LUNDS TEKNISKA HÖGSKOLA
MATEMATIK

SVAR OCH ANVISNINGAR
ENDIMENSIONELL ANALYS A2
2014–04–22 kl. 8–13

1. a) 2/3

b) 7/2

c) 1/3

2. a) $y = -\frac{\pi}{4}x + 3\ln 2$

b) $g'(1) = 0, \quad g'(3) = 3/4$

3. Lokal maximipunkt $x = -1$ och lokal minimipunkt $x = 5$, med motsvarande lokala extremvärden $f(-1) = -5/2$ och $f(5) = 19/2$. Sned asymptot $y = x + \frac{3}{2}$ både då $x \to \infty$ och $x \to -\infty$.

4. a) $1 - i, \quad -1 + 3i$

b) För formulering och härledning av Eulers formler, se läroboken sidan 97. Den trigonometriska formeln kan härledas på följande sätt:

$$\sin^2 x = \left(\frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}\right)^2 = \frac{(e^{ix} - e^{-ix})^2}{4i^2} = \frac{(e^{ix})^2 + (e^{-ix})^2 - 2e^{ix}e^{-ix}}{-4} =$$

$$= \frac{e^{i2x} + e^{-i2x} - 2}{-4} = \frac{1 - \frac{e^{i2x} + e^{-i2x}}{2}}{2} = \frac{1 - \cos 2x}{2}.$$

5. a) För formulering av medelvärdessatsen, se läroboken sidan 230. För den givna funktionen f i uppgiften så vet vi att det finns (minst) en punkt ξ, $2 < \xi < 4$, sådan att

$$f'(\xi) = \frac{f(4) - f(2)}{4 - 2} = \frac{8 - 3}{4 - 2} = \frac{5}{2}.$$

b) Se läroboken sidan 232.

c) Maclaurinutveckling ger $(0 \le \theta \le 1)$:

$$\left|\sqrt{1+3x} - 1 - \tfrac{3}{2}x\right| = \left|1 + \tfrac{3}{2}x - \frac{9}{8(1+3\theta x)^{3/2}}x^2 - 1 - \tfrac{3}{2}x\right| = \frac{9}{8(1+3\theta x)^{3/2}}x^2 \le$$

$$\le \frac{9}{8\left(1 - \frac{3}{4}\right)^{3/2}}\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{9}{8} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{1/2} = \frac{9}{16}.$$

6. 20π km/min