LUNDS TEKNISKA HÖGSKOLA
MATEMATIK

TENTAMENSSKRIVNING
ENDIMENSIONELL ANALYS
DELKURS B2/A3
2014-04-23 kl. 8–13

INGA HJÄLPMEDEL. Lösningarna ska vara försedda med ordentliga motiveringar.

1. Bestäm en primitiv funktion till var och en av följande funktioner

a) $\dfrac{x}{1+x^4}$ (0.2) **b)** $e^{2x}\cos 3x$ (0.4) **c)** $\dfrac{3x^2-3x+4}{x^3-2x^2+x-2}$. (0.4)

2. **a)** Räkna ut (0.5)

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin ax-\ln(1+2x)}{e^{ax}-1-2x+2x^2}$$

för alla reella värden på konstanten a.

b) Bestäm Maclaurinpolynomet av första ordningen till funktionen (0.5)

$$f(x)=(3+x)\int_x^{x^3} e^t\cos t\,dt.$$

3. Bestäm den lösning till differentialekvationen

$$y''-4y'+3y=2e^{3x}$$

som uppfyller begynnelsevillkoren $y(0)=0$, $y'(0)=3$.

4. **a)** Visa att om z är ett komplext tal med $|z|=1$ så gäller

$$\left|\frac{3z-1}{z-3}\right|=1. \qquad (0.4)$$

b) Lös ekvationen (0.6)

$$z^3-3z^2+(1+3i)z-6i+a=0$$

under förutsättningen att $z=2$ är en lösning.

V.g. vänd!

5. **a)** Avgör för vilka reella konstanter a som integralen (0.4)

$$\int_e^\infty \frac{dx}{x(\ln x)^a}$$

konvergerar och beräkna integralens värde för dessa a.

b) Kurvan $y = \sqrt{x}$ och linjen $y = x$ avgränsar ett begränsat område. (0.6)
Beräkna volymen av den kropp som bildas då området roterar runt linjen $y = -1$.

6. **a)** Lös begynnelsevärdesproblemet (0.5)

$$(1 - x)y' = y - 2, \quad y(0) = 0.$$

b) En grupp glada teknologer åker på en fisketur i Öresund. På vägen tillbaka stannar plötsligt motorn i deras båt. Den bromsande kraften är proportionell mot båtens hastighet. Båtens massa är 3 ton och proportionalitetskonstanten är 360 kg/s. Båten har hastigheten 6 m/s då motorn stannar och befinner sig vid det tillfället på öppet vatten. Avståndet till fastlandet eller närmaste ö överstiger en kilometer.
Hur stor är hastigheten 5 sekunder senare och hur långt har båten färdats under dessa 5 sekunder?

(Enligt *Newtons andra lag* är den kraft som verkar på en kropp lika med produkten av kroppens massa och dess acceleration.) (0.5)

LYCKA TILL!