

*INGA HJÄLPMEDEL. Lösningarna ska vara försedda med ordentliga motive-
ringar.*

1 Låt K vara den kropp som definieras av att $0 \leq z \leq 2 - x^2 - y^2$ och $x^2 + y^2 \leq 1$.

a) Beräkna arean av randen till kroppen K . (0.5)

b) Vad blir flödet av fältet $\mathbf{f} = (1 - x^2 - y^2, 1 - x^2 - y^2, 2z(x + y))$ ut ur kroppen K ? (0.3)

c) Låt Y vara ytan som utgör den övre biten av randen till kroppen K , det vill säga, Y ges av $z = 2 - x^2 - y^2$ och $x^2 + y^2 \leq 1$, orienterad så att normalen pekar uppåt. (z -axlen anses peka uppåt.) Beräkna flödet av \mathbf{f} genom Y . (0.2)

2 a) Vad menas med att ett vektorfält \mathbf{f} definierat på ett öppet område Ω i \mathbb{R}^3 är konservativt? Ge exempel på ett vektorfält som är konservativt och ett som inte är konservativt, och berätta vilket område Ω du använder. Motivera dina påståenden med bevis eller hänvisning till sats. (0.5)

b) Låt \mathbf{f} vara ett C^1 -fält, definierat på \mathbb{R}^3 . Skissera ett bevis för att $\nabla \times \mathbf{f} = \mathbf{0}$ om

$$\int_{\gamma} \mathbf{f} \cdot d\mathbf{r} = 0$$

för alla slutna kurvor γ . (0.5)

LYCKA TILL!