LUNDS TEKNISKA HÖGSKOLA MATEMATIK

TENTAMENSSKRIVNING Endimensionell analys A1 2014-04-28 kl 08-13

INGA HJÄLPMEDEL. Förklara dina beteckningar och motivera lösningarna väl.

- **1.** a) Förenkla $(a^{-3})^{-0.5} \cdot (a^{-0.5})^2$ så långt som möjligt. (0.3)
 - b) Förenkla ${}^2\log(7/4) + {}^2\log(8/7)$ så långt som möjligt. (0.3)
 - c) Faktorisera polynomet p(x) nedan så långt som möjligt i reella faktorer, (0.4)

$$p(x) = x^4 + x^3 + x^2 - 9x + 6.$$

- **2.** Låt $f(x) = e^x + e^{-x}$ och $g(x) = e^x e^{-x}$.
 - a) Bestäm definitionsmängden och värdemängden för var och en av (0.4) funktionerna.
 - b) Avgör vilka av dem som är udda, jämna, varken udda eller jämna. (0.3)
 - c) Bestäm (eventuella) inverser. (0.3)
- **3.** a) Formulera faktorsatsen. (0.3)
 - b) Koefficienten för x^8 i utvecklingen av polynomet $(a + 2x)^{10}$ är 180. Bestäm alla möjliga värden på konstanten a. (0.7)
- **4.** a) Formulera och bevisa formeln för den geometriska summan $\sum_{k=0}^{n} ar^{k}$. (0.4)
 - b) Kaj planerar att spara till sitt barn, och därmed sätta in 1000kr på en bank vid varje årsskifte från och med årsskiftet 2014/2015 till och med årsskiftet 2032/2033. Hur mycket pengar bör det finnas på detta bankkonto efter den sista insättningen vid början av år 2033 om räntesatsen antas vara 2% under hela perioden? (0.6)
- **5.** a) Lös olikheten, (0.4)

$$\frac{x^4 - 1}{x^4 + 2x^2} < 1.$$

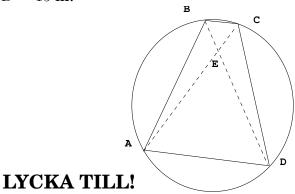
b) För vilka tal *a* finns det precis två lösningar till ekvationen,

$$|x-1|-2|x-2|=a$$
?

- **6.** a) Visa att randvinklar som står på samma cirkelbåge är lika stora.
 - b) En tomt har formen av en fyrhörning ABCD, där samtliga hörn ligger på en cirkel enligt figuren nedan. Man utför följande mätningar:

BE = BC = CE = 9 m och ED = 15 m.

Vilken area har tomten?



(0.6)

(0.3)

(0.7)