LUNDS TEKNISKA HÖGSKOLA
MATEMATIK

SVAR OCH ANVISNINGAR
ENDIMENSIONELL ANALYS
DELKURS B1, 2014–01–07

1 **a)** $x = 0$. **b)** $x = 0$. **c)** $y = x$.

2 **a)** 2. **b)** $a = -1$.

3 **a)** Stationära punkter i $x = -1, 0, 1$. Lokalt maximum i $x = -1$ och $x = 1$. Lokalt minimum i $x = 0$.

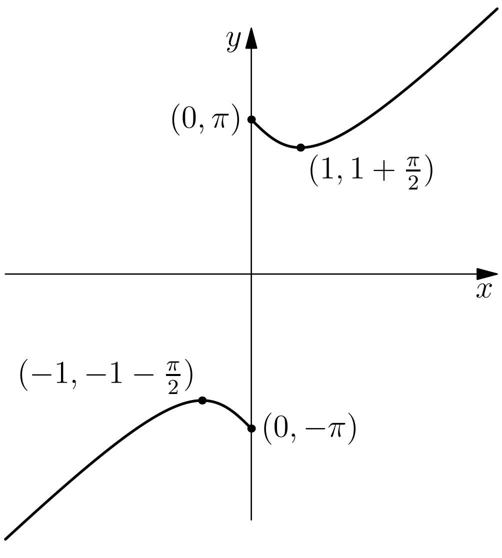
b) 0.

4 **a)** $x = \pi/4 + 2\pi k$, där k är ett godtyckligt heltal.

b) $-\frac{\sqrt{2}}{2} < x < \frac{\sqrt{2}}{2}$. (Summan är konvergen om och endast om $-1 < x < 1$ och är då lika med $\frac{1}{1-x^2}$. Lös olikheten $\frac{1}{1-x^2} < 2$ och kombinera med $-1 < x < 1$.)

5 **a)** Låt $x < y$. Enligt medelvärdessatsen finns det ett $\xi \in [x, y]$ så att $f'(\xi) = (f(y) - f(x))/(y - x)$. Men $f'(x) > 0$ för alla x, så $f'(\xi) > 0$, och $x < y$ ger att $y - x > 0$, varför vi får ur $f'(\xi) = (f(y) - f(x))/(y - x)$ att $f(y) - f(x) > 0$, eller ekvivalent att $f(x) < f(y)$. Eftersom x och y är godtyckliga har vi att $f(x) < f(y)$ för alla $x < y$, vilket är definitionen för att f är strängt växande.

b) Linjen $y = x$ är en asymptot när $x \to \infty$ och $x \to -\infty$. (Ingen lodrät asymptot när $x \to 0$.) Lokalt minimum i $x = 1$ och lokalt maximum i $x = -1$.



6 Talet $\sqrt[3]{3}$ är störst.
Visa t.ex. att f är växande på intervallet $]0, e]$, och avtagande på intervallet $[e, \infty]$. Eftersom $2 < e < 3$, så är antingen $\sqrt{2} = \sqrt[2]{2}$ eller $\sqrt[3]{3}$ störst. Eftersom $\sqrt[4]{4} = \sqrt[2]{2}$, så kan inte $\sqrt[2]{2}$ vara störst, vilket också kan ses genom att observera att $(\sqrt{2})^6 < (\sqrt[3]{3})^6$.