

*Hjälpmedel: utdelat formelblad. Lösningarna skall vara försedda med ordentliga motiveringar. Skriv fullständiga meningar och förklara dina beteckningar. Alla svar skall för-  
enklas så långt som möjligt.*

1. Låt

$$f(t) = \begin{cases} 0, & \text{om } t \leq 0, \\ t - 1, & \text{om } 0 < t \leq 1, \\ 0, & \text{om } t > 1. \end{cases}$$

Beräkna:

a)  $f'$ , (0.3)

b) en kausal primitiv funktion till  $f(t)$ , (0.3)

c) faltningen  $f * f'$ . (0.4)

2. a) För vilket system är impulssvaret lika med  $2\delta'(t)$ ? Beskriv systemet i ord. (0.2)

b) Vad menas med att ett system i insignal-utsignalform är linjärt? (0.2)

c) Under vilka villkor på impulssvaret är ett linjärt tidsinvariant system stabilt? (0.2)

d) För vilka  $a$  och  $b$  är matrisen

$$\begin{bmatrix} a & 0 \\ b & a \end{bmatrix}$$

ortogonal? (0.2)

e) Definiera begreppet kvadratisk form och ange hur en sådan brukar beskrivas i matrisform. (0.2)

3. a) Beräkna samtliga egenvärden och egenvektorer till matrisen

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}.$$

(0.3)

b) Beräkna exponentialmatrisen  $e^{At}$ . (0.4)

c) Lös begynnelsevärdesproblemet

$$\begin{cases} x_1' &= -2x_1 + 3x_2 \\ x_2' &= 3x_1 - 2x_2 \end{cases}, \quad x_1(0) = 2, x_2(0) = 3.$$

(0.3)

**V.g. vänd!**

4. Ett linjärt tidsinvariant system har  $H(i\omega) = \frac{2}{2+i\omega}$  som frekvensfunktion.
- a) Bestäm systemets amplitudfunktion och fasfunktion. (0.2)
  - b) Är systemet stabilt? (0.2)
  - c) Ange utsignalen  $y_1(t)$  om insignalen är  $w_1(t) = \sin 2t$ . (0.3)
  - d) Ange utsignalen  $y_2(t)$  om insignalen är  $w_2(t) = \sin 2t \theta(t)$ . (0.3)
5. För en symmetrisk  $3 \times 3$  matris  $A$  är det känt att element  $b_{2,2}$  i mitten av exponenti-  
almatrisen  $B = e^{At}$  ser ut som:

$$at + ce^{3t} - 1.$$

- a) Bestäm konstanterna  $a$  och  $c$ . (0.4)
  - b) Bestäm  $\det A$ . (0.2)
  - c) Bestäm  $a_{2,2}$ . (0.2)
  - d) Är den kvadratiska formen som motsvarar  $A$  positivt definit? (0.2)
6. För ett linjärt, tidsinvariant och kausalt system ges sambandet mellan insignalen  $w$  och utsignalen  $y$  av ekvationen

$$\int_0^\infty y(t - \tau)e^{-4\tau} d\tau = w(t) + y(t).$$

- a) Bestäm systemets överföringsfunktion. (0.6)
- b) Vilken utsignal ger insignalen  $e^{-t} \cos t\theta(t)$  upphov till? (0.4)

LYCKA TILL!