

*INGA HJÄLPMEDEL. Lösningarna ska vara försedda med ordentliga motive-
ringar.*

1. a) Låt $\mathbf{f}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ vara ett C^2 -fält. Visa att $\nabla \times \mathbf{f}$ är ett divergensfritt fält. (0.5)
- b) Låt $g: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ vara C^2 . Visa att $\nabla \times (g\nabla g) = \mathbf{0}$. Har fältet $g\nabla g$ en potential? Ange i så fall potentialen. (0.5)

2. a) Beräkna

$$\int_{\gamma} \mathbf{f} \cdot d\mathbf{r},$$

där γ är en cirkel i planet $x + 2y - 2z = 5$ och $\mathbf{f} = (z - x^2, y^3 + x, z^3 - x)$.
Välj själv orientering på γ , och ange vilken orientering du använder. (0.5)

- b) Låt Y vara ytan som definieras av $z = 6 - x^2 - y^2$ och $x^2 + y^2 \leq 4$ och låt Y ha den orientering som ger normalen positiv z -koordinat. Beräkna

$$\iint_Y \mathbf{g} \cdot d\mathbf{S},$$

där $\mathbf{g} = (x - \sin y, y - \cos x, 2z)$. (0.5)

LYCKA TILL!