

INGA HJÄLPMEDEL. Lösningarna ska vara försedda med fullständiga motiveringar.

1 a) Lös ekvationen $4^x + 2^{x+1} + 1 = 4$. (0.3)

b) Lös ekvationen $|x + 1| = 2x + 1$. (0.3)

c) Låt $f(x) = \frac{\ln(x+1)}{x+1}$. Ange en ekvation för tangenten till kurvan $y = f(x)$ i punkten $(0, f(0))$. (0.4)

2 a) Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\ln x}$. (0.5)

b) Om koefficienten för x^3 -termen i utvecklingen av $(x + a)^{10}$ är -120 , vad är då den reella konstanten a ? (0.5)

3 I kinetisk gasteori förekommer den så kallade Maxwell-Boltzmann-fördelningen för partiklars hastigheter i en gas. Med lämpliga enheter ges denna fördelning av

$$f(v) = v^2 e^{-v^2}, \quad -\infty < v < \infty.$$

a) Finn alla stationära punkter till funktionen f . Avgör för varje stationär punkt om det är ett lokalt maximum eller minimum. (0.7)

b) Beräkna gränsvärdet av $f(v)$ när $v \rightarrow \infty$. (0.3)

4 a) Lös ekvationen $\ln(\sin x) = \ln(\cos x)$. (0.5)

b) För vilka x är $\sum_{k=0}^{\infty} x^{2k} < 2$? (0.5)

5 a) Använd medelvärdessatsen för att visa följande: Om f är deriverbar på \mathbb{R} , och $f'(x) > 0$ för alla reella x , så är f strängt växande. (0.3)

b) Rita kurvan

$$y = x + 2 \arctan \frac{1}{x}.$$

Ange samtliga asymptoter och lokala extrempunkter. (0.7)

6 Avgör vilket av talen $\sqrt[n]{n}$, $n = 1, 2, 3, \dots$ som är störst.

Tips: Betrakta till exempel funktionen $f(x) = \sqrt[x]{x}$, $x > 0$.

LYCKA TILL!