ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ ПО УМФ НА 1-М ФАКУЛЬТЕТЕ В 2022 г. (поток Бурского В.П.)
с рекомендуемыми страницами в литературных источниках и № лекций в видеозаписи 2021,
при этом упоминающиеся семинарские занятия – сего года.

1. Приведение к каноническому виду уравнений второго порядка с линейной старшей частью в точке $x \in \mathbf{R}^n$ и их классификация. [4] -- 27-30 или [1] -- 43-45. **Лекция № 13 и семинарские занятия с.г .**

2. Задача Коши для уравнения колебания струны. Формула Даламбера. Принцип Дюамеля. Теорема существования и единственности классического решения. Непрерывная зависимость решения от начальных данных. [4] -- 39-42, 60-62, 66, [1]—184-187. **Лекции № 2,4 3 и семинарские занятия с.г.**

3. Начально-краевая задача для уравнения колебания струны на полуоси. Условия согласования начальных и граничных данных. [4] – 70-73, [1]—187-189. **Лекция № 3 и семинарские занятия с.г.**

4. Смешанная задача для волнового уравнения в $\mathbf{R}^n$. Закон сохранения энергии. Априорная оценка решения (без доказательства). Единственность классического решения. [1] – 348-353. **Лекция № 4.**

5. Понятие о корректной постановке задачи математической физики (по Адамару). Пример Адамара некорректно поставленной задачи Коши (для уравнения Лапласа). Корректность смешанной задачи для волнового уравнения в $\mathbf{R}^n$ из априорной оценки решения.[4] – 66,67,69, [1]-61,63. **Лекция № 2.**

6. Задача Коши для волнового уравнения в $\mathbf{R}^3$. Формула Кирхгофа. Принцип Дюамеля. [4] – 64-65 и 47-50 или [7] –203-207. **Лекция № 5.**

7. Задача Коши для волнового уравнения в $\mathbf{R}^2$. Формула Кирхгофа (без доказательства). Метод спуска. Формула Пуассона. Принцип Дюамеля. Распространение волн в случае двух и трёх пространственных переменных. [4] –57-62 или [7] – 206-207, 209-211. **Лекция № 5.**

8. Метод Фурье решения начально-краевой задачи для уравнения колебания струны на конечном отрезке. Условия согласования начальных и граничных данных. [4] – 79-86. **Лекция № 9 3 и семинарские занятия с.г.**

9. Задача Коши для уравнения теплопроводности. Представление решения формулой Пуассона. Принцип Дюамеля. [7] 186-189 (для f=0) и [4] – 121. **Лекция № 6.**

10. Принцип максимума для уравнения теплопроводности в ограниченной области. Единственность классического решения первой начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности в ограниченной области. [4] – 94-99. **Лекция № 7.**

11. Дельта - образная последовательность. Регуляризация обобщенной функции. Формула Пуассона для решения уравнения теплопроводности с непрерывной начальной функцией. [1] – 66,67,76, 114-115, [4] – 193, (103*-110*) и 113-114. **Лекция № 7.**

12. Пространства Шварца S и S', сходимость в S и S', метризуемость пространства S. Непрерывность оператора D^α в S и S'. [1]—118-122, [4] – 201-203, 205-207. **Лекция № 7.**

13. Преобразование Фурье и его свойства. Свертка функций, ее свойства. Фундаментальное решение оператора с постояннымикоэффициентами. [1]—124-131 или [4] –200-208,222-224. **Лекция № 7.**

14. Фундаментальное решение задачи Коши для уравнения с постоянными коэффициентами, его применение для решения задачи Коши. [4] – 229-232. **Лекция № 8.**

15. Фундаментальное решение оператора теплопроводности. Фундаментальное решение оператора Лапласа. [4] – 224-226, 232-235. **Лекция № 8.**

16. Симметричный (эрмитов) оператор в гильбертовом пространстве, свойства его собственных чисел и собственных функций. Формулы Грина и симметричность оператора Лапласа в $L_2(G)$ с граничными условиями. Теорема о полноте системы собственных функций оператора Лапласа с

граничными условиями (без доказательства). [1] – 30-32,244-249, 251. **Лекция № 10.**

17. Формула представления решения уравнения Пуассона. Потенциалы, их физический смысл и их свойства (без доказательства). [4] – 243-245, [1] – 282-287. **Лекция № 10,11.**

18. Функция Грина задачи Дирихле для уравнения Пуассона. Интеграл Пуассона в $\mathbf{R}^3$.[4] – 245-246, 257-258, 261-266. **Лекция № 10,11.**

19. Теорема о среднем для гармонических функций. Принцип максимума для гармонических функций в ограниченной области. Единственность классического решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона в ограниченной области. [4] – 251-254. **Лекция № 10.**

20. Определение обобщенного решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона. Теорема существования и единственности обобщенного решения краевой задачи для уравнения Пуассона в ограниченной области. Понятие о повышении гладкости решения.[7] – 131-133, 136-138.
Лекция № 11 и семинарские занятия с.г.

21. Метод Фурье решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге и во внешности круга. Внешние краевые задачи, условия на бесконечности. Метод Фурье решения краевой задачи для уравнения Лапласа в шаре и вне шара. Сферические функции. [4] – 178-181, 270-282. **Лекция № 12 и семинарские занятия с.г.**

Литература:

[1] Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики. " Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2004.

[4] Уроев В.М. Уравнения математической физики. Москва: ИФ Яуза, 1998.

[7] Олейник О.А. Лекции об уравнениях с частными производными. Москва: БИНОМ, 2005.
