

INGA HJÄLPMEDEL. Lösningarna skall vara försedda med ordentliga motiveringar.

1. a) Bestäm samtliga lösningar till ekvationen $\frac{1}{\sqrt{2}} \cos(x) - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin(x) = 1$. (0.3)

b) Lös ekvationen $2^x = \sqrt{2^x + 12}$. (0.4)

c) Bestäm alla x som satisfierar olikheten $x^5 > x^3$. (0.3)

2. a) Beräkna summan $\sum_{k=3}^{10} \frac{4}{9^k}$. (0.4)

b) Beräkna x^5 -termen i utvecklingen av $(3x^2 - 1/x)^{13}$. (0.6)

3. a) Formulera faktorsatsen. (0.3)

b) Polynomfunktionen $p(x) = x^4 + ax^3 + 5x^2 - 5x + b$ har nollställena i punkterna $x = 1$ respektive $x = -2$. Faktorisera polynomet $p(x)$. (0.7)

4. a) Bevisa formeln $\ln(x^y) = y \cdot \ln(x)$, $x > 0$, $y \in \mathbb{R}$, genom att utgå ifrån potenslagarna. (0.4)

b) Betrakta funktionerna $f(x) = \arcsin(x^2)$, $x \in [-1, 1]$ och $g(x) = \arcsin(x^2)$, $x \in [0, 1]$.
Gör följande för var och en av funktionerna f och g :
Avgör om funktionen är inverterbar. Om funktionen är inverterbar, bestäm då den inversa funktionen och ange dess definitionsmängd. (0.6)

5. a) Ange definitionen av en udda funktion. Anta att f är udda och definierad på intervallet $[-1, 1]$. Visa att $f(0) = 0$. (0.5)

b) Bestäm samtliga implikationer mellan följande utsagor, då $0 \leq x \leq 2\pi$:

$$A : \sin(x) = \sqrt{1 - \cos^2(x)} \quad B : x \in [0, \pi] \quad C : \sin(x) = 1 \quad (0.5)$$

6. I en regelbunden femhörning är två hörn antingen *grannar* eller *motstående*. Betrakta en regelbunden femhörning i vilken avståndet mellan två motstående hörn är 1 längdenhet.

a) Bestäm femhörningens area. (0.6)

b) En cirkel är inskriven i femhörningen. Hur stor andel av femhörningens totala area täcks av cirkelns area? (0.4)
[Svaren får innehålla obestämda värden av trigonometriska funktioner.]

LYCKA TILL!