LUNDS TEKNISKA HÖGSKOLA
MATEMATIK

TENTAMENSSKRIVNING
Linjär algebra
2014–10–27 kl 08–13

INGA HJÄLPMEDEL. Förklara dina beteckningar och motivera lösningarna väl. Om inget annat anges är baser ortonormerade och positivt orienterande.

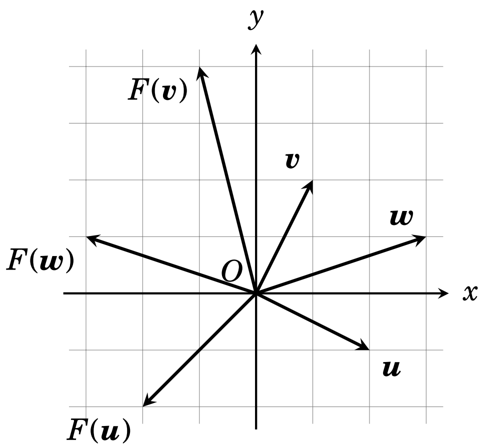
1. Bestäm avståndet från punkten $P:(12,6,0)$ till linjen $\ell:(x,y,z)=(1+4t,2,3-7t)$.

2. Visa att $(x,y,z)=(1,0,0)$ är en partikulärlösning till ekvationssystemet

$$\begin{cases} ax+\ \ y+4z &= a \\ \ \ x+\ \ y &= 1 \\ 2x+2y+az &= 2, \end{cases}$$

och bestäm, för varje värde på parametern a, den fullständiga lösningen till systemet.

3. I figuren intilll (där varje ruta har sidlängden 1) ses tre vektorer $\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{v}$ och $\boldsymbol{w}$ samt deras bilder under en avbildning $F:\mathbf{R}^2\to\mathbf{R}^2$.
a) Visa att F *inte* kan vara en linjär avbildning. (0.4)
b) Antag att vektorn $\boldsymbol{w}$ är felritad i figuren och att F faktiskt är en linjär avbildning. Bestäm i så fall avbildningsmatrisen för F och dessutom de korrekta koordinaterna till $\boldsymbol{w}$. (0.6)



4. Konstrurera en positivt orienterad ortonormerad bas $\hat{\boldsymbol{e}}_1,\hat{\boldsymbol{e}}_2,\hat{\boldsymbol{e}}_3$ sådan att $\hat{\boldsymbol{e}}_1$ är ortogonal mot planet $x_1+x_2+x_3=0$ och $\hat{\boldsymbol{e}}_3$ är parallel med planet $3x_1+2x_2+x_3=37$. Bestäm det första planets ekvation i de nya koordinaterna.

5. Bestäm en inverterbar matris $\boldsymbol{S}$ sådan att det gäller $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{SDS}^{-1}$ där

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}-1 & 3 & 2\\ 1 & -2 & -1\\ -1 & 3 & 2\end{pmatrix} \quad \text{och} \quad \boldsymbol{D}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & -2 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}.$$

Bestäm även nollrummet till matrisen $\boldsymbol{A}$ samt ange dess rang och nolldimension.

6. Bestäm varje vektor i rummet som uppfyller att vinklerna mellan vektorn och var av de tre vektorerna $\frac{1}{3}(1,-2,2)$, $\frac{1}{3}(2,1,-2)$ och $\frac{1}{9}(4,7,-4)$ är lika stora.

LYCKA TILL!