

INGA HJÄLPMEDEL. Lösningarna skall vara försedda med ordentliga och tydliga motiveringar.

1. Lös ekvationerna

a) $|x - 2| - |2x + 1| = 0$ (0.3)

b) $1 - \cos x = -\cos(2x)$ (0.3)

c) $4 \lg \sqrt{x} + \lg((x - 3)^2) = 2$ (0.4)

2. a) Definiera funktionen $\arcsin x$. Ange dess definitions- resp. värdemängd. (0.2)

b) Härled ett uttryck för derivatan av $\arcsin x$. (0.3)

c) Bestäm alla sneda asymptoter till kurvan $y = \frac{2x^3 + 1}{x^2 + 4^{-x}}$. (0.5)

3. a) Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x - \cos(4x)}{\ln x + 3e^x}$. (0.3)

b) Bestäm konstanten a så att $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + a \ln(1 + x^2)}{x \sin x} = -2$. (0.3)

c) Har funktionen $g(x) = (1 - |x|/x) \arctan(1/x)$ ett gränsvärde då $x \rightarrow 0$?
Om så är fallet, bestäm detta värde. (0.4)

4. a) Bestäm koefficienten för x^{13} -termen i polynomet $(x + 1)(x^2 - 2)^9$. (0.5)

b) I ett stort motionslopp beslutar sig arrangörerna för att dela ut priser till de 33 första som kommer i mål. Förstapriset är 10.000 kr, andrapriset är $3/4$ av detta, tredjepriset är $3/4$ av andrapriset, och så vidare. Hur stor är den totala prissumman som arrangörerna behöver betala ut? (0.5)

5. Funktionen f ges av

$$f(x) = e^{1-x}(x^2 - 3x + 1), \quad x > 0.$$

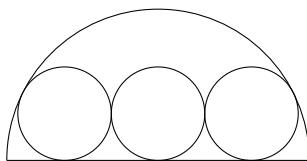
a) Bestäm ekvationen för tangenten till kurvan $y = f(x)$ i punkten $x = 1$. (0.2)

b) Visa att ekvation $x^2 + 4y^2 + 2x + 8y + 4 = 0$ beskriver en ellips. Bestäm medelpunkt och halvaxlar. I vilka punkter skär ellipsen och tangenten från a) varandra? (0.3)

c) Bestäm värdemängden till funktionen f . (0.5)

6. a) Lös olikheten $(1 - x^2)^5 + x^{10} < 1$. (0.5)

b) En kedja av tre lika stora cirklar är inskriven i en halvcirkel enligt figuren nedan.



Om R betecknar radien av halvcirkeln och r är radien av de små cirkarna, vad är då R/r ? (0.5)

LYCKA TILL !