LUNDS TEKNISKA HÖGSKOLA
MATEMATIK

SVAR MED ANVISNINGAR
ENDIMENSIONELL ANALYS A1
2013–01–07 kl. 8–13

1. a) $x = 3$

b) $x = 1$ eller $x = -2$

c) Se läroboken sidan 133.

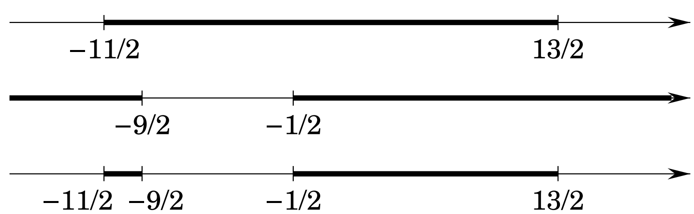
2. a) $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ eller $x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

b) För grafen se läroboken sidan 158. Det gäller att $D_f = [-1, 1]$, $V_f = [0, \pi]$ och att $\arccos\left(\cos\left(\frac{5\pi}{4}\right)\right) = \arccos\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{3\pi}{4}$.

c) Se läroboken sidan 144.

3. a) $x = 3/2$

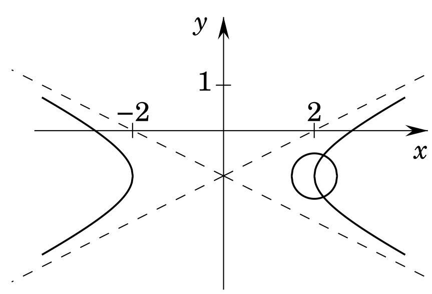
b)



4. a) $\frac{1}{6}\left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}\right)$

b) $\left[3 - \sqrt{8}, 3 + \sqrt{8}\right]$ undantaget punkten 5 (där nämnaren blir 0)

5. Den första kurvan är en cirkel med medelpunkt $(2, -1)$ och radie $1/2$. Den andra är en hyperbel med medelpunkt $(0, -1)$ och asymptoter $y = \pm\frac{1}{2}x - 1$.



Skärningspunkterna är $\left(\frac{11}{5}, -1 + \frac{\sqrt{21}}{10}\right)$ och $\left(\frac{11}{5}, -1 - \frac{\sqrt{21}}{10}\right)$.

6. a) Se läroboken i geometri.

b) Eftersom AB tangerar cirkeln i R, och CR är en diameter, så gäller det att vinkeln $\angle BRC$ är rät. Vidare, eftersom PQ är en diameter och ger upphov till medelpunktsvinkeln $180°$, så följer det av randvinkelsatsen att vinkeln $\angle ACB$ är $(180/2)° = 90°$. Från likformighetsfallet VV drar vi slutsatsen att $\triangle ARC$ är likformig med $\triangle ACB$ som i sin tur är likformig med $\triangle CRB$. Eftersom $\triangle ARC$ och $\triangle CRB$ är likformiga så följer det att $|AR|/|CR| = |CR|/|RB|$, och detta kombinerat med att $|RC| = 2r$ ger oss sambandet

$$|AR||RB| = 4r^2.$$