

INGA HJÄLPMEDEL. Lösningarna ska vara försedda med ordentliga motiveringar.

1. Lös begynnelsevärdesproblemet

$$y'' - 2y' - 3y = 3e^{2x}, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -2.$$

2. a) Lös ekvationen

$$z^2 + (2 - 2i)z + 3 + 2i = 0. \quad (0.5)$$

- b) Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \cos 2x}{x \ln(1 + 4x)} \quad (0.5)$$

med hjälp av Maclaurinutveckling.

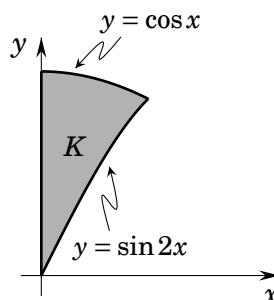
3. Kurvorna $y = \cos x$, $y = \sin 2x$ och y -axeln avgränsar den platta skivan K i figuren. Skivans densitet i punkten (x, y) är $\cos x$ massenheter per areaenhet.

- a) Beräkna arean av K .

$$(0.5)$$

- b) Beräkna massan av K .

$$(0.5)$$

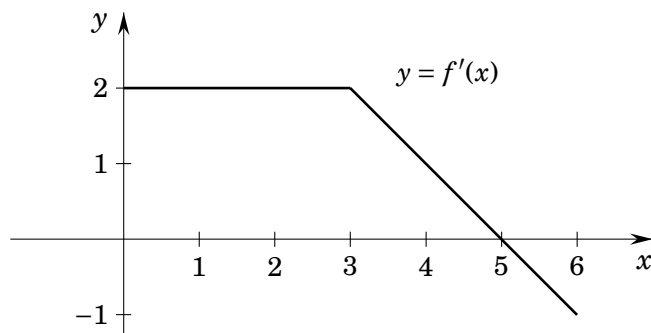


4. Beräkna den generaliserade integralen

$$\int_2^\infty \frac{4x + 4}{x^4 + 4x^2} dx.$$

5. a) Formulera insättningsformeln för integraler och bevisa sedan denna med hjälp av analysens huvudsats. (Glöm inte att ange eventuella förutsättningar.) (0.5)

- b) Låt f vara en funktion, definierad i hela \mathbb{R} , som uppfyller att $f(0) = 3$. I figuren visas grafen för derivatan f' i intervallet $[0, 6]$.



Beräkna $f(3)$ samt $f(6)$. Uttryck även $f(x)$ analytiskt i det aktuella intervallet, dvs. ange uttryck för $f(x)$ då $0 \leq x \leq 6$. (0.5)

VAR GOD VÄND!

6. År 2003 var 10% av den globala befolkningen internetanvändare. Tio år senare, 2013, hade andelen stigit till 40%. En enkel modell för att beskriva denna tillväxt är att andelen användare ökar med en hastighet som, i varje ögonblick, är proportionell mot *produkten* av andelen användare och andelen icke-användare. Efter hur lång tid (räknat från år 2003) blir andelen internetanvändare 90%?

LYCKA TILL!