

INGA HJÄLPMEDEL. Lösningarna ska vara försedda med ordentliga motiveringar. För att bli godkänd krävs minst 0.8 av 1.0 poäng på uppgift 1 samt minst 3.0 poäng på skrivningen totalt. Lämna tydliga svar om så är möjligt.

1. Till nedanstående 10 deluppgifter skall endast svar anges. Svaren ska vara förenklade så långt som möjligt. (0.1 /styck)

a) Faktoriserat polynomet  $x^2 - 5x + 6$ .

Svar: \_\_\_\_\_

b) Låt  $l$  vara linjen som går genom punkterna  $(0, -4)$  och  $(1, -5)$ .  
Ange en ekvation för  $l$  på formen  $y = kx + m$ .

Svar: \_\_\_\_\_

c) Lös ekvationen  $\sqrt{2x^2 - 11x + 16} = x - 2$ .

Svar: \_\_\_\_\_

d) Lös ekvationen  $e^{\frac{3}{2}}e^{\frac{5}{3}} = e^x$ .

Svar: \_\_\_\_\_

e) Lös olikheten  $\frac{x-4}{x+5} \geq 4$ .

Svar: \_\_\_\_\_

f) Förenkla  $\frac{\frac{y}{x} - \frac{x}{y}}{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}}$ .

Svar: \_\_\_\_\_

g) Lös ekvationen  $\ln(2x+3) - \ln(2x+2) = \ln 2$ .

Svar: \_\_\_\_\_

h) Ange alla vinklar  $\alpha$  mellan 0 och 360 grader så att  $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$  och  $\sin \alpha = -\frac{1}{2}$ .

Svar: \_\_\_\_\_

i) Förenkla  $\frac{2+\sqrt{7}}{1-\sqrt{7}}$  så att nämnaren blir utan rot.

Svar: \_\_\_\_\_

j) Lös ekvationen  $3^{x+2} - 3^x = \frac{8}{27}$ .

Svar: \_\_\_\_\_

Namn:	
Personnummer:	

V. g. vänd

2. a) Beräkna gränsvärdet  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)}{x^2+x}$ . (0.3)

b) Beräkna gränsvärdet  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\ln(2+x)}{x^2+x}$ . (0.3)

c) Bestäm alla sneda asymptoter till kurvan  $y = \frac{x^2 + |x| + 2}{x+1}$ . (0.4)

3. a) Beskriv den kurva i planet som definieras av ekvationen

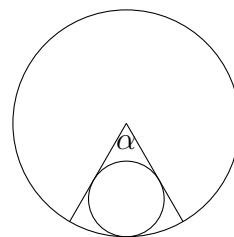
$$2x^2 - 4x + 3y^2 + 12y + 8 = 0.$$

Bestäm sedan i vilka punkter linjen  $y = x - 2$  skär denna kurva. (0.6)

b) Bestäm koefficienten framför  $x^{17}$  i polynomet  $p(x) = (1+4x)(2x^4-1)^6$ . (0.4)

4. a) Formulera cosinussatsen och bevisa den i fallet att triangeln endast har spetsiga vinklar. (0.6)

b) En cirkel med radien 1 vilar i en cirkel med radien 3. Under vilken vinkel  $\alpha$  syns den lilla cirkeln från medelpunkten i den stora cirkeln (se figuren till höger)? (0.4)



5. Betrakta funktionen

$$f(x) = \frac{x}{1+x^2}, \quad x \geq 0.$$

a) Skissera grafen till funktionen. (0.3)

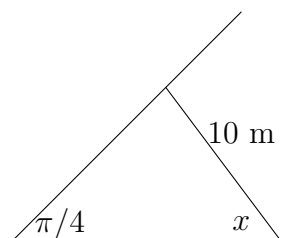
b) Bestäm tangenten till grafen  $y = f(x)$  i punkten  $(2, 2/5)$ . Bestäm också tangentens skärning med  $x$ -axeln. (0.2)

c) Finns det någon annan tangent till grafen  $y = f(x)$  som skär  $x$ -axeln i samma punkt som tangenten i b)? Ange  $x$ -värdena för den eller de punkter på grafen som ger sådana tangenter. (0.5)

6. Två långa befintliga plank bildar vinkel  $\pi/4$  med varandra. Med hjälp av ett 10 m långt staket önskar man avgränsa en kolonnilott mellan planken.

a) Uttryck arean av kolonnilotten som funktion av vinkeln  $x$  i figuren. (0.5)

b) Bestäm hur vinkeln  $x$  ska väljas för att kolonnilotten ovan ska få en så stor area som möjligt? (0.5)



**LYCKA TILL !**