1. a) $|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0, \\ -x, & x < 0. \end{cases}$ b) $0 \leq x \leq 1$. c) 1.

2. a) Derivera och sätt in. b) Största värde saknas. Det minsta är 7.

3. S är vid Marianergraven då $t = 19/12$. J är vid samma tidpunkt $1/12$ sjömil söder om Marianergraven. Alltså ser de varandra, men krockar ej. (Som närmst är de $1/13$ sjömil från varandra.)

4. a) Se boken. b) $\ln 3$. c) $10/3$.

5. a) Eftersom $\sin y < \tan y$ för $0 < y < \pi/2$ och det gäller att $0 < \arctan x < \pi/4$ och $0 < \arcsin x < \pi/2$ då $0 < x < 1$, så får vi

$$\sin(\arctan x) < \tan(\arctan x) = x = \sin(\arcsin x) < \tan(\arcsin x).$$

Alternativt kan man notera att $\sin(\arctan x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ och $\tan(\arcsin x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ för $0 < x < 1$, varur de båda olikheterna följer direkt.

b) Rita figur (och se figuren nedan)! Följande tre påståenden gäller:

- $\triangle ABC$ är likformig med $\triangle EBA$ eftersom förhållandena $BC : BA = BA : BE$ och de har vinkeln vid B gemensam. Speciellt gäller det att

$$\angle ACD = \angle ACB = \angle BAE. \tag{1}$$

- Vidare ger yttervinkelsatsen att

$$\angle ADB = \angle CAD + \angle ACD. \tag{2}$$

- Slutligen så är $\triangle ABD$ likbent ($AB = DB$) så

$$\angle ADB = \angle BAE + \angle DAE. \tag{3}$$

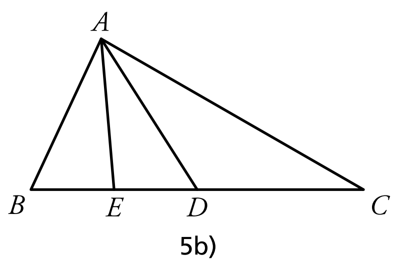
Sätter vi samman dessa tre formler för vinklarna får vi

$$\angle DAE \overset{(3)}{=} \angle ADB - \angle BAE \overset{(1)}{=} \angle ADB - \angle ACD \overset{(2)}{=} \angle CAD,$$

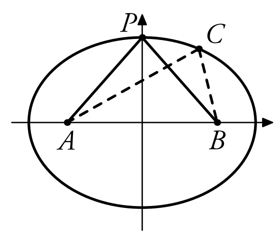
och alltså gäller det att AD är en bisektris till $\angle CAE$.

6. a) Låt den likbenta triangeln ha sidor $2a$, c och c. Då blir höjden h (som står mot sidan $2a$) $h = \sqrt{c^2 - a^2}$ och alltså ges arean av $A = ah = a\sqrt{c^2 - a^2}$. Det är enklare att räkna med $A^2 = a^2(\ell^2/4 - a\ell)$. Maximera (med avseende på a, $0 < a < \ell/4$) och du lär få maximum då $a = \ell/6$, det vill säga då $2a = c = \ell/3$, det vill säga då triangeln är liksidig.

b) (Se figur nedan.) Låt $\triangle ABC$ vara godtycklig med omkrets ℓ. Låt sedan $\mathcal{E}$ vara den ellips som har brännpunkter i A och B och som skär C. För alla punkter P på $\mathcal{E}$ (förutom de två som gör att A, B och P ligger på en rät linje) så kommer $\triangle ABP$ att ha samma omkrets ℓ som $\triangle ABC$. Vidare fås varje triangel med sida AB och omkrets ℓ på detta vis. Eftersom triangelns area ges av basen gånger höjden så ser vi att vi får störst area då $AP = BP$, det vill säga då den är likbent. Men då har vi visat att för varje godtycklig triangel $\triangle ABC$ finns en likbent dito med samma omkrets och minst lika stor area. Enligt **a)** är vi därmed klara.



5b)



6b)