

INGA HJÄLPMEDEL. För att bli godkänd krävs minst 0.8 av 1.0 poäng på uppgift 1 samt minst 3.0 poäng på skrivningen totalt. Lösningarna skall vara försedda med ordentliga och tydliga motiveringar.

1. Till nedanstående 10 deluppgifter skall endast svar anges. (0.1 /styck)

a) Förenkla $-3 \cdot (-(-2) \cdot (-3 + 8) - 4) \cdot (-2) + 1$ så långt som möjligt.

Svar: _____

b) Låt l vara linjen som går genom punkten $(3, 1)$ och har riktningskoefficient -2 .
Ange en ekvation för l på formen $y = kx + m$.

Svar: _____

c) Lös ekvationen $\sqrt{3x - 5} = \sqrt{-x + 5}$.

Svar: _____

d) Förenkla $a^{-3} \cdot a^{1/6}$ till en potens av a . Svara med exponenten.

Svar: _____

e) Lös olikheten $(x + 1)(x - 2) > 4$.

Svar: _____

f) Skriv $\frac{\frac{1}{3} + \frac{3}{2}}{\frac{4}{3} - \frac{4}{5}}$ som ett rationellt tal med så liten positiv nämnare som möjligt.

Svara på formen a/b där a och b är heltal.

Svar: _____

g) Lös ekvationen $\ln(x + 12) - 2 \ln(x) = 0$.

Svar: _____

h) Ange alla vinklar α mellan 0 och 360 grader så att $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Svar: _____

i) Kvadratkomplettera polynomet $x^2 - 8x + 3$.

Svar: _____

j) Lös ekvationen $4^x + 2^x - 6 = 0$.

Svar: _____

Namn:	
Personnummer:	

2. Beräkna gränsvärdena nedan (eller argumentera för att gränsvärdet saknas).

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cos x}{x}$ (0.2)

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 2 \sin x)}{6x}$ (0.4)

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - |x|}{x}$ (0.4)

3. a) En fabrik ska tillverka cylinderformade metallburkar vars basdiameter och höjd tillsammans ska vara 9 längdenheter. Hur stor kan volymen hos en sådan burk maximalt vara? Svara i volymenheter. (0.7)

b) Formulera medelvärdessatsen och förklara dess innehåll med en figur. (0.3)

4. a) Lös ekvationen $|2x + 4| - 3x + 1 = |x - 1|$. (0.5)

b) Finn den konstanta termen i utvecklingen av $\left(\frac{x^2}{2} + \frac{2}{x}\right)^9$. (0.5)

5. Betrakta funktionen

$$f(x) = \sin(\pi e^x), \quad x \geq 0.$$

a) Bestäm alla nollställen till f genom att lösa ekvationen $f(x) = 0$. (0.4)

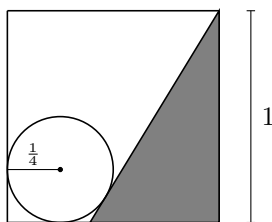
b) Hur många nollställen har f på intervallet $[0, 3]$? (0.1)
[Du får utan bevis använda att $\ln(20) < 3 < \ln(21)$.]

c) Beräkna derivatan $f'(x)$ för $x > 0$ och ange speciellt värdet då $x = \ln(3/2)$. (0.3)

d) Är f' begränsad på intervallet $]0, \infty[$? Avgör även om $f'(x)$ har ett gränsvärde, egentligt eller oegentligt, då $x \rightarrow \infty$. (0.2)

6. a) För vilka $x \in [0, 1[$ gäller att $\sum_{n=1}^{\infty} x^n \geq \sqrt{x}$? (0.5)

b) En cirkel med radien $\frac{1}{4}$ tangerar två av sidorna i en kvadrat med sidelängd 1 samt en tredje sträcka enligt figuren nedan.



Är arean av det skuggade området större än $1/3$? (0.5)

LYCKA TILL !