

INGA HJÄLPMEDEL. För att bli godkänd krävs minst 0.8 av 1.0 på uppgift 1 samt minst 3.0 på skrivningen totalt. Lösningarna skall vara försedda med ordentliga och tydliga motiveringar.

1. Endast svar krävs på nedanstående 10 deluppgifter. (0.1 /styck)

- a) Förenkla $-(-3 - (-7 + 2)) - 2 \cdot (-5)$ så långt som möjligt.
- b) Lös ekvationen $\ln(5/3) - 3 \ln(2) = \ln(x)$.
- c) Låt l vara linjen som går genom punkterna $(-1, 2)$ och $(2, -5)$. Ange en ekvation för l på formen $y = kx + m$.
- d) Faktorisera polynomet $2x^2 + 7x - 4$.
- e) Ange en vinkel α mellan 0 och 360 grader så att $\cos \alpha = \frac{1}{2}$ och $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.
- f) Lös ekvationen $\sqrt{-x^2 + 4} = x$.
- g) Skriv $\frac{7}{3} - \left(\frac{9}{2} + \frac{5}{8}\right)$ som ett rationellt tal med så liten positiv nämnare som möjligt.
- h) Bestäm konstanten a så att $x = 3$ löser ekvationen $x^2 + ax + 6 = 0$.
- i) Förenkla $\frac{b^{-5/3} b^3}{b^{3/2}}$ till en potens av b . Svara med exponenten.
- j) Lös olikheten $\frac{x+1}{x-3} > 3$.

2. a) Definiera funktionen $\arcsin x$. Ange dess definitions- resp. värdemängd. (0.2)

b) Härled ett uttryck för derivatan av $\arcsin x$. (0.3)

c) Bestäm alla sneda asymptoter till kurvan $y = \frac{2x^3 + 1}{x^2 + 4^{-x}}$. (0.5)

3. a) Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x - \cos(4x)}{\ln x + 3e^x}$. (0.3)

b) Bestäm konstanten a så att $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + a \ln(1 + x^2)}{x \sin x} = -2$. (0.3)

c) Har funktionen $g(x) = (1 - |x|/x) \arctan(1/x)$ ett gränsvärde då $x \rightarrow 0$?
Om så är fallet, bestäm detta värde. (0.4)

4. a) Bestäm koefficienten för x^{13} -termen i polynomet $(x + 1)(x^2 - 2)^9$. (0.5)

b) I ett stort motionslopp beslutar sig arrangörerna för att dela ut priser till de 33 första som kommer i mål. Förstapriset är 10.000 kr, andrapriset är $3/4$ av detta, tredjepriset är $3/4$ av andrapriset, och så vidare. Hur stor är den totala prissumman som arrangörerna behöver betala ut? (0.5)

5. Funktionen f ges av

$$f(x) = e^{1-x}(x^2 - 3x + 1), \quad x > 0.$$

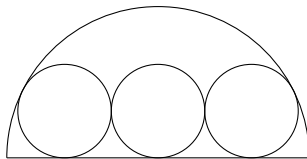
a) Bestäm ekvationen för tangenten till kurvan $y = f(x)$ i punkten $x = 1$. (0.2)

b) Visa att ekvation $x^2 + 4y^2 + 2x + 8y + 4 = 0$ beskriver en ellips. Bestäm medelpunkt och halvaxlar. I vilka punkter skär ellipsen och tangenten från a) varandra? (0.3)

c) Bestäm värdemängden till funktionen f . (0.5)

6. a) Lös olikheten $(1 - x^2)^5 + x^{10} < 1$. (0.5)

b) En kedja av tre lika stora cirklar är inskriven i en halvcirkel enligt figuren nedan.



Om R betecknar radien av halvcirkeln och r är radien av de små cirkklarna, vad är då R/r ? (0.5)

LYCKA TILL !