LUNDS TEKNISKA HÖGSKOLA
MATEMATIK

TENTAMENSSKRIVNING
FLERDIMENSIONELL ANALYS
2013-08-27 kl 14–19

INGA HJÄLPMEDEL.
Lösningarna skall vara försedda med ordentliga motiveringar.

1. a) Bestäm en normalvektor och en ekvation för tangentlinjen till kurvan $xy^2 = 2$ i punkten $(2, -1)$. (0.5)

b) Bestäm en normalvektor och en ekvation för tangentplanet till ytan $z = xy^2$ i punkten $(2, -1, 2)$. (0.5)

2. a) Bestäm samtliga lösningar $f(x, y)$ till den partiella differentialekvationen

$$y\frac{\partial f}{\partial x} - x\frac{\partial f}{\partial y} = 0, \qquad x > 0$$

genom att transformera ekvationen till variablerna $u = x^2 + y^2$ och $v = y$. (0.7)

b) Finns det någon lösning till ekvationen i deluppgift a) som uppfyller $f(x, 0) = x$ för alla $x > 0$? Bestäm den i så fall. (0.3)

3. Bestäm största och minsta värde av funktionen

$$f(x, y) = (y - x)e^{x^2 - y}$$

i området $D = \{(x, y);\ x^2 \leq y \leq x + 2\}$.

4. a) Bestäm största och minsta värde för $f(x, y) = x^2 + y$ på ellipsen $x^2 + 4y^2 = 1$. (0.5)

b) Beräkna dubbelintegralen

$$\iint_D y\,dx\,dy,$$

där $D = \{(x, y);\ x^2 \leq y \leq \sqrt{x}\}$. (0.5)

5. a) Låt $K = \{(x, y, z);\ x^2 + y^2 + z^2 \leq 1,\ x \geq 0,\ z \geq 0\}$. Beräkna trippelintegralen

$$\iiint_K \frac{dx\,dy\,dz}{1 + x^2 + y^2 + z^2}.$$ (0.5)

b) Beräkna kurvintegralen

$$\int_\gamma (2y + \sqrt{1 + x})\,dx + (5x - e^{y^2})\,dy$$

där γ är övre halvan av cirkeln $x^2 + y^2 = 1$ från $(1, 0)$ till $(-1, 0)$. (0.5)

VAR GOD VÄND!

6. Bestäm ett värde på talet c sådant att punkten $(0, c)$ ligger på kurvan

$$\sin(y^5 + x + 1) + e^{xy} = 1.$$

Visa att kurvan definierar y som en funktion av x i en omgivning av $(0, c)$, för ditt värde på c. Bestäm även $y'(0)$.

LYCKA TILL!