

INGA HJÄLPMEDEL. Lösningarna skall vara försedda med ordentliga motiveringar.

1. a) Bestäm Maclaurinpolynomet $p_2(x)$ av grad två till $e^x \cos x$. (0.5)

b) Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x/2} - \sqrt{1+x}}{x^2}$. (0.5)

2. a) Lös ekvationen $z^6 + 1 = 0$. Svara på formen $a + bi$. (0.6)

b) Bestäm alla lösningar till differentialekvationen $y^{(6)} + y = x^2$. (0.4)

3. a) Lös begynnelsevärdesproblemet (0.5)

$$(2 + \sin(x))y' + \cos(x)y = \ln(x+1), \quad x \geq 0, \quad y(0) = 1.$$

b) En tunn homogen skiva beskrivs av olikheterna

$$0 \leq y \leq \frac{1}{\sqrt{x+1}}, \quad 0 \leq x \leq 3.$$

Bestäm x -koordinaten för dess tyngdpunkt, dvs $x_{mc} = \frac{1}{M} \int x \, dm$. (0.5)

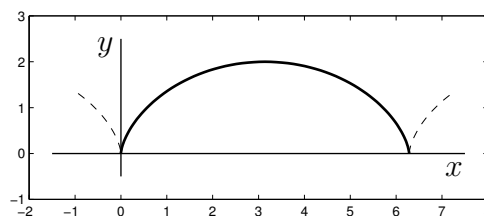
4. Beräkna den generaliserade integralen $\int_1^\infty \frac{2x+6}{(x+1)(x^2+2x+5)} dx$.

5. a) Formulera analysens huvudsats. Använd huvudsatsen för att bevisa insättningsformeln. (0.5)

b) Finn en lösning till integralekvationen $y(x) + x^3 + x \int_1^x y(t) dt = 0, x \geq 1$. (0.5)

6. En kurva γ är definierad på parameterform

$$\gamma: \begin{cases} x(t) &= t - \sin t, \\ y(t) &= 1 - \cos t, \end{cases} \quad t \in [0, 2\pi].$$



a) Beräkna längden av γ . (0.5)

b) Beräkna arean av den yta som bildas då γ roteras ett varv kring x -axeln. (0.5)

LYCKA TILL!