

引用格式: 石忠佼, 朱化杰, 赵良玉, 等. 考虑舵机动力学的旋转弹自适应解耦控制[J]. 航空学报, 2021, 42(X):325068. SHI Z J, ZHU H J, ZHAO L Y, et al. Adaptive Decoupling Control For a Class of Spinning Rockets with Actuator Dynamics [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2021, 42(X): 325068 (in Chinese). doi:10.7527/S1000-6893.2021.25068.

## 考虑舵机动力学的旋转弹自适应解耦控制

石忠佼<sup>1</sup>, 朱化杰<sup>2</sup>, 赵良玉<sup>1,\*</sup>, 刘志杰<sup>3</sup>

1. 北京理工大学 宇航学院, 北京 100081

2. 北京理工大学 机电学院, 北京 100081

3. 北京科技大学 自动化学院, 北京 100081

**摘要:** 为解决由气动交联、控制交联引起的旋转弹俯仰和偏航通道间的耦合问题, 提出了一种考虑气动不确定和执行机构动力学的自适应解耦控制方法。以一类鸭舵作用下的双通道控制旋转弹为研究对象, 建立了非旋转弹体坐标系下考虑舵机动态响应过程以及气动参数不确定性的线性化动力学模型。利用模型参考自适应控制方法作为基础框架, 将跟踪误差积分扩维至被控系统以改善闭环系统的跟踪性能。将舵机输入与输出之间的误差信号反馈到参考模型中实现俯仰和偏航通道之间的解耦。通过理论分析和数值仿真, 验证了所提自适应解耦控制方法的有效性。仿真结果表明, 设计的自适应解耦控制器能够保证闭环系统稳定并且实现俯仰和偏航通道之间的解耦。

**关键词:** 旋转弹; 自适应控制; 解耦控制; 舵机动力学; 二次稳定

**中图分类号:** V249.1 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-6893(2021) XX-325068-11

旋转弹通常是指一类采用旋转体制的火箭飞行器。由于能够绕自身纵轴连续滚转使得这类飞行器具有简化制导控制系统的组成、放宽加工制造误差容限、避免不对称烧蚀等一系列优势, 因此, 旋转体制广泛用于各类炮弹、火箭弹和战术导弹<sup>[1]</sup>。随着战争模式的转变, 高密度、精确打击能力已成为现代战争对于武器装备的核心要求, 但传统的无控炮射武器由于密集度低、打击精度差往往难以满足这些要求。虽然复杂的制导武器(例如导弹)能够满足高精度打击, 但由于配备了高性能的传感器和执行机构使得成本较高, 使其大规模部署遇到了极大的挑战。

传统无控炮弹、火箭弹等常规火箭武器的制导化成为了一种折中的解决方案。由于采用旋转

体制, 马格努斯效应诱导的气动交联、陀螺效应诱导的惯性交联以及舵机动力学诱导的控制交联使得弹体成为一个存在俯仰和偏航通道强耦合的双输入-双输出动力学系统<sup>[2]</sup>。若不采取任何补偿或解耦措施而直接采用现有的分通道控制器设计方法, 往往无法取得满意的控制效果<sup>[3]-[4]</sup>, 严重时甚至会诱发不收敛的锥形运动, 导致旋转弹的打击精度下降, 甚至达不到预定射程。

为了设计具有良好性能的自动驾驶仪, 解耦成了旋转弹控制系统设计的永恒主题。围绕旋转弹的解耦控制方法, 国内外专家学者已经取得了较为丰富的研究成果。早期应用于旋转弹的解耦措施主要包括前馈补偿器解耦<sup>[5]</sup>、串联补偿器解耦<sup>[6]</sup>、对角占优理论解耦<sup>[7]</sup>以及状态反馈交叉补

收稿日期: 2020-12-06; 退修日期: 2021-01-25; 录用日期: 2021-05-25; 网络出版时间:

网络出版地址:

基金项目: 国家自然科学基金 (12072027, 11532002)

\*通讯作者. E-mail: zhaoly@bit.edu.cn

XXXXXX-1

偿解耦<sup>[8]</sup>等, 这些方法均属于静态解耦控制方法, 其算法简单、便于工程应用, 但是很难保证控制系统具有良好的动态响应特性。为克服静态解耦方法固有的缺陷, 研究人员将现代控制理论用于旋转弹控制系统设计, 主要包括滚动时域解耦控制<sup>[9]</sup>、动态逆解耦控制<sup>[10]</sup>、鲁棒 $H_\infty$ 解耦控制<sup>[11]</sup>、自适应解耦控制<sup>[12]-[14]</sup>以及模糊解耦控制<sup>[15]</sup>等。这些方法为动态解耦控制方法, 能够很好的解决模型中多变量间的耦合问题, 并且对外界干扰以及模型不确定性具有鲁棒性。

在现有的解耦控制方法设计过程中, 均假设执行机构动力学足够快, 即未考虑执行机构动态响应过程或仅考虑了执行机构稳态响应引起的通道间耦合。但基于成本和系统复杂性考虑, 制导炮弹、制导火箭弹的控制系统执行机构不能采用铰链力矩大、响应速度快但成本也较高的液压舵机<sup>[16]</sup>, 导致快执行机构假设不再成立, 使得上述解耦控制方法的有效性得不到保证。因此, 有必要在考虑执行机构动态响应过程的条件下设计适用于旋转弹的解耦控制方法。

本文在参考文献[18]所提出的设计方法基础上, 以一类鸭舵作用下的双通道控制旋转弹为研究对象, 针对俯仰和偏航通道间的强耦合问题, 考虑执行机构的动态响应过程及气动不确定性, 进行自适应解耦控制器的设计与分析。首先, 在非旋转弹体坐标系下建立了旋转弹法向/侧向加速度运动方程以及舵机动力学方程。其次, 在考虑气动不确定以及舵机动态响应过程的条件下设计了自适应解耦控制方法, 并通过理论分析证明了闭环系统的所有信号有界且跟踪误差能够实现渐近稳定。最后, 通过数值仿真验证了所提自适应解耦控制器能够实现俯仰和偏航通道之间的解耦。

## 1 动力学建模与问题描述

### 1.1 旋转弹动力学模型

为便于描述旋转弹在空间中的姿态运动, 将其动力学模型建立在非旋转弹体坐标系下。根据参考文献[13]可知, 旋转弹的平动力学模型在非旋转弹体坐标系下可以表示为

$$\begin{cases} \dot{u} = \frac{F_x}{m} - wq + vr - g \sin \theta \\ \dot{v} = \frac{F_y}{m} - ur - wr \tan \theta \\ \dot{w} = \frac{F_z}{m} + uq + ur \tan \theta + g \cos \theta \end{cases} \quad (1)$$

式中,  $m$  为旋转弹的质量;  $\mathbf{V} = [u, v, w]^T$  表示旋转弹的飞行速度, 满足  $\|\mathbf{V}\| = V = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}$ ;  $\mathbf{F} = [F_x, F_y, F_z]^T$  为气动力在非旋转弹体坐标系下的投影;  $\mathbf{g} = [-g \sin \theta, 0, g \cos \theta]^T$  为重力加速度在非旋转弹体坐标系下的投影;  $\theta$  表示旋转弹的俯仰角;  $\boldsymbol{\Omega} = [p, q, r]^T$  表示旋转弹的转动角速度。

旋转弹绕质心转动的动力学方程建立在非旋转弹体坐标系下可以表示为:

$$\begin{cases} \dot{p} = \frac{M_x}{I_x} \\ \dot{q} = \frac{M_y}{I_y} - \frac{I_x}{I_y} pr - r^2 \tan \theta \\ \dot{r} = \frac{M_z}{I_z} + \frac{I_x}{I_z} pq + qr \tan \theta \end{cases} \quad (2)$$

式中,  $I_x, I_y, I_z$  分别为弹体的极转动惯量和赤道转动惯量;  $\mathbf{M} = [M_x, M_y, M_z]^T$  为气动力矩在非旋转弹体坐标系下的投影。

联立式(1)和式(2)即可得到描述旋转弹姿态运动的动力学方程。方程组本质上是而非线性的, 但为了简化自动驾驶仪设计与分析过程, 通常根据工程经验进行合理假设, 对动力学模型进行简化。

首先, 采用鸭式布局的旋转弹不对其滚转通道进行控制, 靠斜置尾翼提供的滚转力矩和弹体自身的滚转阻尼力矩进行平衡获得稳定转速。因此, 在自动驾驶仪设计过程中只需考虑式(1)和式(2)的后两式<sup>[2]</sup>。

其次, 由于旋转弹采用轴对称构型, 因此可以在俯仰和偏航通道忽略不对称因素产生的气动力/力矩, 只考虑线性化气动力/力矩<sup>[17]</sup>:

$$\begin{cases} F_y = QS_{\text{ref}}(-C_{N\alpha}\beta + C_{N\sigma}\sigma_z) \\ F_z = QS_{\text{ref}}(-C_{N\alpha}\alpha - C_{N\sigma}\sigma_y) \\ M_y = QS_{\text{ref}}L_{\text{ref}}(C_{m\alpha}\alpha - C_{mq}q - C_{mp\alpha}p\beta + C_{m\sigma}\sigma_y) \\ M_z = QS_{\text{ref}}L_{\text{ref}}(-C_{m\alpha}\beta - C_{mq}r - C_{mp\alpha}p\alpha + C_{m\sigma}\sigma_z) \end{cases} \quad (3)$$

式中:  $Q = \rho V^2 / 2$  表示动压;  $S_{\text{ref}}$  表示参考面积;  $L_{\text{ref}}$  表示参考长度;  $C_{N\alpha}$  为法/侧向力系数对攻角/侧滑角的导数;  $C_{N\sigma}$  为法/侧向力系数对舵

偏角的导数； $C_{m\alpha}$  为静稳定力矩系数对攻角/侧滑角的导数； $C_{mq}$  为阻尼力矩系数对角速度的导数； $C_{mp\alpha}$  为马格努斯力矩系数对攻角/侧滑角的导数； $C_{m\sigma}$  为控制力矩系数对舵偏角的导数； $\sigma_y, \sigma_z$  分别为非旋转弹体坐标系内的等效俯仰、偏航舵偏角； $\alpha = \frac{w}{V}, \beta = \frac{v}{V}$  为弹体的攻角和侧滑角。

最后，假设弹体速度  $V$ 、转速  $p$ 、以及气动系数在较小的时间内保持不变<sup>[8]</sup>，忽略小量  $r \tan \theta$ ，并且在驾驶仪设计过程中忽略弹体重力以及舵面升力的影响。

定义法向/侧向加速度为：

$$\begin{cases} a_y = -\frac{QS_{\text{ref}}C_{N\alpha}}{m}\beta = -c_{N\alpha}V\beta \\ a_z = -\frac{QS_{\text{ref}}C_{N\alpha}}{m}\alpha = -c_{N\alpha}V\alpha \end{cases} \quad (4)$$

将式(3)和式(4)带入式(1)和式(2)中，即可得到描述旋转弹法向/侧向加速度的动力学方程：

$$\begin{cases} \dot{a}_y = -c_{N\alpha}a_y + c_{N\alpha}Vr \\ \dot{a}_z = -c_{N\alpha}a_z - c_{N\alpha}Vq \\ \dot{q} = \frac{c_{mp\alpha}}{c_{N\alpha}}pa_y - \frac{c_{m\alpha}}{c_{N\alpha}}a_z - c_{mq}q - I_{xy}pr + c_{m\sigma}\sigma_y \\ \dot{r} = \frac{c_{m\alpha}}{c_{N\alpha}}a_y + \frac{c_{mp\alpha}}{c_{N\alpha}}pa_z + I_{xy}pq - c_{mq}r + c_{m\sigma}\sigma_z \end{cases} \quad (5)$$

式中： $c_{m\alpha} = \frac{QS_{\text{ref}}L_{\text{ref}}}{I_yV}C_{m\alpha}$ ， $c_{mp\alpha} = \frac{QS_{\text{ref}}L_{\text{ref}}}{I_yV}C_{mp\alpha}$ ， $c_{mq} = \frac{QS_{\text{ref}}L_{\text{ref}}}{I_y}C_{mq}$ ， $c_{m\sigma} = \frac{QS_{\text{ref}}L_{\text{ref}}}{I_y}C_{m\sigma}$ ， $I_{xy} = \frac{I_x}{I_y}$ 。

定义系统状态变量  $\mathbf{x}_p = [a_y, a_z, q, r]^T$ ，系统被控输出  $\mathbf{y}_p = [a_y, a_z]^T$ ，系统输入  $\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_y, \sigma_z]^T$ ，则将式(5)改写为状态空间形式为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_p(t) = \mathbf{A}_p \mathbf{x}_p(t) + \mathbf{B}_p (\boldsymbol{\sigma}(t) + \mathbf{W}^T \mathbf{x}_p(t)) \\ \mathbf{y}_p(t) = \mathbf{C}_p \mathbf{x}_p(t) \end{cases} \quad (6)$$

式中：

$$\mathbf{A}_p = \begin{bmatrix} -c_{N\alpha} & 0 & 0 & c_{N\alpha}V \\ 0 & -c_{N\alpha} & -c_{N\alpha}V & 0 \\ \frac{c_{mp\alpha}}{c_{N\alpha}}p & -\frac{c_{m\alpha}}{c_{N\alpha}} & -c_{mq} & -I_{xy}p \\ \frac{c_{m\alpha}}{c_{N\alpha}} & \frac{c_{mp\alpha}}{c_{N\alpha}}p & I_{xy}p & -c_{mq} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ c_{m\sigma} & 0 \\ 0 & c_{m\sigma} \end{bmatrix}, \mathbf{C}_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$\mathbf{W}^T \mathbf{x}_p(t)$  用来表示跟系统状态  $\mathbf{x}_p(t)$  有关的匹配不确定性； $\mathbf{W}$  为未知的不确定性参数矩阵，用来表示包括  $c_{mp\alpha}$ ， $c_{m\alpha}$  以及  $c_{mq}$  在内的气动参数不确定性。

从式(6)中可以看出，由于弹体的转速  $p$  在俯仰和偏航通道引入了交叉耦合项，使得传统的分通道自动驾驶仪设计方法不再适用，因此需要设计适用于旋转弹的解耦控制方法。

## 1.2 舵机动力学模型

舵机的动力学特性是影响驾驶仪设计的重要环节。研究表明，舵机的延迟会导致旋转弹自动驾驶仪性能下降甚至失稳<sup>[16]</sup>。因此需要建立非旋转弹体坐标系下的舵机动力学模型，结合旋转弹动力学模型设计自动驾驶仪。

在旋转弹体坐标系下，可将舵机建模为二阶动力学模型：

$$G(s) = \frac{\sigma'_c(s)}{\sigma'_c(s)} = \frac{k_s}{T_s^2 s^2 + 2\mu_s T_s s + 1} \quad (7)$$

式中： $\sigma'_c$  为舵机的输入指令， $\sigma'$  为舵机的输出， $k_s$  为舵机的稳态增益， $T_s$  为舵机的时间常数， $\mu_s$  为舵机的阻尼比。

由于舵机随着弹体的旋转而旋转，因此将其动力学模型投影到非旋转坐标系时，需要进行坐标转换。如图 1 所示， $\phi$  为舵机基准位置的当前滚转角， $\sigma_{cy}$ 、 $\sigma_{cz}$  以及  $\sigma_y$ 、 $\sigma_z$  为非旋转弹体坐标系中的舵机指令及实际的偏转响应； $\sigma'_{cy}$ 、 $\sigma'_{cz}$  以及  $\sigma'_y$ 、 $\sigma'_z$  为旋转弹体坐标系中相应的舵机指令及实际的舵偏角响应。

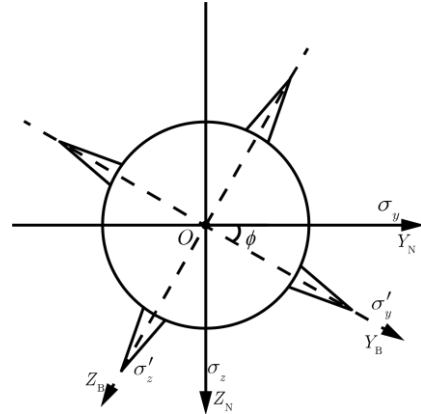


图 1 舵机指令分解示意图

Fig. 1 Illustration of command decomposition

根据旋转弹体坐标系与非旋转弹体坐标系的转换关系，可得舵偏角由旋转弹体坐标系向非旋转弹体坐标系的转换矩阵为：

$$E = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \quad (8)$$

根据式(8)可以将弹体坐标系中的舵机偏转指令  $\sigma'_c = [\sigma'_{cy}, \sigma'_{cz}]^T$  和偏转响应  $\sigma' = [\sigma'_y, \sigma'_z]^T$  转换为非旋转弹体坐标系中的舵机偏转指令  $\sigma_c = [\sigma_{cy}, \sigma_{cz}]^T$  和偏转响应  $\sigma = [\sigma_y, \sigma_z]^T$

$$\begin{cases} \sigma_c = E\sigma'_c \\ \sigma = E\sigma' \end{cases} \quad (9)$$

对上式进行求导可得

$$\begin{cases} \dot{\sigma} = E\dot{\sigma}' + \dot{E}\sigma' \\ \ddot{\sigma} = E\ddot{\sigma}' + 2\dot{E}\dot{\sigma}' + \ddot{E}\sigma' \end{cases} \quad (10)$$

式中:

$$\begin{aligned} \dot{E} &= \begin{bmatrix} -\sin \phi & -\cos \phi \\ \cos \phi & -\sin \phi \end{bmatrix} \dot{\phi} = E \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\phi} \\ \dot{\phi} & 0 \end{bmatrix} \\ \ddot{E} &= \dot{E} \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\phi} \\ \dot{\phi} & 0 \end{bmatrix} + E \begin{bmatrix} 0 & -\ddot{\phi} \\ \ddot{\phi} & 0 \end{bmatrix} = E \begin{bmatrix} -\dot{\phi}^2 & -\ddot{\phi} \\ \ddot{\phi} & -\dot{\phi}^2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (11)$$

将弹体坐标系下得到的舵机动力学传递函数(7)改写为微分方程形式为

$$T_s^2 \ddot{\sigma}' + 2\mu_s T_s \dot{\sigma}' + \sigma' = k_s \sigma'_c \quad (12)$$

将上式两端同时乘上转换矩阵(8)可得:

$$T_s^2 E \ddot{\sigma}' + 2\mu_s T_s E \dot{\sigma}' + E \sigma' = k_s E \sigma'_c \quad (13)$$

将式(9)、式(10)代入式(13)中, 消除旋转弹体坐标系中的舵偏角指令  $\sigma'_c$  以及舵偏角响应  $\sigma'$ , 可得

$$\begin{aligned} T_s^2 (\ddot{\sigma} - 2\dot{E}E^{-1}(\dot{\sigma} - \dot{E}E^{-1}\sigma) - \ddot{E}E^{-1}\sigma) \\ + 2\mu_s T_s (\dot{\sigma} - \dot{E}E^{-1}\sigma) + \sigma = k_s \sigma_c \end{aligned} \quad (14)$$

通过合并同类项简化可得

$$\begin{aligned} \ddot{\sigma} + \left( \frac{2\mu_s}{T_s} I_2 - 2\dot{E}E^{-1} \right) \dot{\sigma} \\ + \left( 2\dot{E}E^{-1}\dot{E}E^{-1} - \ddot{E}E^{-1} - \frac{2\mu_s}{T_s} \dot{E}E^{-1} + \frac{1}{T_s^2} I_2 \right) \sigma \\ = \frac{k_s}{T_s^2} \sigma_c \end{aligned} \quad (15)$$

根据式(11)计算可得

$$\begin{aligned} \dot{E}E^{-1} &= \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\phi} \\ \dot{\phi} & 0 \end{bmatrix} \\ \ddot{E}E^{-1} &= \begin{bmatrix} -\dot{\phi}^2 & -\ddot{\phi} \\ \ddot{\phi} & -\dot{\phi}^2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (16)$$

再将式(16)代入式(15)可得非旋转弹体坐标系下舵机动力学方程为

$$\begin{aligned} \ddot{\sigma} + 2 \begin{bmatrix} \frac{\mu_s}{T_s} & \dot{\phi} \\ -\dot{\phi} & \frac{\mu_s}{T_s} \end{bmatrix} \dot{\sigma} + \begin{bmatrix} \frac{1}{T_s^2} - \dot{\phi}^2 & \ddot{\phi} + \frac{2\mu_s}{T_s} \dot{\phi} \\ -\ddot{\phi} - \frac{2\mu_s}{T_s} \dot{\phi} & \frac{1}{T_s^2} - \dot{\phi}^2 \end{bmatrix} \sigma \\ = \frac{k_s}{T_s^2} \sigma_c \end{aligned} \quad (17)$$

定义非旋转弹体坐标系下舵机状态向量  $x_a = [\sigma_y, \sigma_z, \dot{\sigma}_y, \dot{\sigma}_z]^T$ , 则将式(17)改写为状态空间形式为

$$\begin{cases} \dot{x}_a(t) = A_a x_a(t) + B_a \sigma_c(t) \\ \sigma(t) = C_a x_a(t) \end{cases} \quad (18)$$

式中:

$$\begin{aligned} A_a &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{T_s^2} + \dot{\phi}^2 & -\ddot{\phi} - \frac{2\mu_s}{T_s} \dot{\phi} & -\frac{2\mu_s}{T_s} & -2\dot{\phi} \\ \ddot{\phi} + \frac{2\mu_s}{T_s} \dot{\phi} & -\frac{1}{T_s^2} + \dot{\phi}^2 & 2\dot{\phi} & -\frac{2\mu_s}{T_s} \end{bmatrix}, \\ B_a &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{k_s}{T_s^2} & 0 \\ 0 & \frac{k_s}{T_s^2} \end{bmatrix}, C_a = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

由于舵机系统为稳定系统, 因此系统矩阵  $A_a$  为赫尔维茨矩阵, 必然存在一个正定对称矩阵  $P_a$  满足如下李雅普诺夫方程

$$A_a^T P_a + P_a A_a + Q_a = 0 \quad (19)$$

式中: 矩阵  $Q_a$  为任意正定矩阵。

联立式(6)和式(18)即可得到考虑舵机动态过程的旋转弹动力学模型。

## 2 自适应解耦控制器设计

本部分将针对第1节中建立的考虑舵机动态过程的旋转弹耦合动力学模型, 设计自适应解耦控制器, 实现俯仰和偏航通道的解耦, 并使得闭环系统能够渐近跟踪外部加速度指令  $y_{cmd}(t)$ 。

### 2.1 系统扩维

定义跟踪误差的积分为辅助状态变量

$$x_e(t) = \int y_{cmd}(t) - y_p(t) dt \quad (20)$$

为了提升系统的跟踪性能, 在设计控制器时通常会跟踪误差的积分项(20)扩维至被控系统方程(6)中, 可得

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B(\sigma(t) + W^T x(t)) + B_{cmd} y_{cmd} \quad (21)$$

式中:  $\mathbf{x}(t)=[\mathbf{x}_p^T(t), \mathbf{x}_e^T(t)]^T$  为增广系统的状态变量; 系统矩阵  $\mathbf{A}$ 、输入矩阵  $\mathbf{B}$  以及指令矩阵  $\mathbf{B}_{\text{cmd}}$  分别定义为

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix} \mathbf{A}_p & \mathbf{0} \\ -\mathbf{C}_p & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \mathbf{B}=\begin{bmatrix} \mathbf{B}_p \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \mathbf{B}_{\text{cmd}}=\begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (22)$$

联立非旋转弹体坐标系下的扩维系统方程(21)以及非旋转弹体坐标系下的舵机动力学方程(18), 得到被控系统

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(\boldsymbol{\sigma}(t) + \mathbf{W}^T \mathbf{x}(t)) + \mathbf{B}_{\text{cmd}} \mathbf{y}_{\text{cmd}} \\ \dot{\mathbf{x}}_a(t) = \mathbf{A}_a \mathbf{x}_a(t) + \mathbf{B}_a \boldsymbol{\sigma}_c(t) \\ \boldsymbol{\sigma}(t) = \mathbf{C}_a \mathbf{x}_a(t) \end{cases} \quad (23)$$

## 2.2 解耦控制器设计

至此, 为旋转弹设计解耦控制器的问题转化为设计非旋转弹体坐标系下的舵机输入指令  $\boldsymbol{\sigma}_c(t)$  使得被控系统(23)中的系统状态  $\mathbf{x}(t)$  能够跟踪如下的参考模型<sup>[18]</sup>

$$\dot{\mathbf{x}}_m(t) = \mathbf{A}_m \mathbf{x}_m(t) + \mathbf{B}_{\text{cmd}} \mathbf{y}_{\text{cmd}}(t) + \mathbf{B}[\boldsymbol{\sigma}(t) - \boldsymbol{\sigma}_c(t)] \quad (24)$$

式中:  $\mathbf{x}_m(t)$  为参考模型的状态变量;  $\mathbf{A}_m$  为根据需求预先设计的用来描述参考模型动力学的赫尔维茨矩阵, 满足匹配条件

$$\mathbf{A}_m = \mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}_x \quad (25)$$

式中:  $\mathbf{K}_x$  为待设计的系统状态反馈增益。

设计非旋转弹体坐标系下的舵机输入指令  $\boldsymbol{\sigma}_c(t)$  由两部分组成

$$\boldsymbol{\sigma}_c(t) = \boldsymbol{\sigma}_{\text{bl}}(t) + \boldsymbol{\sigma}_{\text{ad}}(t) \quad (26)$$

式中:  $\boldsymbol{\sigma}_{\text{bl}}(t)$  表示固定增益控制器,

$$\boldsymbol{\sigma}_{\text{bl}}(t) = -\mathbf{K}_x \mathbf{x}(t) \quad (27)$$

用来保证名义系统的基础响应特性; 自适应控制器  $\boldsymbol{\sigma}_{\text{ad}}(t)$  表示为

$$\boldsymbol{\sigma}_{\text{ad}}(t) = -\hat{\mathbf{W}}^T(t) \mathbf{x}(t) \quad (28)$$

式中:  $\hat{\mathbf{W}}(t)$  为理想自适应控制增益  $\mathbf{W}$  的估计值。

在式(21)右端加上、减去  $\mathbf{B}\boldsymbol{\sigma}_c(t)$ , 再将式(26)代入可得

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}_m \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_{\text{cmd}} \mathbf{y}_{\text{cmd}}(t) + \mathbf{B}[\boldsymbol{\sigma}(t) - \boldsymbol{\sigma}_c(t)] \\ &\quad + \mathbf{B}(-\hat{\mathbf{W}}^T(t) + \mathbf{W}^T) \mathbf{x}(t) \end{aligned} \quad (29)$$

定义系统状态跟踪误差  $\mathbf{e}(t) = \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_m(t)$ , 则根据式(24)和式(29)可得系统的误差动力学方程为

$$\dot{\mathbf{e}}(t) = \mathbf{A}_m \mathbf{e}(t) - \mathbf{B}\tilde{\mathbf{W}}^T(t) \mathbf{x}(t) \quad (30)$$

式中:  $\tilde{\mathbf{W}}^T(t) = \hat{\mathbf{W}}^T(t) - \mathbf{W}^T$  为自适应控制增益的估计误差。

## 2.3 稳定性分析

根据传统自适应控制理论可知, 为证明闭环系统的稳定性需要设计自适应律使得误差动力学方程(42)有界, 具体可有如下引理描述:

**引理 1:** 考虑由被控系统(23)、参考模型(24)以及控制律(26)构成的闭环系统, 若自适应控制增益  $\hat{\mathbf{W}}(t)$  满足如下更新律

$$\dot{\hat{\mathbf{W}}}(t) = \gamma \mathbf{x}(t) \mathbf{e}^T(t) \mathbf{P}_m \mathbf{B} \quad (31)$$

那么式(30)所示的误差动力学系统稳定, 并且跟踪误差  $\mathbf{e}(t)$  以及自适应控制增益误差  $\tilde{\mathbf{W}}(t)$  有界。

**证明:** 考虑以下李雅普诺夫候选函数

$$\mathcal{V}(\mathbf{e}(t), \tilde{\mathbf{W}}(t)) = \mathbf{e}^T(t) \mathbf{P}_m \mathbf{e}(t) + \gamma^{-1} \text{tr}(\tilde{\mathbf{W}}^T(t) \tilde{\mathbf{W}}(t)) \quad (32)$$

式中: 矩阵  $\mathbf{P}_m$  为如下李雅普诺夫方程的正定对称解

$$\mathbf{A}_m^T \mathbf{P}_m + \mathbf{P}_m \mathbf{A}_m + \mathbf{Q}_m = \mathbf{0} \quad (33)$$

其中矩阵  $\mathbf{Q}_m$  为任意正定矩阵。

求取李雅普诺夫候选函数(32)对时间  $t$  的导数为

$$\begin{aligned} \dot{\mathcal{V}}(\mathbf{e}(t), \tilde{\mathbf{W}}(t)) &= \dot{\mathbf{e}}^T(t) \mathbf{P}_m \mathbf{e}(t) + \mathbf{e}^T(t) \mathbf{P}_m \dot{\mathbf{e}}(t) \\ &\quad + 2\gamma^{-1} \text{tr}(\tilde{\mathbf{W}}^T(t) \dot{\tilde{\mathbf{W}}}(t)) \end{aligned} \quad (34)$$

将式(30)以及式(33)代入式(34)化简可得

$$\begin{aligned} \dot{\mathcal{V}}(\mathbf{e}(t), \tilde{\mathbf{W}}(t)) &= -\mathbf{e}^T(t) \mathbf{Q}_m \mathbf{e}(t) \\ &\quad - 2\mathbf{e}^T(t) \mathbf{P}_m \mathbf{B} \tilde{\mathbf{W}}^T(t) \mathbf{x}(t) \\ &\quad + 2\gamma^{-1} \text{tr}(\tilde{\mathbf{W}}^T(t) \dot{\tilde{\mathbf{W}}}(t)) \end{aligned} \quad (35)$$

根据自适应控制增益  $\hat{\mathbf{W}}(t)$  的更新律(31)以及  $\tilde{\mathbf{W}}^T(t) = \hat{\mathbf{W}}^T(t) - \mathbf{W}^T$  可得自适应控制增益的估计误差  $\tilde{\mathbf{W}}(t)$  满足

$$\dot{\tilde{\mathbf{W}}}(t) = \gamma \mathbf{x}(t) \mathbf{e}^T(t) \mathbf{P}_m \mathbf{B} \quad (36)$$

将上式代入式(35)中可得

$$\begin{aligned} \dot{\mathcal{V}}(\mathbf{e}(t), \tilde{\mathbf{W}}(t)) &= -\mathbf{e}^T(t) \mathbf{Q}_m \mathbf{e}(t) \\ &\leq 0 \end{aligned} \quad (37)$$

因此, 式(32)为一个李雅普诺夫函数, 误差动力学系统(30)稳定且跟踪误差  $\mathbf{e}(t)$  以及自适应控制增益的估计误差  $\tilde{\mathbf{W}}(t)$  均有界。 ■

与传统模型参考自适应控制不同的是, 本文对所采用的参考模型进行了修正。因此, 即使参考模型系统矩阵  $\mathbf{A}_m$  为赫尔维茨矩阵也无法保证参考模型系统状态  $\mathbf{x}_m(t)$  有界, 从而也无法保证被控系统状态  $\mathbf{x}(t)$  有界 (即使跟踪误差  $\mathbf{e}(t)$  有界)。为证明闭环系统的稳定性, 需要证明参考模型系统状态  $\mathbf{x}_m(t)$  的有界性。

将舵机输入指令(26)和执行机构动力学方程(18)代入到参考模型(24)中, 可得<sup>[18]</sup>

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_m(t) = (\mathbf{A}_m + \mathbf{B}\mathbf{K}_x + \mathbf{B}\hat{\mathbf{W}}^T(t))\mathbf{x}_m(t) + \mathbf{B}\mathbf{C}_a\mathbf{x}_a(t) \\ \quad + (\mathbf{B}\mathbf{K}_x + \mathbf{B}\hat{\mathbf{W}}^T(t))\mathbf{e}(t) + \mathbf{B}_{\text{cmd}}\mathbf{y}_{\text{cmd}}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}_a(t) = \mathbf{A}_a\mathbf{x}_a(t) - \mathbf{B}_a(\mathbf{K}_x + \hat{\mathbf{W}}^T(t))\mathbf{x}_m(t) \\ \quad - \mathbf{B}_a(\mathbf{K}_x + \hat{\mathbf{W}}^T(t))\mathbf{e}(t) \end{cases} \quad (38)$$

定义新的状态变量  $\boldsymbol{\xi}(t) = [\mathbf{x}_m^T(t), \mathbf{x}_a^T(t)]^T$ , 那么式(38)可以改写为

$$\dot{\boldsymbol{\xi}}(t) = \mathcal{A}\boldsymbol{\xi}(t) + \mathbf{v}(t) \quad (39)$$

式中:

$$\mathcal{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_m + \mathbf{B}(\mathbf{K}_x + \hat{\mathbf{W}}^T(t)) & \mathbf{B}\mathbf{C}_a \\ -\mathbf{B}_a(\mathbf{K}_x + \hat{\mathbf{W}}^T(t)) & \mathbf{A}_a \end{bmatrix}, \quad (40)$$

$$\mathbf{v}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{B}(\mathbf{K}_x + \hat{\mathbf{W}}^T(t))\mathbf{e}(t) + \mathbf{B}_{\text{cmd}}\mathbf{y}_{\text{cmd}}(t) \\ -\mathbf{B}_a(\mathbf{K}_x + \hat{\mathbf{W}}^T(t))\mathbf{e}(t) \end{bmatrix}$$

若需要参考模型的系统状态有界  $\mathbf{x}_m(t)$ , 需要使得矩阵  $\mathcal{A}$  为二次稳定并且  $\mathbf{v}(t)$  有界。其中  $\mathbf{v}(t)$  的有界性可由引理1中  $\mathbf{e}(t)$ 、 $\hat{\mathbf{W}}(t)$  的有界性以及外部指令信号  $\mathbf{y}_{\text{cmd}}(t)$  的有界性得到。而矩阵  $\mathcal{A}$  为二次稳定性由如下引理描述:

**引理 2:** 如果存在正常值  $\rho$ 、正定矩阵  $\mathbf{Q}_a$  以及正定矩阵  $\mathbf{Q}_m$  满足

$$\begin{aligned} & -\rho\mathbf{Q}_a + \mathbf{A}_a^T\mathbf{X} + \mathbf{X}\mathbf{A}_a \\ & + \mathcal{P}_{12}^T\mathbf{B}\mathbf{C}_a + (\mathbf{B}\mathbf{C}_a)^T\mathcal{P}_{12} + \bar{\mathbf{Q}}_{12}^T\mathbf{Q}_m\bar{\mathbf{Q}}_{12} < 0 \end{aligned} \quad (41)$$

那么矩阵  $\mathcal{A}$  二次稳定。其中

$$\mathbf{X} = \mathbf{B}_a(\mathbf{B}_a^T\mathbf{B}_a)^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}_m\mathbf{B}(\mathbf{B}_a^T\mathbf{B}_a)^{-1}\mathbf{B}_a^T, \quad ,$$

$$\mathcal{P}_{12} = \mathbf{P}_m\mathbf{B}(\mathbf{B}_a^T\mathbf{B}_a)^{-1}\mathbf{B}_a^T,$$

$$\bar{\mathbf{Q}}_{12} = \mathbf{P}_m\mathbf{B}\mathbf{C}_a + \mathcal{P}_{12}\mathbf{A}_a + \mathbf{A}_m^T\mathcal{P}_{12} + \rho\mathbf{W}_{\max}\mathbf{B}_a^T\mathbf{P}_a,$$

$\mathbf{W}_{\max} = \max_t \left| \lambda \left( (\mathbf{K}_x + \hat{\mathbf{W}}^T(t)) \right) \right|$  表示  $\mathbf{K}_x + \hat{\mathbf{W}}^T(t)$  特征根绝对值的最大值。

**证明:** 如果矩阵  $\mathcal{A}$  二次稳定, 那么必然存在对称正定矩阵  $\mathcal{P} = \mathcal{P}^T > 0$  使得如下李雅普诺夫不等式成立:

$$\mathcal{A}^T\mathcal{P} + \mathcal{P}\mathcal{A} < 0 \quad (42)$$

令

$$\mathcal{P} = \begin{bmatrix} \mathcal{P}_{11} & \mathcal{P}_{12} \\ \mathcal{P}_{12}^T & \mathcal{P}_{22} \end{bmatrix} \quad (43)$$

式中:  $\mathcal{P}_{11} = \mathbf{P}_m$ ,  $\mathcal{P}_{12} = \mathbf{P}_m\mathbf{B}(\mathbf{B}_a^T\mathbf{B}_a)^{-1}\mathbf{B}_a^T$ ,  $\mathcal{P}_{22} = \mathbf{B}_a(\mathbf{B}_a^T\mathbf{B}_a)^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}_m\mathbf{B}(\mathbf{B}_a^T\mathbf{B}_a)^{-1}\mathbf{B}_a^T + \rho\mathbf{P}_a$ 。根据式(19)和式(33)可知,  $\mathbf{P}_a$  和  $\mathbf{P}_m$  正定对称矩阵, 因

此有  $\mathcal{P}_{11} = \mathcal{P}_{11}^T$  以及  $\mathcal{P}_{22} = \mathcal{P}_{22}^T$ , 从而可得  $\mathcal{P} = \mathcal{P}^T$ 。矩阵  $\mathcal{P}$  的正定性可由  $\mathcal{P}_{11}$  的正定性及其Schur补  $\mathcal{S}_1$  的正定性获得。其中,  $\mathcal{P}_{11}$  的正定性可由式(33)得到, Schur补可以表示为

$$\mathcal{S}_1 = \mathcal{P}_{22} - \mathcal{P}_{12}^T\mathcal{P}_{11}^{-1}\mathcal{P}_{12} = \rho\mathbf{P}_a > 0 \quad (44)$$

因此,  $\mathcal{P}$  为对称正定矩阵。

定义

$$\mathcal{Q} = \mathcal{A}^T\mathcal{P} + \mathcal{P}\mathcal{A} = \begin{bmatrix} \mathcal{Q}_{11} & \mathcal{Q}_{12} \\ \mathcal{Q}_{12}^T & \mathcal{Q}_{22} \end{bmatrix} \quad (45)$$

式中:

$$\mathcal{Q}_{11} = -\mathbf{Q}_m,$$

$$\mathcal{Q}_{12} = \mathbf{P}_m\mathbf{B}\mathbf{C}_a + \mathcal{P}_{12}\mathbf{A}_a + \mathbf{A}_m^T\mathcal{P}_{12} - \rho(\mathbf{K}_x + \hat{\mathbf{W}}^T(t))^T\mathbf{B}_a^T\mathbf{P}_a$$

$$\mathcal{Q}_{22} = -\rho\mathbf{Q}_a + \mathbf{A}_a^T\mathbf{X} + \mathbf{X}\mathbf{A}_a + \mathcal{P}_{12}^T\mathbf{B}\mathbf{C}_a + (\mathbf{B}\mathbf{C}_a)^T\mathcal{P}_{12},$$

$$\mathbf{X} = \mathbf{B}_a(\mathbf{B}_a^T\mathbf{B}_a)^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}_m\mathbf{B}(\mathbf{B}_a^T\mathbf{B}_a)^{-1}\mathbf{B}_a^T$$

矩阵  $\mathcal{Q}$  的负定性仍然可由  $\mathcal{Q}_{11}$  的负定性及其Schur补  $\mathcal{S}_2$  的负定性获得。由于  $\mathbf{Q}_m$  为任意正定矩阵, 因此  $\mathcal{Q}_{11}$  为负定矩阵。Schur补  $\mathcal{S}_2$  可以表示为

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_2 &= -\rho\mathbf{Q}_a + \mathbf{A}_a^T\mathbf{X} + \mathbf{X}\mathbf{A}_a \\ &+ \mathcal{P}_{12}^T\mathbf{B}\mathbf{C}_a + (\mathbf{B}\mathbf{C}_a)^T\mathcal{P}_{12} + \mathcal{Q}_{12}^T\mathbf{Q}_m\mathcal{Q}_{12} \end{aligned} \quad (46)$$

由于  $\mathcal{Q}_{12}^T\mathbf{Q}_m\mathcal{Q}_{12} \leq \bar{\mathbf{Q}}_{12}^T\mathbf{Q}_m\bar{\mathbf{Q}}_{12}$ , 可得

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_2 &= -\rho\mathbf{Q}_a + \mathbf{A}_a^T\mathbf{X} + \mathbf{X}\mathbf{A}_a \\ &+ \mathcal{P}_{12}^T\mathbf{B}\mathbf{C}_a + (\mathbf{B}\mathbf{C}_a)^T\mathcal{P}_{12} + \bar{\mathbf{Q}}_{12}^T\mathbf{Q}_m\bar{\mathbf{Q}}_{12} \\ &< 0 \end{aligned} \quad (47)$$

因此如果正常值  $\rho$ 、正定矩阵  $\mathbf{Q}_a$  以及正定矩阵  $\mathbf{Q}_m$  满足式(41), 那么矩阵  $\mathcal{A}$  二次稳定。 ■

**注解:** 当舵机参数和弹体参数 (即矩阵  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{A}_m$ ,  $\mathbf{A}_a$ ,  $\mathbf{B}_a$ ,  $\mathbf{C}_a$ ) 已知时, 可以通过选定正定矩阵  $\mathbf{Q}_m$ ,  $\mathbf{Q}_a$ , 求得  $\mathbf{P}_m$  和  $\mathbf{P}_a$ , 根据不等式(41)是否有解来判断正常值  $\rho$  的存在性。

**定理 3:** 考虑由旋转弹动力学系统(6)、舵机动力学系统(18)、参考模型(24)、自适应解耦控制器(26)以及自适应律(31)构成的闭环系统稳定, 如果存在正常值  $\rho$ 、正定矩阵  $\mathbf{Q}_a$  以及正定矩阵  $\mathbf{Q}_m$  满足式(41), 那么闭环系统信号  $\mathbf{e}(t)$ 、 $\hat{\mathbf{W}}(t)$ 、 $\mathbf{x}_m(t)$ 、 $\sigma_c(t)$  有界, 并且能够实现指令的渐近跟踪, 即  $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{e}(t) = 0$ 。

**证明:** 由引理 1 可知, 跟踪误差  $\mathbf{e}(t)$  以及自适应控制增益的估计误差  $\tilde{\mathbf{W}}(t)$  均有界。根据自适应控制增益估计误差的定义  $\tilde{\mathbf{W}}^T(t) = \hat{\mathbf{W}}^T(t) - \mathbf{W}^T$  可知, 自适应增益的估计值  $\hat{\mathbf{W}}(t)$  也有界。

根据引理 2 可知矩阵  $\mathcal{A}$  二次稳定, 并且信号  $\mathbf{v}(t)$  有界, 因此信号  $\boldsymbol{\xi}(t)$  有界 (详细证明见文献

[19])。因此,参考模型状态  $\mathbf{x}_m(t)$  以及舵机系统状态  $\mathbf{x}_a(t)$  均有界。根据跟踪误差的定义  $\mathbf{e}(t) = \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_m(t)$  可得被控系统的状态向量  $\mathbf{x}(t)$  有界。

根据式(30)以及  $\mathbf{e}(t)$ 、 $\mathbf{x}(t)$ 、 $\tilde{\mathbf{W}}(t)$  有界可知  $\dot{\mathbf{e}}(t)$  也有界。对李雅普诺夫函数  $\mathcal{V}(\mathbf{e}(t), \tilde{\mathbf{W}}(t))$  求二阶导可得

$$\ddot{\mathcal{V}}(\mathbf{e}(t), \tilde{\mathbf{W}}(t)) = -2\dot{\mathbf{e}}^T(t)\mathbf{Q}_m\mathbf{e}(t) \quad (48)$$

因此,  $\ddot{\mathcal{V}}(\mathbf{e}(t), \tilde{\mathbf{W}}(t))$  也有界。根据Barbalat引理<sup>[20]</sup>, 可得  $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\mathcal{V}}(\mathbf{e}(t), \tilde{\mathbf{W}}(t)) = 0$ , 进而可以得到  $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{e}(t) = 0$ , 因此闭环系统能够实现渐近跟踪。 ■

### 3 算例仿真

为验证本文所提出的自适应解耦控制方法的有效性, 首先选取旋转火箭弹弹道特征点进行数值仿真, 然后将所提自动驾驶设计方法应用到旋转火箭弹的6自由度弹道仿真中并进行数值仿真验证。

#### 3.1 舵机动态响应仿真

根据式(17)得到的非旋转弹体坐标系下的舵机动力学进行仿真, 舵机参数如表 1所示。

表 1 舵机动力学参数

Table 1 Parameters for actuators

阻尼 $\mu_s$	时间常数 $T_s$	舵机增益 $k_s$
0.7	0.005	1

在仿真过程中假设弹体转速恒定, 即式(17)中的  $\dot{\phi} = 0$ ; 忽略小量  $r \tan \theta$  的影响, 即  $\dot{\phi} = p$ 。分别对不同转速  $p$  下的舵机响应进行仿真, 其中俯仰通道舵偏角指令  $\sigma_{cy}$  选用单位阶跃信号, 而偏航通道舵偏角指令  $\sigma_{cx}$  选用常值零信号, 仿真结果如图 2所示。从仿真结果中可以看出, 当弹体不旋转 ( $p = 0 \text{ r/s}$ ) 时, 俯仰和偏航通道均能够跟踪外部指令信号, 通道间不存耦合效应; 当弹体旋转时, 俯仰通道舵偏角指令不仅会激起俯仰通道舵偏角响应还会引起偏航通道的舵偏响应, 从而造成通道间的耦合。随着转速  $p$  的增加, 俯仰、偏航通道间的耦合作用随之加强。

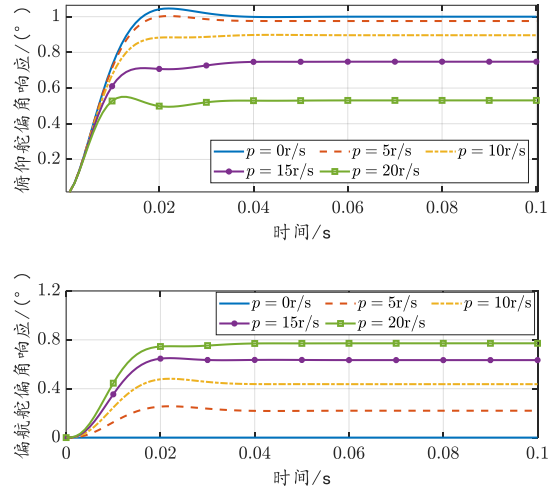


图 2 不同转速条件非旋转弹体坐标系下舵机响应  
Fig. 2 Actuator response with different spinning rate under non-rolling body frame

#### 3.2 考虑舵机动力的旋转弹动态响应仿真

根据式(5)和式(17)构成的闭环系统, 对考虑舵机动力的旋转弹动态响应进行仿真。其中舵机动力学参数如表 1所示, 旋转弹法向/侧向加速度的动力学参数如表 2所示。

在仿真中, 俯仰通道加速度指令  $a_{cz}$  为单位阶跃函数, 偏航通道的加速度指令  $a_{cy}$  为常值零函数。式(25)的状态反馈增益  $\mathbf{K}_x$  可由线性二次调节器 (LQR)<sup>[21]</sup> 进行设计, 其中权重矩阵取值为  $\mathbf{Q}_{\text{lqr}} = \text{diag}[0.1, 0.1, 10, 10, 10, 10]$ ,  $\mathbf{R}_{\text{lqr}} = \text{diag}[10, 10]$ , 进而可得参考模型的系统矩阵  $\mathbf{A}_m$ 。考虑旋转弹气动参数50%的不确定性, 即  $\mathbf{W} = \pm 0.5\mathbf{A}_p$ 。自适应律(36)中的自适应增益选用  $\gamma = 1000$  进行控制器参数的实时在线更新。

表 2 旋转弹动力学参数

Table 2 Parameters for Spinning Rockets

参数	值	参数	值
$c_{N\alpha}$	0.3409	$c_{m\sigma}$	9.2325
$c_{m\dot{\alpha}}$	0.00005	$V$	576 m/s
$c_{m\alpha}$	-0.0725	$p$	10 r/s
$c_{m\dot{q}}$	0.4833	$I_{xy}$	0.0022

为验证所提算法的有效性, 与固定增益解耦控制器<sup>[8]</sup>、传统自适应控制器<sup>[12]</sup>进行对比, 仿真结果如图3~图5所示。



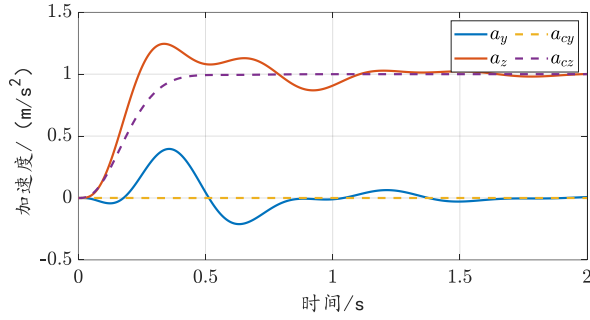


图 3 固定增益解耦控制方法

Fig. 3 Fixed-Gain decoupling control method

图 3 为采用固定增益解耦控制方法的旋转弹加速度响应曲线。从图中可以看出,在加速度响应初期由舵机动力学导致的通道耦合也会引起加速度响应的通道耦合。但由于在被控系统中考虑了跟踪误差的积分项(见式(20)),因此在响应后期通道间耦合效应消除,实现了外部指令的渐近跟踪。

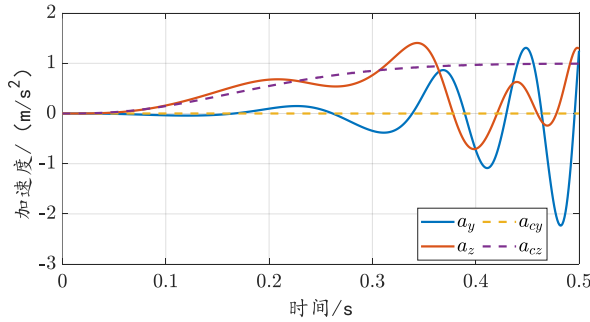


图 4 不考虑舵机动力的自适应解耦控制方法

Fig. 4 Adaptive-decoupling control method without actuator dynamics

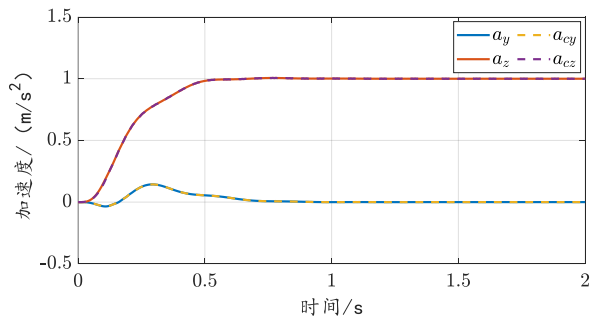


图 5 考虑舵机动力的自适应解耦控制方法

Fig. 5 Adaptive-decoupling control method with actuator dynamics

图 4 为采用不考虑舵机动力的自适应控制器的旋转弹加速度响应曲线。从图中可以看出,在响应初期就出现了发散现象。这是因为舵机动力学充当了闭环模型参考自适应控制系统的未建模系统,并且传统模型参考自适应控制对未建模

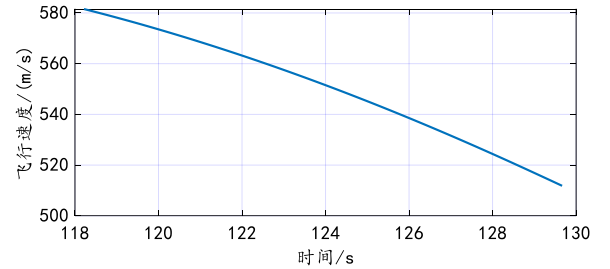
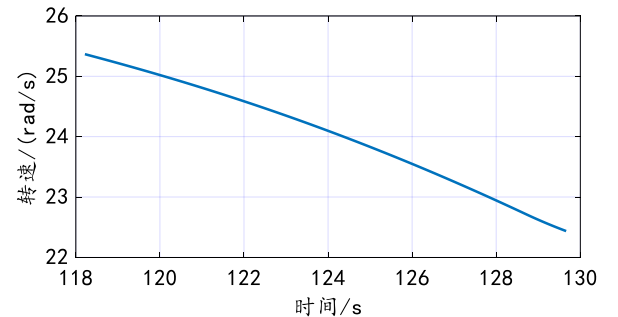
系统缺乏鲁棒性<sup>[20]</sup>,因此导致闭环系统的不稳定。

图 5 为本文所提出的考虑舵机动力的自适应解耦控制器响应曲线。根据式(24)可知,所提方法将舵机输入指令反馈到参考模型中,从而改善了初期跟踪性能。相比于固定增益解耦控制和传统自适应解耦控制具有较好的解耦性能以及指令跟踪性能。

### 3.2 6自由度弹道仿真

为进一步展示所提控制方法的有效性,将其应用到旋转火箭弹的6自由度弹道仿真中。定义旋转火箭弹的发射位置为惯性坐标系的原点,发射方向指向目标位置(72000,0,0)。初始俯仰角 $\theta=45^\circ$ ,初始发射速度为 $u=V=50\text{m/s}$ 。旋转弹的发动机推力、质量、转动惯量以及气动系数取自参考文献[13]。在旋转弹的末制导阶段,自适应解耦控制驾驶仪接收来自比例导引律产生的加速度指令产生舵机偏转角,控制弹体跟踪制导指令。

末制导段的6自由度仿真结果如图 6-图 9 所示。在整个末制导阶段,旋转弹的飞行速度 $V$ 从 $580\text{m/s}$ 减速至 $518\text{m/s}$ ,如图 6 所示。转速 $p$ 从 $25.4\text{rad/s}$ 下降至 $22.5\text{rad/s}$ ,如图 7 所示。

图 6 旋转火箭弹飞行速度  
Fig. 6 Velocity of the spinning rocket图 7 旋转火箭弹旋转速度  
Fig. 7 Spinning rate of the spinning rocket



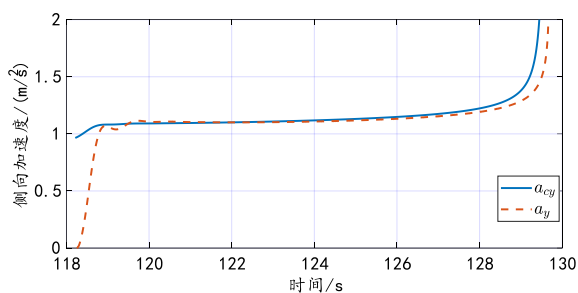


图 8 旋转火箭弹加速度响应

Fig. 8 Acceleration tracking of the spinning rocket

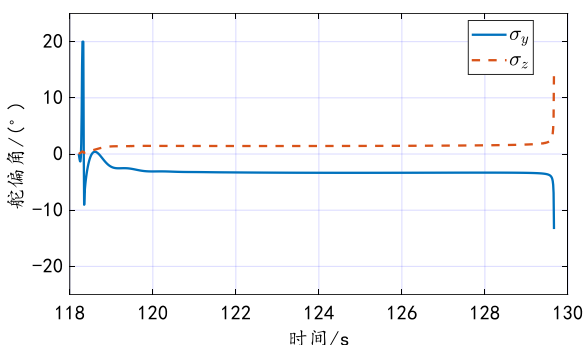


图 9 旋转火箭弹舵机偏转角

Fig. 9 Canard deflection of the spinning rocket

图 8 为在本文所提出的考虑舵机动力的自适应解耦控制器作用下弹体加速度的响应曲线。从图中可以看出,在慢变参数  $V$  和  $p$  的作用下,旋转弹的加速度  $a_y, a_z$  仍然能够跟踪由制导律给出的加速度指令  $a_{cy}, a_{cz}$ 。在整个末制导阶段的鸭舵偏转角如图 9 所示,从图中可以看出所提的解耦控制器能够产生较为平滑的控制信号。

## 4 结 论

基于模型参考自适应控制理论,本文提出一种考虑执行机构动力学的自适应解耦控制方法,通过理论证明以及数值仿真验证了该方法的有效性。主要结论如下:

1) 通过非旋转弹体坐标系下建立舵机动力学方程构建了考虑执行机构动力学的旋转弹加速度运动方程;

2) 通过将执行机构的输入与输出误差反馈到参考模型中,实现了考虑执行机构动力学的旋转弹俯仰与偏航通道之间的解耦;

3) 通过构造李雅普诺夫函数证明了闭环系统所有信号有界并且能够实现对加速度指令的渐近跟踪。

## 参 考 文 献

- [1] 谢浩仪, 赵良玉, 石忠俊. 旋转弹解耦控制方法综述[J]. 战术导弹技术, 2015, 15(1): 73-78.  
XIE H Y, ZHAO L Y, SHI Z J. Review on decoupling control methods for spinning missiles[J]. Tactical Missile Technology, 2015, 15(1): 73-78 (in Chinese).
- [2] 杨树兴. 陆军多管火箭武器的发展与思考[J]. 兵工学报, 2016, 37(7): 1299-1305.  
YANG S X. Progress and key points for guidance of multiple launch rocket systems[J]. Acta Armamentarii, 2016, 37(7): 1299-1305 (in Chinese).
- [3] YAN X Y, YANG S X, ZHANG C. Coning motion of spinning missiles induced by the rate loop[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2010, 33(5): 1490-1499.
- [4] YAN X Y, YANG S X, XIONG F F. Stability limits of spinning missiles with attitude autopilot[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2011, 34(1): 275-283.
- [5] 陈罗婧, 刘莉, 于剑桥. 双通道控制旋转导弹自动驾驶仪解耦控制研究[J]. 北京理工大学学报, 2008, 28(1): 11-14.  
CHEN L J, LIU L, YU J Q. Decoupling control of a double-channel control rolling missile autopilot[J]. Transaction of Beijing Institute of Technology, 2008, 28(1): 11-14 (in Chinese).
- [6] 闫晓勇, 张成, 杨树兴. 一类滚转弹的补偿解耦方法[J]. 弹道学报, 2009, 21(4): 17-20.  
YAN X Y, ZHANG C, YANG S X. Decoupling technique for a class of rolling missile[J]. Journal of Ballistics, 2009, 21(04): 17-20 (in Chinese).
- [7] 袁天保, 刘新建, 秦子增. 自旋弹道导弹动力学与控制[J]. 宇航学报, 2006, 27(2): 217-221.  
YUAN T B, LIU X J, QIN Z Z. Dynamic and control of spinning ballistic missile[J]. Journal of Astronautics, 2006, 27(2): 217-221 (in Chinese).

- [8] 李克勇. 旋转导弹制导控制与稳定性问题研究[D]. 北京: 北京理工大学, 2014.  
LI K Y. Guidance, control, and stability of spinning missiles[D]. Beijing: Beijing Institute of Technology, 2014 (in Chinese).
- [9] 陈伟, 孙传杰, 冯高鹏, 等. 基于滚动时域优化的旋转弹解耦控制器设计. 北京航空航天大学学报, 2018, 44(4): 717-724.  
CHEN W, SUN C J, FENG G P, et al. Design of decoupling controller for spinning missile based on receding horizon optimization. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018, 44(4): 717-724 (in Chinese).
- [10] STEVEN T, THEODOULIS S, Thai S, et al. Nonlinear dynamic inversion flight control design for guided projectiles[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2020, 43(5): 975-980.
- [11] SEVE, F, THEODOULIS S. Design of an  $H_\infty$  gain-scheduled guidance scheme for a guided projectile[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2019, 42(11): 2399-2417.
- [12] ZHAO L Y, SHI Z J, ZHU Y Q. Acceleration autopilot for a guided spinning rocket via adaptive output feedback[J]. Aerospace Science and Technology, 2018, 77: 573-584.
- [13] SHI Z J, ZHAO L Y, LIU Z J. Variational method based robust adaptive control for a guided spinning rocket [J], Chinese Journal of Aeronautics, 2020, 34(3):164-175.
- [14] 董旺, 齐瑞云, 姜斌. 空天飞行器直接力/气动力复合容错控制[J]. 航空学报, 2020, 41(11): 623850.  
DONG W, QI R Y, JIANG B. Composite fault tolerant control for aerospace vehicles with swing engines and aerodynamic fins[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2020, 41(11): 623850 (in Chinese).
- [15] 郭建国, 鲁宁波, 周军. 高超声速飞行器有限时间耦合模糊控制[J]. 航空学报, 2020, 41(11): 623838.  
GUO J G, LU N B, ZHOU J. Fuzzy control of finite time attitude coupling in hypersonic vehicles[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2020, 41(11): 623838 (in Chinese).
- [16] 杨树兴, 赵良玉, 闫晓勇. 旋转弹动态稳定性理论[M]. 北京: 国防工业出版社, 2014.  
YANG S X, ZHAO L Y, YAN X Y. Dynamic stability of spinning missiles[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2014.
- [17] SEVE F, THEODOULIS S, WERNERT P, et al. Flight dynamics modeling of dual-spin guided projectiles[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2017, 53(4): 1625-1641.
- [18] GRUENWALD B C, YUCELEN T, MUSE J A, et al. Computing stability limits for adaptive control laws with high-order actuator dynamics[J]. Automatica, 2019, 101: 409-416.
- [19] KHALIL H. Nonlinear systems[M]. 3<sup>rd</sup> Edition. USA: Prentice Hall, 2002.
- [20] LAVRETSKY E, WISE K A, Robust and Adaptive Control with Aerospace Applications[M]. London: Springer, 2013.
- [21] 陈威, 徐浩军, 王小龙, 等. 基于鲁棒伺服LQR的结冰飞机纵向控制律重构方法[J]. 航空学报, 2017, 38(1): 120129.  
CHEN W, XU H J, WANG X L, et al. Reconfigurable control methods of icing aircraft longitudinal motion based on robust servo LQR[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2017, 38(1): 120129 (in Chinese).

(责任编辑: 苏磊)

## Adaptive Decoupling Control for a Class of Spinning Rockets with Actuator Dynamics

SHI Zhongjiao<sup>1</sup>, ZHU Huajie<sup>2</sup>, ZHAO Liangyu<sup>1,\*</sup>, LIU Zhijie<sup>3</sup>

1. School of Aerospace Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China

2. School of Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100083, China

3. School of Automation and Electrical Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China

**Abstract:** An adaptive decoupling control method considering aerodynamic uncertainty and actuator dynamics is proposed to solve the strong coupling problem caused by aerodynamic, inertial and control cross-coupling. Considering a type of canard controlled spinning rockets, an acceleration dynamic model with actuator dynamics is established under the non-rolling body frame. Using the model reference adaptive control method as the basic framework, the tracking error integral is extended to the controlled system to improve the tracking performance of the closed-loop system. The error signal between the input and output of the actuator is fed back into the reference model to realize the decoupling between the pitch and yaw channels. Through theoretical analysis and numerical simulation, the effectiveness of the proposed adaptive decoupling control method is verified. The simulation results show that the designed adaptive decoupling controller can ensure the stability of the closed-loop system and realize the decoupling between the pitch and yaw channels.

**Keywords:** spinning rocket; adaptive control; decoupling control; actuator dynamics; quadratic stability

---

Received: 2020-12-06; Revised: 2021-01-25; Accepted: 2021-05-25; Published online:

URL:

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (12072027, 11532002)

\*Corresponding author. E-mail: zhaoly@bit.edu.cn