1. Linjen ℓ ges av $(x, y, z) = (1, -1, 0) + t(2, -1, 1)$. Punkten $P : (3, -2, 1)$ och avståndet $\sqrt{2}$.

2. (a) $\mathsf{AX}_0 = (2\ \ -2\ \ 1)^T$.
   (b) $\mathsf{X} = t(-2\ \ -1\ \ 2)^T$, $t \in \mathbb{R}$.
   (c) $(x, y, z) = t(-2, -1, 2)$, $t \in \mathbb{R}$.
   (d) Vridningen sker med vinkel $\pi/2$ (i positiv riktning sett från spetsen av vektorn $(2, 1, -2)$, men detta med riktningen efterfrågades ej). (Tips: Vektorn X_0 är ortogonal mot linjen. Beräkna vinkeln mellan X_0 och AX_0.)

3. Det gäller att (att vi har en ny bas följer av att S nedan är inverterbar)

$$\begin{pmatrix} \hat{e}_1 \\ \hat{e}_2 \\ \hat{e}_3 \end{pmatrix} = \mathsf{S}^T \begin{pmatrix} \bar{e}_1 \\ \bar{e}_2 \\ \bar{e}_3 \end{pmatrix} \quad \text{med} \quad \mathsf{S} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 3 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

En räkning ger

$$\mathsf{S}^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -9 & 6 & 1 \\ 8 & -5 & -1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \end{pmatrix} = \mathsf{S}^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \\ -5 \end{pmatrix}.$$

4. (a) Radreducering ger

$$\mathsf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & -1 \\ 2 & 0 & t & 0 \\ 0 & -4 & 5 & 2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & -1 \\ 0 & -4 & t+2 & 2 \\ 0 & 0 & 3-t & 0 \end{pmatrix}$$

   varur vi utläser att antalet pivotelement är två precis då $t = 3$. Alltså är rangen två precis då $t = 3$.
   (b) Determinanterna är noll eftersom kolonnerna är linjärt beroende. I den första matrisen är kolonn tre och fyra parallella, varför de fyra kolonnerna är linjärt beroende. För den andra matrisen noterar vi att de tre sista kolonnerna bara har nollskilda element på de två första platserna. Vi kan alltså se dem som tre vektorer i $\mathbb{R}^2$. Då tre vektorer i $\mathbb{R}^2$ alltid är linjärt beroende är även dessa det, och således är de fem kolonnerna i den ursprungliga matrisen också linjärt beroende.

5. Vi får ekvationerna $4f + t + 10c = 110$ och $3f + t + 7c = 85$ (här svarar f mot fikonpriset, t mot tepriset och c mot chokladbitspriset) vilka ger $(f, t, c) = (25, 10, 0) + s(-3, 2, 1)$ där $s \in \mathbb{R}$. Från detta ser vi att $f + t + c = 35$, så Cam får betala 35 kronor. Vidare ser vi att tepriset $t = 10 + 2s$ inte är entydigt bestämd.

6. Eftersom $-2\mathsf{I} - \mathsf{A}$ har en nollrad (första raden) är dess determinant noll och alltså är -2 ett egenvärde till A. Vidare, eftersom D är en diagonalmatris och $\mathsf{A} = \mathsf{SDS}^{-1}$ så är diagonalelementen i D just precis egenvärdena till A. Speciellt är 2 ett egenvärde till A. En räkning ger att $\det(2\mathsf{I} - \mathsf{A}) = -4a$, varför det måste gälla att $a = 0$. Nu känner vi A och kan beräkna dess egenvärden. Vi får (med $a = 0$) $0 = \det(\lambda\mathsf{I} - \mathsf{A}) = (\lambda - 2)(\lambda + 1)(\lambda + 2)$ varför det saknade egenvärdet till A är -1. Eftersom diagonalelementen i D skall vara egenvärdena och $b > c$ så gäller det att $b = -1$ och $c = -2$. Existensen av S följer av att egenvärdena till A är olika.