

*Hjälpmedel: utdelat formelblad. Lösningarna skall vara försedda med ordentliga motiveringar. Skriv fullständiga meningar och förklara dina beteckningar. Alla svar skall för-  
enklas så långt som möjligt.*

1. Låt  $f(t) = \theta(t) \cdot \theta(2 - t)$ .

a) Rita grafen för  $f(t)$ . (0.2)

b) Beräkna  $f'(t)$ . (0.2)

c) Bestäm en kausal primitiv funktion till  $f(t)$ , (0.3)

d) Beräkna faltningen  $\theta(t) * f''(t)$ . (0.3)

2. a) Hur transformeras matrisen för en kvadratisk form vid ett linjärt koordinatbyte? Vilken är skillnaden mellan denna transformationsformel och motsvarande formel vid linjära avbildningar? (0.2)

b) Vad menas med att ett system i insignal-utsignalform är kausalt? (0.2)

c) Ge exempel på ett linjärt tidsinvariant system som inte är stabilt. (0.2)

d) För vilka tal  $a$  är matrisen

$$\begin{bmatrix} a & 0 \\ a+1 & a \end{bmatrix}$$

ortogonal? Motivera svaret. (0.2)

e) Förenkla  $(e^{it} - e^{-it})\delta'(t)$ . (0.2)

3. a) Beräkna samtliga egenvektorer till matrisen

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

(0.2)

b) Är matrisen  $A$  diagonaliserbar? (0.2)

c) Beräkna exponentialmatrisen  $e^{At}$ . (0.3)

d) Lös begynnelsevärdesproblemet

$$\begin{cases} x_1' &= x_1 + 2x_2 \\ x_2' &= x_2 \end{cases}, \quad x_1(0) = 1, x_2(0) = 3.$$

(0.3)

**V.g. vänd!**

4. Systemet  $\mathcal{S}$  är kausalt, linjärt och tidsinvariant. Om man sänder in signalen  $w(t) = \theta(t)$  så kommer signalen  $y(t) = (e^{-t} - e^{-3t})\theta(t)$  ut.

a) Bestäm systemets impulssvar och överföringsfunktion. (0.3)

b) Är systemet stabilt? (0.2)

c) Ange utsignalerna  $y_1(t)$  och  $y_2(t)$ , om insignalerna är  $w_1(t) = \sin t \theta(t)$  respektive  $w_2(t) = \sin t$ . (0.5)

5. För en matris  $A$  är det karakteristiska polynomet lika med

$$p_A(\lambda) = (\lambda^2 - 4\lambda + 5)(\lambda + 4)(\lambda + 5)\lambda.$$

a) Är matrisen diagonaliserbar? (0.2)

b) Är matrisen inverterbar? (0.2)

c) Är matrisen symmetrisk? (0.2)

d) Är matrisen ortogonal? (0.2)

e) Bestäm  $\text{tr } A$  och  $\det A$ . (0.2)

6. Bestäm en funktion  $f(x)$ , som för  $x > 0$  uppfyller ekvationen

$$f(x) + e^{3x} = 2 \int_0^x f(y) \sin 3(x - y) dy.$$

LYCKA TILL!