LUNDS TEKNISKA HÖGSKOLA
MATEMATIK

SVAR OCH ANVISNINGAR TILL ENDIMENSIONELL ANALYS DELKURS B1
2015–01–07 8–13

1. $(a)\quad (x-2)(x-3) \qquad (b)\quad y=-x-4 \qquad (c)\quad x=3,4 \qquad (d)\quad \dfrac{19}{6}$

$(e)\quad -8 \le x < -5 \quad (f)\quad x+y \qquad (g)\quad x=-1/2$

$(h)\quad 210^\circ \qquad (i)\quad -\dfrac{3+\sqrt{7}}{2} \qquad (j)\quad x=-3$

2. $(a)\quad \lim_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+2x)}{x^2+x}=2, \qquad (b)\quad \lim_{x\to -1}\dfrac{\ln(2+x)}{x^2+x}=-1.$

(c) Kurvan har asymptoten $y=x$ då $x\to\infty$ och asymptoten $y=x-2$ då $x\to-\infty$.

3. a) Kurvan är en ellips med centrum i $(1,-2)$ och halvaxlar $\sqrt{3}$ och $\sqrt{2}$. Skärningspunkterna är

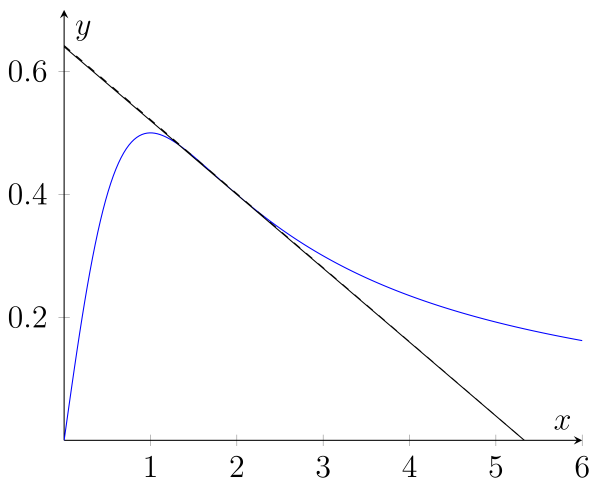
$$\left(\frac{2}{5}(1\pm\sqrt{6}), \frac{1}{5}(-8\pm 2\sqrt{6})\right)$$

b) Sökt koefficient är 960. Potenserna i andra faktor är alla på formen x^{4k} och för att få x^{17} i $p(x)$ måste vi multiplicera termen som svarar mot x^{16} $(k=4)$ i denna med termen $4x$ i först faktorn.

4. a) Se geometriboken

b) $\alpha=\pi/3$.

5. a) Vi ser att $f(0)=0$ och $\lim_{x\to\infty} f(x)=0$ och att funktionen är positiv då $x>0$. I punkten $(1,0.5)$ har grafen sitt maximum och är växande till vänster och avtagande till höger. Detta illustreras i figuren till nedan, där även tangenten till b-uppgiften är inritad som heldragen linje.



b) Tangentens ekvation är $y-\frac{2}{5}=-\frac{3}{25}(x-2)$, vilken också kan skrivas som $25y+3x=16$. Dess skärning med x-axeln ges av $x=16/3$.

c) Tangenten till grafen i en godtycklig punkt $(a, f(a))$ kan skrivas

$$y - \frac{a}{1+a^2} = \frac{1-a^2}{(1+a^2)^2}(x-a).$$

Denna skär x-axeln i den punkt där $x = \frac{2a^3}{a^2-1}$, vilket gör att vi söker $a > 0$ som uppfyller

$$\frac{2a^3}{a^2-1} = \frac{16}{3} \Leftrightarrow 3a^3 - 8a^2 + 8 = 0.$$

Detta är ett tredjegradsekvation med lösningen $a = 2$. De övriga nollställen är $a = \frac{1}{3}(1 \pm \sqrt{13})$.

Det finns alltså en sådan tangent, nämligen den som är tangent i punkten $x = \frac{1}{3}(1+\sqrt{13}) \approx 1.54$.

6. a) Arean ges av

$$A(x) = 50\sqrt{2}\sin(x)\sin(\frac{3\pi}{4} - x).$$

Notera att både x och $\frac{3\pi}{4} - x$ måste ligga mellan 0 och π, vilket ger att $0 \leq x \leq 3\pi/4$ måste gälla.

b)

$$x = \frac{3\pi}{8}.$$