

Оглавление

0.1	ММП для дискретного распределения	1
0.2	ММП для нормального распределения	1
0.3	Состоятельность ММП	1
0.4	Информация Фишера	1
0.5	ММП для экспоненциального распределения и интервалы	2

0.1 ММП для дискретного распределения

Условие задачи

Рассмотрим выборку независимых одинаково распределённых случайных величин Y_1, Y_2, Y_3 . Известно, что Y_i может принимать всего три значения: 2 с вероятностью $3a$, 4 с вероятностью $1-5a$, 6 с вероятностью $2a$, где a – неизвестный параметр. Оказалось, что $Y_1 = 6, Y_2 = 4, Y_3 = 6$.

- Найдите \hat{a}_{ML} .
- Постройте функцию правдоподобия и её логарифм на одном графике. Покажите \hat{a}_{ML} .

0.2 ММП для нормального распределения

Условие задачи

Пусть X_1, \dots, X_N – выборка независимых одинаково распределённых величин из нормального распределения $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$.

- Найдите $\hat{\mu}_{ML}, \hat{\sigma}_{ML}$,
- Докажите, что $\hat{\mu}_{ML}, \hat{\sigma}_{ML}^2$ – это точка максимума функции правдоподобия.

0.3 Состоятельность ММП

Условие задачи

Пусть верно условие задачи 2. Покажите, что $\hat{\sigma}_{ML}^2$ является состоятельной оценкой σ^2 .

0.4 Информация Фишера

Условие задачи

Пусть верно условие задачи 2.

- Найдите теоретическую информацию Фишера.
- Найдите оценку информации Фишера.
- Пусть $\hat{\sigma}_{ML}^2 = 10$, а $N = 100$. Найдите $\text{Var}(\hat{\mu})$.
- Пусть $\hat{\mu}_{ML} = 40$. Постройте 95%-ый доверительный интервал для μ .

0.5 ММП для экспоненциального распределения и интервалы

Условие задачи

Рассмотрим выборку независимых одинаково распределённых случайных величин X_1, X_2, \dots, X_{50} из экспоненциального распределения. Оказалось, что $\bar{X} = 1.5$.

- Найдите $\hat{\lambda}_{ML}$.
- Постройте 95%-ый доверительный интервал для λ .