

**HJÄLPMEDEL:** Utdelat formelblad för System och transformer.

Lösningarna ska vara försedda med ordentliga motiveringar. Förenkla svaren så långt som möjligt.

1. Låt  $S$  vara ett linjärt, tidsinvariant och kausalt system med utsignalen  $y = S(w)$  definierad genom

$$y''(t) + 4y'(t) + 13y(t) = w'(t) + 2w(t).$$

Bestäm systemets överföringsfunktion, impulssvar och stegsvar.

2. Bestäm en distribution  $y(t)$  som uppfyller

$$y'''(t) = (t^{2015} - 1) \cdot \delta(t + 1) + 2e^{t^2+6t+9} \cdot \delta(t + 3)$$

med villkoren  $y'(0) = 4$ ,  $y(0) = 8$  och sådan att  $y(t)$  är begränsad då  $t \rightarrow -\infty$ .

3. Bestäm den allmänna lösningen till ekvationsystemet

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x - y + 2 \\ \frac{dy}{dt} = 4x - 2y + 1. \end{cases}$$

4. Låt  $A$  vara en diagonaliserbar kvadratisk matris med komplexa element.

a) När är båda systemen  $x(k+1) = Ax(k)$  och  $x(k+1) = iAx(k)$  av differensekvationer stabila **samtidigt**? Svara med villkor på egenvärdena till  $A$ . (0.3)

b) När är båda systemen  $\frac{d}{dt}x(t) = Ax(t)$  och  $\frac{d}{dt}x(t) = iAx(t)$  av differentialekvationer stabila **samtidigt**? Svara med villkor på egenvärdena till  $A$ . (0.3)

c) Låt  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ b & a \end{bmatrix}$  med  $a, b$  reellt. För vilka villkor på  $a$  och  $b$  är  $x(k+1) = Ax(k)$

stabilt och  $\frac{d}{dt}x(t) = Ax(t)$  stabilt? (0.4)

**5. a)** Bestäm en lösning  $y(t)$  till integralekvationen

$$\int_{-\infty}^{\infty} y(t-s) \cdot e^{-|s|} ds = t + e^{-t} \theta(t). \quad (0.6)$$

**b)** Kontrollera svaret genom att beräkna vänster led för ditt svar. (0.4)

**6.** Funktionen  $f(t)$  har Fouriertransformen  $\hat{f}(\omega) = \frac{i + \sqrt{3}\omega}{1 + |\omega| + |\omega|^3}$ .

**a)** Visa att  $\overline{f(t)} = -f(t)$ . (0.4)

**b)** Beräkna

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) dt \quad \text{och} \quad \int_{-\infty}^{\infty} f(t)^2 dt. \quad (0.6)$$

*Lycka till!*