

*Hjälpmedel: utdelat formelblad. Lösningarna skall vara försedda med ordentliga motiveringar. Skriv fullständiga meningar och förklara dina beteckningar. Alla svar skall för-  
enklas så långt som möjligt.*

1. Låt

$$f(t) = \begin{cases} 0, & \text{om } t \leq 0, \\ \sin t, & \text{om } 0 < t \leq \pi, \\ 0, & \text{om } t > \pi. \end{cases}$$

Beräkna:

a)  $f''$ , (0.3)

b) en kausal primitiv funktion till  $f(t)$ , (0.3)

c) faltningen  $f * (f'' + f)$ . (0.4)

2. a) För vilket system är impulssvaret lika med  $5\delta'(t)$ ? Beskriv systemet i ord. (0.2)

b) Vad menas med att ett system i insignal-utsignalform är linjärt? (0.2)

c) Under vilka villkor på impulssvaret är ett linjärt tidsinvariant system kausalt? (0.2)

d) För vilka  $a$  har matrisen

$$\begin{bmatrix} 3 & a \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$$

vektorn  $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$  som egenvektor? (0.2)

e) Definera begreppet ortogonal matris. (0.2)

3. a) Beräkna samtliga egenvärden och egenvektorer till matrisen

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}. \quad (0.3)$$

b) Beräkna exponentialmatrisen  $e^{At}$ . (0.4)

c) Lös begynnelsevärdesproblemet

$$\begin{cases} x_1' = -2x_1 + 4x_2 \\ x_2' = 4x_1 - 2x_2 \end{cases}, \quad x_1(0) = 2, x_2(0) = 3. \quad (0.3)$$

**V.g. vänd!**

4. Ett linjärt tidsinvariant system har  $H(i\omega) = \frac{3}{\sqrt{3+i\omega}}$  som frekvensfunktion.

a) Bestäm systemets amplitudfunktion och fasfunktion. (0.2)

b) Bestäm systemets impulssvar och överföringsfunktion. (0.2)

c) Ange utsignalen  $y_1(t)$  om insignalen är  $w_1(t) = \sin \sqrt{3}t$ . (0.3)

d) Ange utsignalen  $y_2(t)$  om insignalen är  $w_2(t) = \sin \sqrt{3}t \theta(t)$ . (0.3)

5. Låt

$$K = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 & a \\ 2 & -7 & a-b & 0 \\ 0 & 9 & -28 & 4 \\ 0 & 0 & 4 & a-b+c \end{bmatrix}$$

vara en symmetrisk och icke-inverterbar matris.

a) Bestäm  $a, b$  och  $c$ . (0.4)

b) Skriv ner motsvarande kvadratiska form  $f(x) = x^T K x$ . Är formen negativt definit? (0.2)

c) Bestäm antalet egenvärden som är mindre än  $-2$ . (0.4)

6. I ett linjärt, tidsinvariant och kausalt system ges sambandet mellan insignalen  $w$  och utsignalen  $y$  av ekvationen

$$\int_0^\infty y(t-\tau)e^{-\tau}d\tau = w(t) + y(t).$$

a) Bestäm systemets överföringsfunktion. (0.6)

b) Vilken utsignal ger insignalen  $e^{-2t} \sin t\theta(t)$  upphov till? (0.4)

LYCKA TILL!