

*Hjälpmedel: utdelat formelblad. Lösningarna skall vara försedda med ordentliga motiveringar. Skriv fullständiga meningar och förklara dina beteckningar. Alla svar skall för-
enklas så långt som möjligt.*

1. Låt

$$f(t) = |2t - 4|.$$

Beräkna:

a) f' och f'' , (0.3)

b) en primitiv till $f(t)$, (0.3)

c) en kausal lösning till ekvationen $x' - 3x = f''(t)$. (0.4)

2. a) System i insignal-utsignalform kan ibland beskrivas som faltningar med en fix funktion. Under vilka villkor på systemet gäller detta och vad kallas den fixa funktionen? (0.2)

b) Vad menas med att ett system i insignal-utsignalform är stabilt? (0.2)

c) Förenkla uttrycket $(\theta(t) * t\theta(t))$. (0.2)

d) För vilken generaliserad funktion $g(t)$ gäller att $f(t) * g(t) = 3f'(t + 1)$? (0.2)

e) För vilka a och b är matrisen

$$\begin{bmatrix} a & 0 \\ b & -2 \end{bmatrix}$$

icke-diagonaliserbar? Motivera svaret. (0.2)

3. a) Beräkna samtliga egenvärden och egenvektorer till matrisen

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}.$$

(0.2)

b) Beräkna exponentialmatrisen $B(t) = e^{At}$. (0.3)

c) Är $B(t)$ positivt definit för alla t ? (0.2)

d) Lös begynnelsevärdesproblemet

$$\begin{cases} x_1' &= x_1 + 2x_2 \\ x_2' &= 2x_1 + 4x_2 \end{cases}, \quad x_1(0) = 3, x_2(0) = 2.$$

(0.3)

V.g. vänd!

4. Systemet \mathcal{S} är kausalt, linjärt och tidsinvariant. Om man sänder in signalen $w(t) = \sin 5t \theta(t)$ så kommer signalen $y(t) = \cos 5t \theta(t)$ ut.
- a) Bestäm systemets impulssvar och överföringsfunktion. (0.4)
- b) Är systemet stabilt? (0.2)
- c) Ange utsignalerna $y_1(t)$ och $y_2(t)$, om insignalerna är $w_1(t) = \cos 5t \theta(t)$ respektive $w_2(t) = \cos 5t$. (0.4)

5. Låt

$$K = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 & a \\ -2 & 7 & a+b & 0 \\ 0 & -9 & 28 & -4 \\ 0 & 0 & -4 & a+b+c \end{bmatrix}$$

vara en symmetrisk och icke-inverterbar matris.

- a) Bestäm a , b och c . (0.4)
- b) Skriv ner motsvarande kvadratiska form $f(x) = x^T K x$.
Är formen positivt definit? (0.2)
- c) Bestäm antalet egenvärden som är mindre än 2. (0.4)
6. Bestäm en funktion $g(t)$, som för $t > 0$ uppfyller ekvationen

$$\int_0^{5t} g(5t - \tau) d\tau = g(5t) - 5t.$$

LYCKA TILL!