

Hjälpmedel: utdelat formelblad. Lösningarna skall vara försedda med ordentliga motiveringar. Skriv fullständiga meningar och förklara dina beteckningar. Alla svar skall förklaras så långt som möjligt.

1. Låt $f(t) = \theta(t) \sin 2t$. Beräkna:

a) $f'(t)$ och $f''(t)$, (0.3)

b) en kausal primitiv funktion till $f(t)$, (0.3)

c) faltningen $\theta(t) * f''(t)$. (0.4)

2. a) För vilket system är impulssvaret lika med $7\delta'(t)$? Beskriv systemet i ord. (0.2)

b) Vad menas med att ett system i insignal-utsignalform är stabilt? (0.2)

c) Ge exempel på ett linjärt tidsinvariant system som inte är kausalt. (0.2)

d) För vilka tal a är matrisen

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -3 & a \end{bmatrix}$$

diagonaliserbar? Motivera svaret. (0.2)

e) Förenkla $\sin 2t \delta'(t)$. (0.2)

3. a) Beräkna samtliga egenvärden till matrisen

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}.$$

(0.2)

b) Kan A ha reella egenvektorer? (0.2)

c) Beräkna exponentialmatrisen e^{At} . (0.3)

d) Lös begynnelsevärdesproblemet

$$\begin{cases} x_1' &= 2x_2 \\ x_2' &= -2x_1 \end{cases}, \quad x_1(0) = 1, x_2(0) = 0.$$

(0.3)

V.g. vänd!

4. I ett (kausalt) högpasfilter är sambandet mellan insignal $w(t)$ och utsignal $y(t)$

$$y' + y = 2w'.$$

a) Bestäm filtrets impulssvar och överföringsfunktion. (0.2)

b) Bestäm systemets amplitudfunktion $A(\omega)$. Varför kallas systemet för högpasfilter? (0.2)

c) Ange utsignalen $y_1(t)$ om insignalen är $w_1(t) = \sin 2t$. (0.3)

d) Ange utsignalen $y_2(t)$ om insignalen är $w_2(t) = \sin 2t \theta(t)$. (0.3)

5. Låt

$$K = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & a \\ 1 & 1 & 1 & b \end{bmatrix}$$

vara en symmetrisk matris.

a) Bestäm a, b om $\det K = 0$. (0.4)

b) Skriv ner motsvarande kvadratiska form $f(x) = x^T K x$. Är det sant att formen är positivt definit? (0.2)

c) Bestäm summan av alla egenvärdena. Bestäm antalet egenvärden som är mindre än $\frac{3}{2}$. (0.4)

6. Bestäm en funktion $g(t)$, som för $t > 0$ uppfyller ekvationen

$$\int_0^{7t} g(7t - \tau) d\tau = g(7t) - 21t.$$

LYCKA TILL!