HIT egész számok kommutatív gyűrűt alkotnak

Balázs Zoltán

Eötvös Loránd Tudományegyetem

2025. január 20.

Egész szám definíciók

- Normálforma (`zero`, `suc`, `pred`)
- Jobb normálforma (`pos`, `negsuc`)
- Bi-Invertible (`zero`, `suc`, `predr`, `suc-predr`, `predl`, `predl-suc`, `predl≡predr`)
- HIT (`zero`, `suc`, `pred`, `suc-pred`, `pred-suc`, `coh`)

Egész szám definíciók

- Normálforma (`zero`, `suc`, `pred`)
- Jobb normálforma (`pos`, `negsuc`)
- Bi-Invertible (`zero`, `suc`, `predr`, `suc-predr`, `predl`, `predl-suc`, `predl≡predr`)
- HIT (`zero`, `suc`, `pred`, `suc-pred`, `pred-suc`, `coh`)

Egész szám definíciók

- Normálforma (`zero`, `suc`, `pred`)
- Jobb normálforma (`pos`, `negsuc`)
- Bi-Invertible (`zero`, `suc`, `predr`, `suc-predr`, `predl`, `predl-suc`, `predl`≡`predr`)
- HIT (`zero`, `suc`, `pred`, `suc-pred`, `pred-suc`, `coh`)

Egész szám definíciók

- Normálforma (`zero`, `suc`, `pred`)
- Jobb normálforma (`pos`, `negsuc`)
- Bi-Invertible (`zero`, `suc`, `predr`, `suc-predr`, `predl`, `predl-suc`, `predl≡predr`)
- HIT (`zero`, `suc`, `pred`, `suc-pred`, `pred-suc`, `coh`)

Kommutatív gyűrű

- A halmaz, összeadás és szorzás gyűrűt alkot
  - A halmaz és összeadás Abel-csoportot alkot
    - Összeadás egységeleme létezik
    - Összeadás inverz eleme létezik
    - Összeadás asszociatív
    - Összeadás kommutatív
  - A halmaz és szorzás monoid
    - Szorzás egységeleme létezik
    - Szorzás asszociatív
  - A szorzás disztributív az összeadásra
- Szorzás kommutatív

Kommutatív gyűrű

- A halmaz, összeadás és szorzás gyűrűt alkot
  - A halmaz és összeadás Abel-csoportot alkot
    - Összeadás egységeleme létezik
    - Összeadás inverz eleme létezik
    - Összeadás asszociatív
    - Összeadás kommutatív
  - A halmaz és szorzás monoid
    - Szorzás egységeleme létezik
    - Szorzás asszociatív
  - A szorzás disztributív az összeadásra
- Szorzás kommutatív

Kommutatív gyűrű

- A halmaz, összeadás és szorzás gyűrűt alkot
  - A halmaz és összeadás Abel-csoportot alkot
    - Összeadás egységeleme létezik
    - Összeadás inverz eleme létezik
    - Összeadás asszociatív
    - Összeadás kommutatív
  - A halmaz és szorzás monoid
    - Szorzás egységeleme létezik
    - Szorzás asszociatív
  - A szorzás disztributív az összeadásra
- Szorzás kommutatív

Kommutatív gyűrű

- A halmaz, összeadás és szorzás gyűrűt alkot
  - A halmaz és összeadás Abel-csoportot alkot
    - Összeadás egységeleme létezik
    - Összeadás inverz eleme létezik
    - Összeadás asszociatív
    - Összeadás kommutatív
  - A halmaz és szorzás monoid
    - Szorzás egységeleme létezik
    - Szorzás asszociatív
  - A szorzás disztributív az összeadásra
- Szorzás kommutatív

Kommutatív gyűrű

- A halmaz, összeadás és szorzás gyűrűt alkot
  - A halmaz és összeadás Abel-csoportot alkot
    - Összeadás egységeleme létezik
    - Összeadás inverz eleme létezik
    - Összeadás asszociatív
    - Összeadás kommutatív
  - A halmaz és szorzás monoid
    - Szorzás egységeleme létezik
    - Szorzás asszociatív
  - A szorzás disztributív az összeadásra
- Szorzás kommutatív

Kommutatív gyűrű

- A halmaz, összeadás és szorzás gyűrűt alkot
  - A halmaz és összeadás Abel-csoportot alkot
    - Összeadás egységeleme létezik
    - Összeadás inverz eleme létezik
    - Összeadás asszociatív
    - Összeadás kommutatív
  - A halmaz és szorzás monoid
    - Szorzás egységeleme létezik
    - Szorzás asszociatív
  - A szorzás disztributív az összeadásra
- Szorzás kommutatív

Kommutatív gyűrű

- A halmaz, összeadás és szorzás gyűrűt alkot
    - A halmaz és összeadás Abel-csoportot alkot
        - Összeadás egységeleme létezik
        - Összeadás inverz eleme létezik
        - Összeadás asszociatív
        - Összeadás kommutatív
    - A halmaz és szorzás monoid
        - Szorzás egységeleme létezik
        - Szorzás asszociatív
    - A szorzás disztributív az összeadásra
- Szorzás kommutatív

Kommutatív gyűrű

- A halmaz, összeadás és szorzás gyűrűt alkot
  - A halmaz és összeadás Abel-csoportot alkot
    - Összeadás egységeleme létezik
    - Összeadás inverz eleme létezik
    - Összeadás asszociatív
    - Összeadás kommutatív
  - A halmaz és szorzás monoid
    - Szorzás egységeleme létezik
    - Szorzás asszociatív
  - A szorzás disztributív az összeadásra
- Szorzás kommutatív

Kommutatív gyűrű

- A halmaz, összeadás és szorzás gyűrűt alkot
  - A halmaz és összeadás Abel-csoportot alkot
    - Összeadás egységeleme létezik
    - Összeadás inverz eleme létezik
    - Összeadás asszociatív
    - Összeadás kommutatív
  - A halmaz és szorzás monoid
    - Szorzás egységeleme létezik
    - Szorzás asszociatív
  - A szorzás disztributív az összeadásra
- Szorzás kommutatív

Kommutatív gyűrű

- A halmaz, összeadás és szorzás gyűrűt alkot
  - A halmaz és összeadás Abel-csoportot alkot
    - Összeadás egységeleme létezik
    - Összeadás inverz eleme létezik
    - Összeadás asszociatív
    - Összeadás kommutatív
  - A halmaz és szorzás monoid
    - Szorzás egységeleme létezik
    - Szorzás asszociatív
  - A szorzás disztributív az összeadásra
- Szorzás kommutatív

Kommutatív gyűrű

- A halmaz, összeadás és szorzás gyűrűt alkot
  - A halmaz és összeadás Abel-csoportot alkot
    - Összeadás egységeleme létezik
    - Összeadás inverz eleme létezik
    - Összeadás asszociatív
    - Összeadás kommutatív
  - A halmaz és szorzás monoid
    - Szorzás egységeleme létezik
    - Szorzás asszociatív
  - A szorzás disztributív az összeadásra
- Szorzás kommutatív

Implementáció menete

```
data ℤh : Set where
  zero : ℤh
  succ : ℤh → ℤh
  pred : ℤh → ℤh
  sec : (z : ℤh) → pred (succ z) ≡ z
  ret : (z : ℤh) → succ (pred z) ≡ z
  coh : (z : ℤh) → congS succ (sec z) ≡ ret (succ z)
```

- Halmaz definiálása
- Izomorfizmus a normálforma definícióval
- Iterátor (+eliminátor) és induktív tulajdonság
- Műveletek (és tulajdonságok) Agda-ban való definiálása (és formalizálása)

Implementáció menete

```
data ℤₕ : Set where
  zero : ℤₕ
  succ : ℤₕ → ℤₕ
  pred : ℤₕ → ℤₕ
  sec : (z : ℤₕ) → pred (succ z) ≡ z
  ret : (z : ℤₕ) → succ (pred z) ≡ z
  coh : (z : ℤₕ) → congS succ (sec z) ≡ ret (succ z)
```

- Halmaz definiálása
- Izomorfizmus a normálforma definícióval
- Iterátor (+eliminátor) és induktív tulajdonság
- Műveletek (és tulajdonságok) Agda-ban való definiálása (és formalizálása)

Implementáció menete

```
data ℤₕ : Set where
  zero : ℤₕ
  succ : ℤₕ → ℤₕ
  pred : ℤₕ → ℤₕ
  sec : (z : ℤₕ) → pred (succ z) ≡ z
  ret : (z : ℤₕ) → succ (pred z) ≡ z
  coh : (z : ℤₕ) → congS succ (sec z) ≡ ret (succ z)
```

- Halmaz definiálása
- Izomorfizmus a normálforma definícióval
- Iterátor (+eliminátor) és induktív tulajdonság
- Műveletek (és tulajdonságok) Agda-ban való definiálása (és formalizálása)

Implementáció menete

```
data ℤₕ : Set where
  zero : ℤₕ
  succ : ℤₕ → ℤₕ
  pred : ℤₕ → ℤₕ
  sec : (z : ℤₕ) → pred (succ z) ≡ z
  ret : (z : ℤₕ) → succ (pred z) ≡ z
  coh : (z : ℤₕ) → congS succ (sec z) ≡ ret (succ z)
```

- Halmaz definiálása
- Izomorfizmus a normálforma definícióval
- Iterátor (+eliminátor) és induktív tulajdonság
- Műveletek (és tulajdonságok) Agda-ban való definiálása (és formalizálása)

Ez miért új? Mi a haszna?

- Eddig csak elméleti síkon volt belátva
- Eliminálhatunk magasabb dimenziókra (halmazok felé, pl. groupoidokra)
- Szebb definíció mint a Bi-Invertible egész számok
- Az egész számok tényleg kommutatív gyűrűt alkotnak
- Automatikus levezetés összeadást, negálást (kivonást) és szorzást használó egyenlőségekre

Ez miért új? Mi a haszna?

- Eddig csak elméleti síkon volt belátva
- Eliminálhatunk magasabb dimenziókra (halmazok felé, pl. groupoidokra)
- Szebb definíció mint a Bi-Invertible egész számok
- Az egész számok tényleg kommutatív gyűrűt alkotnak
- Automatikus levezetés összeadást, negálást (kivonást) és szorzást használó egyenlőségekre

Ez miért új? Mi a haszna?

- Eddig csak elméleti síkon volt belátva
- Eliminálhatunk magasabb dimenziókra (halmazok felé, pl. groupoidokra)
- Szebb definíció mint a Bi-Invertible egész számok
- Az egész számok tényleg kommutatív gyűrűt alkotnak
- Automatikus levezetés összeadást, negálást (kivonást) és szorzást használó egyenlőségekre

Ez miért új? Mi a haszna?

- Eddig csak elméleti síkon volt belátva
- Eliminálhatunk magasabb dimenziókra (halmazok felé, pl. groupoidokra)
- Szebb definíció mint a Bi-Invertible egész számok
- Az egész számok tényleg kommutatív gyűrűt alkotnak
- Automatikus levezetés összeadást, negálást (kivonást) és szorzást használó egyenlőségekre

Ez miért új? Mi a haszna?

- Eddig csak elméleti síkon volt belátva
- Eliminálhatunk magasabb dimenziókra (halmazok felé, pl. groupoidokra)
- Szebb definíció mint a Bi-Invertible egész számok
- Az egész számok tényleg kommutatív gyűrűt alkotnak
- Automatikus levezetés összeadást, negálást (kivonást) és szorzást használó egyenlőségekre

Köszönöm a figyelmet!