

*Hjälpmedel: utdelat formelblad. Lösningarna skall vara försedda med ordentliga motiveringar. Skriv fullständiga meningar och förklara dina beteckningar. Alla svar skall för-
enklas så långt som möjligt.*

1. Låt

$$f(t) = (\cos t + \sin t) \theta(t).$$

Beräkna:

a) $f'(t)$, (0.2)

b) faltningen $f(t) * \theta(t)$, (0.3)

c) alla primitiva funktioner till $f(t)$, (0.2)

d) en kausal funktion $x(t)$ sådan att $x'' - x = f(t)$. (0.3)

2. a) Diagonalisera matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}. \quad (0.4)$$

b) Beräkna exponentialmatrisen e^{At} . (0.3)

c) Lös begynnelsevärdeproblemet

$$\begin{cases} x_1' &= 3x_1 + x_2 \\ x_2' &= x_1 + 3x_2 \\ x_1(0) &= 1 \\ x_2(0) &= 3 \end{cases}. \quad (0.3)$$

3. a) Ange sambandet mellan frekvens- och överföringsfunktioner. (0.2)

b) Vad menas med att ett system i insignal-utsignalform är linjärt? (0.2)

c) Ange sambandet mellan spår och egenvärden för en matris A . (0.2)

d) Under vilka villkor på impulssvaret är ett linjärt system i insignal-utsignalform stabilt? (0.2)

e) För vilka a är den kvadratiske formen $4x^2 + 8xy + ay^2$ positivt definit? (0.2)

V.g. vänd!

4. Systemet \mathcal{S} är kausalt, linjärt och tidsinvariant. Om man sänder in signalen $w(t) = (\sin t + \cos t)\theta(t)$ så kommer signalen $y(t) = (\sin t - \cos t)\theta(t)$ ut.

a) Bestäm impulssvaret. (0.2)

b) Är systemet stabilt? (0.2)

- c) Ange utsignalen $y_1(t)$ om insignalen är

$$w_1(t) = e^{-t}\theta(t).$$

(0.3)

- d) Ange utsignalen $y_2(t)$ om insignalen är

$$w_2(t) = \cos t.$$

(0.3)

5. Låt A vara en reell kvadratisk matris och $B = e^{At}$. Det är känt att $b_{ij} = te^{3t} + e^{2t} - 1$ för något element b_{ij} i matrisen B . Vilka av följande påståenden är sanna: (svaret ska **motiveras** och kan vara ett av tre alternativ: i)sant, ii)falskt, iii)informationen räcker ej för att avgöra):

a) A har storlek 2×2 . (0.2)

b) $\det A = 0$. (0.2)

c) $i = j$. (0.2)

d) $a_{ij} = 3$. (0.2)

e) A är symmetrisk. (0.2)

6. Finns det en funktion $f(t)$ sådan att

$$\int_0^x f(y)e^{y-x}dy = f(x) + 1$$

för $x > 0$?

LYCKA TILL!