

INGA HJÄLPMEDEL. Lösningarna ska vara försedda med ordentliga motiveringar.
Lämna tydliga svar om så är möjligt.

1. Beräkna dubbelintegralen

$$\iint_D (x + y) \, dx \, dy,$$

där D är det begränsade område som begränsas av kurvorna $xy = 1$, $y = x$, $x = 2$.

2. Låt

$$f(x, y) = x^2 - yx^2 + 2y^2$$

- a) Bestäm en ekvation för tangentplanet till f :s graf i punkten $(1, 2, 7)$. (0.2)
b) Bestäm en ekvation för tangenten i punkten $(1, 2)$ till kurvan $f(x, y) = 7$. (0.1)
c) Bestäm eventuella lokala extrempunkter till f . (0.7)

3. a) Beräkna kurvintegralen

$$\int_{\gamma} -y \, dx + x \, dy$$

där γ är det rätta linjestycket från $(0, -2)$ till $(1, 0)$. (0.3)

- b) Beräkna

$$\int_{\sigma} \frac{-y \, dx + x \, dy}{(x - y)^2}$$

där σ är den halvcirkel i halvplanet $x - y > 0$ som börjar i $(0, -2)$ och slutar i $(1, 0)$. (0.7)

4. Se separat papper, som ska lämnas in med de övriga lösningarna.

5. Beräkna volymen av den kompakta kropp som begränsas av ytan $z = x^2 + 2y^2$ och planet $2x + 8y - z = 0$.

6. Erik ska handla godis till sig själv och några kompisar. Han har att välja mellan geléhallon à 20 kr per hg, en lakritsblandning à 30 kr per hg och chokladpraliner à 10 kr per hg. Om han köper x hg geléhallon, y hg lakrits och z hg chokladpraliner har de tillsammans en njutningskänsla som kan beskrivas av funktionen (l.e. = lyckoenheter)

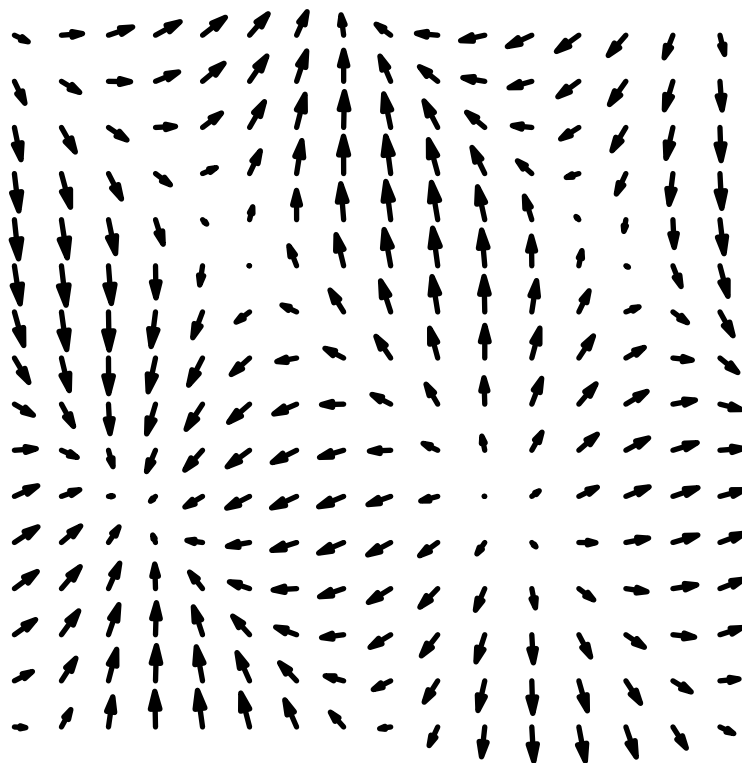
$$f(x, y, z) = 10(x + y + z) - x^2 - y^2 - z^2 \quad \text{l.e.}$$

- a) Hur mycket ska Erik köpa av varje godissort för att gruppen ska få maximal njutning? (0.2)
b) Om han köper för precis 160 kr, hur stor njutningskänsla kan de då uppnå? (0.4)
c) Om han bestämmer sig för att de tillsammans ska få njutningskänslan 47 l.e., hur billigt kan han då komma undan? (0.4)

Svara på uppgiften på detta papper och lämna in den med den övriga skrivningen. Glöm inte att motivera svaren! **Namn:**

Uppgift 4

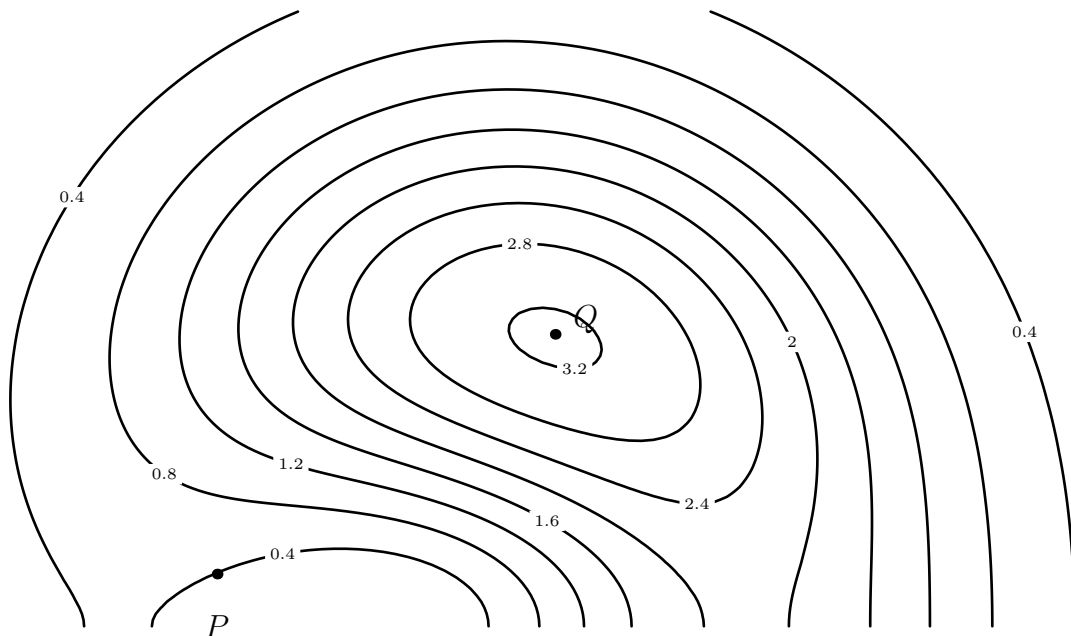
a) Figuren nedan föreställer gradientfältet för en funktion f av två variabler. Den innehåller ett antal stationära punkter till f . Märk (så gott det går) ut dessa och ange deras typ. (0.5)



Svar:

Var god vänd!

b) Figuren nedan föreställer en karta med nivåkurvor för ett berg som beskrivs av en funktionsgraf $z = f(x, y)$. Paul ska ta ut en klätterväg från punkten P till toppen i punkten Q som hela tiden ger maximal stigning. Rita i figuren ut den väg han kommer att välja (så gott det går). Motivera i ord hur och varför du valt den väg som är utritad. (0.5)



Motivering: