

*Hjälpmedel: utdelat formelblad. Lösningarna skall vara försedda med ordentliga motiveringar. Skriv fullständiga meningar och förklara dina beteckningar. Alla svar skall för-
enklas så långt som möjligt.*

1. Låt $f(t) = e^{2t}\theta(t)$. Beräkna

a) en primitiv funktion till $f(t)$, (0.3)

b) f' och f'' , (0.3)

c) en kausal lösning till ekvationen $x' - 2x = f(t)$. (0.4)

2. a) Vad blir faltningarna $\delta(t-1) * f(t)$ och $\delta'(t) * f(t)$? (0.2)

b) Alla egenvärden av en kvadratisk matris är lika med -3 . Kan den vara diagonoliserbar? Ge exemplet om svaret är "ja" eller beviset (att den är icke-diagnoliserbar) om svaret är "nej". (0.2)

c) Definiera begreppet ortogonal matris. (0.2)

d) För vilka reella tal a blir den kvadratiska formen

$$f(x, y) = -8x^2 + 16xy + ay^2$$

negativt definit? (0.2)

e) Beräkna den komplexa amplituden för $f(t) = \sin 2x$. (0.2)

3. Låt

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & a \end{pmatrix}.$$

a) Bestäm samtliga egenvärden och egenvektorer om $\text{tr } A = 1$. (0.4)

b) Bestäm exponentialmatrisen e^{At} . (0.3)

c) Lös begynnelsevärdesproblemet

$$X' = AX, \quad X(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}. \quad (0.3)$$

V.g. vänd!

4. Systemet \mathcal{S} är kausalt, linjärt och tidsinvariant. Om man sänder in signalen $w(t) = \sin(5t)\theta(t)$ så kommer signalen $y(t) = 2\cos(5t)\theta(t)$ ut.

a) Bestäm överföringsfunktionen. (0.2)

b) Bestäm impulssvaret. (0.2)

c) Ange utsignalen $y_1(t)$ om insignalen är

$$w_1(t) = e^{5it}\theta(t). \quad (0.3)$$

d) Ange utsignalen $y_2(t)$ om insignalen är

$$w_2(t) = e^{3it}. \quad (0.3)$$

5. Låt

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

a) Bestäm produkten av alla egenvärdena (0.3)

b) Hur många av egenvärdena är positiva? (0.3)

c) Hur många av egenvärdena är större än 2? (0.4)

6. Finns det en funktion $f(t)$, som för $x > 0$ uppfyller ekvationen

$$\int_0^x f(x-y)\sin(y)dy = f(x) + 1?$$

LYCKA TILL!