

INGA HJÄLPMEDEL. Lösningarna ska vara försedda med ordentliga motiveringar.

1. a) Lös ekvationen ${}^{10}\log(x+2) = 1 - {}^{10}\log(x-1)$. (0.3)

b) Lös ekvationen $4^x - \frac{9}{4} \cdot 2^x + \frac{1}{2} = 0$. (0.4)

c) Bevisa logaritmlagen

$$\ln x + \ln y = \ln xy, \quad x, y > 0,$$

utifrån motsvarande potenslag. (0.3)

2. a) Lös ekvationen $1 + \cos 2x = \cos x$. (0.3)

b) Rita grafen till $f(x) = \arccos x$. Ange definitions- och värdemängd. Beräkna även $\arccos\left(\cos\left(\frac{5\pi}{4}\right)\right)$. (0.4)

c) Illustrera dubbelolikheten $\sin x < x < \tan x$ då $0 < x < \frac{\pi}{2}$ med en figur. (0.3)

3. a) Lös ekvationen $|x+1| + |x-2| = 2x$. (0.5)

b) Markera på tallinjen de reella tal x som uppfyller olikheterna

$$\left|x - \frac{1}{2}\right| \leq 6 \quad \text{respektive} \quad \left|x + \frac{5}{2}\right| \geq 2.$$

Markera dessutom de x som *samtidigt* uppfyller *båda* olikheterna. (0.5)

4. a) Beräkna $\sum_{k=2}^n \frac{1}{3^k}$. (0.4)

b) Bestäm största möjliga definitions mängd till funktionen

$$f(x) = \frac{1}{x - 3 - \sqrt{6x - x^2 - 1}}. \quad (0.6)$$

5. Avgör för var och en av ekvationerna

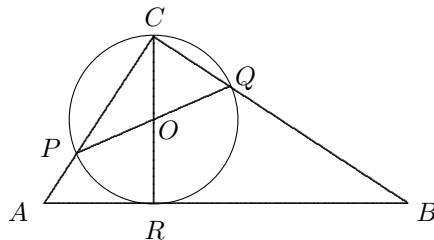
$$x^2 + y^2 - 4x + 2y + \frac{19}{4} = 0 \quad \text{och} \quad x^2 - 4y^2 - 8y - 8 = 0$$

vad för slags kurva de beskriver. Rita kurvorna. Bestäm eventuella asymptoter. Bestäm slutligen samtliga skärningspunkter mellan kurvorna.

VAR GOD VÄND!

6. a) Formulera randvinkelsatsen. (0.2)

- b) Cirkeln i figuren har medelpunkt O och radie r , och sträckan AB tangerar denna cirkel i R . Punkten P ligger på sträckan AC och punkten Q ligger på sträckan BC . Sträckorna PQ och CR är båda diametrar till cirkeln. Härled och bevisa ett samband mellan de tre längderna $|AR|$, $|RB|$ och r .



Ordentliga motiveringar krävs. (0.8)

LYCKA TILL!