

INGA HJÄLPMEDEL. Lösningarna skall vara försedda med ordentliga och tydliga motiveringar.

1. Lös ekvationerna

a)  $e^{2x} + 4e^x - 5 = 0$  (0.3)

b)  $|x - 2| - 2x = 0$  (0.3)

c)  $\sin 2x = \cos x$  (0.4)

2. Beräkna gränsvärdena

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\sin(5x)}$  (0.3)

b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x - 2 \ln x}{x^2 + 2e^x}$  (0.3)

c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x)^2}{x^4}$  (0.4)

3. a) Bestäm koefficienten för  $x^6$ - termen i utvecklingen av  $\left(x - \frac{2}{x}\right)^8$ . (0.3)

b) Rita grafen till funktionen

$$y = \frac{x^3}{x^2 + 1}.$$

Ange eventuella sneda asymptoter och lokala extrempunkter. (0.7)

4. a) Formulera faktorsatsen för polynom. (0.2)

b) Polynomet

$$p(x) = x^3 + ax^2 + bx - 2$$

har två faktorer  $x + 1$  och  $x - 2$ . Bestäm talen  $a$  och  $b$ . (0.3)

c) Lös olikheten

$$x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + x^6 < 0. \quad (0.5)$$

5. a) Definiera vad som menas med derivatan  $f'(x_0)$  av en funktion  $f$  i punkten  $x_0$ . (0.2)

b) Visa att funktionen  $f$  är kontinuerlig i punkten  $x_0$  om  $f'(x_0)$  existerar. (0.3)

c) Kurvan  $y = \arctan(x - 1)$ , där  $x > 0$ , har en tangentlinje med ekvationen  $y = \frac{1}{2}x + c$ . Bestäm konstanten  $c$ . (0.5)

6. Bestäm längden av den kortaste sträcka, i den första kvadranten i koordinatplanet, som går genom punkten  $(1, 2)$ , och vars ändpunkter ligger på  $x$ -axeln respektive  $y$ -axeln.