

0 Motivation

Présentation des problèmes d'homogénéisation et de transition de phase ; définition des fonctionnelles intégrales et des fonctionnelles de segmentation.

1 Définition

- Définition de la Gamma convergence **1.5 p22**
- Motivation : le théorème **1.21 page 29**, qui lie les minimums des fonctions et ceux de la Γ -limite dans le cas mild coercif.
- Remarque sur la dépendance par rapport à la topologie de l'espace source (elle ne doit pas être trop fine, cf topologie faible).
- Eventuellement le **théorème 1.47**, un peu technique (development by Γ -convergence).

2 Semi-continuité inférieure et compacité

2.1 Résultats généraux

2.1.1 La semi-continuité inférieure

- **Définition 1.2 page 21** (semi-continuité inférieure)
- Intérêt : une fonction semi-continue inférieurement sur un compact attend sa borne inférieure.
- **Définition 1.30 page 33** de l'enveloppe semi-continue inférieure
- **Théorème 1.35 page 34** (théorème de Weierstrass, démontré plus tard).

2.1.2 Semi-continuité inférieure et compacité

- Toute Γ -limite est semi-continue inférieurement (**proposition 1.28 page 32**)
- Les suites constantes (f) convergent vers $sc(f)$ (**proposition 1.31 page 33**)
- Démonstration du théorème de Weierstrass.

2.2 Semi-continuité inférieure et fonctionnelles : problèmes intégraux et problèmes de segmentation

2.2.1 Compacité

- Problèmes intégraux : **Théorème de Banach Alaoglu 2.6 page 43** et **Proposition 2.25**
- Problèmes de segmentation : **Proposition 5.3 page 87**

2.2.2 Semi-continuité inférieure

- Problèmes intégraux : **Corollaire 2.14 page 46** (condition de semi-continuité inférieure) et **Corollaire 2.31 page 54** ; (démarche de la démonstration).
- Problèmes de segmentation : **Théorème 5.8 page 90**

2.2.3 Relaxation

- Problèmes intégraux : Définition de l'enveloppe semi-continue inférieurement convexe (**2.16 page 47**) et **Théorème 2.18 page 48**, **remarque 2.32 page 54**
- Problèmes de segmentation : Définition de l'enveloppe semi-continue inférieurement sous-additive **5.17 page 93** et **Théorème 5.20 page 97**.

3 Théorèmes de Γ -convergence

3.1 Méthodes générales

- **Remarque 1.38 page 34** (convergence uniforme)
- Théorème de compacité de la Γ -convergence (**Proposition 1.42 page 35**)
- Propriété d'Urysohn (**Proposition 1.44**).
- Méthode : il suffit de montrer que toutes les " Γ -valeur d'adhérence" sont égales pour avoir la Γ -convergence.

3.2 Problèmes intégraux et de segmentation

3.2.1 Γ -convergence des fonctionnelles

- Problèmes intégraux : **Théorème 2.20** (démarche de la démonstration) et **Théorème 2.35**.
- Problèmes de segmentation : **Théorème 5.21**

3.2.2 Conditions aux bord

- Problèmes intégraux : **proposition 2.37** (et utilité)
- Problèmes de segmentation : remarque sur l'instabilité et **proposition 5.24 page 98**.

4 Applications

Problèmes d'homogénéisation, problèmes de transition de phase : à suivre.