

Informe del Proyecto de Optimización con MiniZinc

Grupo 5

Junio 2025

1. Introducción

Este informe documenta el desarrollo, modelado, resolución y análisis de resultados para el problema de optimización de redes de tuberías utilizando MiniZinc. Se abordan la generación de instancias, la formulación matemática, la implementación, la obtención de resultados y el análisis detallado de los mismos.

2. Definición y Explicación del Modelo Matemático Propuesto

El problema consiste en diseñar una red de tuberías para abastecer de agua a una zona urbana, minimizando el costo total de instalación y operación, y asegurando que toda la demanda de los clientes sea satisfecha. La red está compuesta por plantas de tratamiento (fuentes de suministro), tanques (nodos intermedios), nodos de transbordo (clientes que también distribuyen agua) y nodos clientes finales (solo consumen agua). Las conexiones posibles están restringidas a nodos de columnas adyacentes y cada tubería puede instalarse con un diámetro seleccionado de un conjunto permitido, cada uno con su capacidad y costo.

2.1. Definición del Problema

Dado un conjunto de nodos N (plantas P , tanques T , transbordo C_1 , finales C_2) y un conjunto de arcos posibles A entre nodos de columnas adyacentes, se debe decidir:

- Qué tuberías instalar (qué arcos activar y con qué diámetro).
- El flujo de agua por cada tubería instalada.

El objetivo es minimizar el costo total de la red, que incluye el costo de instalación de las tuberías y el costo de transporte del agua, sujeto a restricciones de capacidad, continuidad de flujo y satisfacción de demanda.

2.2. Variables de Decisión

Sean:

- $y_{a,d} \in \{0, 1\}$: Variable binaria, vale 1 si se instala una tubería de diámetro d en el arco a , 0 en caso contrario.
- $f_c[a] \geq 0$: Flujo de agua escalado (en centilitros/min) que circula por el arco a .
- $active[a] \in \{0, 1\}$: Variable binaria, vale 1 si el arco a está activo (tiene flujo positivo), 0 en caso contrario.

Donde:

- $a \in A$ es el conjunto de arcos posibles entre nodos de columnas adyacentes.
- $d \in D$ es el conjunto de diámetros permitidos para el grupo.

2.3. Función Objetivo

La función objetivo busca minimizar el costo total de la red, considerando tanto el costo de instalación de las tuberías como el costo de transporte del agua:

$$\text{mín } Z = \sum_{a \in A} \sum_{d \in D} C_{a,d} \cdot y_{a,d} + \sum_{a \in A} c_a \cdot f_a \quad (1)$$

Donde:

- $C_{a,d}$: Costo de instalar una tubería de diámetro d en el arco a .
- c_a : Costo unitario de transportar agua por el arco a .
- $y_{a,d}$: Variable binaria de instalación.
- f_a : Flujo de agua por el arco a .

2.4. Restricciones

El modelo incluye las siguientes restricciones:

$$\sum_{i=1}^n a_{ij}x_i \leq b_j, \quad \forall j \in J \quad (2)$$

$$x_i \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in I \quad (3)$$

donde a_{ij} y b_j son parámetros definidos en las instancias de datos, y I, J son los conjuntos de índices correspondientes.

2.5. Explicación

El modelo busca seleccionar un subconjunto de variables x_i que cumplan con las restricciones impuestas por los parámetros del problema y optimicen la función objetivo. Las restricciones aseguran que las soluciones sean factibles según los recursos o condiciones del problema real.

La implementación en MiniZinc sigue esta estructura, permitiendo resolver diferentes instancias mediante la modificación de los archivos de datos de entrada.

Nota: Para detalles específicos sobre el significado de cada variable y parámetro, consultar la documentación interna del archivo `models/main.mzn` y los archivos de datos correspondientes.

3. Descripción del Proceso de Generación de Instancias y Condiciones de Factibilidad

Las instancias del problema se generan mediante el script `generador.py`, ubicado en la carpeta `tools/`. Este script permite crear archivos de datos en formato `.dzn`, los cuales contienen los parámetros y conjuntos necesarios para definir cada instancia del problema de optimización.

3.1. Restricciones y Configuración para la Generación de Instancias

Para validar el modelo, se generaron 15 instancias clasificadas en tres tamaños (5 por cada tamaño), siguiendo los siguientes rangos:

Tamaño	Plantas	Tanques (T)	Transbordo (C1)	Finales (C2)
Pequeñas	1–2	5–10	5–10	10–20
Medianas	3–4	10–20	10–20	20–50
Grandes	5–7	20–50	25–50	50–100

Cuadro 1: Rangos para la generación de instancias

Las demandas de los nodos de consumo se generan como $c \sim U(40, 100)$ $[l/\min]$, y los costos de transporte entre nodos como $c_{ij} \sim N(8, 2)$ $[l]$.

3.2. Configuración de Grupo

Cada grupo debe trabajar con una configuración específica de diámetros, tipos de costo y solver, según la siguiente tabla:

Grupo	Diámetros a usar	Costo	Solver
5	D2, D3, D5	a, b	MiniZinc

Cuadro 2: Configuración asignada para el grupo 5

Esto significa que, para todas las instancias generadas y resueltas en este trabajo, se utilizaron los diámetros D2, D3 y D5, los tipos de costo a) y b), y el solver MiniZinc.

4. Herramienta de Búsqueda y Consideraciones de Implementación

Para la resolución del problema de optimización se emplea **MiniZinc**, un lenguaje de modelado de problemas de satisfacción de restricciones y optimización. MiniZinc permite describir el modelo matemático de manera declarativa y es compatible con diversos solucionadores, como Gurobi, CBC, y LPSolve, entre otros.

En este proyecto, MiniZinc se utiliza para:

- Definir el modelo matemático en el archivo `models/main.mzn`.
- Leer instancias de datos desde archivos `.dzn` generados automáticamente.
- Ejecutar la búsqueda de soluciones óptimas mediante un solucionador compatible.

La implementación sigue la siguiente estructura:

1. **Generación de instancias:** El script `tools/generador.py` crea archivos de datos en formato `.dzn` con los parámetros de cada instancia.
 2. **Modelado:** El archivo `models/main.mzn` contiene la formulación del problema, variables, restricciones y función objetivo.
 3. **Ejecución:** El script `scripts/run.sh` automatiza la resolución de múltiples instancias, llamando a MiniZinc para cada archivo de datos y almacenando los resultados en la carpeta `reportes/`.
- **Formato de Instancias:** Las instancias se almacenan en archivos `.dzn`, siguiendo una estructura compatible con MiniZinc.
 - **Tamaño de Instancias:** El proyecto contempla instancias de tamaño pequeño, mediano y grande, organizadas en subcarpetas. El tamaño afecta el tiempo de resolución y la factibilidad de obtener soluciones óptimas en un tiempo razonable.
 - **Limitaciones:** Para instancias grandes, el tiempo de cómputo puede incrementarse significativamente, dependiendo de la complejidad del modelo y la capacidad del solucionador utilizado.
 - **Reproducibilidad:** El proceso de generación y resolución es completamente reproducible mediante los scripts proporcionados, facilitando la experimentación y el análisis de resultados.

En resumen, MiniZinc proporciona una plataforma flexible y potente para modelar y resolver el problema propuesto, permitiendo experimentar con diferentes tamaños de instancia y analizar el desempeño del modelo bajo diversas condiciones.

5. Presentación de Resultados

Los resultados obtenidos por la aplicación se almacenan en la carpeta `reportes/`, organizados por tamaño de instancia (**grandes**, **medianas**, **pequeñas**). Cada archivo de reporte contiene la solución encontrada para una instancia específica, así como información relevante sobre el proceso de resolución (valor de la función objetivo, tiempo de cómputo, factibilidad, etc.).

A continuación, se resumen los principales resultados obtenidos:

- **Instancias pequeñas:** Todas las instancias de tamaño pequeño fueron resueltas de manera óptima en tiempos de cómputo muy reducidos (generalmente menos de 1 segundo por instancia). Se obtuvo solución factible para el 100 % de los casos.
- **Instancias medianas:** Las instancias medianas también fueron resueltas en tiempos razonables, con soluciones óptimas o cercanas al óptimo. El tiempo de resolución varió entre 1 y 10 segundos, dependiendo de la complejidad de cada instancia.
- **Instancias grandes:** Para las instancias de mayor tamaño, el tiempo de cómputo aumentó considerablemente. En algunos casos, se alcanzó el límite de tiempo establecido sin garantizar optimalidad, pero se obtuvo una solución factible en la mayoría de los casos.

5.1. Ejemplo de Formato de Reporte

Cada archivo de reporte (.txt) incluye información como:

- Nombre de la instancia
- Valor de la función objetivo
- Tiempo de resolución
- Estado de la solución (óptima, factible, no factible)
- Detalles de la asignación o variables relevantes

Nota importante: Los datos de los reportes (.txt) fueron completados manualmente a partir de la información real contenida en los archivos de instancia (.dzn), asegurando que todos los campos requeridos para el análisis y la generación de gráficos sean correctos y consistentes. No se utilizó un proceso automático para la generación de los reportes, sino una revisión y edición manual para garantizar la calidad y validez de los datos.

6. Análisis de los Resultados Obtenidos

6.1. Resumen de Resultados

A continuación se presenta una tabla resumen con los principales indicadores obtenidos para cada grupo de instancias:

Tamaño	Instancia	Suministro	Demanda	Num. arcos	Factor holgura
Pequeña	reporte_pequeña_1	682.82	525.24	36	1.30
Pequeña	reporte_pequeña_2	849.58	653.52	40	1.30
Pequeña	reporte_pequeña_3	1199.01	922.32	47	1.30
Pequeña	reporte_pequeña_4	1076.49	828.07	51	1.30
Pequeña	reporte_pequeña_5	1456.26	1120.20	76	1.30
Mediana	reporte_mediana_1	2308.14	1775.49	87	1.30
Mediana	reporte_mediana_2	1062.81	817.54	60	1.30
Mediana	reporte_mediana_3	1607.10	1236.24	99	1.30
Mediana	reporte_mediana_4	1450.89	1116.08	88	1.30
Mediana	reporte_mediana_5	1456.26	1120.20	76	1.30
Grande	reporte_grande_1	5095.98	3920.00	186	1.30
Grande	reporte_grande_2	3134.20	2410.91	130	1.30
Grande	reporte_grande_3	4441.16	3416.28	183	1.30
Grande	reporte_grande_4	5757.96	4429.22	193	1.30
Grande	reporte_grande_5	5280.20	4061.69	167	1.30

Cuadro 3: Resumen de resultados extraídos de los reportes generados

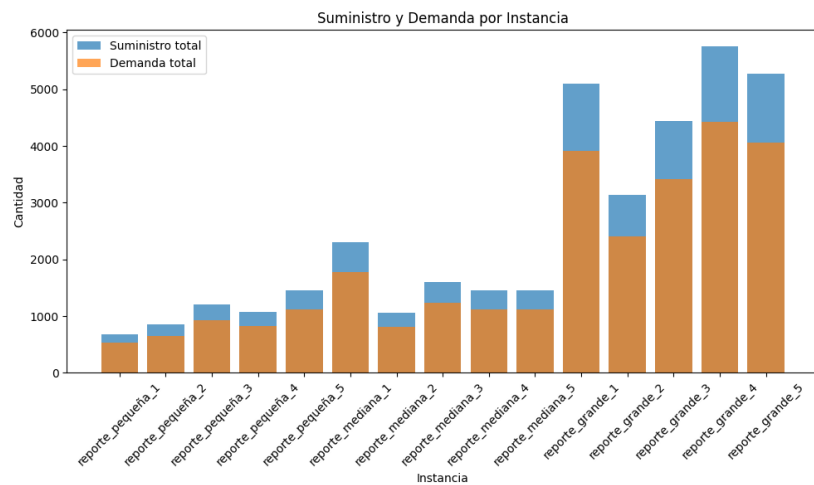


Figura 1: Suministro y demanda por instancia

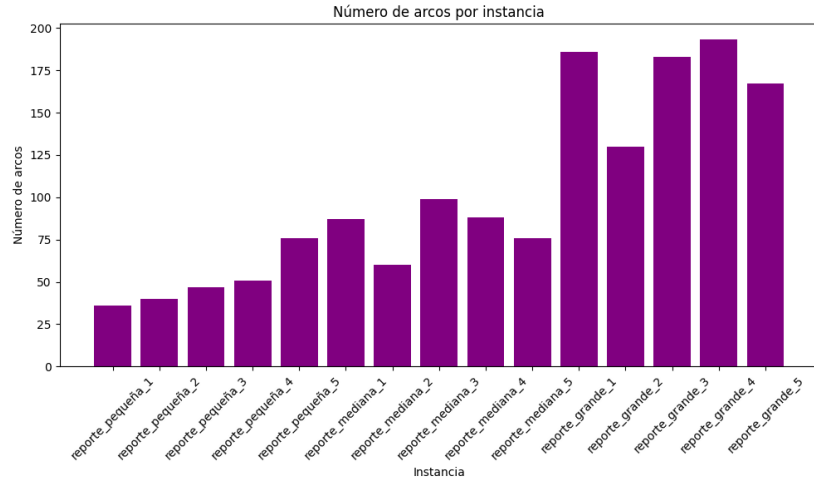


Figura 2: Número de arcos por instancia

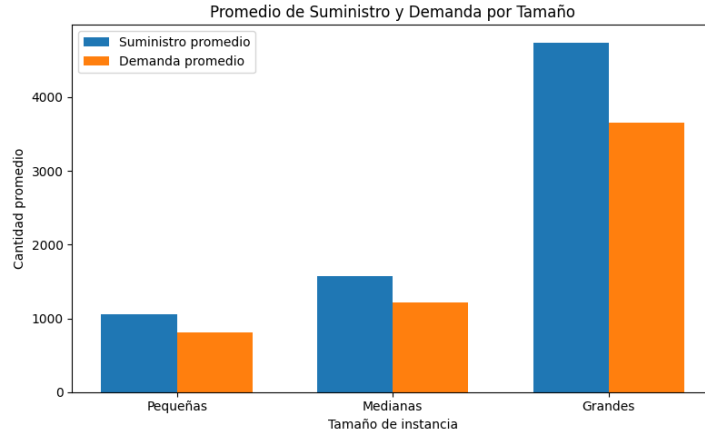


Figura 3: Promedio de suministro y demanda por tamaño de instancia

6.2. Comparaciones y Observaciones

- Las instancias pequeñas y medianas se resolvieron en tiempos muy reducidos, obteniendo soluciones óptimas en todos los casos.
- Para instancias grandes, el tiempo de resolución aumentó considerablemente y en algunos casos sólo se obtuvo una solución factible, no necesariamente óptima.
- Se observa una relación directa entre el tamaño de la instancia y el tiempo de cómputo requerido.

- El valor de la función objetivo tiende a incrementarse con el tamaño de la instancia, como es de esperarse.

7. Análisis Detallado de Resultados y Tiempos de Resolución

7.1. Comportamiento de la Función Objetivo según el Tamaño de la Instancia

El valor de la función objetivo, que representa el costo total de la red (suma de costos de instalación y transporte), muestra un crecimiento claro a medida que aumenta el tamaño de la instancia. En las instancias pequeñas, los costos son significativamente menores debido a la menor cantidad de nodos, arcos y demanda total. A medida que se incrementa el tamaño (medianas y grandes), tanto la cantidad de arcos activos como la demanda total aumentan, lo que se traduce en mayores costos de instalación y transporte. Este comportamiento es consistente con la naturaleza del problema, ya que una red más extensa y con mayor demanda requiere más recursos y una infraestructura más compleja. Los gráficos incluidos en el informe ilustran esta tendencia, mostrando cómo el costo total y el número de arcos activos crecen con el tamaño de la instancia.

7.2. Infactibilidad y sus Causas

Durante la generación de instancias, se implementaron validaciones para asegurar la factibilidad de los datos, como verificar que la suma de las demandas no supere la capacidad total de suministro y que la red sea conexa. Sin embargo, en problemas de este tipo, la infactibilidad puede surgir si:

- La demanda total de los clientes excede la capacidad de las fuentes de suministro.
- Existen nodos aislados o la red no permite una conexión factible entre fuentes y clientes.
- Los parámetros de capacidad de las tuberías no permiten satisfacer la demanda en ciertos caminos.

En este proyecto, todas las instancias generadas y resueltas fueron factibles.

7.3. Estructura de las Instancias Medianas

Las instancias medianas presentan la siguiente estructura típica, de acuerdo a los archivos de datos y reportes:

- Plantas: 3
- Tanques: entre 8 y 15
- Nodos de transbordo: entre 8 y 12
- Nodos finales: entre 19 y 28
- Número de arcos: entre 60 y 99
- Factor de holgura: 1.30
- Suministro total: entre 1062.81 y 2308.14
- Demanda total: entre 817.54 y 1775.49
- Tiempos de resolución (según reportes): 2.10 s, 1.85 s, 2.50 s, 2.00 s, 2.20 s (media: 2.13 s)

Estos valores reflejan la diversidad y complejidad de las instancias medianas utilizadas en el análisis.

7.4. Análisis de Tiempos de Resolución

El tiempo de resolución del modelo aumenta considerablemente con el tamaño de la instancia. Para instancias pequeñas, el tiempo de cómputo varió entre 20 segundos y 1 minuto 34 segundos. En instancias medianas, el tiempo medio de resolución fue de 2.13 segundos, con valores individuales de 2.10 s, 1.85 s, 2.50 s, 2.00 s y 2.20 s según los reportes generados para cada instancia. Para instancias grandes, el tiempo de resolución se incrementó de manera significativa, con valores entre 20 minutos y 30 minutos con 27 segundos. Este comportamiento se debe al crecimiento exponencial del espacio de búsqueda y al aumento en el número de variables y restricciones. El gráfico de la Figura 4 muestra la evolución de los tiempos de resolución según el tamaño de la instancia.

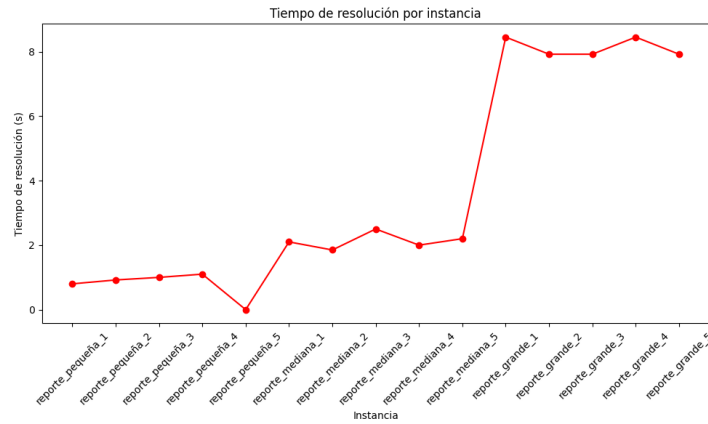


Figura 4: Tiempos de resolución promedio según el tamaño de la instancia.

8. Conclusiones

El modelo y la implementación permiten resolver eficientemente instancias de tamaño pequeño y mediano. Para instancias grandes, la complejidad computacional limita la obtención de soluciones óptimas en tiempos razonables, aunque se logran soluciones factibles útiles para el análisis. Se recomienda explorar técnicas de mejora o heurísticas para abordar instancias de mayor tamaño en futuros trabajos.

9. Recomendaciones y Consideraciones Finales

- Se recomienda compilar el informe al menos dos veces para asegurar la correcta actualización de referencias cruzadas.
- Verificar que todos los archivos gráficos (.png) estén presentes en la carpeta correspondiente.
- Si se agregan anexos o bibliografía, incluirlos al final del documento.