

INGA HJÄLPMEDEL. För att bli godkänd krävs minst 0.8 av 1.0 poäng på uppgift 1 samt minst 3.0 poäng på skrivningen totalt. Lösningarna ska vara försedda med ordentliga och tydliga motiveringar.

1. Till nedanstående 10 deluppgifter skall endast svar anges. (0.1 /styck)

- a) Skriv $\frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}{\frac{3}{2} - \frac{2}{5}}$ som ett rationellt tal med så liten positiv nämnare som möjligt. Svara på formen a/b där a och b är heltal.

Svar: _____

- b) Förenkla ${}^5\log 125$ så långt som möjligt. Logaritmuttryck får ej ingå i svaret.

Svar: _____

- c) Lös ekvationen $\ln(x + 14) - 2 \ln(x + 2) = 0$.

Svar: _____

- d) Lös ekvationen $3^{x+1} - 3^x = \frac{2}{3}\sqrt{3}$.

Svar: _____

- e) Kvadratkomplettera $x^2 + 6x$.

Svar: _____

- f) Ange värdet av $\sin 120^\circ$.

Svar: _____

- g) Ange alla lösningar mellan 0 och 360 grader till ekvationen $\sin \alpha = -\frac{1}{2}$.

Svar: _____

- h) Lös olikheten $\frac{x+3}{x} > 4$.

Svar: _____

- i) Lös ekvationen $\sqrt{2x^2 - 3x + 1} = x - 1$.

Svar: _____

- j) Faktorisera $x^3 + 4x^2 - 12x$ så långt som möjligt.

Svar: _____

Namn:	
Personnummer:	

V. g. vänd!

2. Låt funktionen f definieras av

$$f(x) = |2x - 1| - |x + 1|, \quad x \in \mathbb{R}.$$

a) Lös ekvationen $f(x) = 2$. Skissera även grafen $y = f(x)$. (0.8)

b) Bestäm de värden på konstanten a för vilka ekvationen $f(x) = a$ saknar lösning. (0.2)

3. a) Använd potenslagarna för att visa att $\ln(\frac{a}{b}) = \ln a - \ln b$, $a, b > 0$. (0.4)

b) Låt funktionen f definieras av

$$f(x) = 3 - \ln \frac{e}{x+1}, \quad x > -1.$$

Bestäm inversen f^{-1} till funktionen f . Ange även inversens definitions- och värdemängd. Skissera slutligen graferna $y = f(x)$ och $y = f^{-1}(x)$ i samma koordinatsystem. (0.6)

4. a) Bestäm koefficienten framför x^{15} -termen i uttrycket $(x^2 - \frac{1}{2x})^{12}$. (0.4)

b) Låt x vara ett reellt tal. Bestäm samtliga implikationer mellan följande påståenden:

$$\text{A: } |x - 1| < 3$$

$$\text{B: } x^2 < 16$$

$$\text{C: } x < 4$$

$$\text{D: } x^2 < 4x.$$

(0.6)

5. a) Skissera kurvan $4x^2 - 8x + y^2 + 4y + 4 = 0$. (0.5)

b) En fyrhörning har samtliga sina hörn på en cirkel med radie 3 cm. Två av fyrhörningens vinklar är 45° respektive 120° . Hur stora är övriga två vinklar? Bestäm längden av fyrhörningens två diagonaler. (0.5)

6. a) Förenkla uttrycket

$$\sin(2 \arccos(1/3))$$

så långt som möjligt. (0.5)

b) Bestäm värdemängden till funktionen

$$f(x) = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + \cos x, \quad x \in \mathbb{R}. \quad (0.5)$$

LYCKA TILL!