**LUNDS TEKNISKA HÖGSKOLA**
**MATEMATIK**

**TENTAMENSSKRIVNING**
**ENDIMENSIONELL ANALYS**
**DELKURS A3/B2**
**2013-06-05 kl 8–13**

*INGA HJÄLPMEDEL. Lösningarna skall vara försedda med ordentliga motiveringar.*

**1.** Betrakta området mellan kurvstycket

$$y = \frac{x}{\sqrt{x^2+4}}, \qquad 0 \le x \le 2,$$

och $x$-axeln.

**a)** Beräkna områdets area. (0.4)

**b)** Beräkna volymen av den kropp som bildas då området roterar kring $x$-axeln. (0.6)

**2.** Lös begynnelsevärdesproblemet

$$y'' + 2y' + 5y = 16xe^x, \qquad y(0) = -1, \quad y'(0) = 3.$$

Svaret skall ges på reell form.

**3. a)** Definiera vad som menas med att den generaliserade integralen $\int_1^\infty f(x)\,dx$ är konvergent. (Funktionen $f$ är integrerbar på intervallet $[1, X]$ för varje $X > 1$.) (0.2)

**b)** Beräkna den generaliserade integralen (0.5)

$$\int_1^\infty \frac{2}{x^3+x}\,dx.$$

**c)** Avgör om den generaliserade integralen (0.3)

$$\int_1^\infty \frac{2}{x^{3/2}+x}\,dx$$

är konvergent eller divergent.

**4.** En homogen skiva $S$ definieras av olikheterna $0 \le y \le x^2$, $0 \le x \le 1$. Bestäm koordinaterna för skivans tyngdpunkt.
(För tyngdpunktens $x$-koordinat gäller $x_T = \frac{1}{m}\int_S x\,dm$, där $m$ är massan av $S$.)

Vänd!

**5.** **a)** Formulera analysens huvudsats. (0.2)

**b)** Bestäm Taylorpolynomet av ordning 2 för (0.5)

$$f(x) = \int_1^{\sqrt{x}} 2\sqrt{1+t^2}\,dt$$

i punkten $x = 1$.

**c)** Använd huvudsatsen för att bevisa insättningsformeln: (0.3)

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a).$$

(Här är $f$ kontinuerlig på ett öppet intervall som innehåller $a$ och $b$, och $F$ är en primitiv funktion till $f$.)

**6.** Ett mord har begåtts på ett hotellrum. Då polisen anländer kl. 22.00 så har kroppen temperaturen 27°C, och kl. 23.00 är temperaturen 22°C. Hur dags skedde mordet? Det snåla hotellet håller temperaturen 17°C i sina rum, och kroppstemperaturen för mordoffret antas ha varit 37°C vid mordtillfället.
(Enligt *Newtons avsvalningslag* avtar temperaturen hos en varm kropp med en hastighet som är proportionell mot skillnaden mellan kroppens och omgivningens temperatur.)

*LYCKA TILL!*