LUNDS TEKNISKA HÖGSKOLA
MATEMATIK

TENTAMENSSKRIVNING
ENDIMENSIONELL ANALYS A1
EXEMPELSKRIVNING 2014–09

INGA HJÄLPMEDEL. För att bli godkänd krävs minst 0.8 av 1.0 på uppgift 1 samt minst 3.0 på skrivningen totalt. Lösningarna ska vara försedda med ordentliga och tydliga motiveringar.

1. Endast svar krävs på nedanstående 10 deluppgifter. (0.1/styck)

a) Kvadratkomplettera $x^2 + 2x + 6$.

b) Ange en vinkel mellan 0 och 360 grader sådan att $\cos\alpha = -\frac{1}{2}$ och $\sin\alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

c) Lös olikheten $(x+1)(x+2) > 0$.

d) Lös ekvationen $\sqrt{2x^2 + x} = -x - 2$.

e) Faktorisera $2x^2 + 14x + 24$.

f) Skriv $\frac{3}{\frac{1}{15}+\frac{1}{2}}$ som ett rationellt tal med så liten positiv nämnare som möjligt. Svara på formen a/b där a och b är heltal.

g) I en rätvinklig triangel är en katet $3\sqrt{2}$ cm, och vinkeln mellan denna katet och hypotenusan är 45 grader. Hur lång är hypotenusan?

h) Skriv $\ln 13 - 2\ln 5$ som en enda logaritm.

i) Lös ekvationen $3^{x+1} - 3^x = \frac{2}{\sqrt{3}}$.

j) Lös ekvationen $\ln(x+1) - 2\ln(x-1) = 0$.

2. a) Lös ekvationen $|x-1| + |2x+1| = 7/4$. (0.5)

b) Bestäm koefficienten för x^4-termen i utvecklingen av $(x + \frac{2}{x})^{10}$. (0.5)

3. a) Formulera och bevisa faktorsatsen. (0.6)

b) Bestäm konstanten a så att polynomet $p(x) = ax^4 - 7x^2 - 3x$ får nollstället $x = -1$. Lös sedan ekvationen $p(x) = 0$ fullständigt. (0.4)

4. a) Bestäm inversen till funktionen

$$f(x) = \ln(x+3) + \ln(x-3), \qquad x > 3,$$

och ange inversens definitionsmängd respektive värdemängd. (0.5)

b) Bestäm största möjliga definitionsmängd för funktionen

$$g(x) = \ln\left(\frac{2}{x+1} - \frac{3}{x-1}\right). \qquad (0.5)$$

VAR GOD VÄND!

5. a) Skissera kurvan $x^2 - 6x + 4y^2 + 8y + 9 = 0$. (0.4)

b) Formulera och bevisa cosinussatsen. (Lärobokens bevis är uppdelat i två fall: då den aktuella vinkeln är trubbig respektive spetsig. Det räcker om du ger beviset för ett av dessa fall.) (0.6)

6. Lös, för varje värde på konstanten a, ekvationen

$$\cos 2x = a(\cos x - \sin x).$$

Svaret får innehålla arcusfunktioner.

LYCKA TILL!