台的管辖范围及工作量

| 平台 | 管辖的节点 | 工作量 |
|-----|-------------------------------------|------|
| C1 | 262 263 264 265 260 261 243 244 | 7.7 |
| C2 | 248 249 250 251 252 255 258 | 9.3 |
| C3 | 189 190 191 192 246 253 315 316 | 7.3 |
| C4 | 254 286 287 289 290 259 247 | 6.8 |
| C5 | 222 223 224 225 226 273 276 277 283 | 8.0 |
| C6 | 215 216 230 231 240 241 242 288 | 9.6 |
| C7 | 217 218 227 228 229 311 312 | 8.1 |
| C8 | 232 233 234 235 236 237 238 239 245 | 9.0 |
| C9 | 211 212 213 214 219 220 221 | 7.5 |
| C10 | 183 193 194 195 196 197 198 199 | 8.8 |
| C11 | 184 185 186 187 188 303 304 295 296 | 10.0 |
| C12 | 200 201 202 305 306 307 291 292 | 9.7 |
| C13 | 203 204 205 206 207 208 209 210 284 | 9.6 |
| C14 | 274 275 278 279 280 281 282 285 | 9.8 |
| C15 | 268 269 270 297 298 299 300 301 302 | 9.3 |
| C16 | 266 267 317 318 319 308 309 310 | 10.6 |
| C17 | 256 257 271 272 293 294 313 314 | 9.3 |

C区最长出警时间为 6.86 分钟,平台工作量的变异系数为 0.1725。

(3) D区的情况

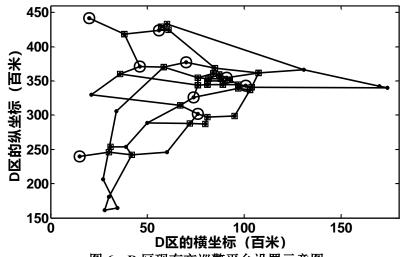


图 6 D 区现有交巡警平台设置示意图

表 16 D 区现有交巡警平台的管辖范围及工作量

| 平台 | 管辖的节点 | | | | | |
|----|---------------------|-----|--|--|--|--|
| D1 | 347 348 349 350 370 | 6.5 | | | | |
| D2 | 351 352 353 354 355 | 3.8 | | | | |
| D3 | 367 359 360 368 369 | 6.2 | | | | |
| D4 | 344 345 361 362 334 | 5 | | | | |
| D5 | 363 364 365 366 | 6.8 | | | | |
| D6 | 371 356 357 358 | 3.9 | | | | |
| D7 | 343 346 335 336 339 | 4.5 | | | | |
| D8 | 337 338 340 341 342 | 6.2 | | | | |
| D9 | 329 330 331 332 333 | 4.3 | | | | |

D区最长出警时间为16.06分钟,平台工作量的变异系数为0.2070。

(4) E区的情况

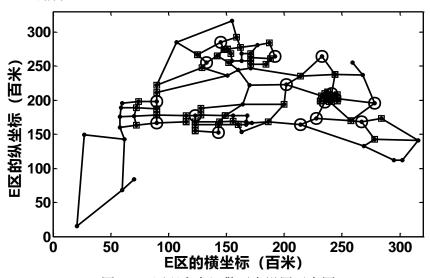


图 7 E 区现有交巡警平台设置示意图

表 17 E 区现有交巡警平台的管辖范围及工作量

| 平台 | 管辖的节点 | 工作量 |
|-----|-----------------------------|-----|
| E1 | 409 410 411 412 413 414 | 4.5 |
| E2 | 437 438 456 415 457 | 4.1 |
| E3 | 427 432 433 434 435 436 | 5.0 |
| E4 | 424 425 426 428 429 430 | 4.9 |
| E5 | 393 394 395 396 431 | 4.4 |
| E6 | 416 462 463 464 469 470 | 7.5 |
| E7 | 458 459 451 473 474 | 6.2 |
| E8 | 417 418 419 420 421 422 423 | 8.7 |
| E9 | 387 388 389 390 391 392 | 6.0 |
| E10 | 397 398 399 400 405 406 | 5.1 |
| E11 | 401 402 403 404 407 408 | 6.2 |
| E12 | 452 453 454 455 460 461 | 7.1 |
| E13 | 465 466 467 468 471 472 | 6.5 |
| E14 | 445 446 448 449 450 | 4.8 |
| E15 | 439 440 441 442 443 444 447 | 5.8 |

E区最长出警时间为19.10分钟,平台工作量的变异系数为0.1979。

(5) F 区情况

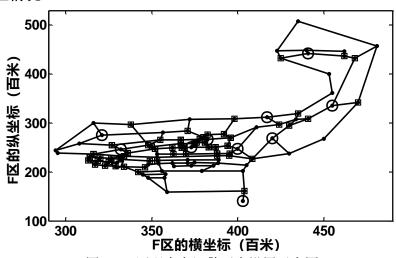


图 8 F 区现有交巡警平台设置示意图

表 18 F 区现有交巡警平台的管辖范围及工作量

| 平台 | 管辖的节点 | | | | | |
|-----|---|-----|--|--|--|--|
| F1 | 550 551 555 556 557 558 559 561 | 4.5 | | | | |
| F2 | 532 533 534 535 543 544 545 546 | 6.1 | | | | |
| F3 | 492 493 494 495 496 497 498 499 500 501 | 4.0 | | | | |
| F4 | 512 513 514 515 524 525 526 527 528 | 4.9 | | | | |
| F5 | 573 575 576 577 578 579 580 581 582 | 4.4 | | | | |
| F6 | 562 566 567 568 569 574 502 503 | 4.5 | | | | |
| F7 | 486 490 491 531 548 549 547 552 553 554 | 6.2 | | | | |
| F8 | 487 488 489 560 538 539 542 537 | 6.7 | | | | |
| F9 | 510 511 507 508 509 516 517 536 | 7.0 | | | | |
| F10 | 540 541 570 504 505 506 563 564 565 | 5.1 | | | | |
| F11 | 571 572 518 519 520 521 522 523 529 530 | 8.2 | | | | |

F区最长出警时间为8.48分钟,平台工作量的变异系数为0.1883。

(6) 全市六个区的汇总情况

表 19 全市现有交巡警平台的相关数据

| 主城六区 | 节点数 | 平台数 | 平均 工作量 | 工作量 变异系数 | 最长出警 时间(min) |
|---------------|-----|-----|-----------|-------------|-----------------|
| A区 | 92 | 20 | 6.23 | 0.1830 | 5.70 |
| $B \boxtimes$ | 73 | 8 | 6.36 | 0.1743 | 4.47 |
| $C \boxtimes$ | 154 | 17 | 8.85 | 0.1725 | 6.86 |
| $D \boxtimes$ | 52 | 9 | 5.24 | 0.2070 | 16.06 |
| $E \boxtimes$ | 103 | 15 | 5.79 | 0.1979 | 19.10 |
| F区 | 108 | 11 | 5.60 | 0.1883 | 8.48 |

设置交巡警服务平台的原则为: 1)交巡警服务平台的工作量尽量平衡; 2)最长出警时间尽量最短。根据以上原则,结合表 19 中的数据,我们对全市(A,B,C,D,E,F)现有的交巡警服务平台设置方案的合理性进行分析。

- ① 主城各区工作量的变异系数都较小,即各交巡警平台的工作量均衡,比较合理;
- ② 主城各区的最长出警时间都较大,尤其是 D 区和 E 区,远远超过了规定的出警时间 3min,不合理,因此各区的交巡警服务平台都有待调整。造成这一结果的原因主要是部分节点与最近平台间的距离超过 3km。

(7) 全市各区交巡警平台的调整方案

针对全市各区交巡警平台的出警时间过长这一问题,我们选择的优化方式是在不改变原有交巡警平台的基础上,增加尽量少的平台,使最长出警时间小于3min。

利用问题一中 A 区增加平台的方法,寻找 B、C、D、E、F 各区新增平台的个数及位置,结果见表 20 (程序见附录 11)。

表 20 各区新增平台的位置

| 分区 | 距离最近的 | 平台超过3 | Bkm 的节点 | (节点编号 | }) | | 新增平台位 | 2置(节点 | [編号] |
|----|-------------------------------------|---|--|--|---------------------------------------|-----------------|--|----------------------------|----------------------------|
| A | 28 29 38 | 39 61 | 92 | | | | 28 39 6 | 1 92 | |
| В | 122 123 | 124 151 | 152 153 | | | | 123 152 | | |
| С | 210 215 2 259 261 2 299 300 3 | 200 201 238 239 262 263 301 302 319 | 202 203 240 247 264 268 303 304 | 205 206 248 251 269 285 312 313 | 207 200 252 25 286 28 314 31 | 3 257 37 288 | 166 167 171 174 178 179 201 203 | 175 17 | 59 170 76 177 83 199 |
| D | 329 330 3 371 | 331 332 | 336 337 | 339 344 | 362 369 | 9 370 | 320 322 328 329 | 324 32 | 25 326 |
| Е | 411 412 4 | 389 390 413 415 451 452 | 391 392 417 418 455 458 | 393 395 419 420 459 464 | 438 439 | 9 443 | 372 373 379 380 384 385 390 393 | 374 37 381 38 386 38 | |
| F | 515 516 5 | 505 506 517 518 540 541 | 507 508 519 522 559 560 | 509 510 523 524 561 566 | 525 52 | 6 527 | 475 477 482 483 490 505 | 478 47 484 48 | 79 480 85 486 |

增加平台后,各区交巡警平台的最长出警时间与不增加平台时的对比见表 21。

| TO BE TO SHIP | ベニーHMTIEKKUEFTNINK (中区: カリ) | | | | | | |
|---------------|------------------------------------|-------|--|--|--|--|--|
| 主城六区 | 不增加平台时 | 增加平台后 | | | | | |
| AΣ | 5.70 | 2.71 | | | | | |
| $B \boxtimes$ | 4.47 | 2.91 | | | | | |
| $C \boxtimes$ | 6.86 | 2.99 | | | | | |
| $D \boxtimes$ | 16.06 | 2.91 | | | | | |
| E区 | 19.10 | 2.97 | | | | | |
| F区 | 8.48 | 2.95 | | | | | |

表 21 增加平台前后各区最长出警时间的比较(单位:分钟)

由表 21 可知,新增平台后,主城六区的最长出警时间与不增加平台时(表 19)相比,明显缩短,全部控制住 3min 中之内,因此更合理。

5. 2. 2 最佳围堵方案

(1) 模型的建立

要寻找最佳的围堵方案,我们要在有 100%的把握抓住嫌疑犯的前提下(要围堵住可能的最远路线),以最快抓捕嫌疑犯为目标,表述为:

$$\min U = \max \left(\frac{L(i, 32)}{V} \right) \tag{18}$$

其中,L(i,32)表示从事发地(第 32 节点)到落网地点(节点i)的距离,U表示嫌疑犯从逃跑到落网的时间,根据假设 8,嫌疑犯的逃跑速度为V。

约束条件为:

1、由于部分节点是否被封堵,对抓捕嫌疑犯无意义,因此,不一定每个节点都被 封堵,即:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \le 1, i = 1, 2, \dots, m$$
 (19)

$$x_{ij} = \begin{cases} 0, \ \hat{\mathbf{x}}i$$
个节点不被第 j 个平台的警力封锁 $1, \ \hat{\mathbf{x}}i$ 个节点被第 j 个平台的警力封锁 $(i=1,2,\cdots,m\;;\;j=1,2,\cdots,n)$ (20)

2、不一定每个平台都出警,即:

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \le 1, j = 1, 2, \dots, n \tag{21}$$

3、嫌疑犯到达节点i的时间减 3min 比交巡警从平台j到节点i的时间长,表示节点i能成功的被平台j封堵,即:

$$\frac{L(i,j)}{V} \le \frac{L(i,32)}{V} - 3 \tag{22}$$

其中,L(i,j)表示平台j到节点i的距离。

4、为描述嫌疑犯被封堵在一定的区域内,定义节点i被封堵表示为L'(Q,i) = inf,即其他任意节点与节点i不相通,距离表示为inf。若 Q_1 表示被封堵区域以外所有节点的集合, Q_2 表示被封堵区域内所有节点的集合,则:

$$L'(Q_1, Q_2) = inf (23)$$

综上,模型为:

$$\min U = \max\left(\frac{L(i, 32)}{V}\right)$$

$$s.t. \begin{cases} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} \leq 1, i = 1, 2, \dots, m \\ \sum_{i=1}^{m} x_{ij} \leq 1, j = 1, 2, \dots, n \\ \frac{L(i, j)}{V} \leq \frac{L(i, 32)}{V} - 3 \\ L'(Q_{1}, Q_{2}) = \inf \\ x_{ij} \in \{0, 1\} \end{cases}$$

$$(24)$$

(2) 模型的求解

将 A 区的相关数据代入模型 (24), 可得 A 区的封堵方案, 见表 22。

出发的平台 被封锁的节点 出发的平台 被封锁的节点 **A**1 63 A15 29 A2 3 A16 16 A3 55 40 A17 A4 4 41 A18 A10 10 A19 62

表 22 A 区的封堵方案

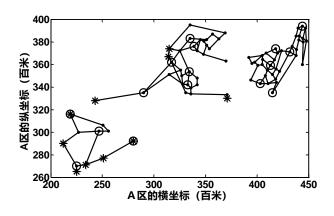
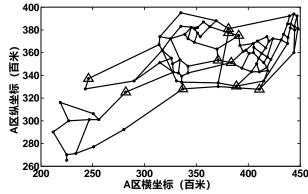


图 9 A 区围堵效果示意图



注: 图中用三角形标记的节点表示被封锁的节点。

图 10 A 区被封锁节点的示意图

图 9 的中间部分是逃犯可能到达的区域,其中包括 A 区的四个出口,即出口 8、10、11、12,对应的节点编号分别为 28、30、38、48。从 30、48 节点处可以逃往 C 区,从 28 节点处可以逃往 D 区,从 38 节点处可以逃往 F 区。

逃往 C 区时, 逃犯逃往 C 区入口 (节点 237、235), 需要花费的时间分别为 1.87+1.72=3.59 分钟和 1.69+2.43=4.12 分钟。而距离最近的 C8 平台封锁节点 237、235 所需的时间分别为 1.13 和 0.53 分钟。因此逃犯可以从 237 节点处进入 C 区。

逃往 D 区时, 从节点 28 可到达 D 区入口 371。若 D 区派 D1 平台(节点 320) 封锁节点 371, 其封锁时间为 7.36 分钟, 而逃犯从 P 点逃往节点 371 需要花费时间 7.00+8.89=15.89 分钟, 因此若逃犯逃往 D 区的 371 节点,则会被成功围堵。

逃往 F 区时,从节点 38 可到达 F 区入口 561。若 F 区派 F1 平台(节点 475)封锁节点 561,其封锁时间为 4.35 分钟,而逃犯从 P 点逃往节点 561 需要花费 6.49+2.30=8.79 分钟,因此若逃犯逃往 F 区的 561 节点,就会被成功围堵。

综上,我们还需进一步讨论 C 区的围堵方案。将 C 区的相关数据代入模型(24),可得 C 区的封堵方案,见表 23。

| | 农25 С区的到4万朵 | | | | | | | |
|---|-------------|--------|-------|--------|--|--|--|--|
| | 出发的平台 | 被封锁的节点 | 出发的平台 | 被封锁的节点 | | | | |
| | C2 | 248 | C6 | 245 | | | | |
| | C3 | 168 | C7 | 231 | | | | |
| _ | C4 | 240 | C8 | 246 | | | | |

表 23 C区的封堵方案

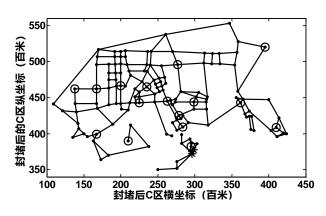
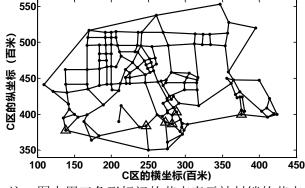


图 11 C 区围堵效果示意图



注: 图中用三角形标记的节点表示被封锁的节点

图 12 A 区被封锁节点的示意图

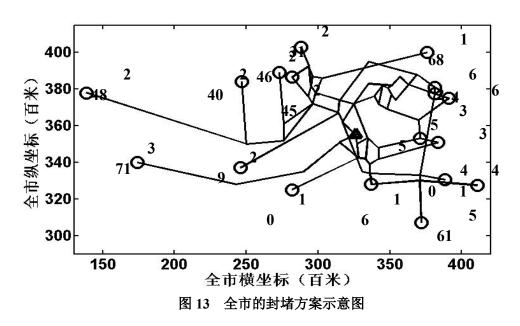
综上,全市各区的围堵方案见表 24。

表 24 全市各区的围堵方案

| 调度平台 | 封锁节 点 | 逃跑时间 (min) | 封锁时间 (min) | 调度平台 | 封堵节点 | 逃跑时间 (min) | 封锁时间 (min) |
|------|----------|---------------|---------------|------|------|---------------|---------------|
| A1 | 63 | 8.63 | 3.50 | A19 | 62 | 9.13 | 5.03 |
| A2 | 3 | 6.48 | 2.11 | C2 | 248 | 20.52 | 3.67 |
| A3 | 55 | 5.21 | 1.27 | C3 | 168 | 12.59 | 0 |
| A4 | 4 | 8.80 | 0.00 | C4 | 240 | 10.15 | 6.94 |
| A10 | 10 | 6.19 | 0.00 | C6 | 245 | 5.61 | 2.57 |
| A15 | 29 | 9.16 | 5.70 | C7 | 231 | 6.96 | 2.78 |
| A16 | 16 | 3.30 | 0.00 | C8 | 246 | 6.54 | 3.08 |
| A17 | 40 | 7.96 | 2.69 | D1 | 371 | 15.89 | 7.36 |
| A18 | 41 | 10.50 | 5.54 | F1 | 561 | 8.79 | 4.35 |

完成以上所有节点的封锁后,即可成功围堵嫌疑犯。完成全区域封锁的时间为7.36分钟,嫌疑犯最快会在20.52分钟内落网。

全市的封堵方案见图 13。



六、 模型的评价及推广

6.1 模型的优点

- 1) 模型统一,通用性强 平台的调度方案使用统一模型,仅需代入相应数据即可求解。
- 2) 优化合理,结果可靠

本文建立的 0-1 规划模型能与实际紧密联系,结合实际情况对问题进行求解,能得到全局最优解,结果可靠。

3) 模型简单易懂,方法灵活,具有较强的推广性。

6.2 模型的不足

程序运行时间较长。由于是非线性的 0-1 规划,对计算机要求比较高,需要提高计算机配置才能快速求解。

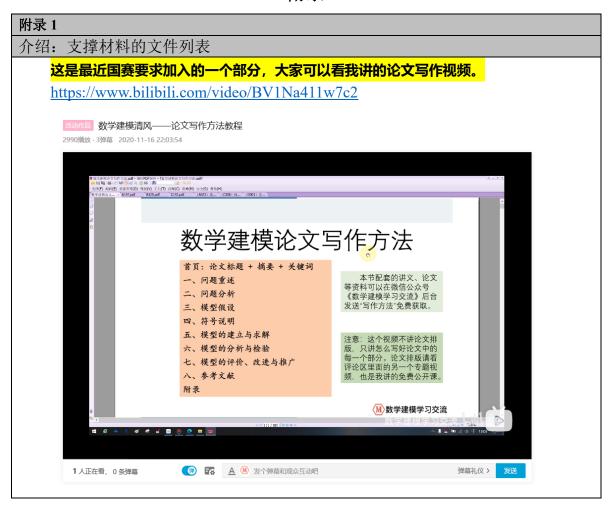
6.3 模型的推广

本文中的 0-1 规划模型由于方法灵活,且便于用计算机求解,目前已成功应用于求解生产进度问题、旅行推销员问题、工厂选址问题、背包问题及分配问题等,有较强的推广性。

七、参考文献

- [1] 管丽萍, 尹湘源.交通事件管理系统研究现状综述[J],2009, 29 (003): 255-261.
- [2] 朱茵, 王军利, 周彤梅. 智能交通系统导论[M]. 中国人民公安大学出版社,2007.
- [3] 叶奇明, 石世光.Floyd 算法的演示模型研究[J],2008, 26 (001): 47-50.
- [4] 马莉. MATLAB 数学实验与建模[M]. 清华大学出版社,2010.
- [5] 姜启源. 数学模型(第三版)[M]. 高等教育出版社,2003.
- [6] 谢金星, 薛毅. 优化建模与 LINDO/LINGO 软件[M]. 清华大学出版社,2011.
- [7] 张锦, 王坤.流线网络优化的变分不等式模型与算法[J],2011,46 (003):481-487.

附录



```
附录 2
介绍: 使用 floyd 算法求解 A 区所有 92 个点之间的最短距离的 Matlab 代码
function [D,path]=floyd(K)
A=load('C:\Documents and Settings\Administrator\桌面\1.txt');
B=load('C:\Documents and Settings\Administrator\桌面\2.txt');
K=\inf(92,92);
for i=1:length(B)
a(i)=line([A(B(i,1),1),A(B(i,2),1)],[A(B(i,1),2),A(B(i,2),2)]);
hold on
    K(B(i,1),B(i,2))=sqrt((A(B(i,1),1)-A(B(i,2),1))^2+(A(B(i,1),2)-A(B(i,2),2))^2);
    K(B(i,2),B(i,1))=K(B(i,1),B(i,2));
end
for i=1:92
    K(i,i)=0;
end
n=size(K,1);
D=K;path=zeros(n,n);
for i=1:n
    for j=1:n
         \inf D(i,j) \sim = \inf
             path(i,j)=j;
```

```
\begin{array}{c} \text{end} \\ \text{end} \\ \text{for k=1:n} \\ \text{for i=1:n} \\ \text{for j=1:n} \\ \text{if } D(i,k) + D(k,j) < D(i,j) \\ D(i,j) = D(i,k) + D(k,j); \\ \text{path}(i,j) = \text{path}(i,k); \\ \text{end} \\ \text{end} \\ \text{end} \\ \text{end} \\ \end{array}
```

附录 3

介绍: 使用 Matlab 绘制 A 区的交通网络图的代码

```
clear all
clc
A=load('C:\Documents and Settings\Administrator\桌面\1.txt');%坐标的数据
B=load('C:\Documents and Settings\Administrator\桌面\2.txt');%公路的数据
plot(A(:,1),A(:,2),'.');hold on
K=\inf(92,92);
for i=1:length(B) %两点见距离
    a(i)=line([A(B(i,1),1),A(B(i,2),1)],[A(B(i,1),2),A(B(i,2),2)]);hold\ on
    K(B(i,1),B(i,2))=sqrt((A(B(i,1),1)-A(B(i,2),1))^2+(A(B(i,1),2)-A(B(i,2),2))^2);
    K(B(i,2),B(i,1))=K(B(i,1),B(i,2));
end
for i=1:92
    K(i,i)=0;
end
for i=1:20 %平台的位置
    plot(A(i,1),A(i,2),'o');
end
C=[12 14 16 21 22 23 24 28 29 30 38 48 62]; %A 区出口位置
for i=1:length(C)
    plot(A(C(i),1),A(C(i),2),^{!*!})
end
```

附录 4

介绍:

一样的方法,这里就省略了