## LUNDS TEKNISKA HÖGSKOLA MATEMATIK

TENTAMENSSKRIVNING Tredimensionell vektoranalys 2012–01–12, klockan 14–16

INGA HJÄLPMEDEL. Lösningarna ska vara försedda med ordentliga motiveringar.

- 1. Låt 0 < a < 1. Betrakta kroppen som definieras av  $x^2 + y^2 + z^2 \le 4$ ,  $x \ge -a$ . Låt Y vara kroppens yta. Ytan Y består av en plan del och en icke plan del. Låt  $Y_1$  vara den plana ytan, och  $Y_2$  vara den icke plana ytan.
  - a) Beräkna flödet av vektorfältet  $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{r}/|\boldsymbol{r}|^3$  genom ytan Y. Ange vilken orientering du använder. (0.4)
  - **b)** Beräkna arean av ytan  $Y_2$ . (0.2)
  - c) Beräkna flödet av vektorfältet  $\boldsymbol{u}=\boldsymbol{r}/|\boldsymbol{r}|^3$  genom ytan  $Y_1$ . Ange vilken orientering du använder. (0.4)
- 2. Betrakta planet x + y + z = 1. Låt kurvan  $\gamma$  vara en enhetscirkel i planet med centrum i punkten  $\mathbf{p} = (a, b, c)$ , och orienterad så att  $(\mathbf{r} \mathbf{p}) \times \mathbf{r}'$  har samma riktning som (1, 1, 1). Låt  $\mathbf{u} = (y, x, yz)$ .
  - a) Formulera Stokes sats för  $\boldsymbol{u}$  och kurvan  $\gamma$  med tillhörande yta som du själv väljer. (0.3)
  - **b)** För vilka (a, b, c) blir  $\int_{\gamma} \boldsymbol{u} \cdot d\boldsymbol{r} = 0$ ? (0.3)
  - c) Beräkna  $\int_{\gamma} \boldsymbol{u} \cdot d\boldsymbol{r}$  för alla värden på (a, b, c). (0.4)

LYCKA TILL!