

1. a) Eftersom $f(t) = \theta(t) - \theta(t-1)$ har vi $f'(t) = \delta(t) - \delta(t-1)$.

b) $t\theta(t) - (t-1)\theta(t-1)$.

c) $f(t) - f(t-1) = \theta(t) - 2\theta(t-1) + \theta(t-2)$.

2. a) Derivation och multiplikation med 2.

b) Se boken!

c) Se boken!

d) $a = 4$.

e) Se boken!

3. a) $\lambda_1 = 1, X_1 = \begin{bmatrix} t \\ t \end{bmatrix}, t \neq 0, \lambda_2 = -3, X_2 = \begin{bmatrix} -t \\ t \end{bmatrix}, t \neq 0$.

b) $\frac{1}{2} \begin{bmatrix} e^t + e^{-3t} & e^t - e^{-3t} \\ e^t - e^{-3t} & e^t + e^{-3t} \end{bmatrix}$.

c) $x_1 = \frac{1}{2}(5e^t - e^{-3t}), x_2 = \frac{1}{2}(5e^t + e^{-3t})$.

4. a) $A(\omega) = \frac{3}{\sqrt{3+\omega^2}}, \phi(\omega) = -\arctan \frac{\omega}{\sqrt{3}}$.

b) $H(s) = \frac{3}{s+\sqrt{3}}, h(t) = 3e^{-\sqrt{3}t}\theta(t)$.

c) $y_1(t) = \sqrt{\frac{3}{2}} \sin(\sqrt{3}t - \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{3}}{2}(\sin \sqrt{3}t - \cos \sqrt{3}t)$.

d) $y_2(t) = e^{-\sqrt{3}t}\theta(t) + \frac{\sqrt{3}}{2}(\sin \sqrt{3}t - \cos \sqrt{3}t)$.

5. a)

$$e^{At} = \frac{1}{11} \begin{bmatrix} 10 + e^{11t} & -1 + e^{11t} & -3 + 3e^{11t} \\ -1 + e^{11t} & 10 + e^{11t} & -3 + 3e^{11t} \\ -3 + 3e^{11t} & -3 + 3e^{11t} & 2 + 9e^{11t} \end{bmatrix}.$$

b) $\text{tr } A = 11, \det A = 0$.

c) Eftersom ett av egetvärdena är lika med 0 är matrisen icke positivt definit.

6. a) $H(s) = \frac{-s-2}{s+1}$.

b) $e^{-t}(-1 + \cos t - \sin t)\theta(t)$.