LUNDS TEKNISKA HÖGSKOLA
MATEMATIK

TENTAMENSSKRIVNING
ENDIMENSIONELL ANALYS
DELKURS A2
2014–08–22 kl. 8–13

Svar

1. **a)** $\frac{1}{2\sqrt{5}}$

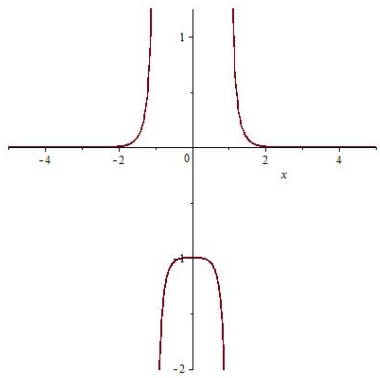
b) $\frac{7}{3}e$

c) Gränsvärde saknas.

d) 1

e) $\frac{\pi}{4}$

2. Lokalt maximum i punkten $x = 0$. Lodräta asympototer i $x = -1$ resp. $x = 1$. Linjen $y = 0$ är vågrät asympotot då $x \to \infty$ samt $x \to -\infty$. Värdemängden ges av $V_f =]-\infty, -1] \bigcup]0, \infty[$.



3. **a)** Se *Definition 10.1* i kursboken.

b) Se *Definition 9.7* i kursboken.

c) Se beviset av *Sats 10.1* i kursboken.

d) Betrakta den kontinuerliga funktionen $f(x) = 3x^5 - \sin(\frac{\pi}{2}x) - 1$. Vi söker lösningar till ekvationen $f(x) = 0$. Välj två lämpliga punkter och använd *Sats 9.8* (satsen om mellanliggande värden) i kursboken.

4. **a)** Se *Sats 11.1* i kursboken.

b) $p_1(x) = x$

c) Observera att $(1+x)\cdot\ln(1+x)-x = R_2(x)$, och gör en lämplig uppskattning.

5. Sidornas längd ska vara $\frac{316}{9}$ cm, $\frac{632}{9}$ cm samt $\frac{158}{3}$.

6. **a)** Se *Sats 2.2* i kursboken.

b) Enligt förutsättningarna kan vi skriva $p(z) = (z-\alpha)^n \cdot q(z)$ för något polynom q, där faktorsatsen och definitionen av multiplicitet ger att $n \geq 1$ och $q(\alpha) \neq 0$. Anta att $n = 1$, dvs. $p(z) = (z-\alpha)\cdot q(z)$. Vårt mål är att nå en motsägelse, för att kunna konstatera att $n \geq 1$.

Om α är ett nollställe till derivatan av p, då gäller $p'(\alpha) = 0$. Produktregeln (och kedjeregeln) ger att $p'(z) = 1 \cdot q(z) + (z - \alpha) \cdot q'(z)$. För $z = \alpha$ ger denna ekvation $p'(\alpha) = 1 \cdot q(\alpha) + (\alpha - \alpha) \cdot q'(\alpha)$, dvs. $0 = q(\alpha)$. Detta är en motsägelse, då vi redan visste att $q(\alpha) \neq 0$.