

INGA HJÄLPMEDEL.

Lösningarna skall vara försedda med ordentliga motiveringar.

1. Låt funktionen  $f$  ges av  $f(x, y, z) = xy + e^{yz} + z$ .

a) Bestäm riktingsderivatan av  $f$  i punkten  $(3, 1, 0)$  och riktningen  $(3, 4, 0)$ . (0.5)

b) Bestäm tangentplanets ekvation i punkten  $(3, 1, 0)$  till ytan  $f(x, y, z) = 4$ . (0.5)

2. a) Rita upp området  $D = \{(x, y); 0 \leq x \leq y \leq \sqrt{\pi/2}\}$ . (0.3)

b) Beräkna dubbelintegralen

$$\int_0^{\sqrt{\pi/2}} \left( \int_x^{\sqrt{\pi/2}} \sin(y^2) dy \right) dx.$$

Ledning: Byt integrationsordning. (0.7)

3. a) Bestäm den allmänna lösningen till den partiella differentialekvationen

$$x \frac{\partial f}{\partial x} - y \frac{\partial f}{\partial y} = y^2, \quad x, y > 0,$$

genom att införa de nya variablerna

$$\begin{cases} u = xy, \\ v = y. \end{cases} \quad (0.7)$$

b) Finns det någon lösning till ekvationen i a) som uppfyller  $f(x, x) = x^4$ ? Bestäm den i så fall. (0.3)

4. a) Beräkna kurvintegralen

$$\int_{\gamma} xy dx + (y^2 + x) dy,$$

där  $\gamma$  är parabeln  $y = x^2$  från  $(-1, 1)$  till  $(1, 1)$ . (0.5)

b) Beräkna kurvintegralen

$$\int_{\gamma} \left( 2xe^{x^2} \sin(xy) + y \cos(xy)e^{x^2} \right) dx + \cos(xy)xe^{x^2} dy,$$

där  $\gamma$  är enhetscirkeln i övre halvplanet från  $(1, 0)$  till  $(-1, 0)$ . (0.5)

5. a) Låt  $f(x, y) = e^{-x^2}(x^2 - y^2)$ . Finn alla stationära punkter till  $f$  och avgör deras karaktär. (0.6)

b) Bestäm största och minsta värde (om de existerar) av  $f(x, y)$  då  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ . (0.4)

VAR GOD VÄND!

6. Vilket är det största värde som

$$\sin x + \sin y + \sin z$$

kan anta, då  $x$ ,  $y$  och  $z$  är vinklarna i en triangel?

*LYCKA TILL!*