LUNDS TEKNISKA HÖGSKOLA
MATEMATIK

TENTAMENSSKRIVNING
FLERDIMENSIONELL ANALYS, FMA430
2014-10-31 kl 8–13

INGA HJÄLPMEDEL. Lösningarna skall vara försedda med ordentliga motiveringar.

1. Beräkna dubbelintegralen

$$\iint_D (xy + y)\, dx\, dy,$$

där D är triangelskivan med hörn i $(-1, 1)$, $(1, 3)$ och $(3, 1)$.

2. a) Lös differentialekvationen

$$\frac{\partial f}{\partial x} - y\frac{\partial f}{\partial y} = 2x, \qquad y > 0,$$

tex. genom att utföra variabelbytet

$$\begin{cases} u = x, \\ v = e^x y. \end{cases} \tag{0.7}$$

b) Finns det någon lösning till ekvationen i deluppgift **a)** sådan att $f(x, 1) = 0$ för alla x? Bestäm den i så fall. (0.3)

3. Låt γ vara parabeln $y = 5 - x^2$ från $(2, 1)$ till $(-2, 1)$.

a) Beräkna kurvintegralen

$$\int_\gamma xy\, dx + 3x\, dy. \tag{0.4}$$

b) Beräkna kurvintegralen

$$\int_\gamma (x^2y + 2x)e^{xy}\, dx + x^3e^{xy}\, dy. \tag{0.6}$$

4. Låt $f(x, y) = x^2 - y^2$.

a) Bestäm största och minsta värde av f på området $\{(x, y);\ (x - 2)^2 + y^2 \leq 1\}$. (0.5)

b) Bestäm största och minsta värde av f på området $\{(x, y);\ x^4 + y^4 \leq 1\}$. (0.5)

5. a) Bestäm tangentplanet i punkten $(1, 1, 2)$ till ytan $z = x^2 + xy$. (0.3)

b) Bestäm alla möjliga punkter P, sådana att tangentplanet i P till ytan $z = x^2 + xy$ går genom punkterna $(0, 3, 0)$ och $(1, 0, 1)$. (0.7)

6. a) Ange en ekvation för sfären med radie r och medelpunkt (a, b, c). (0.2)

b) Två klot har båda radie 5, och avståndet mellan deras medelpunkter är 6. Bestäm volymen av skärningen av kloten (dvs. volymen av kroppen som består av klotens gemensamma punkter). (0.8)

SLUT!